



MINISTÉRIO DA  
CIÊNCIA, TECNOLOGIA  
E INOVAÇÕES



sid.inpe.br/mtc-m21d/2021/07.18.17.22-TDI

## ANÁLISE DE ROBUSTEZ EM UM MODELO PARA NEUROPREVISÃO HIDROLÓGICA

Émerson Jean da Silva

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Computação Aplicada, orientada pelos Drs. Leonardo Bacelar Lima Santos, e Tiago José de Carvalho, aprovada em 19 de agosto de 2021.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34T/454QFRH>>

INPE  
São José dos Campos  
2021

**PUBLICADO POR:**

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE  
Coordenação de Ensino, Pesquisa e Extensão (COEPE)  
Divisão de Biblioteca (DIBIB)  
CEP 12.227-010  
São José dos Campos - SP - Brasil  
Tel.:(012) 3208-6923/7348  
E-mail: pubtc@inpe.br

**CONSELHO DE EDITORAÇÃO E PRESERVAÇÃO DA PRODUÇÃO INTELLECTUAL DO INPE - CEPPII (PORTARIA Nº 176/2018/SEI-INPE):**

**Presidente:**

Dra. Marley Cavalcante de Lima Moscati - Coordenação-Geral de Ciências da Terra (CGCT)

**Membros:**

Dra. Ieda Del Arco Sanches - Conselho de Pós-Graduação (CPG)  
Dr. Evandro Marconi Rocco - Coordenação-Geral de Engenharia, Tecnologia e Ciência Espaciais (CGCE)  
Dr. Rafael Duarte Coelho dos Santos - Coordenação-Geral de Infraestrutura e Pesquisas Aplicadas (CGIP)  
Simone Angélica Del Ducca Barbedo - Divisão de Biblioteca (DIBIB)

**BIBLIOTECA DIGITAL:**

Dr. Gerald Jean Francis Banon  
Clayton Martins Pereira - Divisão de Biblioteca (DIBIB)

**REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:**

Simone Angélica Del Ducca Barbedo - Divisão de Biblioteca (DIBIB)  
André Luis Dias Fernandes - Divisão de Biblioteca (DIBIB)

**EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:**

Ivone Martins - Divisão de Biblioteca (DIBIB)  
André Luis Dias Fernandes - Divisão de Biblioteca (DIBIB)



MINISTÉRIO DA  
CIÊNCIA, TECNOLOGIA  
E INOVAÇÕES



sid.inpe.br/mtc-m21d/2021/07.18.17.22-TDI

## ANÁLISE DE ROBUSTEZ EM UM MODELO PARA NEUROPREVISÃO HIDROLÓGICA

Émerson Jean da Silva

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Computação Aplicada, orientada pelos Drs. Leonardo Bacelar Lima Santos, e Tiago José de Carvalho, aprovada em 19 de agosto de 2021.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34T/454QFRH>>

INPE  
São José dos Campos  
2021

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

---

Silva, Êmerson Jean da.  
Si38a Análise de robustez em um modelo para neuroprevisão hidrológica / Êmerson Jean da Silva. – São José dos Campos : INPE, 2021.  
xxiv + 80 p. ; (sid.inpe.br/mtc-m21d/2021/07.18.17.22-TDI)

Dissertação (Mestrado em Computação Aplicada) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2021.

Orientadores : Drs. Leonardo Bacelar Lima Santos, e Tiago José de Carvalho.

1. Análise de robustez. 2. Modelagem empírica. 3. Redes neurais. 4. Modelos hidrológicos. I.Título.

CDU 004.032.26:556.013

---



Esta obra foi licenciada sob uma Licença [Creative Commons Atribuição-NãoComercial 3.0 Não Adaptada](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 3.0 Unported License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).



## INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

### DEFESA FINAL DE DISSERTAÇÃO DE ÉMERSON JEAN DA SILVA BANCA Nº 226/2021, REG 140252/2018

No dia 19 de agosto de 2021, as 14h, por teleconferência, o(a) aluno(a) mencionado(a) acima defendeu seu trabalho final (apresentação oral seguida de arguição) perante uma Banca Examinadora, cujos membros estão listados abaixo. O(A) aluno(a) foi APROVADO(A) pela Banca Examinadora, por unanimidade, em cumprimento ao requisito exigido para obtenção do Título de Mestre em Computação Aplicada. O trabalho precisa da incorporação das correções sugeridas pela Banca Examinadora e revisão final pelo(s) orientador(es).

#### Título: “ANÁLISE DE ROBUSTEZ EM UM MODELO PARA NEUROPREVISÃO HIDROLÓGICA”

#### Membros da banca:

Dr. Stephan Stephany - Presidente - INPE  
Dr. Leonardo Bacelar Lima Santos - Orientador - CEMADEN  
Dr. Tiago José de Carvalho - Orientador - IFSP  
Dr. Marcos Gonçalves Quiles - Membro Interno - UNIFESP  
Dr. Michael Macedo Diniz - Membro Externo - IFSP



Documento assinado eletronicamente por **Stephan Stephany, Pesquisador Titular**, em 23/08/2021, às 14:51 (horário oficial de Brasília), com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Marcos Gonçalves Quiles (E), Usuário Externo**, em 23/08/2021, às 19:27 (horário oficial de Brasília), com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Leonardo Bacelar Lima Santos, Pesquisador**, em 24/08/2021, às 09:48 (horário oficial de Brasília), com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Tiago Jose de carvalho (E), Usuário Externo**, em 24/08/2021, às 14:53 (horário oficial de Brasília), com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Michael Macedo Diniz (E)**, **Usuário Externo**, em 01/09/2021, às 01:09 (horário oficial de Brasília), com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).

---



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site <http://sei.mctic.gov.br/verifica.html>, informando o código verificador **8034689** e o código CRC **1293B0D6**.

---

**Referência:** Processo nº 01340.005512/2021-15

SEI nº 8034689

*“Se vivêssemos em um planeta onde nada jamais mudasse, haveria pouca coisa a fazer. Não haveria nada a ser calculado e nenhum ímpeto para a ciência. E se vivêssemos em um mundo imprevisível onde as coisas mudassem ao acaso ou de maneiras muito complexas, não seríamos capazes de calcular nada. Mais uma vez não haveria ciência. Porém, vivemos em um universo limitado, onde as coisas mudam de acordo com padrões, regras, ou podemos chamá-las de leis da natureza. Se eu atirasse uma vareta para o ar, ela cairia. Se o Sol se pusesse no oeste, sempre surgiria na manhã seguinte no leste. Deste modo é possível calcular-se os fatos. Podemos fazer ciência e com ela melhorar nossas vidas”.*

CARL EDWARD SAGAN  
em “Cosmos”, 1980





*[ ... ] A meus pais Maria e Manoel, meus irmãos Márcio e  
Jucélia, meu sobrinho Elian, e a toda minha família, pelo  
apoio, carinho e amor. [ ... ]*



## AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, aos orientadores Dr. Leonardo Bacelar Santos e Dr. Tiago Carvalho pelos ensinamentos e orientação.

Ao grupo de pesquisa, em especial à Cíntia Freitas, por todo suporte técnico com a rede neural do modelo hidrológico.

Ao INPE, Cemaden e IFSP de Campinas, por disponibilizar as instalações e equipamentos.



## RESUMO

Modelos são considerados simplificações da natureza, sendo úteis a propósitos específicos. Uma questão central e geral na análise de modelos, tanto para os construídos via princípios físicos quanto para os treinados com base em um conjunto de dados empíricos, é a *robustez* de seus resultados, considerando as incertezas e perturbações presentes nos dados. Neste trabalho, é proposta uma forma de quantificação da robustez nas saídas de modelos, com base em perturbações estocásticas nos dados de entrada, via distribuições de probabilidades. A abordagem é testada em modelo hidrológico empírico, que consiste em uma Rede Neural Artificial (RNA) treinada com dados de chuva e nível de rio. Um estudo de caso é feito para a Região Serrana do Estado do Rio de Janeiro. São propostos dois novos índices: um de acurácia e um de robustez. Enquanto o primeiro avalia o quão distante está a média do valor real, o segundo avalia a variabilidade da saída do modelo em relação à variabilidade nos dados de entrada. Além disso, também é proposta uma análise climatológica, com base na comparação entre a média observada e a previsão da rede neural para a média das entradas de cada estação. Ressalta-se que ambos os índices podem ser calculados para cada instante de tempo, permitindo ainda uma análise dinâmica. A rede neural proposta mostrou-se não climatologicamente consistente. Entretanto, em abordagem de perturbações síncronas, a rede neural se mostrou robusta e preservou a robustez mesmo que em detrimento da acurácia.

Palavras-chave: Análise de Robustez. Modelagem Empírica. Redes Neurais. Modelos hidrológicos.



# ROBUSTNESS ANALYSIS IN A MODELS FOR HYDROLOGICAL NEURO-PREDICTION

## ABSTRACT

Models can be considered as simplifications of nature, being useful for specific purposes. A general and central question on models analysis, both for models built via physics principles and models trained with a set of empirical data, is the robustness of its outcomes, considering the uncertainties and disturbances present in the data. In this work, we propose quantifying robustness in the based stochastic provocations on the input data through uniform and gaussian distributions. We evaluate our approach in a hydrological model that consists of an Artificial Neural Network (ANN) trained with rainfall data and river level. A case study is done for the Mountain Region of the State of Rio de Janeiro. Two indices are proposed, one of accuracy and the other of robustness. While the first index assesses how far the average is from the actual value, the second index assesses the intensity of the model's output disturbance concerning the intensity of the disturbance applied to the input. In addition, we propose a climatological analysis based on the comparison between observed and predicted averages from the neural network, concerning the average of the inputs of each station. Emphasizing that both indices can be calculated for each instant of time, still allowing dynamic analysis of the time series. The proposed neural network proved to be non-climatologically consistent. In addressing synchronous disturbances, the neural network proved to be robust and preserves robustness even losing accuracy.

Keywords: Robustness Analysis. Empirical Modelling. Neural Networks. Hydrological Models.





## LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
2.1 Função de densidade de probabilidade uniforme. . . . .	8
2.2 Função densidade de probabilidade normal. . . . .	9
3.1 Diagrama da Análise de Incertezas, Robustez e Sensitividade. . . . .	11
3.2 Diagrama entre a Acurácia e Precisão. . . . .	14
3.3 Estados possíveis de um sistema. . . . .	16
3.4 Diagrama da Robustez de um modelo. . . . .	17
3.5 Neurônio artificial. . . . .	20
3.6 Rede Neural com múltiplas camadas <i>Multilayer Perceptron</i> . . . . .	21
4.1 Bacia do rio Banquete. . . . .	25
4.2 Diagrama das perturbações nas entradas da rede neural. . . . .	29
5.1 Resultados do treinamento dos modelos de 15 e 120 minutos. . . . .	34
5.2 Resultado do treinamento modelo de 15 e 120 minutos. . . . .	35
5.3 Comparativo dos dois modelos para 3 níveis de perturbação. . . . .	39
5.4 Comparativo da perturbação a estação e na previsão de 15 minutos para estação nível Conselheiro Paulino. . . . .	41
5.5 Modelo de 15 minutos para 3 níveis de perturbação. . . . .	42
5.6 Comparativo da perturbação a estação e na previsão de 120 minutos para estação nível Conselheiro Paulino. . . . .	46
5.7 Modelo de 120 minutos para 3 níveis de perturbação. . . . .	48
5.8 Métricas para o modelo de 15 minutos caso extremo. . . . .	51
5.9 Métricas para o modelo de 120 minutos caso extremo. . . . .	53
5.10 Resultado análise dinâmica do modelo de 15 minutos para $\sigma = 0.1$ . . . . .	55
5.11 Acurácia da análise dinâmica do modelo de 15 minutos para $\sigma = 0.1$ . . . . .	56
5.12 Robustez da análise dinâmica do modelo de 15 minutos para $\sigma = 0.1$ . . . . .	57
5.13 Resultado análise dinâmica do modelo de 15 minutos para $\sigma = 1.0$ . . . . .	58
5.14 Acurácia da análise dinâmica do modelo de 15 minutos para $\sigma = 1.0$ . . . . .	60
5.15 Robustez da análise dinâmica do modelo de 15 minutos para $\sigma = 1.0$ . . . . .	61
5.16 Resultado análise dinâmica do modelo de 120 minutos para $\sigma = 0.1$ . . . . .	63
5.17 Acurácia da análise dinâmica do modelo de 120 minutos para $\sigma = 0.1$ . . . . .	64
5.18 Robustez da análise dinâmica do modelo de 120 minutos para $\sigma = 0.1$ . . . . .	65
5.19 Resultado análise dinâmica do modelo de 120 minutos para $\sigma = 1.0$ . . . . .	67
5.20 Acurácia da análise dinâmica do modelo de 120 minutos para $\sigma = 1.0$ . . . . .	68
5.21 Robustez da análise dinâmica do modelo de 120 minutos para $\sigma = 1.0$ . . . . .	69



## LISTA DE TABELAS

	<u>Pág.</u>
4.1	Informações sobre as estações da bacia. . . . . 24
5.1	Resultados dos treinamentos. . . . . 35
5.2	Sensitividade do modelo 15 minutos. . . . . 36
5.3	Sensitividade do modelo 120 minutos. . . . . 37
5.4	Consistência climatológica para os modelos. . . . . 38
5.5	Dispersão do modelo 15 minutos para três níveis de perturbação. . . . . 43
5.6	Robustez do modelo 15 minutos para três níveis de perturbação. . . . . 43
5.7	Acurácia do modelo 15 minutos para três níveis de perturbação. . . . . 44
5.8	Dispersão do modelo 120 minutos para três níveis de perturbação. . . . . 47
5.9	Robustez do modelo 120 minutos para três níveis de perturbação. . . . . 49
5.10	Acurácia do modelo 120 minutos para três níveis de perturbação. . . . . 49



## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ADALINE	–	<i>Adaptive Linear</i>
CEMADEN	–	Centro Nacional de Monitoramento e Alertas de Desastres Naturais
DINCON	–	Conferência Brasileira de Dinâmica, Controle e Aplicações
ECTM	–	Encontro de Ciência e Tecnologia de Materiais
ENMC	–	Encontro Nacional de Modelagem Computacional
FDP	–	Função de Distribuição de Probabilidade
INEA	–	Instituto Estadual do Ambiente
MLP	–	<i>Multilayer Perceptron</i>
MSE	–	<i>Mean Squared Error</i>
NSE	–	Nash–Sutcliffe <i>Efficiency</i>
PCD	–	Plataforma de Coleta de Dados
RELU	–	Rectified Linear Unit
RMSE	–	<i>Root Mean Square Error</i>
RNA	–	Rede Neural Artificial



## LISTA DE SÍMBOLOS

- $A_i$  – índice de acurácia para a estação  $i$   
 $i$  – índice da estação  
 $l$  – índice da intensidade de ruído  $\sigma$   
 $N$  – quantidade de observações da série temporal  
 $O$  – conjuntos dos valores observados  
 $P$  – conjuntos dos valores previstos  
 $R_i$  – índice de robustez para a estação  $i$   
 $t$  – índice temporal de uma observação  
 $W$  – coeficiente de sensibilidade  
 $w$  – pesos da rede neural  
 $X$  – elemento de um conjunto de entradas  
 $X_i$  – conjunto dos valores da entrada  $i$   
 $\hat{X}_i$  – conjunto de valores da entrada  $i$  perturbada  
 $\alpha$  – taxa de aprendizado  
 $\beta_i$  – razão entre o crescimento do desvio padrão saída e da entrada  
 $\epsilon$  – variável aleatória de distribuição de probabilidade normal  
 $\mu$  – média  
 $\sigma$  – desvio padrão populacional





## SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
<b>1 INTRODUÇÃO</b> . . . . .	<b>1</b>
1.1 Objetivos . . . . .	2
1.2 Organização do texto . . . . .	2
<b>2 FUNDAMENTAÇÃO ESTATÍSTICA</b> . . . . .	<b>5</b>
2.1 Eventos aleatórios . . . . .	5
2.1.1 Variáveis aleatórias . . . . .	5
2.2 Momentos estatísticos . . . . .	5
2.2.1 Média, moda e mediana . . . . .	5
2.2.2 Dispersão . . . . .	6
2.3 Distribuição de probabilidade . . . . .	7
2.3.1 Distribuição uniforme . . . . .	7
2.3.2 Distribuição normal . . . . .	8
<b>3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> . . . . .	<b>11</b>
3.1 Fonte das incertezas . . . . .	12
3.2 Nash–Sutcliffe Efficiency e Root Mean Square Error . . . . .	15
3.3 Acurácia, precisão e robustez . . . . .	15
3.4 Análise de sensibilidade . . . . .	17
3.5 Redes Neurais Artificiais . . . . .	18
3.5.1 Histórico . . . . .	18
3.5.2 Estrutura de uma Rede Neural Artificial . . . . .	19
3.6 Redes neurais para previsão hidrológica . . . . .	21
<b>4 METODOLOGIA</b> . . . . .	<b>23</b>
4.1 Métricas propostas para avaliação do modelo . . . . .	23
4.1.1 Índice de acurácia . . . . .	23
4.1.2 Índice de Robustez . . . . .	23
4.2 Dados utilizados . . . . .	24
4.2.1 Tratamento dos dados . . . . .	24
4.3 Modelo empírico utilizado . . . . .	26
4.3.1 Parâmetros do modelo neural . . . . .	26
4.3.2 Treinamento da Rede Neural Artificial . . . . .	26

4.4	Análise de sensibilidade . . . . .	27
4.5	Consistência climatológica . . . . .	27
4.6	Perturbações estocásticas . . . . .	28
4.6.1	Perturbação estática de caso síncrono com $\sigma$ fixo . . . . .	29
4.6.2	Perturbação estática de caso síncrono com $\sigma$ variável . . . . .	29
4.6.3	Perturbação dinâmica síncrona com $\sigma$ fixo . . . . .	30
<b>5</b>	<b>RESULTADOS . . . . .</b>	<b>33</b>
5.1	Modelo empírico para previsão hidrológica . . . . .	33
5.2	Análise de sensibilidade tradicional . . . . .	36
5.3	Análise de consistência climatológica . . . . .	37
5.4	Análise estática caso extremo (síncrono) com desvio padrão fixo . . . . .	38
5.4.1	Horizontes de 15 minutos . . . . .	40
5.4.2	Horizontes de 120 minutos . . . . .	45
5.5	Análise estática com desvio padrão continuamente variável . . . . .	50
5.5.1	Horizontes de 15 minutos — caso extremo . . . . .	50
5.5.2	Horizontes de 120 minutos — caso extremo . . . . .	52
5.6	Análise dinâmica com desvio padrão fixo — (síncrono) . . . . .	54
5.6.1	Horizonte de 15 minutos — perturbação $\sigma = 0.1$ . . . . .	54
5.6.2	Horizontes de 15 minutos — perturbação $\sigma = 1.0$ . . . . .	57
5.6.3	Horizontes de 120 minutos — perturbação $\sigma = 0.1$ . . . . .	62
5.6.4	Horizontes de 120 minutos — perturbação $\sigma = 1.0$ . . . . .	65
5.7	Análise da Acurácia e Robustez . . . . .	70
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES . . . . .</b>	<b>71</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS . . . . .</b>	<b>75</b>

# 1 INTRODUÇÃO

Modelos são representações da realidade, que permitem simular alguns aspectos do comportamento de um sistema, possibilitando a previsão de seu estado dado um ponto no tempo. Eles são usados na previsão do clima, na economia, no planejamento urbano, dentre outros, e permitem: (i) reduzir os prejuízos e/ou maximizar benefícios; (ii) melhorar a governança; (iii) e auxiliar a tomada de decisões. Dada a relevância social e econômica dos modelos, a confiabilidade adquire grande importância. É necessário, portanto, mensurar a incerteza associada aos seus resultados.

