



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÃO  
**INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS**

sid.inpe.br/mtc-m21d/2023/12.21.14.09-RPQ

**BALANÇO DE ENERGIA ZERO-DIMENSIONAL:  
ANÁLISES COM O MODELO IMPLEMENTADO EM  
LUA/TERRAME**

Meiriele Alvarenga Cumplido  
Raiane Aparecida Lopes Neves  
Rita de Cassya Almeida Sousa

CST-323: Introdução à Modelagem  
do Sistema Terrestre Professora:  
Dra. Mariane Coutinho

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34T/4ADR4CL>>

INPE  
São José dos Campos  
2023

**PUBLICADO POR:**

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE  
Coordenação de Ensino, Pesquisa e Extensão (COEPE)  
Divisão de Biblioteca (DIBIB)  
CEP 12.227-010  
São José dos Campos - SP - Brasil  
Tel.:(012) 3208-6923/7348  
E-mail: pubtc@inpe.br

**CONSELHO DE EDITORAÇÃO E PRESERVAÇÃO DA PRODUÇÃO INTELLECTUAL DO INPE - CEPPII (PORTARIA Nº 176/2018/SEI-INPE):**

**Presidente:**

Dra. Marley Cavalcante de Lima Moscati - Coordenação-Geral de Ciências da Terra (CGCT)

**Membros:**

Dra. Ieda Del Arco Sanches - Conselho de Pós-Graduação (CPG)  
Dr. Evandro Marconi Rocco - Coordenação-Geral de Engenharia, Tecnologia e Ciência Espaciais (CGCE)  
Dr. Rafael Duarte Coelho dos Santos - Coordenação-Geral de Infraestrutura e Pesquisas Aplicadas (CGIP)  
Simone Angélica Del Ducca Barbedo - Divisão de Biblioteca (DIBIB)

**BIBLIOTECA DIGITAL:**

Dr. Gerald Jean Francis Banon  
Clayton Martins Pereira - Divisão de Biblioteca (DIBIB)

**REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:**

Simone Angélica Del Ducca Barbedo - Divisão de Biblioteca (DIBIB)  
André Luis Dias Fernandes - Divisão de Biblioteca (DIBIB)

**EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:**

Ivone Martins - Divisão de Biblioteca (DIBIB)  
André Luis Dias Fernandes - Divisão de Biblioteca (DIBIB)



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÃO  
**INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS**

sid.inpe.br/mtc-m21d/2023/12.21.14.09-RPQ

**BALANÇO DE ENERGIA ZERO-DIMENSIONAL:  
ANÁLISES COM O MODELO IMPLEMENTADO EM  
LUA/TERRAME**

Meiriele Alvarenga Cumplido  
Raiane Aparecida Lopes Neves  
Rita de Cassya Almeida Sousa

CST-323: Introdução à Modelagem  
do Sistema Terrestre Professora:  
Dra. Mariane Coutinho

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34T/4ADR4CL>>

INPE  
São José dos Campos  
2023



Esta obra foi licenciada sob uma Licença Creative Commons Atribuição-NãoComercial 3.0 Não Adaptada.

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 3.0 Unported License.

## Sumário

1.	Apresentação do Trabalho .....	3
1.1.	Modelo de Balanço de Energia Zero-Dimensional .....	3
1.2.	Modelo implementado em LUA/TerraME.....	5
2.	Resultados do Modelo implementado em LUA/TerraME.....	7
3.	Conclusões .....	12

## 1. Apresentação do Trabalho

O presente trabalho implementa e discute o modelo de Balanço de Energia Zero-Dimensional aplicado ao planeta Terra. A implementação é feita através de modelagem matemática, transcrevendo as equações resultantes do balanço de energia para um código (*script*) em linguagem de programação LUA, utilizando-se editor de texto ZeroBrane Studio e interface de desenvolvimento TerraME.

Com base no modelo implementado e em conceitos vistos em aula, o trabalho também se propõe a responder perguntas que correlacionam, de um modo geral, a temperatura efetiva (temperatura da superfície) do planeta com o albedo do mesmo e a constante solar. O Anexo 1 traz um quadro resumo das perguntas e onde encontrar as respectivas respostas ao longo deste documento; há referências para os gráficos resultantes da execução do modelo que se enquadram como evidência para algumas dessas respostas.

### 1.1. Modelo de Balanço de Energia Zero-Dimensional

No modelo de Balanço de Energia Zero-Dimensional, o planeta é considerado um corpo negro e, portanto, a energia (solar) absorvida por ele é igual à energia que o mesmo emite. Além disso, assume-se a não existência de atmosfera, de modo que o efeito estufa e as transferências de energia por condução, convecção e de calor latente não são contemplados no cálculo do balanço. Incluídos neste cálculo estão, apenas, as variáveis relacionadas à distância do planeta em relação ao Sol/radiação solar incidente (pautada na constante solar  $S$ ) e à refletividade da superfície (albedo  $\alpha$ ).

Outra consideração é de que o planeta é uma esfera perfeita, para a qual a área correspondente é  $4\pi r_e^2$ , sendo  $r_e$  o raio da esfera. Essa área é considerada no cálculo da energia emitida, significando que todo o corpo emite radiação e a emite de forma homogênea. Já para o cálculo da energia absorvida, a área de um círculo de raio  $r_e$  que passa a ser considerada (área da sombra/projeção da esfera), indicando que apenas parte do corpo recebe radiação solar e a recebe de forma não-homogênea.

Para a energia emitida, emprega-se a Lei de *Stefan-Boltzmann*, que dita que a irradiância (energia total irradiada por unidade de área de superfície por unidade de tempo) de um corpo negro é dada por  $\sigma T_e^4$ , sendo  $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$  definido como a constante de *Stefan-Boltzmann* e  $T_e$ , a temperatura efetiva do planeta. Dessa forma, a equação para a radiação infravermelha emitida pelo planeta é escrita conforme consta em (1). A energia absorvida, descontando a parcela da radiação solar refletida pela superfície do planeta ( $(\pi r_e^2)S\alpha$ ) da radiação solar incidente ( $(\pi r_e^2)S$ ),

tem-se a equação conforme em (2). A Figura 1 ilustra as parcelas de radiação aqui mencionadas para o modelo de Balanço de Energia Zero-Dimensional.

$$\text{Energia emitida} = \sigma T_e^4 (4\pi r_e^2) \quad (1)$$

$$\text{Energia absorvida} = S(1 - \alpha)(\pi r_e^2) \quad (2)$$

Por fim, igualando-se (1) a (2) e isolando-se  $T_e$ , tem-se a equação para temperatura efetiva, como em (3), resultante do balanço de energia e em função das variáveis constante solar e albedo, e explicitando a constante de *Stefan-Boltzmann*. Já para albedo em função das demais variáveis ( $S, T_e$ ) e de  $\sigma$ , tem-se o escrito em (4).