Com relação à sua estrutura, os modelos podem ser divididos em duas categorias: físicos e empíricos. Os modelos físicos lidam com leis, equações e condições de contorno bem definidas, conhecidos como “caixas brancas”. Já os empíricos são construídos sobre os dados e o histórico, quando não há o conhecimento das leis que regem o sistema ou sua modelagem é inviável – esse modelo é considerado uma “caixa preta” (MANZIONE, 2014).

Quanto à reprodutibilidade, os modelos são divididos em determinísticos e estocásticos. Os primeiros são modelos que apresentam sempre os mesmos resultados para os mesmos dados de entrada, independentemente de quantas vezes se repita a simulação. Enquanto os modelos estocásticos seguem uma abordagem estatística, regidos pelas leis da probabilidade (MANZIONE, 2014). Considerando as incertezas em um modelo determinístico, esse se converte em um estocástico (SHINMA, 2015).

A medida do desempenho de um modelo é feita fundamentalmente por duas métricas: A primeira é a acurácia, ou seja, a propensão de um modelo de gerar valores próximos aos verdadeiros. A segunda métrica é a precisão, que está relacionada à repetitividade, a capacidade de um modelo de gerar valores próximos ao se repetir a simulação (PRYSELEY et al., 2010). A acurácia está relacionada à *média* e a precisão, ao *desvio padrão*.

Já a robustez de um modelo é a capacidade de tolerar perturbações e ruídos nos dados de entrada. Para modelos empíricos, como as redes neurais, dada a sua natureza “caixa preta” e a falta de fundamentos rigorosos do fenômeno a ser modelado, é importante entender a robustez da rede para perturbações e incertezas, pois esses podem se mostrar instáveis até mesmo para pequenas modificações nos dados de entrada (RUAN et al., 2019). Atualmente não está claro como medir a robustez de uma rede a essas perturbações, ficando limitadas a verificar a robustez nos valores de entrada (GOPINATH et al., 2020).

A Hidrologia é a ciência que estuda o ciclo das águas na atmosfera, hidrosfera e litosfera; nos diferentes estados (sólido, líquido e gasoso); seus aspectos físicos, químicos e biológicos; seus impactos nas atividades humanas; bem como as consequências dessas atividades. O ciclo hidrológico é formado pelos processos de: precipitação; evapotranspiração; escoamento (superficial ou subterrâneo); transporte em canais ou fluviais; e armazenamento (natural ou artificial) (PIMENTEL, 2017). Este trabalho promove uma contribuição à área de Hidrologia, considerando a propagação de incertezas em modelos hidrológicos empíricos.

## 1.1 Objetivos

A pergunta científica a ser investigada na presente pesquisa é: como incertezas nos dados de entrada se propagam em um modelo hidrológico empírico? Como perturbações e ruídos impactam na previsão do modelo?

Para respondê-las, a investigação passa pelas seguintes etapas, detalhadas em ordem cronológica de implementação:

- Desenvolver indicadores da acurácia e da robustez dos resultados da previsão do modelo;
- Desenvolver metodologia para perturbar os dados de cada estação e aplicar os indicadores da acurácia e da robustez nos resultados; e
- Analisar o impacto das perturbações em cada estação, identificar as estações mais sensíveis a ruídos e valores de ruídos críticos para cada estação.

Dentre os possíveis desdobramentos dos resultados, pode-se destacar dois. Do ponto de vista científico, é o avanço no conhecimento relativo à dinâmica hidrológica, pela identificação das estações hidrológicas e faixas de valores para as quais as imprecisões nas medidas são mais impactantes no resultado final do modelo. E, do ponto de vista de aplicação, um possível desdobramento é o fornecimento de informações para suporte a decisões frente a políticas de manutenção preventiva de sensores ambientais, indicando quais estações são mais determinantes na previsão do modelo.

## 1.2 Organização do texto

A estrutura deste trabalho está dividida em:

- a) Capítulo 2: fundamentação estatística desta dissertação;

- b) Capítulo 3: fundamentação teórica, em que serão abordados aspectos das redes neurais;
- c) Capítulo 4: metodologia aplicada no trabalho, envolvendo distribuições estatísticas e perturbações estocásticas;
- d) Capítulo 5: resultados obtidos para o modelo empírico relativo a uma bacia, reproduzido em uma Rede Neural Artificial; e
- e) Capítulo 6: conclusões, perspectivas e limitações desta dissertação.



## 2 FUNDAMENTAÇÃO ESTATÍSTICA

Neste capítulo, será abordada a fundamentação estatística aplicada no presente estudo. Serão discutidos eventos e variáveis aleatórias; momentos estatísticos como média, moda, mediana e desvio padrão; e funções de distribuição de probabilidade utilizadas (Uniforme e Gaussiana).

### 2.1 Eventos aleatórios

Esses são eventos dentro de um espaço amostral que dependem do acaso. Um exemplo de evento aleatório é o lançamento de um dado honesto de seis faces (CORREA, 2003). Pode-se estimar seu resultado em números de 1 a 6, porém não se sabe *a priori* qual valor irá ocorrer. Cada número tem probabilidade de 1/6 de ocorrer, então sua função de distribuição de probabilidade (FDP) é uniforme.

#### 2.1.1 Variáveis aleatórias

Uma variável aleatória é a função que representa um evento em um espaço amostral, associando cada elemento deste espaço a um número real de eventos aleatórios ou probabilísticos (CASTELLO; RITTO, 2015). Embora seja possível estimar seu valor, o resultado verdadeiro depende do acaso. As variáveis aleatórias podem ser contínuas ou discretas. Estas podem assumir um número finito de valores ou enumeráveis, enquanto aquelas podem assumir um número infinito de valores (BRAGA, 2010).

### 2.2 Momentos estatísticos

Para descrever um conjunto de valores, são utilizadas medidas de posição. Sua finalidade é fornecer informações sobre o conjunto. Neste trabalho serão utilizadas as medidas de média, mediana, moda e dispersão.

#### 2.2.1 Média, moda e mediana

A **média** ( $\bar{X}$ ) é uma medida de tendência central, juntamente com a moda e a mediana (LOPES, 2003). A média  $\bar{X}$  é representada pela somatória de um conjunto de valores  $x_i$  dividido pela quantidade de elementos  $n$  deste conjunto como dado na Equação 2.1.

$$\bar{X} = \frac{\sum_{k=1}^n x_i}{n} \quad (2.1)$$

Já a **moda** ( $M_o$ ) é valor que repete com maior frequência no conjuntos dos dados.

Um conjunto de dados que apresenta apenas um valor de moda é unimodal; mais de um valor modal, multimodal; e aqueles que não tem valor dominante é chamada de amodal (CORREA, 2003).

Por fim, a **mediana** ( $M_d$ ) é uma medida de posição que divide os elementos ordenados de um conjunto em duas partes, cada uma com 50% deles (CORREA, 2003). Para dados não tabelados, o *Elemento mediano* ( $E_{md}$ ) é  $n/2$ , logo, a mediana para series pares é (Equação 2.2):

$$M_d = (X_{E_{md}} + X_{E_{md}+1})/2 \quad (2.2)$$

Em contrapartida, para séries ímpares (CORREA, 2003), as respectivas equações para o elemento mediano e a mediana são (Equação 2.3):

$$\begin{aligned} E_{md} &= (n + 1)/2 \\ M_d &= X_{E_{md}} \end{aligned} \quad (2.3)$$

### 2.2.2 Dispersão

A dispersão busca medir o desvio dos valores observados em relação ao valor da média, servindo para aferir o grau de representatividade da média. Estão divididas entre absoluta e relativa. Indica se o conjunto de dados é homogêneo (baixa variabilidade) ou heterogêneo (alta variabilidade) (LOPES, 2003).

#### Dispersões Absolutas

- Amplitude total –  $A$  é dada pela diferença do maior e do menor valor da serie  $A = X_{max} - X_{min}$ , porém pouco representativa;
- Variância mede o quão longe os valores de uma amostra ou de uma população estão da média, sendo a soma dos quadrados dos desvios. Para dados amostrais o denominador é  $n - 1$  (Equação 2.4), enquanto que, para dados populacionais  $n$  (Equação 2.5); e

Amostral

$$S^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1} \quad (2.4)$$

Populacional

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} \quad (2.5)$$



- Desvio padrão ( $\sigma$ ) é a mais precisa das medidas de dispersão, determinando o desvio em relação à média como a raiz quadrada da variância (Equação 2.6).

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \quad (2.6)$$

## 2.3 Distribuição de probabilidade

A média é uma medida importante e significativa para se quantificar um conjunto de dados. Entretanto, ela pode não representar fielmente o fenômeno a ser descrito. Por exemplo, ao se projetar uma avenida, levando em conta um valor médio de veículos num intervalo de tempo, em teoria, não deveria haver congestionamentos. Todavia, como a distribuição dos veículos não é uniforme no tempo, há períodos com trânsito intenso e em outros, praticamente nulo. A FDP fornece informações mais precisas do comportamento de um fenômeno em seu domínio.

A distribuição de probabilidade é uma função de associação de variável aleatória com a probabilidade de ocorrência de um valor (CORREA, 2003). A probabilidade de uma variável aleatória assumir um determinado valor é igual à integral da FDP sobre o intervalo.

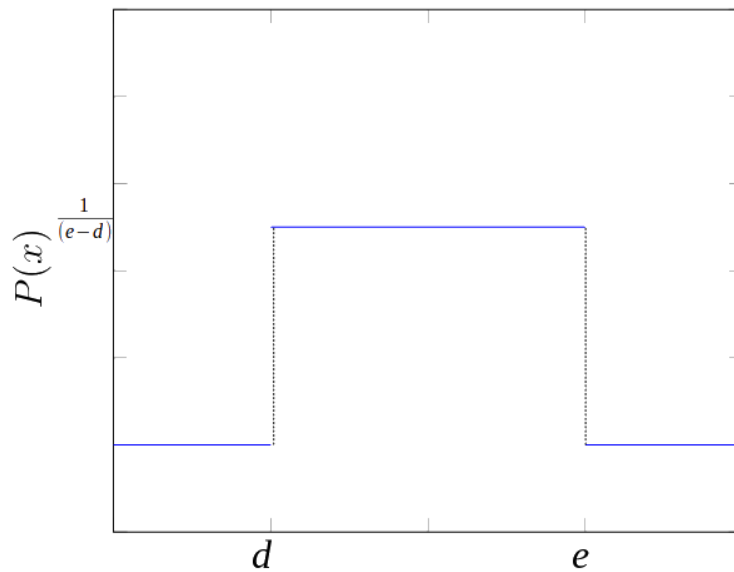
Dentre as distribuições clássicas de probabilidade estão: Benoulli, Binomial, Poisson, uniforme, normal (Gaussiana), e muitas outras. Neste trabalho, serão utilizadas as distribuições uniforme e gaussiana.

### 2.3.1 Distribuição uniforme

Para a distribuição de probabilidade uniforme, qualquer valor dentro de uma determinada faixa tem a mesma probabilidade de ocorrer. Sua representação é dada na Figura 2.1. Ademais, sua função de densidade de probabilidade no intervalo  $[d, e]$  é dada pela Equação 2.7, em que  $d$  representa o limite inferior do suporte da função e  $e$ , o limite superior (NAVIDI, 2012).

$$FDP(x) = \begin{cases} 0 & \text{para } d > x \\ \frac{1}{e-d} & \text{para } d \leq x \leq e \\ 0 & \text{para } e < x \end{cases} \quad (2.7)$$

Figura 2.1 - Função de densidade de probabilidade uniforme.



Forma de uma FDP uniforme, onde  $d$  representa o limite inferior do suporte da função e  $e$  o limite superior.

Fonte: Produção do autor.

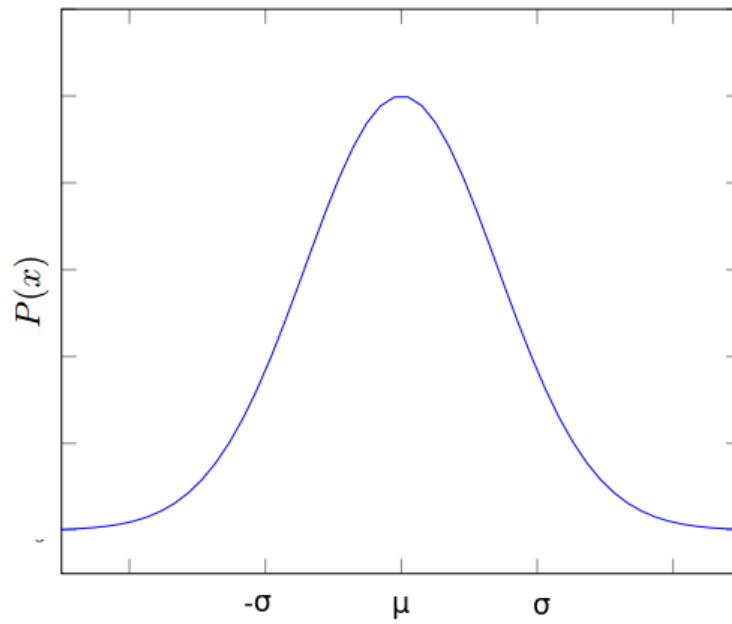
### 2.3.2 Distribuição normal

É uma distribuição de probabilidades utilizada em variáveis aleatórias contínuas em que sua função de densidade de probabilidade é dada pela Equação 2.8. Seus parâmetros são a média  $\mu$  e desvio padrão  $\sigma$ .

$$FDP(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad (2.8)$$

A representação gráfica da distribuição normal é semelhante à forma do um sino, conforme visto na Figura 2.2.

Figura 2.2 - Função densidade de probabilidade normal.



Forma de uma FDP normal, onde  $\mu$  representa média,  $\sigma$  o desvio padrão.

Fonte: Produção do autor.



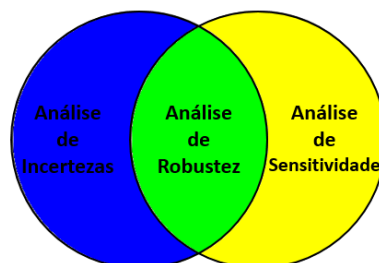
### 3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Os modelos podem ser abordados de duas maneiras; físicos ou empíricos. Os modelos físicos lidam com equações e leis bem definidas, além disso, quando o modelador tem conhecimento dos parâmetros e condições de contorno, eles são considerados “caixas brancas”. Em contrapartida, os modelos empíricos são baseados nos dados e no histórico de um determinado sistema, e são tidos como “caixas preta” (ABRAHART; SEE, 1998), não existindo a necessidade de conhecimentos aprofundados das características físicas por parte do modelador (DAWSON; WILBY, 2001). Modelos cuja abordagem une os dois paradigmas são considerados como “caixas cinzas”.

Manziona (2014) divide os modelos em classes: determinísticos e estocásticos. Segundo Shinma (2015), os determinísticos sempre apresentam os mesmos resultados, não importando o número de vezes que se repita uma simulação, não havendo probabilidades associadas. Já os estocásticos são empíricos, suas variáveis lidam com leis estatísticas, em que há probabilidades envolvidas, sendo assim, ao se repetir uma mesma simulação para os mesmos parâmetros e condições, podem ocorrer resultados distintos. Se considerarmos as incertezas intrínsecas ao sistema, o modelo determinístico se transforma em um modelo estocástico.

As análises de incertezas e sensibilidade podem ser aplicadas de forma combinada para testar a robustez dos resultados de um modelo na presença de incertezas (The EUROPEAN COMMISSION’s science and knowledge service, 2020). Possibilita-se assim identificar os relacionamentos das entradas com as saídas, a redução das incertezas e a simplificação do modelo. Na Figura 3.1 é ilustrada a relação entre a análise de

Figura 3.1 - Diagrama da Análise de Incertezas, Robustez e Sensitividade.



A intersecção das duas áreas é a Análise de Robustez.

Fonte: Produção do autor.

incertezas e a de sensibilidade, sendo a análise de robustez a junção das duas áreas.

### 3.1 Fonte das incertezas

As origens das incertezas estão relacionadas a múltiplos fatores (SHINMA, 2015) como: calibração, simplificações no modelo, suposições inadequadas, medições, erros humanos, frequência de amostragem e normalização dos dados. As incertezas estão divididas entre dois tipos principais: (i) redutíveis, que geralmente surgem da falta de dados de algum parâmetro, podendo ser reduzida com a observação desse; e (ii) irredutíveis, que resultam de flutuações aleatórias próprias do sistema (KAPELAN et al., 2005).