$$\text{Energia emitida} = \text{Energia absorvida}$$

$$\sigma T_e^4 (4\pi r_e^2) = S(1 - \alpha)(\pi r_e^2)$$

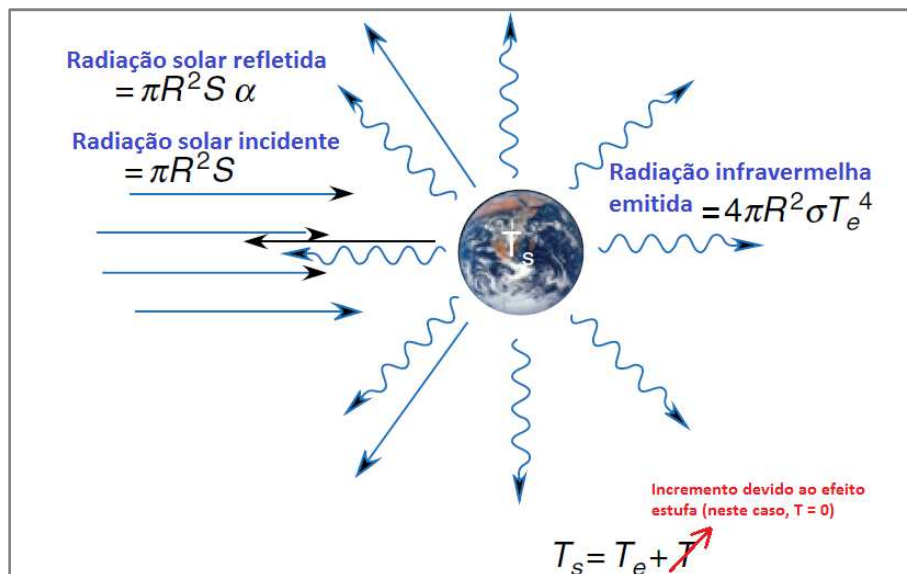
$$4\sigma T_e^4 = S(1 - \alpha)$$

$$T_e^4 = \frac{S(1 - \alpha)}{4\sigma}$$

$$T_e = \sqrt[4]{\frac{S(1 - \alpha)}{4\sigma}} \quad (3)$$

$$\alpha = 1 - \frac{\sigma T_e^4}{S} \quad (4)$$

Figura 1: Modelo de Balanço de Energia Zero-Dimensional.



Fonte: Adaptado de McGuffie & Henderson-Sellers, 2014.

## 1.2. Modelo implementado em LUA/TerraME

O modelo de Balanço de Energia Zero-Dimensional foi implementado em linguagem LUA transcrevendo as equações para temperatura efetiva (3) e para albedo (4), conforme linhas 21 e 102, respectivamente, indicadas no código-fonte em texto na Figura 2.

Vale ressaltar que se optou pelo uso de comandos *MultipleRuns* (para considerar um *range* de valores no eixo das abscissas) e que este “sobrescreve” a figura gerada anteriormente ao comando. Comandos *save* também foram incorporados de modo que a figura fique disponível para visualização após execução do código.

Figura 2: Código-fonte do modelo de Balanço de Energia Zero-Dimensional em linguagem LUA.

```
--[[Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais | Pós-Graduação em Ciência do Sistema Terrestre | Divisão de Impactos, Adaptação e Vulnerabilidades

[CST-323] Introduction to Earth System Modelling | Professora: Mariane Coutinho
Doutorandas: Meiriele Alvarenga Cumplido, Raiane Aparecida Lopes Neves e Rita de Cassya Almeida Sousa

Avaliação #1: Modelo de Balanço de Energia Zero Dimensional]]

import("calibration")

-- Parte 1: Equação para temperatura efetiva do planeta
Zero = Model{
  S = 1368, -- [W/m2] constante solar
  A = 0.3, -- albedo
  T = 255, -- [Kelvin] temperatura efetiva (da superfície terrestre)
  sigma = 5.67 * 1E-8, -- [W/m2*K4] constante de Stefan-Boltzmann
  finalTime = 50,

  init = function(model)
    model.timer = Timer{
      Event{action = function()
        model.T = ((model.S * (1 - model.A)) / (4 * model.sigma)) ^ (1 / 4)
      end}, -- Event
    } -- Timer
  end -- init
} -- Zero

-- Variação da temperatura para 3 valores do albedo planetário (S = cte)
envA = Environment{
  A0 = Zero{A = 0}, -- item 2
  A017 = Zero{A = 0.17}, -- item 4.c
  A030 = Zero{} -- item 3
} -- Environment

chartA = Chart{
```