As fontes de incerteza na modelagem hidrológicas (SHRESTHA, 2009) podem ser agrupadas em três classes:

- **Dados:** representam entradas, saídas e condições iniciais. A título de exemplo, podem ser medições de nível do rio, pluviometria, unidade no solo, decorrentes de erros de medição, falhas humanas e representatividade das amostras;
- **Estrutura e condições de contorno do modelo:** são simplificações, aproximações, fatores desconsiderados durante a modelagem, discretização e implementação do modelo; e
- **Parâmetros:** são compostos por incerteza de parâmetros e variáveis de estado. Por não possuírem um significado físico claro, eles não podem ser medidos ou ter seu valor estimado. Dependem da experiência do modelador, sendo mais uma fonte de incerteza no modelo.

Para Zadeh (2005), a incerteza é um atributo da informação. Incertezas nas medições de chuva e nível podem ser associadas a ruídos de diferentes tipos de distribuição, associados ao tipo de medição (NOH et al., 2014). Segundo a INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION (ISO). ISO 5725-6:1994 (1994) a precisão da medição é a variabilidade entre repetidas medições e está relacionada a erros aleatórios em uma medição, em que os fatores de influência nos resultados não podem ser completamente controlados.

Nesse sentido, a repetibilidade e a reprodutibilidade são extremos da variabilidade de uma medição. A repetibilidade diz respeito à repetição — variação das medições sob as mesmas condições —, ao passo que, a reprodutibilidade é a variação sobre

a capacidade de reproduzir os resultados com diferentes operadores, instrumentos, etc. Segundo a referida norma, a variabilidade é maior caso se utilizam diferentes operadores e/ou equipamentos (reprodutibilidade), quando comparada ao uso de um mesmo operador e/ou equipamento num curto intervalo de tempo (repetibilidade).

Alguns fatores podem ser levados em consideração segundo a [INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION \(ISO\). ISO 5725-6:1994 \(1994\)](#), tais como:

- Operador;
- Equipamento;
- Calibração;
- Ambiente (temperatura, umidade, etc.); e
- Amostragem.

A acurácia de uma medição — ou exatidão, conforme a [INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION \(ISO\). ISO 5725-6:1994 \(1994\)](#) — está relacionada ao valor verdadeiro da propriedade medida. Em alguns casos, não é possível saber se o real valor a ser medido pode utilizar outra referência de valor de medição, por exemplo, outro método de mensuração ou uma amostra conhecida. A acurácia seria a comparação entre o valor de referência e os níveis dos resultados da medição, que são expressos em viés (diferença entre o valor real ou referência, e a média dos valores encontrados).

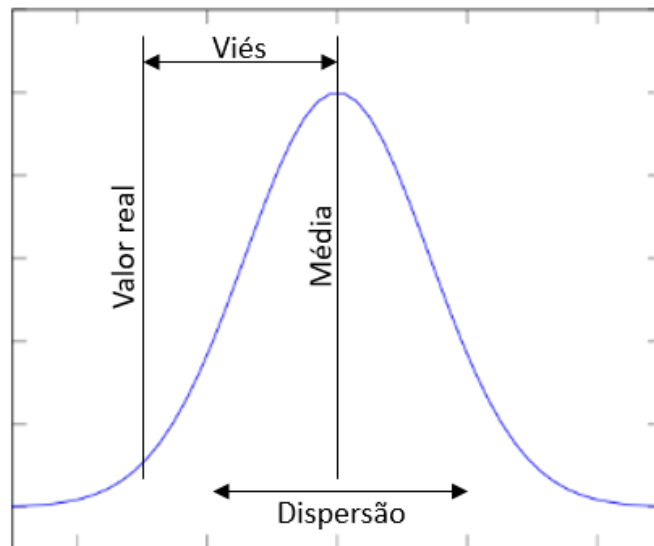
A ISO apresenta algumas definições como:

- **Valor observado:** valor de um atributo com uma única medição;
- **Resultado de teste:** valor de um atributo com um método específico de teste;
- **Valor aceitável de referência:** valor teórico estabelecido em princípios científicos; ou em trabalho experimental de uma organização nacional ou internacional, trabalho experimental científico ou de engenharia; ou, quando nenhuma dessas opções estiverem disponíveis, o valor de referência será a média da uma população específica de medição;

- **Acurácia:** proximidade entre o valor da média obtida de uma longa série de resultados de testes e um valor de referência aceitável, sendo expressa como um componente de viés associado ao valor real, ao meio ou ao método de medição;
- **Precisão:** proximidade entre medições independentemente dos resultados de testes obtidos em situações estipuladas. Está relacionada a erros aleatórios não relacionados ao valor real, computada na forma do desvio padrão dos resultados de testes; e
- **Valor discrepante:** membro do conjunto de valores que é inconsistente com os outros membros do conjunto.

Modelo estatístico dos componentes da acurácia e precisão de uma medição  $y = m + B + e$ , em que  $m$  é a média geral,  $B$  é componente de viés e  $e$  é o erro aleatório relacionado à variância. Na Figura 3.2, pode-se observar a relação do acurácia — proximidade entre a média das medições e o valor real, — e a precisão — dispersão (desvio padrão) das medições.

Figura 3.2 - Diagrama entre a Acurácia e Precisão.



A acurácia está relacionada ao viés enquanto a precisão a está para a dispersão (desvio padrão).

Fonte: Produção do autor.



### 3.2 Nash–Sutcliffe Efficiency e Root Mean Square Error

O índice de Nash–Sutcliffe *Efficiency* (NSE), proposto nos trabalhos de Nash e Sutcliffe (1970), é uma medida estatística potencialmente confiável para avaliar o quão bom é o ajuste de modelo hidrológico aos dados observados (MCCUEN et al., 2006).

$$NSE = 1 - \frac{\sum_{t=1}^N (O_t - P_t)^2}{\sum_{t=1}^N (O_t - \bar{O})^2} \quad (3.1)$$

Na Equação 3.1, os termos  $O_t$  e  $P_t$  são, respectivamente, cada ocorrência observada e o resultado simulado em um instante de tempo  $t$ . O termo  $\bar{O}$  é a média dos valores observados. O indicador varia de  $-\infty$  a 1. Valores de NSE próximos de 1 denotam um ajuste perfeito, excelente entre 1 e 0.75, satisfatório entre 0.75 e 0.36 e insatisfatório abaixo de 0.36 (BHATTARAI et al., 2018).

A assim como o índice de NSE, a raiz do erro quadrático médio (Root Mean Square Error — RMSE), é um indicador utilizado para estimar o erro em um modelo de regressão. É dado na mesma unidade de medida da saída do modelo (MORIASI et al., 2015), e seu valor é sempre positivo, variando de 0 ao  $\infty$ . Quanto mais próximo de zero for o RMSE, melhor o ajuste de um modelo, sendo 0 o ajuste perfeito (GOLMOHAMMADI et al., 2014).

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (P_t - O_t)^2} \quad (3.2)$$

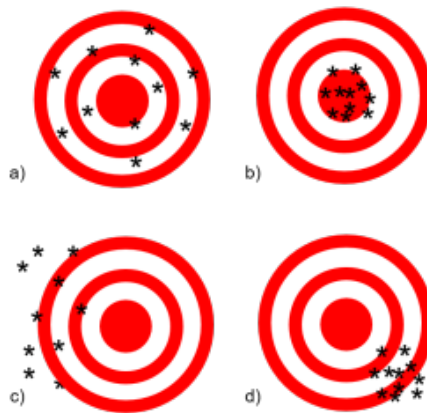
Os termos  $P_t$  e  $O_t$  (Equação 3.2), são respectivamente, o resultado da previsão e cada ocorrência observada em um instante de tempo  $t$ . A sensibilidade do RMSE aos valores discrepantes é uma razão para o uso da métrica, ela oferece uma melhor descrição das probabilidades de ocorrências de desses valores (CHAI; DRAXLER, 2014).

### 3.3 Acurácia, precisão e robustez

A acurácia é a capacidade de um modelo de apresentar resultados próximos ao real, onde a média da saída do sistema está próxima dos valores verdadeiros. Por outro lado, a precisão está relacionada à capacidade de um modelo de apresentar os mesmos

resultados para os mesmos parâmetros, independentemente do número de simulações. Tal métrica está relacionada à dispersão da saída (desvio padrão) (SHINMA, 2015), conforme visto na Figura 3.3. Resultados com as métricas de acurácia e precisão foram apresentados no artigo de Silva et al. (2019) para o congresso da XIV Conferência Brasileira de Dinâmica, Controle e Aplicações (DINCON), realizado entre 25 a 27 de novembro de 2019 no Campus de São Carlos da Universidade de São Paulo.

Figura 3.3 - Estados possíveis de um sistema.



a) acurado e impreciso; b) acurado e preciso; c) inacurado e impreciso; d) inacurado e preciso.

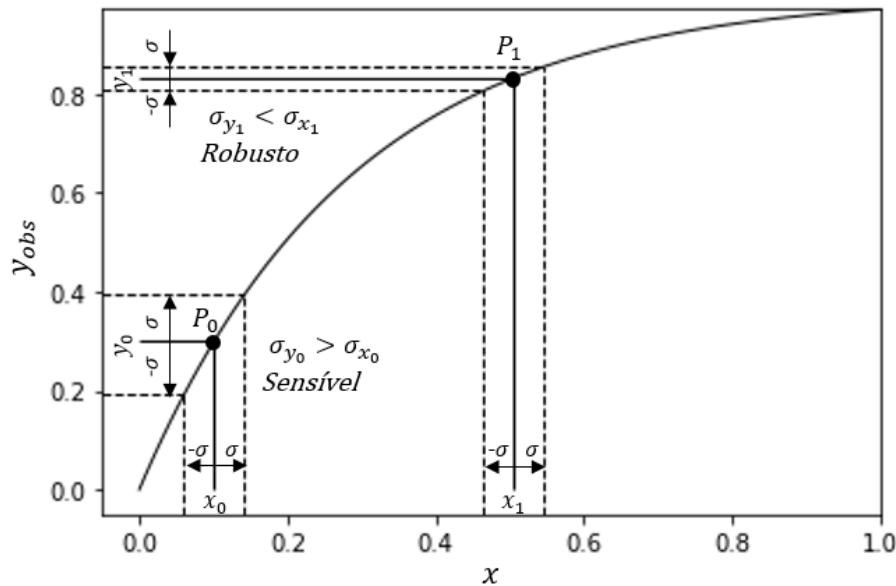
Fonte: Produção do autor.

Já a robustez é uma medida de quão resistente é um modelo a perturbações e ruídos nos dados de entrada, além de verificar como isso se propaga na previsão. Nos trabalhos de Soderberg e Lindkvist (1999) é discutido que um projeto é robusto de acordo com quão insensíveis são seus parâmetros à variação ou perturbação, ou seja, quando a razão entre a variação da saída  $y$  sobre a variação da entrada  $x$  é menor que 1 ( $\Delta y/\Delta x < 1$ ). Caso contrário, o projeto é considerado sensível ( $\Delta y/\Delta x > 1$ ).

A robustez também depende do valor nominal do parâmetro de entrada  $x_0$ , existindo valores de  $x_0$  em que ocorre uma baixa sensibilidade, com grande tolerância a variações nos parâmetros de entrada. Pode-se observar a relação entre sensibilidade e robustez na Figura 3.4 no ponto  $P_0$ , o modelo é sensível, pois a dispersão na saída  $y_0$  é maior do que a dispersão da perturbação na entrada  $x_0$ . No ponto  $P_1$ , a

dispersão na saída  $y_1$  é menor do que a da entrada  $x_1$ , sendo considerado robusto (SODERBERG; LINDKVIST, 1999). O modelo ainda ilustra as regiões de robustez e sensibilidade que dependem tanto da estrutura do modelo quanto dos valores das entradas.

Figura 3.4 - Diagrama da Robustez de um modelo.



Sensibilidade e robustez em função da perturbação de entrada.

Fonte: Adaptado de Soderberg e Lindkvist (1999).

Sendo assim, a medida de robustez está relacionada com a mudança na variável independente em função da mudança na variável dependente, ou seja, da correlação entre o perturbação da entrada e a saída do modelo (GÖHLER et al., 2016). O termo robustez não deve ser confundido com estatística robusta da literatura, a qual analisa a sensibilidade do estimador adicionando ou removendo amostras geralmente valores discrepantes (LU; WHITE, 2014).

### 3.4 Análise de sensibilidade

A análise de sensibilidade é uma importante ferramenta para determinar fatores relevantes de um modelo, como parâmetros mais sensíveis, condições de limite e representatividade da estrutura do modelo (SIEBER; UHLENBROOK, 2005). No trabalho de Bakhtyari-kia et al. (2012) essa análise é aplicada ao dado de entrada da

rede neural.

Nos trabalhos de Mrzygłód et al. (2020), é apresentado o conceito de análise de sensibilidade para redes neurais utilizando como métrica o erro  $E$  através do erro médio quadrático (*Mean Squared Error* — *MSE*). O procedimento consiste em eliminar uma entrada  $i$  da rede por vez, fazer a reposição das demais entradas, treinar novamente o modelo e compará-lo com o erro da rede para todas as entradas. Sugere-se um coeficiente de sensibilidade  $W$  para cada entrada  $i$ , em que  $W_i = E_i/E$ , sendo  $E$  o erro do modelo para todas as entradas, e  $E_i$  para a ausência da entrada  $i$ . Para valores de  $W$  menores do que 1, a rede é sensível ao parâmetro.

### 3.5 Redes Neurais Artificiais

As Redes Neurais Artificiais (RNAs), são modelos computacionais com grande capacidade de aprendizagem e generalização, inspirados no sistema nervoso central (cérebro) humano. As RNAs são capazes de aprender com a experiência (HAYKIN, 2007) a partir dos dados de entrada e fazem parte dos algoritmos de aprendizagem supervisionada, onde é necessário conhecer o resultado para acontecer o aprendizado, ajustando os pesos da rede em função do erro.

#### 3.5.1 Histórico

Os estudos de redes neurais como máquinas computacionais se iniciaram em 1943 com os trabalhos de McCulloch e Pitts (1943), quando foi desenvolvido um modelo matemático inspirado no funcionamento de um neurônio biológico. O neurônio é representado por uma soma ponderada (pesos sinápticos) das entradas e a sua ativação consistia em um processo de “tudo ou nada”, contendo apenas uma saída (ANDERSON, 1995).

Hebb (1949), em seu livro *The Organization of Behavior*, estabeleceu as regras de aprendizagem para atualização dos pesos sinápticos: a informação, em uma rede neural, é armazenada nos pesos e a mudança nesses pesos ocorre durante a aprendizagem. Conhecida como Regra de Aprendizagem de Hebb, ela estabelece que o valor do peso entre dois neurônios é reforçado quando esses disparam simultaneamente.

Nesse seguimento, Rosenblatt (1958) implementou o ‘perceptron’ em 1958, modelo que utiliza o aprendizado supervisionado. Para cada entrada, há um peso associado. O valor da saída é dado pela soma dos produtos das entradas pelos seus respectivos pesos. A função de ativação determina quando o perceptron ficará ativo, resultando em valor binário ‘verdadeiro’ ou ‘falso’ (LEVINE, 2000).

Em seguida, nos trabalhos de Widrow e Hoff (1960), foi proposta uma nova rede chamada Adaline (**Adaptive Linear**), em que foi introduzida a regra delta que, posteriormente, foi utilizada no algoritmo de retropropagação para as Redes Neurais Multicamadas. A regra delta permite a atualização dos pesos sinápticos, levando em consideração a diferença entre o valor objetivo e a saída da rede (Equação 3.3).

$$\Delta w_{i,j} = \alpha(t_j - y_j)g'(h_j)x_i \quad (3.3)$$

A variação do valor do peso  $w_{i,j}$  é dada pela função  $\Delta w_{i,j}$ . O coeficiente  $\alpha$  é a taxa de aprendizagem;  $t_j$  é o valor objetivo;  $y_j$  é a saída da rede;  $g'()$  é a derivada da função de ativação  $g()$ ;  $h_j$  é a somatória dos pesos da entrada do neurônio; e  $x_i$  a entrada  $i$  da rede.

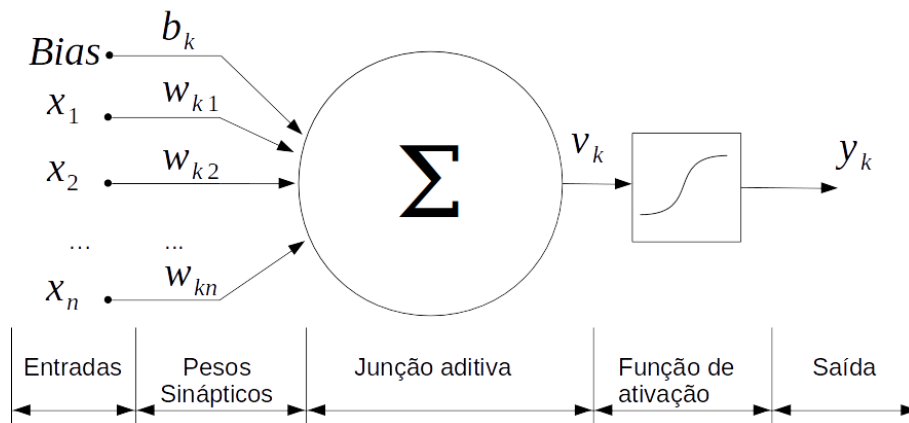
Logo após, Minsky e Papert (1969), em seu trabalho *Perceptrons: an introduction to computational geometry*, fizeram críticas as redes neurais, demonstrando a incapacidade de um perceptron de uma única camada resolver o problema do ‘OU exclusivo’, por não ser capaz de tratar a não linearidade. Tal trabalho desencorajou novas pesquisas no campo das redes neurais artificiais por uma década (CARDON et al., 1994).