Linha 21



```
target = envA,  
select = "T",  
title = "Temperatura para 3 valores de Albedo (e S = 1.368 W/m2)",  
xLabel = "Albedo",  
yLabel = "Temperatura [K]"  
} -- Chart  
  
envA:add(Event{action = chartA})  
envA:run()  
  
chartA:save("chart_A.png")  
  
-- Variação da temperatura com aumento do albedo planetário (S = cte) -- item 4.a  
local m = MultipleRuns{  
  model = Zero,  
  parameters = {  
    A = Choice{min = 0.1, max = 0.99, step = 0.01},  
    S = 1368  
  } -- parameters  
} -- MultipleRuns  
  
chartTxA = Chart{  
  target = m.output,  
  select = "T",  
  xAxis = "A",  
  title = "Temperatura em função do Albedo (para S = 1.368 W/m2)",  
  xLabel = "Albedo",  
  yLabel = "Temperatura [K]",  
  color = "blue"  
} -- Chart  
  
chartTxA:save("chart_TxA.png")  
  
-- Variação da temperatura com aumento da radiação solar (A = cte) -- 4.b  
local m = MultipleRuns{  
  model = Zero,  
  parameters = {  
    A = 0.3,  
    S = Choice{min = 1100, max = 1500, step = 100}  
  } -- parameters  
} -- MultipleRuns  
  
chartTxS = Chart{  
  target = m.output,  
  select = "T",  
  xAxis = "S",  
  title = "Temperatura em função da Constante Solar (para A = 0.3)",  
  xLabel = "Constante Solar [W/m2]",  
  yLabel = "Temperatura [K]",  
  color = "orange"  
}  
  
chartTxS:save("chart_TxS.png")
```

## -- Parte2: Equação para albedo

```
Zero = Model{
  S = 1368, -- [W/m2] constante solar
  A = 0.3, -- albedo planetário
  T = 255, -- [Kelvin] temperatura efetiva (da superfície terrestre)
  sigma = 5.67 * 1E-8, -- [W/m2*K4] constante de Stefan-Boltzmann
  finalTime = 50,

  init = function(model)
    model.timer = Timer{
      Event{ action = function()
        model.A = 1 - ((4 * model.sigma * model.T ^ 4) / model.S)
      end}, -- Event
    } -- Timer
  end -- init
} -- Zero

-- Variação do albedo com aumento da radiação solar (T = cte)
local m = MultipleRuns{
  model = Zero,
  parameters = {
    T = 255,
    S = Choice{ min = 1100, max = 1500, step = 100}
  } -- parameters
} -- MultipleRuns

chartAxS = Chart{
  target = m.output,
  select = "A",
  xAxis = "S",
  title = "Range de Albedo e Constante Solar para T = 255 K",
  xlabel = "Constante Solar [W/m2]",
  ylabel = "Albedo",
  color = "green"
}

chartAxS:save("chart_AxS.png")
```

Linha 102

## 2. Resultados do Modelo implementado em LUA/TerraME

Na primeira parte do código (*Parte 1: Equação para temperatura efetiva do planeta*) é feita uma verificação do modelo, ao definir o albedo como zero – Terra como um corpo negro recebe toda a radiação que incide sobre ele – e obter o resultado da equação para temperatura em, aproximadamente, 279 K ou, mais precisamente, igual a 278,6 K (5,45°C). Esse valor é indicado pela curva em vermelho na Figura 3.

Ao definir o albedo planetário médio (30% da radiação solar incidente refletida), representado pela curva em azul na Figura 3, a temperatura assume o valor de 255 K (-18,15°C). A temperatura encontrada nesse caso é inconsistente com a realidade, pois, novamente, apenas albedo e distância do planeta em relação ao Sol estão contemplados no cálculo da temperatura. A contribuição para o aumento de temperatura por parte do efeito estufa é desconsiderada no cálculo, uma vez que o modelo assume a não existência de atmosfera. *Nota:* A radiação solar incidente é a constante solar ( $1.368 \text{ W/m}^2$ ) escalonada por um fator de 4, ou seja,  $1.368/4 = 342 \text{ W/m}^2$  (radiação solar incidente).