O algoritmo de aprendizado por retropropagação, recriado e difundido por Rumelhart, Hinton e Williams (RUMELHART et al., 1986), baseado nos trabalhos de Bryson e Ho (1969). A retropropagação resolveu limitações cruciais no treinamento de redes neurais mais complexas como as redes neurais multicamadas (KOVÁCS, 2002), possibilitando resolver problemas que envolvam não linearidades como o ‘OU exclusivo’.

### 3.5.2 Estrutura de uma Rede Neural Artificial

Um neurônio é a unidade básica de uma rede neural. É formado basicamente de entradas, pesos, funções de ativação e saídas (Figura 3.5). As *entradas* da RNA são os dados que serão apresentados a rede. Nos *pesos* fica contido o ‘conhecimento’ de uma RNA (HAYKIN, 2007), estipulando a influência que cada entrada terá na saída de um neurônio, além de estabelecer um fator de viés (*bias*), que é um valor fixo com seu peso correspondente. Já os *neurônios* são dados pela soma ponderada do produto das entradas pelos seus respectivos pesos, para cada neurônio. Além disso, a *função de ativação* determina a forma de saída de um neurônio. As *saídas* são os resultados da RNA para as entradas apresentadas (NORVIG; RUSSELL, 2014).

Figura 3.5 - Neurônio artificial.

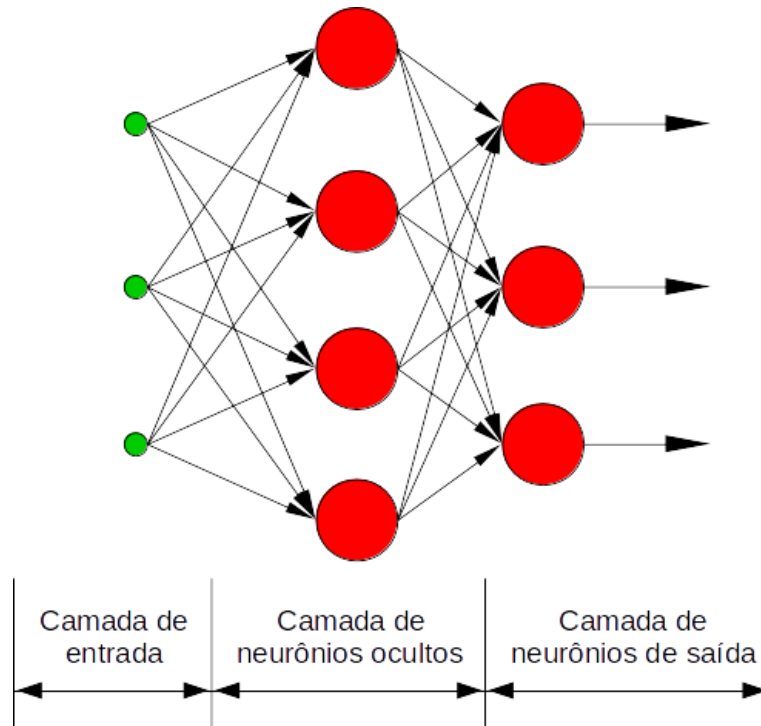


Representação de um neurônio artificial e suas partes constituintes.

Fonte: Adaptado de Haykin (2007).

Uma Rede Neural Artificial é formada pela combinação de um ou mais neurônios. Redes que possuam mais de uma camada de neurônios são chamadas de Redes Neurais Multicamadas. Neste trabalho serão utilizadas redes neurais multicamadas *Multilayer Perceptron* (MLP). O incremento do número de camadas aumenta o poder de generalização da rede, conseguindo extrair características de ordem mais elevada (HAYKIN, 2007). Essas camadas adicionais são chamadas de ocultas. Em uma MLP, as saídas das camadas anteriores são as entradas das posteriores, portanto, as saídas dos neurônios da primeira camada são as entradas da segunda camada, e assim por diante. Como já mencionado, um dos algoritmos utilizados na correção dos pesos é a retropropagação, que realiza um mapeamento das saídas em relação às entradas e ajusta os pesos em função do erro. O erro é a diferença entre a saída desejada e a saída do modelo. Na Figura 3.6 temos uma rede neural multicamadas *Multilayer Perceptron*.

Figura 3.6 - Rede Neural com múltiplas camadas *Multilayer Perceptron*.



Arquitetura de Rede Neural com uma camadas ocultas.

Fonte: Adaptado de Haykin (2007).

### 3.6 Redes neurais para previsão hidrológica

O estudo com redes neurais nas geociências data do início dos anos 1990, utilizadas para classificação de nuvens e manchas solares. French et al. (1992) em seu trabalho pioneiro na área da neurohidrologia, utilizou uma rede neural para previsão de chuvas com resolução no tempo e no espaço; Karunanithi et al. (1994) aplicou uma RNA para vazão; Hsu et al. (1995) modelos chuva-vazão em bacias hidrográficas; Minns e Hall (1996) utilizando um modelo hidrológico conceitual e treinando RNAs com uma e duas camadas ocultas, melhorando a eficiência para a não-linearidade de conjunto de dados de bacias hidrográficas. Dawson e Wilby (1998) utiliza um modelo de previsão de inundação de para previsão de vazão para seis horas, com intervalo de dados de 15 minutos, destacando a capacidade da RNA de lidar com dados perdidos e aprender com cada evento ocorrido.

A partir dos anos 2000 há um crescimento no número de trabalhos utilizando re-

des neurais aplicados na hidrologia (ABRAHART et al., 2012). Alguns dos trabalhos na área de neurohidrologia com excelentes resultados, podemos citar: Varoonchotikul (2003); Cigizoglu (2005); Anctil e Rat (2005); e Khan e Coulibaly (2006). O crescimento observado na década de 2000, acentua-se a datar de 2010 (ZOUNEMAT-KERMANI et al., 2020), e compilações de revisões de literatura contendo os trabalhos mais relevantes de neurohidrologia são apresentados em: Tanty e Desmukh (2015); Parmar et al. (2017); e Zounemat-Kermani et al. (2020). Lima et al. (2016) apresenta um modelo neural para a mesma bacia deste trabalho, esse serve de base para a construção do modelo empírico utilizado neste estudo.



## 4 METODOLOGIA

Neste capítulo serão apresentados: (i) os índices de acurácia e de robustez; (ii) fonte, informações e tratamento dos dados hidrológicos; (iii) características do modelo utilizado (parâmetros e treinamento). Serão detalhadas as análises de sensibilidade, de consistência climatológica, bem como as perturbações estocásticas nos dados de entrada para os casos síncrono com  $\sigma$  de perturbação fixo, síncrono com  $\sigma$  de perturbação variável e dinâmico com  $\sigma$  de perturbação fixo.

### 4.1 Métricas propostas para avaliação do modelo

Para avaliação da eficiência da previsão do modelo, foram propostas duas métricas: acurácia e robustez.

#### 4.1.1 Índice de acurácia

A acurácia avalia o quão próximo a média das previsões está da média do observado. Na Equação 4.1, pode-se ver a função de acurácia  $A_i$  para a média das previsões  $\overline{P}_i$  (entrada perturbada  $i$ ) em função das médias observadas  $\overline{O}$ .

$$A_i = 1 - \left| \frac{\overline{O} - \overline{P}_i}{\overline{O}} \right| \quad (4.1)$$

O modelo é ‘acurado’ quanto mais próximo de 1 for o valor da acurácia. O índice varia de menos infinito a 1  $(-\infty, 1]$ . O valor mais próximo de 1 significa que a média das previsões está mais próxima da média do observado, sendo o mais desejável para esse índice.

#### 4.1.2 Índice de Robustez

Como visto na seção Fundamentação Teórica, a métrica de robustez avalia a propagação de perturbações das entradas na previsão de um modelo. Adaptando o conceito do trabalho de Soderberg e Lindkvist (1999), ao invés de usar a variação da saída sobre a variação da entrada  $(\Delta y / \Delta x_i)$ , utiliza-se desvio padrão da entrada perturbada em relação ao desvio padrão da previsão. Para manter a região de robustez entre 0 e 1, é alterado o numerador da fração. Na Equação 4.2 pode-se ver a função da robustez  $R_i$  para a entrada  $i$  em função do desvio padrão da entrada perturbada  $X_i$  e do desvio padrão da previsão  $P_i$  do modelo.

$$R_i = \frac{\sigma_{X_i} - \sigma_{P_i}}{\sigma_{X_i}} \quad (4.2)$$

O modelo é mais ‘robusto’ quanto mais próximo de 1 for o valor do seu índice de Robustez. Esse índice varia de menos infinito a 1 ( $-\infty, 1$ ]. O desejável é que ele tenha valores maiores que do 0, o que significa que a intensidade perturbação da previsão é menor que a intensidade da perturbação da entrada  $i$ . O índice de precisão, que mede o desvio padrão na saída do modelo, não foi utilizado para a avaliação, pois o índice de robustez também contém a informação do desvio padrão para a saída.

## 4.2 Dados utilizados

Os dados utilizados, pertencentes ao Instituto Estadual do Ambiente (INEA), são da Bacia do Rio Grande na região serrana do Estado do Rio de Janeiro, próximo à cidade de Nova Friburgo. O período das medições utilizado na pesquisa vai de 01/12/2011 às 00h00min até 24/03/2013 às 23h45min para chuva e nível. A localização das plataformas de coleta de dados da bacia pode ser vista na Figura 4.1. Os aspectos geográficos das estações que compõem a bacia podem ser vistos na Tabela 4.1.

### 4.2.1 Tratamento dos dados

Cada estação gerou 46.080 observações para cada um dos sensores no período de 01/12/2011 às 00h00min até 24/03/2013 às 23h45min. Foram avaliados: (i) a consistência dos dados de chuva e nível de cada estação; (ii) o envio de cada dado de medição no intervalo de tempo correto; e (iii) a falta de dado em um determinado

Tabela 4.1 - Informações sobre as estações da bacia.

Estação	Longitude	Latitude	Alt. <sup>1</sup>	Desn. <sup>2</sup>	Dist. <sup>3</sup>	Decliv. <sup>4</sup>
C. Paulino	-42.5201	-22.2285	844.9	–	–	–
Suspiro	-42.5348	-22.2796	851.4	7.4	5857.5	0.0013
Ypu	-42.5265	-22.2959	863.9	20	7491.6	0.0027
V. Pedras	-42.5815	-22.2785	984.8	140.8	8408.5	0.0167
Olaria	-42.5422	-22.3088	865.6	21.6	9186.7	0.0023

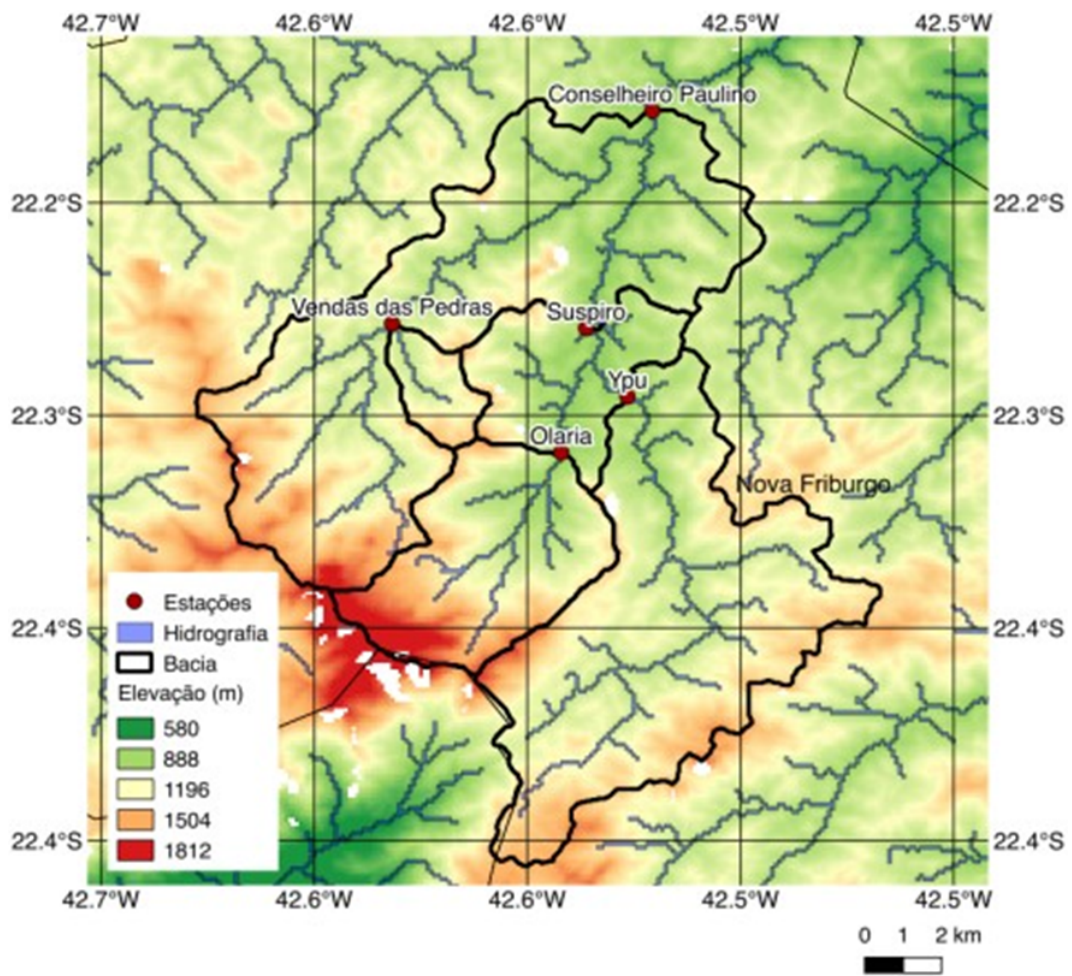
<sup>1</sup>Altimetria [m]

<sup>2</sup>Desnível [m] =  $Altimetria_{estacao} - Altimetria_{ConselheiroPaulino}$

<sup>3</sup>Distância [m]: Distância entre a Estação  $i$  e a Estação de Conselheiro Paulino, calculada no PostGIS

<sup>4</sup>Declividade =  $Desnivel/Distancia$

Figura 4.1 - Bacia do rio Banquete.



Bacia do rio Banquete, Região Serrana do Estado do Rio de Janeiro.

Fonte: Freitas et al. (2020).

intervalo. Os dados que foram gerados fora do intervalo de tempo esperado foram eliminados, quais sejam: um dado da estação de Suspiro; oito dados da estação de Conselheiro Paulino, totalizando nove dados removidos do total. Nas estações de Olaria, Suspiro e Conselheiro Paulino, houve uma perda de, respectivamente um, cinco e dois dados faltantes, em que foram repetidos os dados anteriores aos faltantes para cada estação.

### 4.3 Modelo empírico utilizado

O modelo utilizado para o estudo foi apresentado no artigo de Freitas et al. (2020), exposto no XXIII Encontro Nacional de Modelagem Computacional (ENMC) e o XI Encontro de Ciência e Tecnologia de Materiais (ECTM), realizados entre 28 a 30 de outubro de 2020 na Universidade Federal do Tocantins, na cidade Palmas, no Estado de Tocantins. Foram treinados dois modelos; o primeiro modelo de previsão de 15 minutos e o segundo, de 120 minutos. Ambos têm os mesmos hiperparâmetros fixos e dados hidrológicos no treinamento, sendo a diferença entre os dois modelos somente o horizonte de tempo da previsão. As entradas do modelo são as estações: chuva Olaria, nível Olaria, chuva Venda das Pedras, nível Venda das Pedras, chuva Suspiro, nível Suspiro, chuva Ypu, nível Ypu, chuva Conselheiro Paulino e nível Conselheiro Paulino. A saída do modelo é o nível observado no exutório, na estação de nível Conselheiro Paulinho no tempo futuro do horizonte de previsão ( $t + 1$ ).

#### 4.3.1 Parâmetros do modelo neural

O modelo do artigo é uma Rede Neural Multicamadas implementada usando as bibliotecas do Keras na linguagem de programação Python (versão 3.6). Ela é composta por três camadas: entrada, oculta e saída. A primeira camada tem 10 entradas, a oculta tem 5 neurônios, com função de ativação ReLU, e a de saída com 1 neurônio, com função de ativação linear. A aprendizagem da rede acontece durante o treinamento utilizando o algoritmo de *backpropagation* (retropropagação).

#### 4.3.2 Treinamento da Rede Neural Artificial

Primeiramente, os dados são normalizados e divididos em 50% para treinamento e 50% testes de forma temporal e não aleatória. Os dados de treinamento são embaralhados e reservados 20% para validação cruzada. A divisão de 50% para testes tem como objetivo verificar a capacidade de previsão do futuro, em que os dados não foram apresentados à rede. Na configuração da Rede Neural do modelo, são usados o otimizador *adam*, o parâmetro *loss* como RMSE e o número de épocas

de treinamento igual a 100. Reproduzindo o treinamento dos modelos conforme recomendado pelo autor, são treinadas duas redes, a primeira para previsão de 15 minutos e a segunda para 120 minutos.

#### 4.4 Análise de sensibilidade

A análise de sensibilidade consiste em eliminar uma entrada  $X_i$  do modelo por vez — com reposição das demais entradas — e executar o treinamento da Rede Neural para avaliar o impacto da falta de uma informação na previsão. Posteriormente, é executado o cálculo do coeficiente NSE e exibido em uma tabela para cada entrada suprimida, o qual é ordenado pelo valor do NSE de forma decrescente. As entradas cuja ausência produz os menores valores do NSE são aquelas mais significativas para a previsão do modelo, sendo o modelo mais ‘sensível’ a elas. No Algoritmo 4.1 é apresentada a função que recebe a série temporal, elimina-se uma entrada por vez, repõe-se a entrada retirada anteriormente, efetua-se o treinamento da Rede Neural e armazena-se os indicadores.