Se a neve e o gelo na Terra diminuïrem, resultando em um albedo de 0,17, a temperatura (mostrada na curva em verde na Figura 3) adquire o valor de aproximadamente 266 K (-7,15°C), nitidamente superior à temperatura para albedo de 0,3. Neve e gelo são superfïcies altamente reflexivas (alto albedo) e se diminuïrem, dão espaço a superfïcies mais escuras (de menor albedo), que são mais absortivas de energia. Dito isso, se o albedo então aumentar, a temperatura diminuirá, conforme evidenciado na Figura 4.

Figura 3: Temperatura para albedo igual a 0 (corpo negro); 0,3 (médïo) e 0,17 (neve e gelo reduzidos).

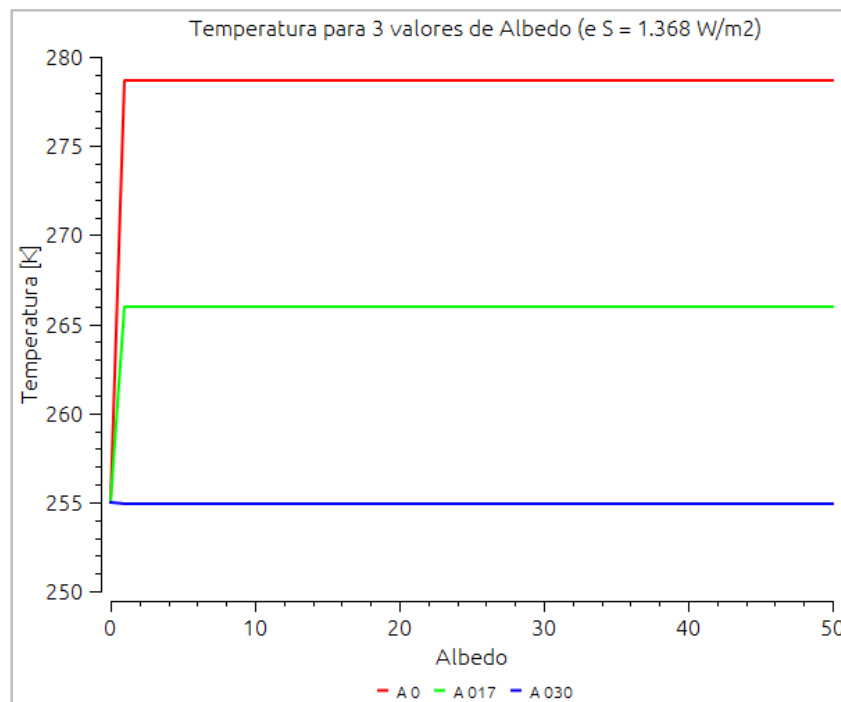
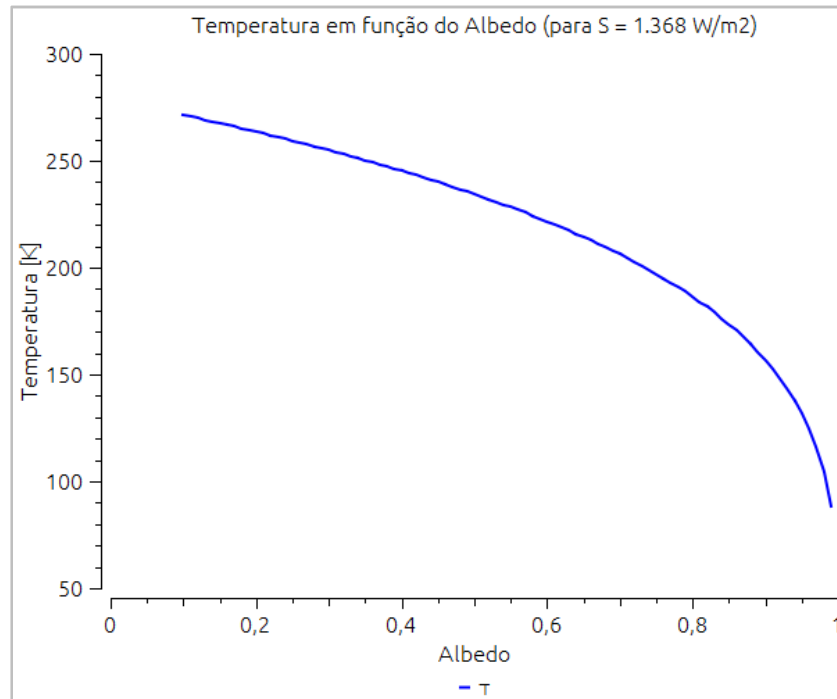