---

#### Algoritmo 4.1 Análise de sensibilidade

---

1:	<b>Função</b> ANALISESENSITIVIDADE( $X$ )	▷ $X_i$ : entradas
2:	<b>Para</b> $i \leftarrow 1, tam(X_i)$ <b>faça:</b>	▷ Para cada entrada $i$
3:	$\hat{X} \leftarrow removeEntrada(X, i)$	▷ Remove a entrada $i$
4:	$treinaModelo(\hat{X})$	▷ Realiza treinamento sem a entrada $i$
5:	$Y \leftarrow f(\hat{X})$	▷ Executa modelo
6:	$Métricas_i \leftarrow calculaMetricas(Y)$	▷ Calcula as Métricas para $Y$
7:	<b>retorno</b> $Métricas$	▷ Retorna métricas para cada entrada removida

---

#### 4.5 Consistência climatológica

Um modelo é ‘climatologicamente consistente’ quando a média dos valores de cada entrada aplicadas ao modelo tem seu resultado próximo à média do observado, dentro de uma tolerância de 10%. Na Equação 4.3, é apresentado esse conceito, em que  $\bar{O}$  é a média dos valores observados na estação alvo, a função  $f(.)$  representa o modelo e  $\bar{x}_0, \bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n$  correspondem às médias de suas entradas.

$$f(\bar{x}_0, \bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n) \approx \bar{O} \quad (4.3)$$

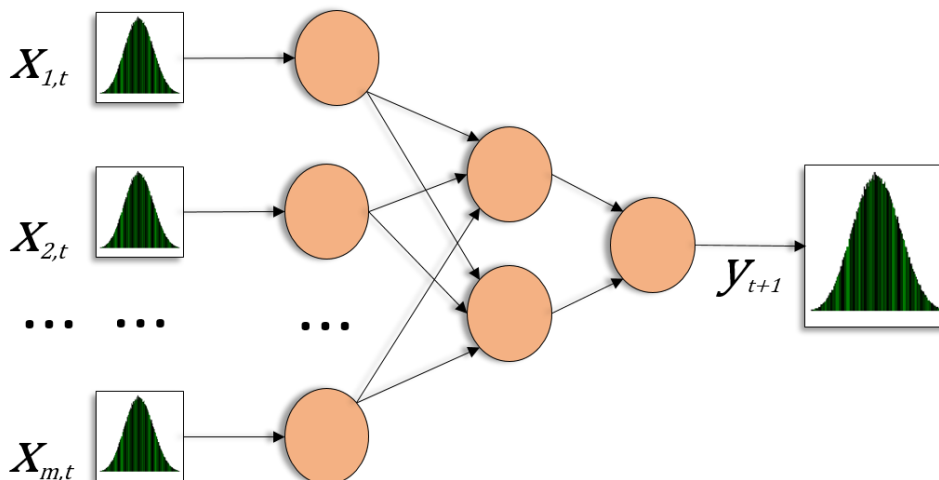
## 4.6 Perturbações estocásticas

A perturbação do dado de entrada da estação  $\hat{X}_i$  é feita somando o valor observado a variável aleatória  $\epsilon$  que segue uma distribuição normal, que no caso deste trabalho, a média é centrada em zero e desvio padrão ajustável  $\mathcal{N}(0, \sigma)$ . O vetor de perturbação  $\epsilon$  possui tamanho de 100 elementos para cada desvio padrão. Essa perturbação é então somada ao dado de entrada  $X_i$  da estação alvo, enquanto o valor das demais estações é repetido (Equação 4.4), formando uma matriz de entrada, em que cada coluna representa a estação (entrada do modelo) e as linhas os valores de cada uma delas. O nível de desvio padrão máximo utilizado não pode produzir mais de 10% de valores negativos em qualquer estação.

$$\hat{X}_i = X_i + \epsilon \tag{4.4}$$

Em seguida, é apresentada ao modelo uma linha por vez e armazena-se a previsão (saída) em um vetor para então o impacto das perturbações na previsão ser avaliado. Na Figura 4.2, é ilustrada a forma como é feita a perturbação nas entradas do modelo,  $X_{i,t}$  correspondem a entrada  $i$ , cujo valor foi observado no instante de tempo  $t$ , adicionado a perturbação na entrada de interesse, uma por vez, da primeira entrada até a última entrada  $m$ . O resultado é armazenando o resultado da previsão  $Y_{t+1}$ , onde  $t + 1$  é o horizonte de tempo futuro. O procedimento é síncrono, ou seja, para um instante  $t$  escolhido, os valores medidos nas estações serão copiados de forma sincronizada para esse instante.

Figura 4.2 - Diagrama das perturbações nas entradas da rede neural.



Adicionado perturbações gaussianas no valor de cada entrada.

Fonte: Produção do autor.

#### 4.6.1 Perturbação estática de caso síncrono com $\sigma$ fixo

Nesta abordagem síncrona, é selecionado o instante de tempo  $t$  para o caso extremo, ou seja, o valor de pico observado na série temporal na estação do exutório. É gerado um vetor  $\epsilon$  de distribuição de probabilidade *gaussiana*, tamanho  $n$ , média  $\mu$  nula e desvio padrão  $\sigma$  é fixo para todas as estações. A perturbação é aplicada de forma aditiva na entrada  $i$ , que se deseja avaliar, somando o valor observado ao vetor de perturbação e o valor repetido nas demais entradas, em uma abordagem similar ao trabalho de [Kratzert et al. \(2019\)](#). Posteriormente, calcula-se as métricas dos resultados para cada entrada  $i$  perturbada. O mesmo vetor de perturbação é usado em todas as entradas, sendo embaralhado aleatoriamente antes de ser aplicado a uma nova entrada, garantindo que todas elas sejam avaliadas pelo mesmo critério. No Algoritmo 4.2 pode-se observar a implementação.

#### 4.6.2 Perturbação estática de caso síncrono com $\sigma$ variável

Este procedimento se diferencia do procedimento estático de  $\sigma$  fixo por utilizar um conjunto de valores de desvios padrão igualmente espaçados dentro do intervalo, delimitados por um valor mínimo e máximo. O objetivo é avaliar a curva de resposta do modelo em relação ao crescimento da intensidade da perturbação, bem como

---

**Algoritmo 4.2** Análise estática com desvio padrão fixo

---

```
1: Função ANALISEESTATICA( $X, \sigma$ )  $\triangleright X_i$ : entradas,  $\sigma$ : intensidade
2:    $\epsilon \leftarrow \mathcal{N}(0, \sigma)$   $\triangleright$  Gera vetor de perturbação de desvio padrão  $\sigma$ 
3:   Para  $i \leftarrow 1, tam(X)$  faça:  $\triangleright$  Para cada entrada  $i$ 
4:      $\hat{X} \leftarrow X$   $\triangleright$  Copia as entradas
5:      $\hat{X}_i \leftarrow X_i + \epsilon$   $\triangleright$  Adiciona perturbações na entrada  $i$ 
6:      $Y \leftarrow f(\hat{X})$   $\triangleright$  Executa modelo
7:      $métricas_i \leftarrow calculaMetricas(Y)$   $\triangleright$  Calcula as Métricas para  $Y$ 
8:   retorno  $Métricas$   $\triangleright$  Retorna métricas para cada entrada
```

---

identificar valores de disrupção na resposta do modelo (Algoritmo 4.3).

---

**Algoritmo 4.3** Análise estática desvio padrão variável

---

```
1:  $S \leftarrow step(lim_{max}, lim_{min}, tamanho)$   $\triangleright$  Gera valores de  $\sigma$ 
2: Função ANALISEESTATICAVAR( $X, E$ )  $\triangleright X_i$ : entradas,  $E$ : conjunto de  $\sigma$ 
3:   Para  $j \leftarrow 1, tam(S)$  faça:  $\triangleright$  Para cada desvio padrão  $j$ 
4:     Para  $i \leftarrow 1, tam(X)$  faça:  $\triangleright$  Para cada entrada  $i$ 
5:        $\epsilon \leftarrow \mathcal{N}(0, \sigma_j)$   $\triangleright$  Gera vetor de perturbação de desvio padrão  $\sigma_j$ 
6:        $\hat{X} \leftarrow X$   $\triangleright$  Copia as entradas
7:        $\hat{X}_i \leftarrow X_i + \epsilon$   $\triangleright$  Adiciona perturbações na entrada  $i$ 
8:        $Y \leftarrow f(\hat{X})$   $\triangleright$  Executa modelo
9:        $Métricas_{i,j} \leftarrow calculaMetricas(Y)$   $\triangleright$  Calcula as métricas para  $Y$ 
10:   retorno  $Métricas$   $\triangleright$  Retorna métricas para cada entrada e desvio padrão
```

---

#### 4.6.3 Perturbação dinâmica síncrona com $\sigma$ fixo

A análise da perturbação dinâmica é semelhante à de desvio padrão fixo, com a diferença que não trata apenas um caso específico, mas todos os valores observados na série temporal. Ela consiste em perturbar os dados de cada entrada para cada instante de tempo  $t$ , calcular as métricas para cada estação  $i$  para cada ponto da série e extrair os momentos estatísticos, conforme se observar no Algoritmo 4.4. Além das métricas de acurácia e robustez, também são armazenados os valores máximo, mínimo, médio e de desvio padrão. O objetivo desse método é avaliar como se comporta a tendência das métricas da previsão do modelo tanto no tempo quanto para os valores apresentados pela série.



---

**Algoritmo 4.4** Análise dinâmica

---

- 1: **Função** ANALISEDINAM( $X, \sigma$ ) ▷  $X_{i,t}$ : série temporal,  $\sigma$ : intensidade
  - 2:    $\epsilon \leftarrow \mathcal{N}(0, \sigma)$  ▷ Gera vetor de perturbação de desvio padrão  $\sigma$
  - 3:   **Para**  $t \leftarrow 1, \text{tam}(X_t)$  **faça:** ▷ Pra cada instante  $t$
  - 4:     **Para**  $i \leftarrow 1, \text{tam}(X_i)$  **faça:** ▷ Para cada entrada  $i$
  - 5:        $\hat{X} \leftarrow X_t$  ▷ Copia as entradas no instante  $t$
  - 6:        $\hat{X}_i \leftarrow X_{i,t} + \epsilon$  ▷ Adiciona perturbações na entrada  $i$
  - 7:        $Y \leftarrow f(\hat{X})$  ▷ Executa modelo
  - 8:        $Métricas_{i,t} \leftarrow \text{calculaMetricas}(Y)$  ▷ Calcula as métricas para  $Y$
  - 9:   **retorno**  $Métricas$  ▷ Retorna métricas para cada entrada para toda a série
-



## 5 RESULTADOS

Neste capítulo, serão discutidos os resultados da pesquisa, abordados na seguinte ordem:

- Modelo empírico para previsão hidrológica;
- Análise de sensibilidade tradicional;
- Análise de consistência climatológica — envolvendo a média estimada na saída do modelo e a estimativa via entrada com as médias;
- Análise estática caso extremo (síncrono) com exemplos fixos de desvio padrão das perturbações: nessa etapa é escolhido apenas um instante de tempo — aquele que dá o maior valor de nível do rio na estação exutório da bacia hidrográfica;
- Análise estática caso extremo (síncrono) com variação contínua do desvio padrão das perturbações;
- Análise dinâmica (para a série temporal) com exemplos fixos de desvio padrão das perturbações;
- Análise da acurácia e robustez conforme proposta originalmente nesta pesquisa.

### 5.1 Modelo empírico para previsão hidrológica

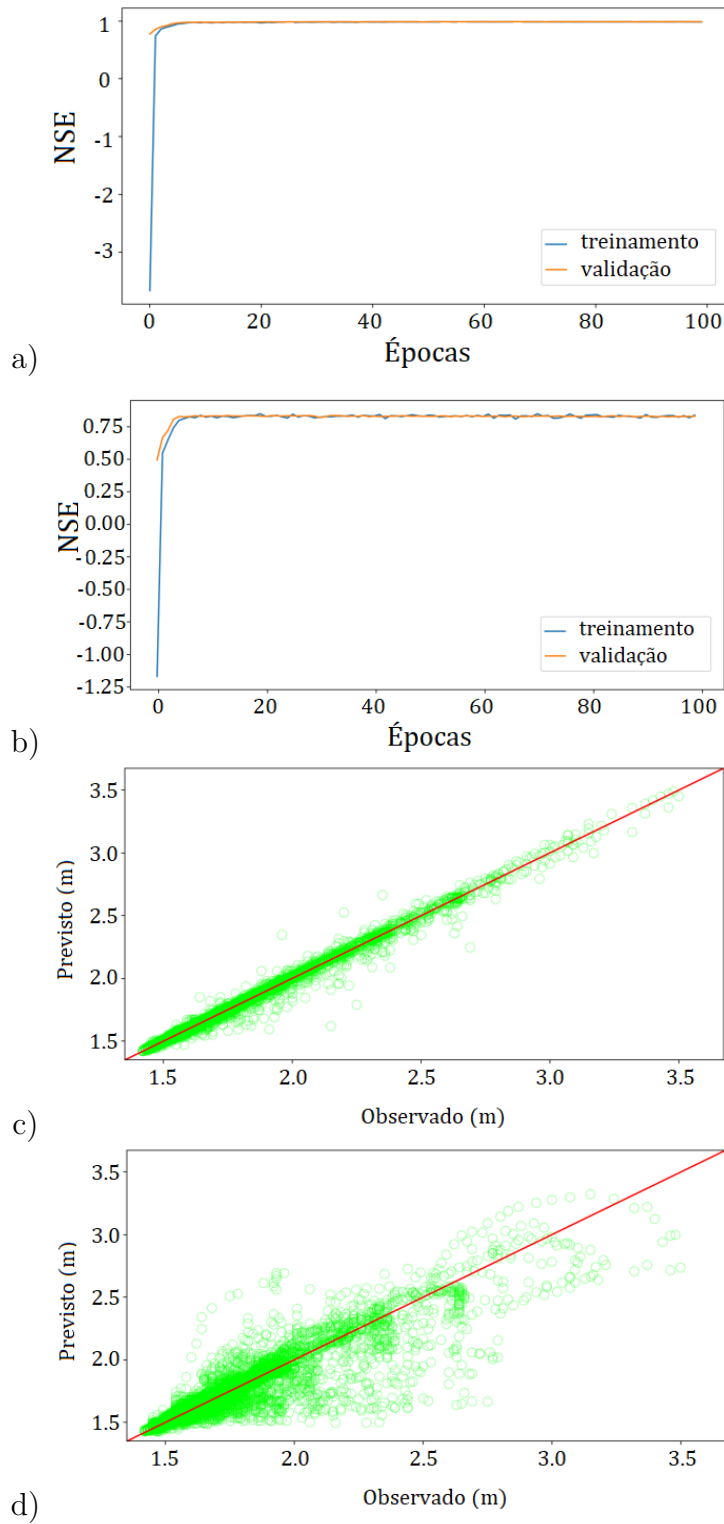
O resultado do treinamento do Rede Neural<sup>1</sup> atingiu um valor de NSE de 0.9944 e uma acurácia de 0.9999, para o modelo de previsão de 15 minutos. Já no modelo de previsão de 120 minutos, o NSE foi de 0.8867 e a acurácia igual a 0.9967. Para o conjunto de dados de teste, o valor do NSE para modelo de previsão de 15 minutos foi de 0.9957 e acurácia de 0.9999, enquanto que, para o modelo de previsão de 120 minutos, o NSE foi de 0.9054 e acurácia de 0.9954, portanto, apresentou indicadores maiores que para todo o dado (Tabela 5.1).

Apesar do valor de NSE ser menor no modelo de 120 minutos, a acurácia ainda se manteve alta. Para o modelo de 15 minutos, na Figura 5.1 pode-se observar o indicador de NSE (Figura 5.1 (a)) com 10 épocas de treinamento (10% do total

---

<sup>1</sup>Modelos, algoritmos e dados disponíveis em: <https://github.com/emersonjsilva/robustness-analysis-framework>

Figura 5.1 - Resultados do treinamento dos modelos de 15 e 120 minutos.



(a) NSE modelo 15 min; (b) NSE modelo 120 min; (c) previsto vs observado modelo 15 min; e (d) previsto vs observado modelo 120 min.

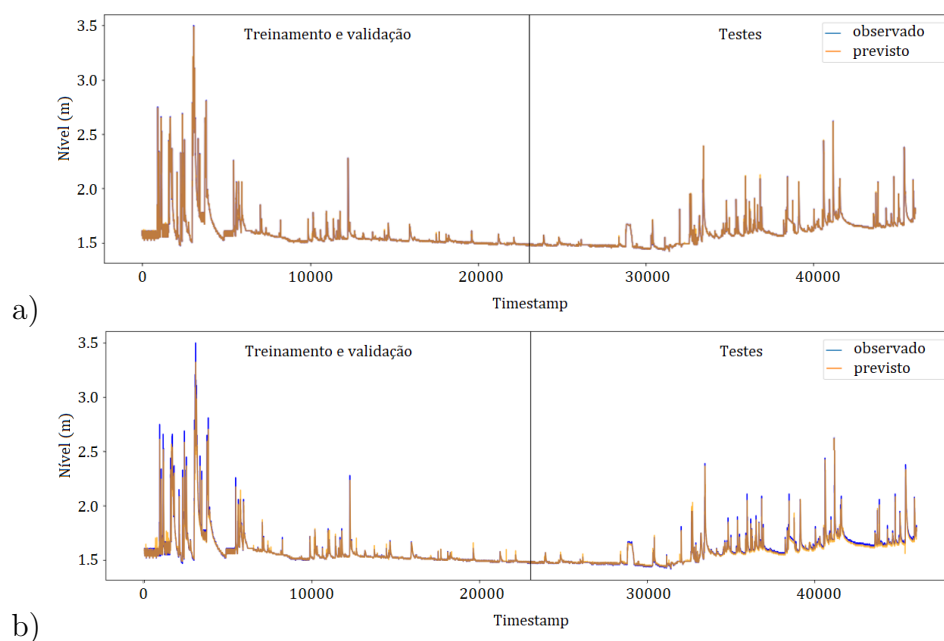
Fonte: Produção do autor

Tabela 5.1 - Resultados dos treinamentos.