Figura 4: Temperatura em função do albedo para constante solar igual a  $1.368 \text{ W/m}^2$ .

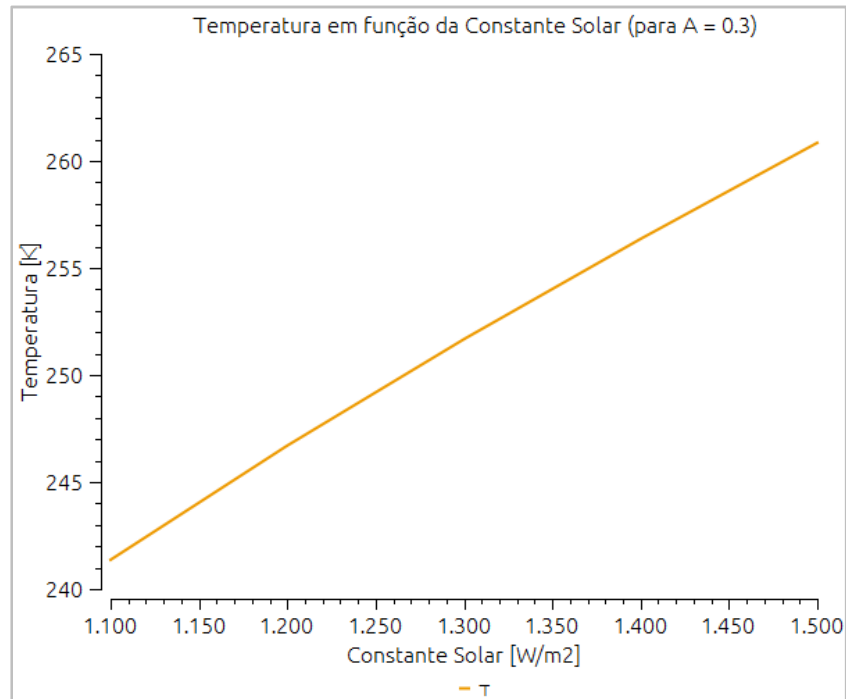


Em termos físicos, tem-se uma relação entre as cores da superfície e sua capacidade em refletir mais ou menos da radiação solar incidente. No espectro eletromagnético, a radiação solar possui comprimentos de onda na banda da luz visível. Ao incidir sobre superfície de cor clara, pequena fração da energia transportada por essa luz permanece retida na superfície, enquanto que maior fração é refletida pela mesma. Por outro lado, em se tratando de superfície de cor escura, grande parcela da energia transportada pela luz visível incidente será retida, tendo-se aumento de temperatura em consequência da energia absorvida e liberada na forma de calor por tal superfície.

Em resumo, ao modificar o albedo do planeta, mantendo o valor da constante solar fixo, a temperatura efetiva do planeta também é modificada, porque com a mudança do albedo se interfere na capacidade de absorção e reflexão da radiação solar incidente pela superfície terrestre e, por conseguinte, no seu nível de emissão de calor.

Diferentemente do albedo, que possui comportamento inversamente proporcional ao da temperatura, se a radiação solar incidente aumentar – traduzido em aumento na constante solar –, a temperatura também aumentará, assim como evidencia a Figura 5. A temperatura efetiva do planeta se altera com uma mudança na radiação solar, pois se trata de um parâmetro relacionado ao quanto de energia o planeta recebe e, portanto, o quanto pode absorver de energia e emitir na forma de calor.

Figura 5: Temperatura em função da constante solar para albedo igual a 0,3.

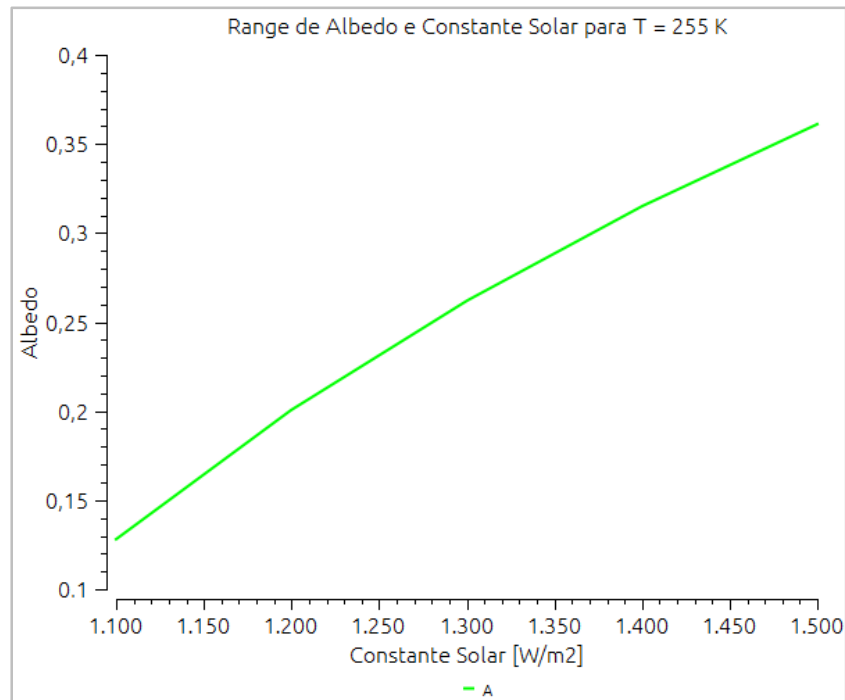


Sabendo-se que a temperatura média de emissão planetária (“temperatura de corpo negro”) da Terra é de aproximadamente 255 K (já comprovado na Figura 3 ao considerar albedo planetário médio), a Figura 6 traz o *range* de albedo e constante solar (abrangendo a radiação solar incidente) possível para satisfazer a essa temperatura. Aqui se faz uso de uma segunda parte do código (*Parte 2: Equação para albedo*), em que a equação é expressa para albedo em função das variáveis de temperatura e constante solar (equação (4)).

Pode-se notar que albedo e constante solar são diretamente proporcionais no intervalo analisado: se uma variável aumenta, a outra deve também aumentar de modo a manter a temperatura constante. Afinal, se a constante solar aumentar e albedo permanecer fixo, a temperatura se elevará (Figura 5); se o albedo aumentar e a constante solar for mantida fixa, a temperatura reduzirá (Figura 4).

Ainda com relação à temperatura média de emissão, enquanto que a Terra possui o valor de 255 K (-18,15°C), Vênus possui o valor de 232,15 K (-41°C). Essa temperatura de emissão mais baixa do que a Terra se dá à grande refletividade média de Vênus, que é de 75% contra os 30% do nosso planeta. Mesmo que Vênus receba mais radiação solar dada à menor distância deste planeta em relação ao Sol, ao considerar o albedo sem considerar o efeito estufa, a temperatura média esperada é inferior em 22,85 K (ou °C) em relação a essa temperatura da Terra.

Figura 6: Range de albedo e constante solar para temperatura média de emissão planetária da Terra é de aproximadamente 255 K.



Para calcular a temperatura de Marte, também presumindo que não há atmosfera, deve-se alterar os valores de albedo e constante solar (radiação solar incidente). Este é um planeta que possui superfície menos reflexiva comparando-se às superfícies da Terra e de Vênus: apenas 25% da radiação solar é refletida enquanto que maior fração é absorvida. Apesar disso, Marte encontra-se mais distante do Sol e, portanto, recebe menos radiação solar, não por acaso sua temperatura média esperada é de 209,15 K (-64°C), inferior em 46 e 23 K (ou °C) à da Terra e à de Vênus, respectivamente.