Modelo	Acurácia	NSE
15 minutos (todo o dado)	0.9999	0.9944
120 minutos (todo o dado)	0.9967	0.8867
15 minutos (testes)	0.9999	0.9957
120 minutos (testes)	0.9954	0.9054

de épocas), e o gráfico de dispersão (Figura 5.1 (c)) concentra a maior parte das observações e previsões na linha diagonal (referente à primeira bissetriz), o que mostra que o erro entre a previsão e o observado é pequeno. Para o modelo de 120 minutos a convergência também ocorre antes da décima época com o aumento do NSE (Figura 5.1 (b)), e a dispersão da previsão (Figura 5.1 (d)), é percebido que os pontos se agrupam em torno da linha diagonal, mas de forma mais dispersa além de possuírem mais valores fora da linha diagonal do que no modelo de 15 minutos.

Figura 5.2 - Resultado do treinamento modelo de 15 e 120 minutos.



(a) Modelo 15 min; e (b) Modelo 120 minutos.

Fonte: Produção do autor

Utilizando a Rede Neural na previsão de todo o dado da bacia, pode-se verificar na

Figura 5.2 a previsão da rede em relação ao valor observado para os dois modelos. No de 15 minutos (Figura 5.2 (a)), a linha da previsão diverge da linha do observado em poucos pontos. Para o modelo de 120 minutos (Figura 5.2 (b)), pode-se observar que, para a maior parte da série, a previsão sobrepôs o observado, exceto para os valores de pico, em que o observado foi relativamente maior do que o previsto. Isso evidencia que, para valores extremos em previsões de maior janela tempo (120 minutos), a rede apresenta uma tendência a subestimar o valor da previsão em comparação com o modelo de menor janela de tempo (15 minutos).

## 5.2 Análise de sensibilidade tradicional

Eliminando uma entrada por vez e quantificando seu impacto na previsão através dos indicadores de RMSE e NSE, utilizando o conjunto de dados de testes, pode-se ver, na Tabela 5.2, os valores dos indicadores para o modelo de 15 minutos ordenados pelo valor de NSE de forma decrescente. A ausência da estação de nível Conselheiro Paulino provocou o menor índice de NSE dentre todas, além disso, a segunda e a terceira estação são respectivamente: chuva Conselheiro Paulino e nível Ypu.

Tabela 5.2 - Sensitividade do modelo 15 minutos.

Entrada suprimida	Previsão 15 minutos	
	RMSE	NSE
Nível Conselheiro Paulino	0.0207	0.6510
Chuva Conselheiro Paulino	0.0014	0.9938
Nível Ypu	0.0013	0.9941
Nenhuma/original	0.0013	0.9943
Chuva Olaria	0.0013	0.9944
Nível Venda das Pedras	0.0013	0.9944
Chuva Venda das Pedras	0.0013	0.9944
Nível Suspiro	0.0013	0.9945
Chuva Ypu	0.0013	0.9945
Chuva Suspiro	0.0013	0.9945
Nível Olaria	0.0013	0.9945

Para o modelo de 120 minutos (Tabela 5.3), igualmente, estão ordenadas de forma decrescente as entradas por valor de NSE. Nível Conselheiro Paulino tem o maior impacto na queda do indicador NSE, seguido pelo modelo com todas as entradas, posteriormente pelas estações de nível Olaria e chuva Suspiro. A estação de chuva

Conselheiro Paulino, no modelo de 15 minutos, ocupava a segunda posição entre as estações com maior impacto no NSE, já para o modelo de 120 minutos, ela é a menos impactante — sua exclusão melhora o indicador comparado com o modelo de todas as estações. Observa-se que ao retirar algumas entradas individuais dos modelos — exceto nível Conselheiro Paulino, chuva Conselheiro Paulino, nível Ypu para o modelo de 15 minutos e nível Conselheiro Paulino para o modelo de 120 minutos —, há uma ligeira melhora no indicador de NSE.

Tabela 5.3 - Sensitividade do modelo 120 minutos.

Entrada suprimida	Previsão 120 minutos	
	RMSE	NSE
Nível Conselheiro Paulino	0.0200	0.6700
Nenhuma/original	0.0063	0.9016
Nível Olaria	0.0061	0.9059
Chuva Suspiro	0.0062	0.9061
Nível Ypu	0.0061	0.9069
Chuva Ypu	0.0061	0.9071
Chuva Venda das Pedras	0.0061	0.9071
Nível Suspiro	0.0061	0.9072
Nível Venda das Pedras	0.0061	0.9078
Chuva Olaria	0.0061	0.9091
Chuva Conselheiro Paulino	0.0061	0.9092

### 5.3 Análise de consistência climatológica

Conforme sugerido no Capítulo 4 na Equação 4.3 foi verificada a consistência climatológica dos modelos (Tabela 5.4). Segundo o exposto, os dois modelos apresentam diferentes ordens de grandeza, de 7 a 8 vezes entre razão da média do observado e a média da previsão. O modelo de previsão de 15 minutos apresentou a maior razão, sendo 8,7 vezes maior do que o observado, enquanto o modelo de 120 minutos foi de 7 vezes. De acordo com a definição, os modelos apresentam diferenças maiores que 10%, não sendo considerados climatologicamente consistentes — ou seja, a dinâmica hidrológica representada pela Rede Neural é tão complexa que a média para os resultados é diferente do resultado para as médias.

Dentro de uma tolerância de  $\pm 0.1$  e buscando em todo o período, a combinação de valores médios de cada estação não ocorrem na série de dados. As médias dos valores observados nas estações também podem não fazer sentido físico.

Tabela 5.4 - Consistência climatológica para os modelos.

	15 minutos	120 minutos
Média observado	0.1508	0.1508
Previsão para as médias	1.2466	1.0536

#### 5.4 Análise estática caso extremo (síncrono) com desvio padrão fixo

Visto que o modelo não é climatologicamente consistente, a utilização da média dos valores observados em cada estação não é recomendada para aplicação nos testes de robustez.

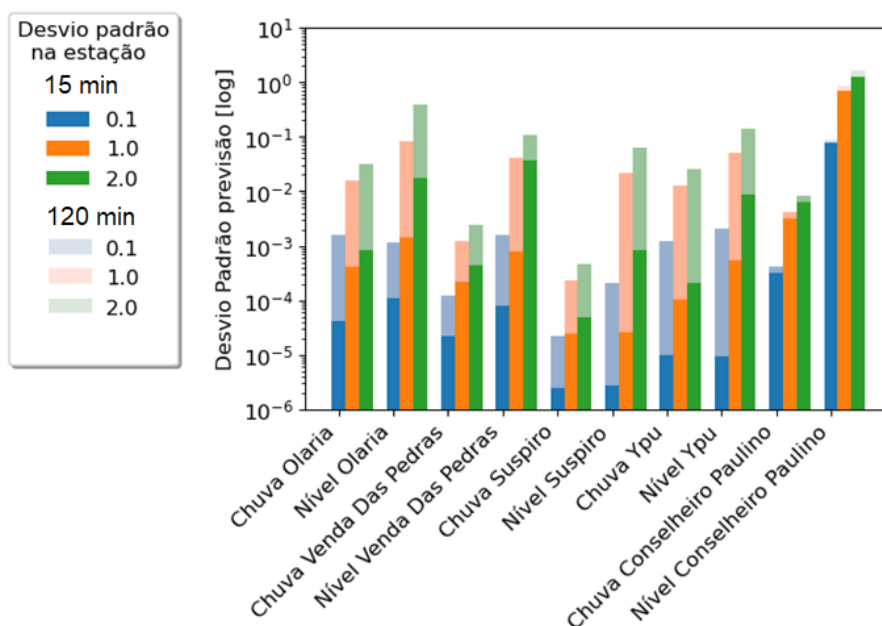
Para testar a robustez da rede em seu estado crítico, ou seja, em seus valores extremos, é utilizado o conjunto de medições no instante de pico da estação no exutório (nível Conselheiro Paulino), para a estação  $i$  que será perturbada. Os valores das outras estações são copiados para entrada neste mesmo instante de  $t$ . A perturbação é adicionada à estação  $i$ , enquanto as demais repetem seu valor. São utilizados três valores de  $\sigma \in \{0.1, 1.0, 2.0\}$ , os quais estão dentro do critério de ter menos de 10% dos valores negativos. O  $\sigma = 2.0$  é uma perturbação de alta intensidade, cujo objetivo é avaliar o comportamento do modelo em condições críticas.

Na Figura 5.3, observa-se a intensidade das perturbações produzidas na previsão dos dois modelos sobrepostos. Para diferentes horizontes de previsão, o peso da perturbação aplicada em cada estação se altera. Para perturbações com  $\sigma = 0.1$ , o modelo de 15 minutos teve maior desvio padrão na previsão para as estações de nível Conselheiro Paulino, chuva Conselheiro Paulino, nível Olaria e nível Venda das Pedras. No modelo de 120 minutos, foram as estações de nível Conselheiro Paulino, nível Ypu, chuva Olaria e nível Venda das Pedras que apresentaram maior desvio padrão. Utilizando perturbações de  $\sigma = 1.0$  para as estações no modelo de 15 minutos tem-se as quatro primeiras estações: nível Conselheiro Paulino, chuva Conselheiro Paulino, nível Olaria e nível Ypu. As quatro primeiras no modelo de 120 minutos foram nível Conselheiro Paulino, nível Ypu, chuva Olaria e nível Venda das Pedras.

Para  $\sigma = 2.0$  no modelo de 15 minutos, as estações foram: nível Conselheiro Paulino, nível Olaria, nível Venda das Pedras e nível Ypu; no modelo de 120 minutos: nível Conselheiro Paulino, nível Olaria, nível Ypu e nível Venda das Pedras. Nota-se que, dentre as quatro primeiras de maior impacto na previsão, a primeira que se manteve



Figura 5.3 - Comparativo dos dois modelos para 3 níveis de perturbação.



Desvio padrão na previsão por nível de perturbação aplicada a cada estação. Eixo das abscissas em log.

Fonte: Produção do autor.

em todas foi nível Conselheiro Paulino. Em um mesmo modelo, e para diferentes intensidades de  $\sigma$  de perturbação, há modificações na ordem das estações que mais influenciaram na previsão. A ordem também se alterou para a mesma intensidade  $\sigma$  em modelos diferentes. Evidencia-se que para diferentes horizontes de previsão e perturbações, a ordem de cada estação não é a mesma, excetuando a estação exutório de nível Conselheiro Paulino. Além disso, para altos níveis de perturbação, as estações de nível tiveram peso maior do que as de chuva. No horizonte de previsão e 120 minutos, excetuando-se nível Conselheiro Paulinho, há um maior impacto das demais estações, revelando uma maior contribuição destas em comparação com o modelo de 15 minutos.

Para avaliar o crescimento desvio padrão da previsão  $P$  em relação ao desvio padrão da intensidade da perturbação  $\epsilon_l$  aplicada à entrada, foi implementado o coeficiente  $\beta$  na tabela de dispersão. Tal coeficiente tem por finalidade equiparar a escala de grandeza, para que o crescimento possa ser comparado. Assim, a razão do cresci-

mento do desvio padrão da previsão é dividida pela razão do crescimento do desvio padrão da intensidade da perturbação.

$$\beta_l = \frac{\frac{\sigma_{P(\sigma_{\epsilon_{l+1}})}}{\sigma_{P(\sigma_{\epsilon_l})}}}{\frac{\sigma_{\epsilon_{l+1}}}{\sigma_{\epsilon_l}}} \quad (5.1)$$

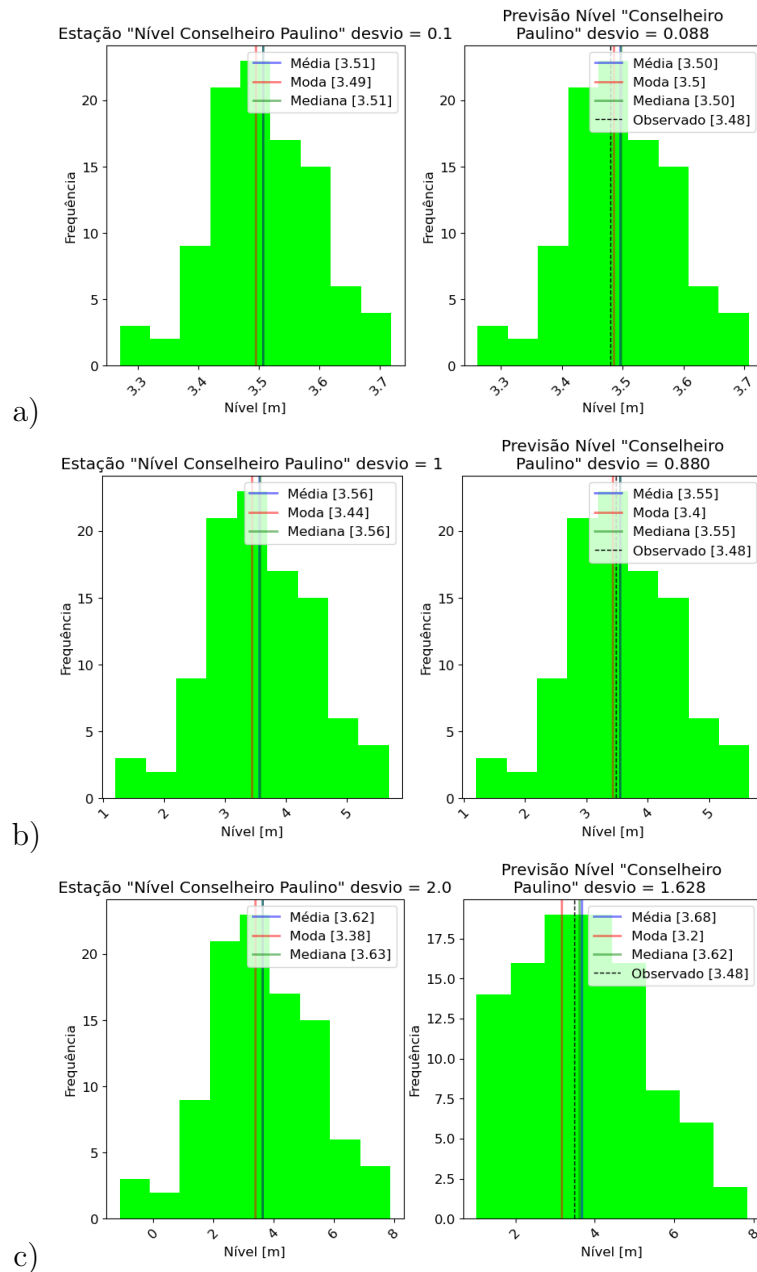
Na Equação 5.1 o coeficiente  $\beta$  é a razão entre o desvio padrão da previsão para intensidade de perturbação maior  $(l + 1)$  pelo desvio padrão da previsão para intensidade de perturbação menor  $l$ , dividido pela razão entre o desvio padrão da entrada para intensidade da perturbação maior  $(l + 1)$  pelo desvio padrão da entrada para intensidade da perturbação menor  $l$ . Valores próximo a 1 significam que o desvio padrão da previsão cresceu de forma proporcional ao crescimento do desvio padrão da entrada. Para valores maiores do que 1, o desvio padrão da previsão cresceu mais do que o da entrada e, para valores menores do que 1, o valor do desvio padrão da previsão teve um crescimento menor do que o da entrada.

#### 5.4.1 Horizontes de 15 minutos

Para o modelo de previsão de horizonte de 15 minutos, os níveis de perturbação não apenas impactaram o desvio padrão da previsão, como também na forma da distribuição. Na Figura 5.4 (a), pode-se ver que o nível de perturbação  $\sigma = 0.1$  aplicado à estação nível Conselheiro Paulino (à esquerda) produziu, na previsão (à direita), um nível de perturbação próximo ao aplicado à entrada, além de que a forma da distribuição se manteve sem distorções. Para um nível de perturbação  $\sigma = 1$  (Figura 5.4 (b)), o desvio padrão da previsão se manteve próximo ao da perturbação de entrada e a forma da distribuição da previsão se manteve. No maior nível de perturbação aplicado  $\sigma = 2.0$  (Figura 5.4 (c)), a forma da distribuição da previsão não guarda semelhança com a de entrada, acumulando valores próximo a 1 e não alongando a distribuição para níveis mais negativos, contrariamente ao que acontece com os níveis positivos, mesmo que a perturbação de entrada vá até valores entre 0 e -1. O desvio padrão também não foi mais próximo do aplicado à entrada, ficando em  $\sigma = 1.63$ .

Na Figura 5.5, pode-se observar o comportamento de cada estação perturbada em relação ao nível de perturbação aplicado. Para o nível de perturbação  $\sigma = 0.1$ , a estação que apresentou maior  $\sigma$  foi a de nível Conselheiro Paulino, com  $\sigma = 8.79 * 10^{-02}$ , conforme Tabela 5.5, seguidas pelas estações de chuva Conselheiro Paulino, nível Olaria, nível Venda das Pedras, chuva Olaria, chuva Venda das Pedras, chuva

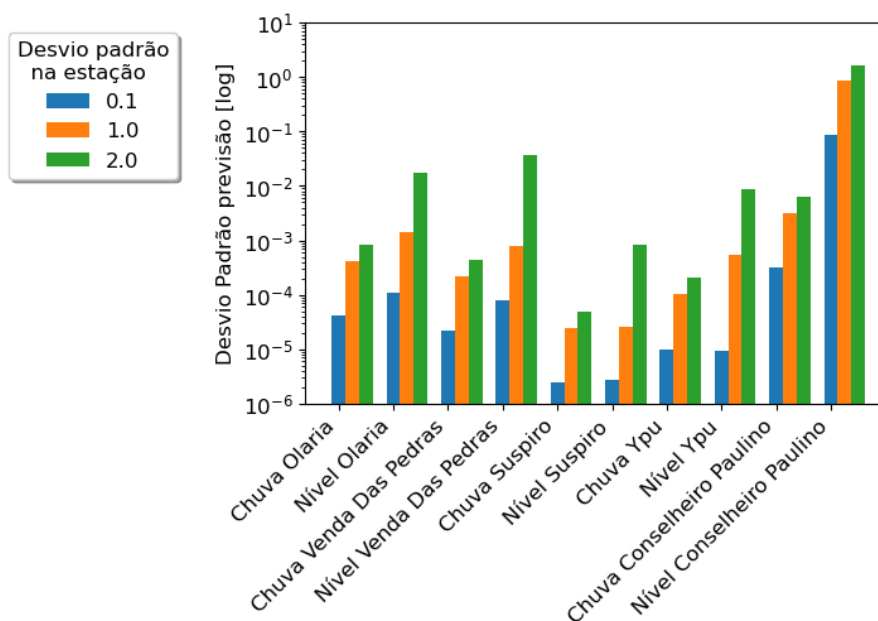
Figura 5.4 - Comparativo da perturbação a estação e na previsão de 15 minutos para estação nível Conselheiro Paulino.



À esquerda, perturbação na entrada; à direita perturbação da previsão. (a)  $\sigma = 0.1$ ; (b)  $\sigma = 1.0$ ; (c)  $\sigma = 2.0$ .

Fonte: Produção do autor.

Figura 5.5 - Modelo de 15 minutos para 3 níveis de perturbação.



Desvio padrão na previsão por nível de perturbação aplicado a cada estação. Eixo das abscissas em log.

Fonte: Produção do autor.

Ypu, nível Ypu, nível Suspiro e chuva Suspiro. A distância entre as estações teve um efeito inverso em relação ao desvio padrão da previsão, exceto para Conselheiro Paulino. As estações mais distantes tiveram valores de desvio padrão maior, tanto chuva quanto nível. O esperado era que estações mais próximas tivessem maior desvio padrão na saída do modelo. Ordenando de acordo com valor do  $\sigma$ , estão as estações de nível Olaria (a mais distante com 9186.7m), seguida pela estação de nível Venda das Pedras (8408.5m), nível Ypu (7491.6m) e nível Suspiro (a mais próxima com 5857.5m), como pode ser observado na Tabela 4.1.

Tabela 5.5 - Dispersão do modelo 15 minutos para três níveis de perturbação.

Estação	$\sigma_{P(\sigma_{\epsilon_i})}$			$\beta_1$	$\beta_2$
	$\sigma_{\epsilon_1} = 0.1$	$\sigma_{\epsilon_2} = 1.0$	$\sigma_{\epsilon_3} = 2.0$		
Chuva Olaria	4.19E-05	4.19E-04	8.38E-04	1.00	1.00
Nível Olaria	1.09E-04	1.41E-03	1.76E-02	1.30	6.22
Chuva Venda das Pedras	2.19E-05	2.19E-04	4.38E-04	1.00	1.00
Nível Venda das Pedras	7.86E-05	7.86E-04	3.74E-02	1.00	23.78
Chuva Suspiro	2.50E-06	2.44E-05	4.87E-05	0.97	1.00
Nível Suspiro	2.71E-06	2.64E-05	8.13E-04	0.97	15.38
Chuva Ypu	1.02E-05	1.02E-04	2.03E-04	1.00	1.00
Nível Ypu	9.29E-06	5.35E-04	8.84E-03	5.76	8.26
Chuva Conselheiro Paulino	3.14E-04	3.14E-03	6.29E-03	1.00	1.00
Nível Conselheiro Paulino	8.79E-02	8.79E-01	1.63E+00	1.00	0.93

A robustez de cada uma das estações se mantiveram acima do valor de 0.996, o que representa que o impacto entre o  $\sigma$  de entrada e o da previsão foi baixo, exceto para nível Conselheiro Paulino, com  $\sigma$  igual a 0.006, mostrando que a perturbação refletiu na saída, apesar de ainda ser menor do que o aplicado na entrada (Tabela 5.6). A robustez na estação de nível Conselheiro Paulino cresceu para intensidade de perturbação  $\sigma = 2.0$ . A acurácia do modelo para a perturbação em todas as estações apresentou valores maiores do que 0.98, exceto para nível Conselheiro Paulino, com 0.943, o que representa uma alta acurácia e, na média, o aumento da perturbação não interfere no resultado das previsões. Na Tabela 5.7, apresentam-se os valores de acurácia para cada valor de intensidade de perturbação  $\sigma$ .

Tabela 5.6 - Robustez do modelo 15 minutos para três níveis de perturbação.

Estação	$Robustez(P(\sigma_{\epsilon_i}), \sigma_{\epsilon_i})$		
	$\sigma_{\epsilon_1} = 0.1$	$\sigma_{\epsilon_2} = 1.0$	$\sigma_{\epsilon_3} = 2.0$
Chuva Olaria	0.9995	0.9995	0.9995
Nível Olaria	0.9988	0.9984	0.9901
Chuva Venda das Pedras	0.9998	0.9998	0.9998
Nível Venda das Pedras	0.9991	0.9991	0.9789
Chuva Suspiro	1.0000	1.0000	1.0000
Nível Suspiro	1.0000	1.0000	0.9995
Chuva Ypu	0.9999	0.9999	0.9999
Nível Ypu	0.9999	0.9994	0.9950
Chuva Conselheiro Paulino	0.9964	0.9964	0.9964
Nível Conselheiro Paulino	0.0064	0.0064	0.0803

Com o aumento da intensidade da perturbação ( $\sigma = 1$ ), a estação de nível Conselheiro Paulino se manteve com maior desvio padrão  $\sigma$  na previsão, seguida pela estação de chuva Conselheiro Paulino e nível Olaria. A estação de Ypu é a segunda mais próxima do exutório, com uma distância de  $7491.6m$  e um desnível de  $20.0m$ . Ela apresentou uma variação de  $\beta$  de  $5,76$ , assim, o crescimento da perturbação na previsão foi  $5,76$  vezes maior do que o na entrada. A estação de nível Olaria — a mais distante do exutório com  $9186.7m$  de separação e um desnível de  $21,6$  metros — apresentou um crescimento de  $\beta_1$  de  $1.30$ . A robustez ainda se manteve maior do que  $0.99$  para as estações, exceto para nível Conselheiro Paulino com  $0.0064$  aproximadamente, o mesmo valor de robustez para o  $\sigma = 0.1$ . A acurácia se manteve maior do que  $0.99$  e, com exceção da nível Conselheiro Paulino com  $0.9797$ , esteve próxima do valor do resultado do  $\sigma = 0.1$ . Observando as formas da distribuição da perturbação  $\sigma = 1.0$  de entrada e da previsão na Figura 5.4 (b), a forma da distribuição da perturbação aplicado à estação (à esquerda) foi idêntica à forma da distribuição da previsão (à direita) para a estação de nível Conselheiro Paulino, apesar de diferença de escala de grandeza. Na Figura 5.4 (c), observa-se que a forma da distribuição da perturbação na previsão começa a se distorcer (à direita) em relação a forma da distribuição de entrada (à esquerda).

Tabela 5.7 - Acurácia do modelo 15 minutos para três níveis de perturbação.

Estação	Acurácia( $P(\sigma_{\epsilon_i})$ )		
	$\sigma_{\epsilon_1} = 0.1$	$\sigma_{\epsilon_2} = 1.0$	$\sigma_{\epsilon_3} = 2.0$
Chuva Olaria	0.9970	0.9970	0.9970
Nível Olaria	0.9970	0.9970	0.9980
Chuva Venda das Pedras	0.9970	0.9970	0.9970
Nível Venda das Pedras	0.9970	0.9970	0.9951
Chuva Suspiro	0.9970	0.9970	0.9970
Nível Suspiro	0.9970	0.9970	0.9970
Chuva Ypu	0.9970	0.9970	0.9970
Nível Ypu	0.9970	0.9970	0.9978
Chuva Conselheiro Paulino	0.9970	0.9969	0.9969
Nível Conselheiro Paulino	0.9953	0.9797	0.9434

Para a perturbação com intensidade  $\sigma = 2$ , o comportamento do modelo se manteve, não houve queda considerável na acurácia e na robustez. Comparando as estações, todas as de nível apresentaram maior desvio padrão na previsão do que as estações de chuva. O valor de  $\beta_2$  cresceu para todas as estações em comparação com de

$\beta_1$ , com a exceção da estação de nível Conselheiro Paulino. Em ordem são elas: nível Conselheiro Paulino, nível Venda das Pedras, nível Olaria, nível Ypu, chuva Conselheiro Paulino, chuva Olaria, nível Suspiro, chuva Venda das Pedras, chuva Ypu e chuva Suspiro. A estação nível Suspiro que era a segunda mais próxima, ficou em último entre as estações de nível. A robustez se manteve próxima de 0.9 e a estação nível Conselheiro Paulino apresentou crescimento de 0.0803, o que pode ser observado no histograma pela tendência de concentrar os valores acima de zero, diminuindo a sua dispersão (Figura 5.4 (c)).

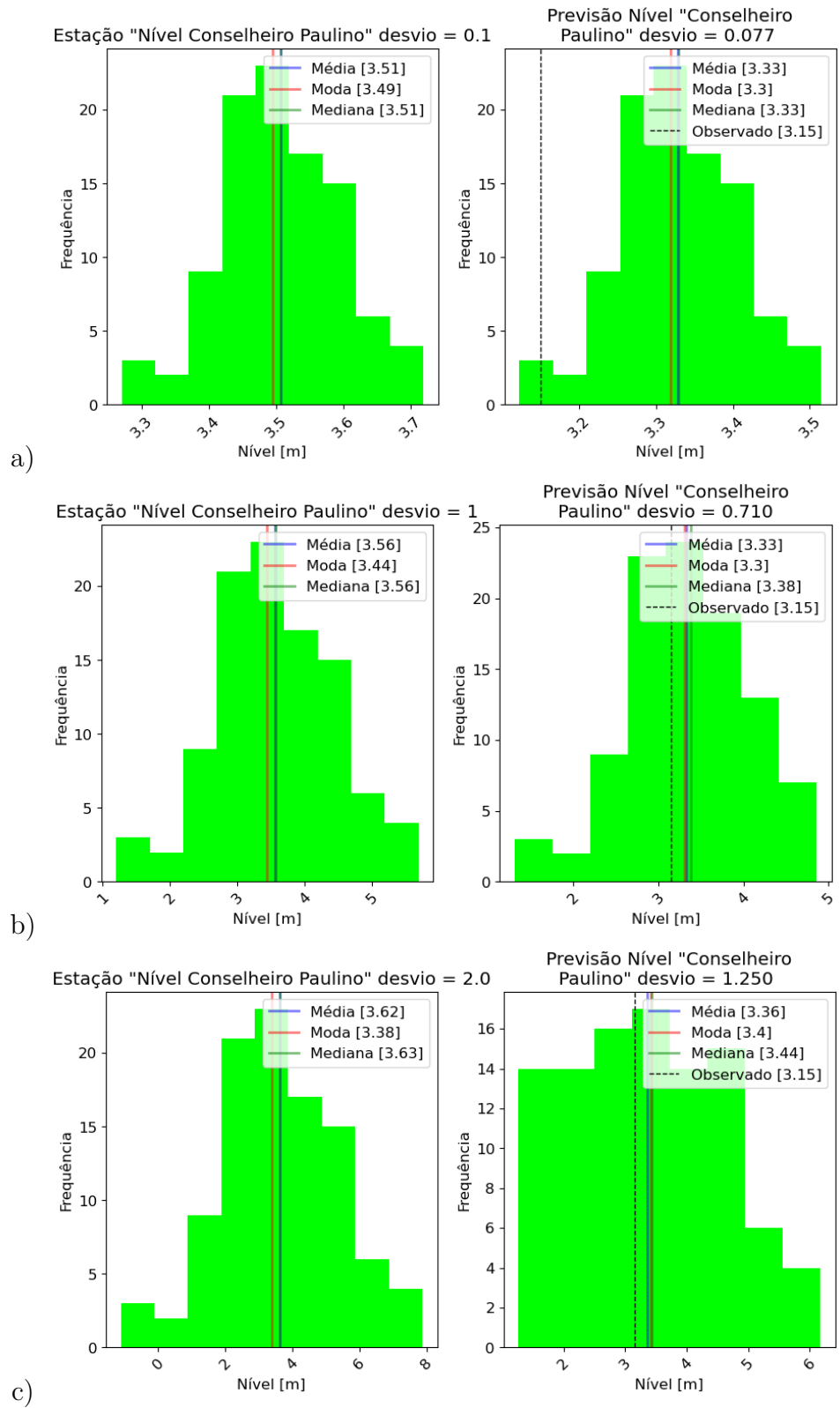
Apesar de o crescimento da robustez, a acurácia teve uma queda para 0.9434 na estação de nível Conselheiro Paulino. A totalidade das estações mantiveram o valor de acurácia acima de 0.94. As estações que apresentaram a maior queda na robustez comparando as intensidades de perturbação de  $\sigma = 0.1$  e  $\sigma = 1.0$  foram nível Ypu (-0,05%) e nível Olaria (-0,04%), o restante tiveram valores inferiores a -0,01%. A acurácia teve maior queda nas estações de nível Conselheiro Paulino (-1.56%) e chuva Conselheiro Paulino (-0.01%), ficando as demais abaixo de 0.01%. Para intensidade de perturbação de  $\sigma = 1.0$  e  $\sigma = 2.0$ , a robustez ficou em nível Venda das Pedras (-2.03%), nível Olaria (-0.83%), nível Ypu (-0.44%) e nível Suspiro (-0.04%). Nível Conselheiro Paulino teve um aumento na robustez de 1147.56%. A acurácia teve queda nas estações de nível Conselheiro Paulino (-3.70%), nível Venda das Pedras (-0.18%) e chuva Conselheiro Paulino (-0.01%). Em contrapartida, aumentou na estação de nível Olaria (0.10%).

A robustez de com valor igual a 1 apresentada nas estações se deve a fatores de arredondamentos. Para os três níveis de intensidade de perturbação, as estações de chuva Suspiro, chuva Venda das Pedras, chuva Ypu e chuva Conselheiro Paulino apresentaram os mesmos valores de robustez. Ademais, as estações de chuva Olaria, chuva Venda das Pedras, chuva Suspiro, nível Suspiro e chuva Ypu tiveram valores constantes de acurácia.

#### 5.4.2 Horizontes de 120 minutos

Para o modelo de previsão de 120 minutos, foi empregada a metodologia da seção anterior, para três níveis de desvios padrão  $\sigma \in \{0.1, 1.0, 2.0\}$ , para os valores extremos. O procedimento foi repetido aplicando cada nível de perturbação em uma estação por vez e analisado as métricas dos resultados. Nas Figura 5.6 (a) e (b), assim como no modelo de previsão de 15 minutos, para as perturbações de desvios padrão de  $\sigma = 0.1$  e 1.0, aplicados a estação de nível Conselheiro Paulino (à esquerda) não provocaram alterações na forma da distribuição da previsão do modelo

Figura 5.6 - Comparativo da perturbação a estação e na previsão de 120 minutos para estação nível Conselheiro Paulino.



À esquerda, perturbação na entrada; à direita perturbação da previsão. (a)  $\sigma = 0.1$ ; (b)  $\sigma = 1.0$ ; (c)  $\sigma = 2.0$ .



(à direita). Entretanto, para a perturbação de intensidade de  $\sigma = 2.0$ , a distorção da forma da distribuição da previsão do modelo é maior que no modelo de 15 minutos (Figura 5.6 (c)).

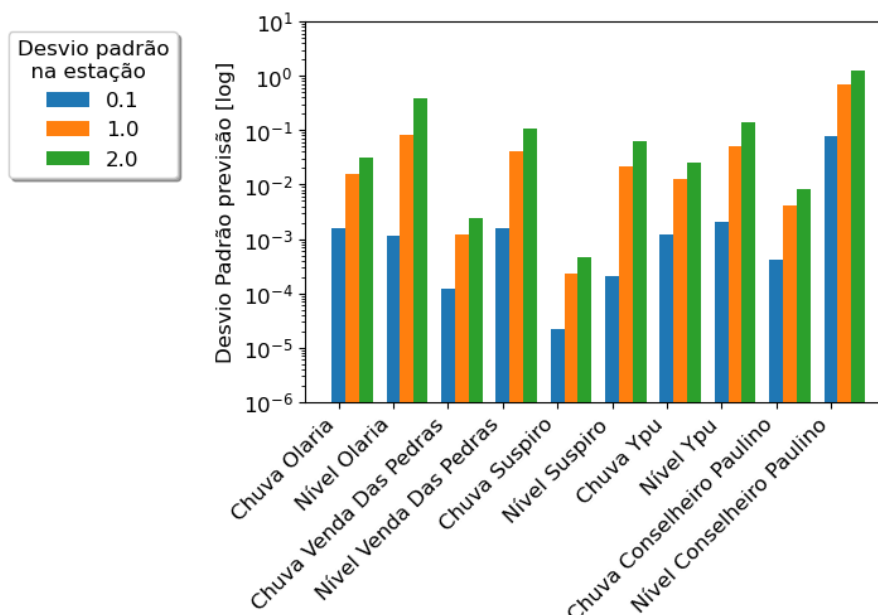
Tabela 5.8 - Dispersão do modelo 120 minutos para três níveis de perturbação.

Estação	$\sigma_{P(\sigma_{\epsilon_i})}$			$\beta_1$	$\beta_2$
	$\sigma_{\epsilon_1} = 0.1$	$\sigma_{\epsilon_2} = 1.0$	$\sigma_{\epsilon_3} = 2.0$		
Chuva Olaria	1.56E-03	1.56E-02	3.14E-02	1.00	1.01
Nível Olaria	1.12E-03	8.26E-02	3.86E-01	7.39	2.34
Chuva Venda das Pedras	1.21E-04	1.21E-03	2.42E-03	1.00	1.00
Nível Venda das Pedras	1.54E-03	4.09E-02	1.05E-01	2.66	1.28
Chuva Suspiro	2.26E-05	2.26E-04	4.51E-04	1.00	1.00
Nível Suspiro	2.05E-04	2.19E-02	6.23E-02	10.67	1.42
Chuva Ypu	1.24E-03	1.24E-02	2.48E-02	1.00	1.00
Nível Ypu	2.05E-03	5.17E-02	1.42E-01	2.52	1.37
Chuva Conselheiro Paulino	4.10E-04	4.10E-03	8.22E-03	1.00	1.00
Nível Conselheiro Paulino	7.73E-02	7.10E-01	1.25E+00	0.92	0.88

Iniciando com uma perturbação de  $\sigma = 0.1$ , pode-se observar que a ordem das estações mudou para o mesmo procedimento aplicado ao modelo de 15 minutos. A estação de nível Conselheiro Paulino manteve a maior dispersão na saída (Tabela 5.8). A sequência de estações ficou: nível Conselheiro Paulino, nível Ypu, chuva Olaria, nível Venda das Pedras, chuva Ypu, nível Olaria, chuva Conselheiro Paulino, nível Suspiro, chuva Venda das Pedras e chuva Suspiro. Pode-se observar essa sequência na Figura 5.7. A estação de nível mais próxima do exutório é Suspiro, que teve o menor valor de desvio padrão na previsão, comparada às outras estações de nível. Por outro lado, a estação de nível Conselheiro Paulino tem o maior desvio padrão na previsão. A robustez se manteve acima de 0.97 (Tabela 5.9), exceto para nível Conselheiro Paulinho, com robustez de 0.1267. A acurácia permaneceu acima de 0.94 para todas as estações (Tabela 5.10).