### 3. Conclusões

O modelo de Balanço de Energia Zero-Dimensional é um modelo simples que permite avaliar a relação entre a temperatura efetiva do planeta, o albedo e a constante solar correspondentes, por meio de equacionamento resultante de balanço entre a energia emitida e a energia absorvida pela superfície do planeta.

O modelo reproduzido em linguagem LUA empregou a equação do balanço de energia e, uma vez que neste modelo assume-se o planeta como um corpo negro e sem atmosfera, com albedo médio de 0,3 e constante solar de  $1.368 \text{ W/m}^2$ , a temperatura efetiva resulta no valor de 255 K. Alterações no albedo e/ou na constante solar foram realizadas para avaliar os efeitos na temperatura, comparações com outros planetas também fizeram parte das análises.

Por meio dos resultados apresentados em gráficos e das interpretações e discussões para os mesmos, pode-se concluir que o código desenvolvido em LUA desempenhou, satisfatoriamente, o modelo de Balanço de Energia Zero-Dimensional.

Anexo 1: Quadro resumo das perguntas e suas respectivas respostas neste documento.

Perguntas	Respostas
1. Develop your energy balance model. Your model will be an <u>equation</u> which expresses the energy balance using the above variables S, A, and T. You will use the Stefan-Boltzmann Law for the outgoing energy. The Stefan-Boltzmann constant $\sigma$ is $5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$ .	Tópico 1.2 Figura 2, páginas 5 a 7
2. Solve the equation algebraically for T. As a check that you've set up your "simple" model and solved the equation correctly, you may treat the earth as a blackbody. That is, it receives all radiation impinging on it. Set albedo to zero and calculate a temperature. You should get 278.6 K (5.4 C).	Tópico 2 Parágrafo único, página 7 Figura 3 (curva em vermelho), página 8
3. Using the mean planetary albedo, calculate earth's surface temperature. You may report the temperature in units of Kelvin, Celsius, or Fahrenheit. If solved correctly you should see in the equation that the average incoming solar radiation at the top of the atmosphere (units of $\text{W/m}^2$ ) is the solar constant scaled by a factor of 4. State why the temperature appears inconsistent with reality.	Tópico 2 Primeiro parágrafo, página 8 Figura 3 (curva em azul), página 8
NOTE: For this assignment, the variables, equations, and all algebra steps must be shown, handwritten on paper that you'll submit. Answers to the following questions may be handwritten or done in a word processor and printed for submission.	Tópico 1.1 Equações (1) a (4), página 4
4. Using this equation for T: a) If albedo increases, what happens to T?	Tópico 2 Segundo parágrafo (final), página 8 Figura 4, página 9
b) If incoming solar radiation increases, what happens to T?	Tópico 2, Terceiro parágrafo, página 9 Figura 5, página 10
c) If the snow and ice on the earth decreases, resulting in an albedo of .17, what is the temperature?	Tópico 2 Segundo parágrafo, página 8 Figura 3 (curva em verde), página 8
5. To calculate the temperature of Mars (still assuming no atmosphere), what input values would you need to change?	Tópico 2 Parágrafo único, página 11
Why does the effective temperature of the planet change with a change in incoming solar radiation?	Tópico 2 Terceiro parágrafo, página 9
Explain why changing your planet's albedo modifies the planet's effective temperature.	Tópico 2 Primeiro e segundo parágrafos, página 9
Earth's average planetary emission temperature is approximately 255K. What is the range of possible albedos and incoming solar radiation satisfy Earth's current emission temperature?	Tópico 2 Primeiro parágrafo, página 10 Figura 6, página 11
Why does Venus have a lower emission temperature than Earth? (Use your planet to validate your hypothesis)	Tópico 2 Terceiro parágrafo, página 10