Para o segundo valor de perturbação, com  $\sigma = 1.0$ , aplicada ao modelo de 120 minutos, na Tabela 5.8, a estação de nível Olaria ultrapassou a nível Venda das Pedras, apresentando um crescimento de  $\beta_1 = 7.39$ . O maior valor de crescimento ficou com a chuva Suspiro, com  $\beta_1 = 10.67$ . As estações nível Olaria, nível Ypu, nível Venda das Pedras e nível Suspiro apresentam respectivamente os maiores desvios padrões na previsão. A robustez se manteve, exceto para a estação de nível Conselheiro Paulino, que foi de 0.1263 para 0.1975, um valor 1,6 vezes maior (Tabela 5.9). A acurácia

Figura 5.7 - Modelo de 120 minutos para 3 níveis de perturbação.



Desvio padrão na previsão por nível de perturbação aplicado a cada estação. Eixo das abscissas em log.

Fonte: Produção do autor.

permanece acima de 0.94 para todas as estações (Tabela 5.10).

Para uma perturbação de  $\sigma = 2.0$ , as estações de nível apresentaram os maiores desvios padrões na previsão (Tabela 5.8), como ocorreu no modelo de 15 minutos. O maior crescimento do  $\beta_2 = 2.34$  foi da estação de nível Olaria. A robustez ficou em torno de 0.7819, segundo menor valor. A estação nível Conselheiro Paulino, com 0.2939, teve um crescimento de 1.49 vezes em relação à robustez para a perturbação  $\sigma = 1.0$ . O restante dos valores de robustez, ficou acima de 0.92 (Tabela 5.9). A acurácia permaneceu apresentando valores superiores a 0.93 para todas as estações (Tabela 5.10).

Verificou-se queda da robustez na perturbação de intensidade  $\sigma = 1.0$  nas estações nível Olaria (-8.17%), nível Ypu (-3.60%), nível Venda das Pedras (-2.93%) e nível Suspiro (-2.25%). A estação nível Conselheiro Paulino apresentou crescimento de 56.39%. Para a acurácia a queda ocorreu nas estações nível Conselheiro Paulino (-0.10%), chuva Olaria (-0.03%), chuva Ypu (-0.03%) e chuva Conselheiro Paulino

Tabela 5.9 - Robustez do modelo 120 minutos para três níveis de perturbação.

Estação	<i>Robustez</i> ( $P(\sigma_{\epsilon_i}), \sigma_{\epsilon_i}$ )		
	$\sigma_{\epsilon_1} = 0.1$	$\sigma_{\epsilon_2} = 1.0$	$\sigma_{\epsilon_3} = 2.0$
Chuva Olaria	0.9824	0.9824	0.9823
Nível Olaria	0.9874	0.9067	0.7819
Chuva Venda das Pedras	0.9986	0.9986	0.9986
Nível Venda das Pedras	0.9826	0.9538	0.9407
Chuva Suspiro	0.9997	0.9997	0.9997
Nível Suspiro	0.9977	0.9752	0.9648
Chuva Ypu	0.9860	0.9860	0.9860
Nível Ypu	0.9768	0.9416	0.9201
Chuva Conselheiro Paulino	0.9954	0.9954	0.9954
Nível Conselheiro Paulino	0.1263	0.1975	0.2939

Tabela 5.10 - Acurácia do modelo 120 minutos para três níveis de perturbação.

Estação	<i>Acurácia</i> ( $P(\sigma_{\epsilon_i})$ )		
	$\sigma_{\epsilon_1} = 0.1$	$\sigma_{\epsilon_2} = 1.0$	$\sigma_{\epsilon_3} = 2.0$
Chuva Olaria	0.9449	0.9446	0.9443
Nível Olaria	0.9450	0.9517	0.9865
Chuva Venda das Pedras	0.9450	0.9450	0.9450
Nível Venda das Pedras	0.9449	0.9496	0.9679
Chuva Suspiro	0.9450	0.9450	0.9450
Nível Suspiro	0.9450	0.9476	0.9551
Chuva Ypu	0.9449	0.9447	0.9444
Nível Ypu	0.9449	0.9491	0.9603
Chuva Conselheiro Paulino	0.9450	0.9449	0.9448
Nível Conselheiro Paulino	0.9433	0.9424	0.9328

(-0.01%). Apresentaram crescimento na acurácia as estações de nível Olaria (0.72%), nível Venda das Pedras (0.49%), nível Ypu (0.44%) e nível Suspiro (0.28%).

Para a perturbação de intensidade  $\sigma = 2.0$ , a queda da robustez aconteceu nas estações de nível Olaria (-13.77%), nível Ypu (-2.29%), nível Venda das Pedras (-1.36%), nível Suspiro (-1.07%) e chuva Olaria (-0.01). Apresentou crescimento na robustez a estação nível Conselheiro Paulino (48.82%). Para a acurácia, houve queda nas estações de nível Conselheiro Paulino (-1.02%), chuva Olaria (-0.03%), chuva Ypu (-0.03%) e chuva Conselheiro Paulino (-0.01%). As estações de nível Olaria (3.65%), nível Venda das Pedras (1.93%), nível Ypu (1.18%) e nível Suspiro (0.79%)

apresentaram crescimento na acurácia. Demais estações não mencionadas tiveram variação de menos de 0.01%. As estações que mantiveram os valores constantes para a robustez foram chuva Venda das Pedras, chuva Suspiro, chuva Ypu e chuva Conselheiro Paulino. Para a acurácia, foram chuva Venda das Pedras e chuva Suspiro.

## 5.5 Análise estática com desvio padrão continuamente variável

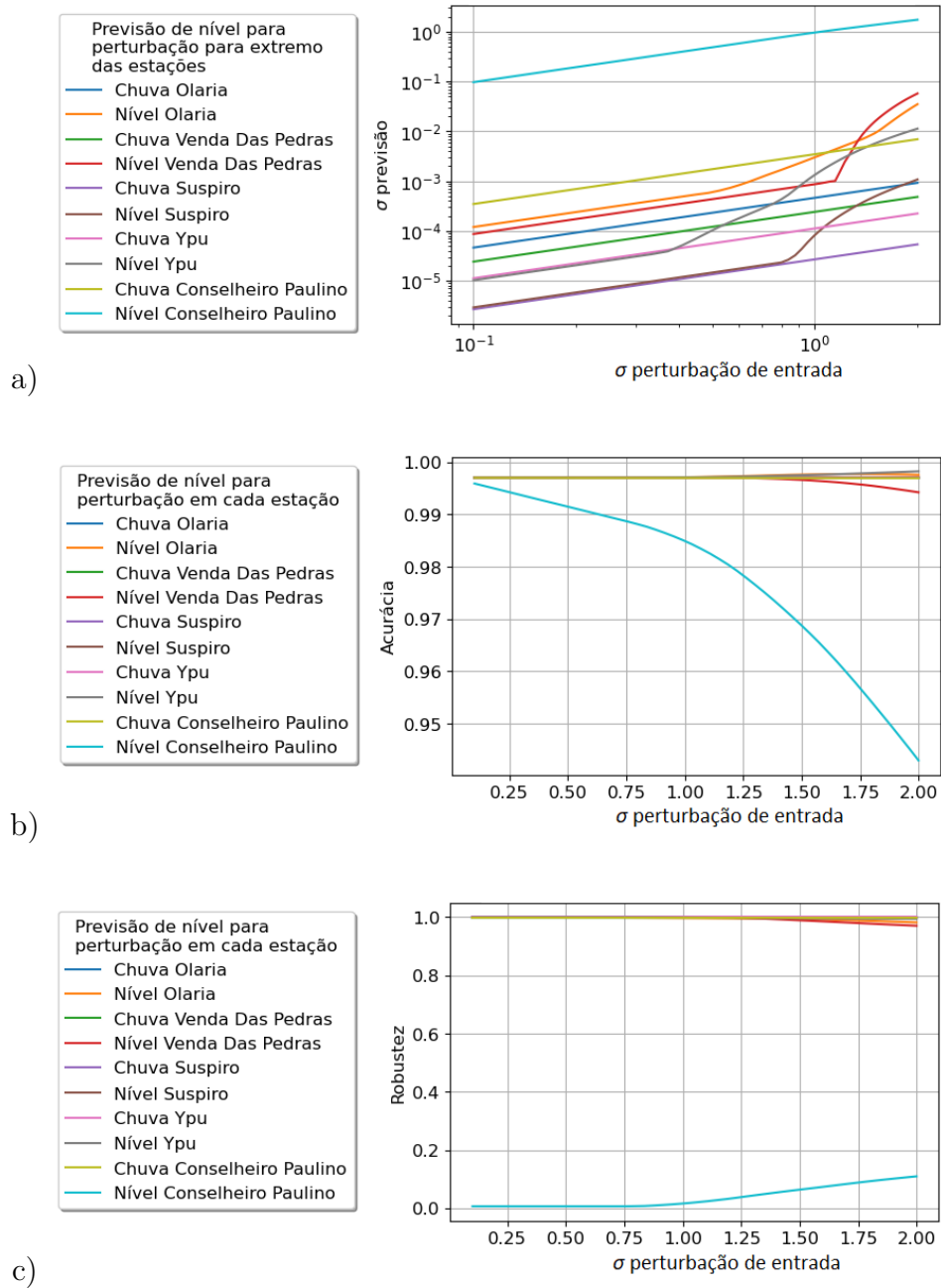
O objetivo deste procedimento é avaliar como é o comportamento da perturbação das entradas na previsão e como evolui ao aumentar o desvio padrão da perturbação da entrada, para cada estação de forma independente. Para este teste, foi empregado um vetor de valores de desvio padrão, igualmente espaçados, e o variando de 0.01 a 2.00. A simulação foi feita para cada valor de desvio padrão e para cada estação, depois foram calculadas as métricas. Cada modelo de previsão foi avaliado individualmente. O caso extremo é selecionado conforme o maior valor observado no nível no exutório no tempo  $t$  e das entradas no tempo  $t - \text{horizonte de previsão}$ . Como cada dado é amostrado a cada 15 minutos, no modelo de horizonte de 15 minutos, a diferença de tempo entre a medição e a previsão é  $t - 1$ . No modelo de previsão de 120 minutos, essa diferença é  $t - 8$ .

### 5.5.1 Horizontes de 15 minutos — caso extremo

Para o modelo de previsão de 15 minutos, foram usadas medições de cada estação no instante de tempo  $t - 1$ , para o valor extremo no exutório. O resultado pode ser visto na Figura 5.8 (a), em que a estação de nível Conselheiro Paulino (linha azul claro) apresentou o maior desvio padrão na previsão em relação ao valor da intensidade da perturbação  $\sigma$  de entrada, além de apresentar uma taxa de crescimento constante. A estação de chuva Conselheiro Paulino (linha dourada) foi a segunda com maior desvio padrão, apresentou taxa de crescimento constante para todo o intervalo de  $\sigma$ . As estações de chuva Olaria, chuva Vendas das Pedras, chuva Suspiro e chuva Ypu mantiveram sua taxa de crescimento constante. A estação de nível Olaria, por volta do  $\sigma$  de 0.5, aumentou sua taxa de crescimento. A estação de nível Venda das Pedras teve um crescimento acentuado a partir do  $\sigma$  de 1.0; nível Ypu, a partir de 0.3; e a estação de nível Suspiro, a partir de 0.8. Chuva Suspiro, que foi a estação com menor dispersão na previsão em relação da perturbação na entrada, manteve sua taxa de crescimento constante para todo o intervalo.

A acurácia se manteve à medida que cresceu o desvio padrão da perturbação, com pequena queda para a estação de nível Conselheiro Paulino. Todas as estações iniciam com acurácia próxima de 1.0 para os pequenos valores de perturbação. O restante

Figura 5.8 - Métricas para o modelo de 15 minutos caso extremo.



(a) Desvio padrão; (b) Acurácia; (c) Robustez.

Fonte: Produção do autor.

das estações permaneceram com acurácia próxima de 1.0, conforme pode-se ver na Figura 5.8 (b).

Houve um crescimento na robustez da estação nível Conselheiro Paulino à medida que cresceu a perturbação (Figura 5.8 (c)), porém ele foi acompanhado pela queda na acurácia, ou seja, a variabilidade diminui junto com a exatidão. Para as demais, a robustez permaneceu constante acima de 0.97.

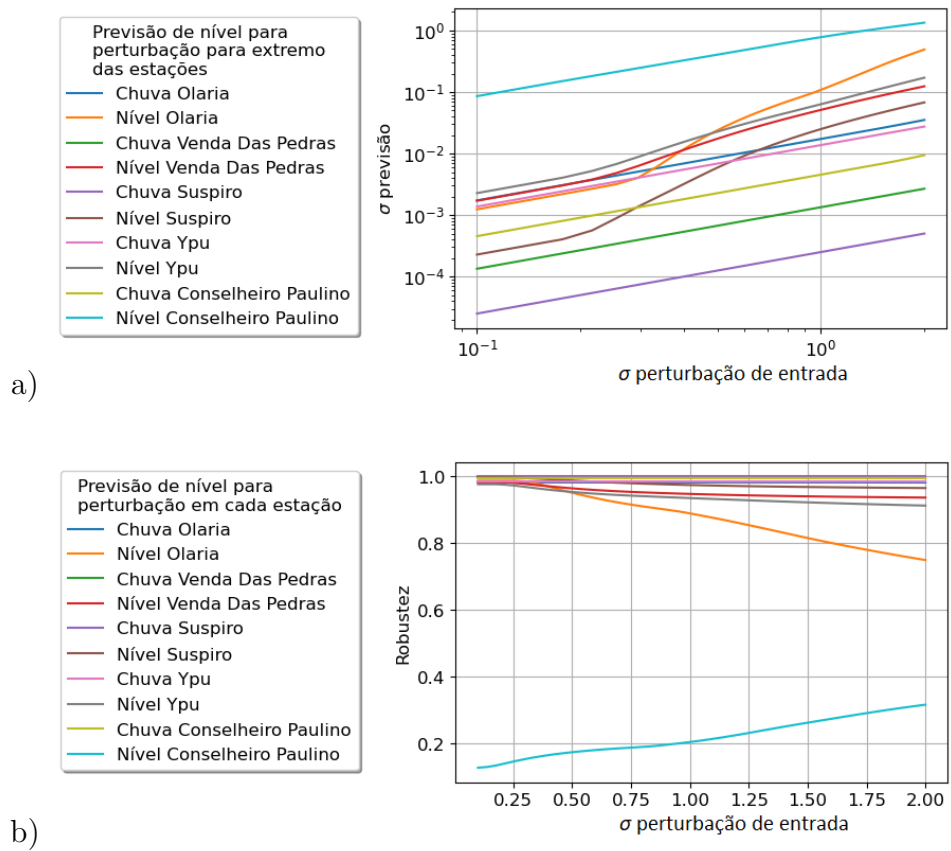
### 5.5.2 Horizontes de 120 minutos — caso extremo

Seguiu-se a metodologia aplicada ao horizonte de 15 minutos, agora com o modelo de 120 minutos. Na Figura 5.9 (a) observa-se o crescimento da taxa de dispersão na previsão para as estações de nível Olaria e nível Ypu para  $\sigma = 0.3$ , bem como nível Suspiro e nível Venda das Pedras para o valor de  $\sigma$  da perturbação de 0.2. As demais estações mantiveram o a taxa de crescimento constante do desvio padrão da previsão em relação ao da perturbação de entrada.

O valor de acurácia inicial das estações para o menor valor de perturbação  $\sigma = 0.1$  foi de 0.9433. As estações de nível Olaria, nível Venda das Pedras, nível Suspiro e nível Ypu apresentaram crescimento da acurácia com aumento do desvio padrão da perturbação. A estação de nível Conselheiro Paulino apresentou crescimento, mas esse começou a cair quando o  $\sigma$  da perturbação foi maior do que 1. Demais estações mantiveram a acurácia constante mesmo com o crescimento do  $\sigma$  da perturbação. Os valores finais de acurácia ficaram maiores do que 0.93 para  $\sigma$  da perturbação igual a 2.0.

O valor da robustez para  $\sigma$  da perturbação de 0.1 se iniciou maior do que 0.98, exceto para a estação de nível Conselheiro Paulino com 0.126 (Figura 5.9 (b)). A estação de Conselheiro Paulino teve uma robustez maior que no modelo de 15 minutos a qual foi de 0.006. A robustez caiu à medida que o desvio padrão da perturbação aumenta, exceto para a estação de nível Conselheiro Paulino, que teve um aumento na robustez de 0.126 com  $\sigma = 0.1$  para 0.2939 com  $\sigma = 2.0$ . A estação de nível Olaria apresenta a maior queda da robustez, passando de 0.9874 ( $\sigma = 0.1$ ) para 0.7819 ( $\sigma = 2.0$ ), seguida pelas estações de nível Ypu e nível Venda das Pedras, que apresentaram respectivamente robustez de 0.9201 e 0.9407, configurando as três maiores quedas. O restante das estações apresentou uma baixa queda na robustez, ficando acima de 0.96.

Figura 5.9 - Métricas para o modelo de 120 minutos caso extremo.



(a) Desvio padrão; e (b) Robustez.

Fonte: Produção do autor.

## 5.6 Análise dinâmica com desvio padrão fixo — (síncrono)

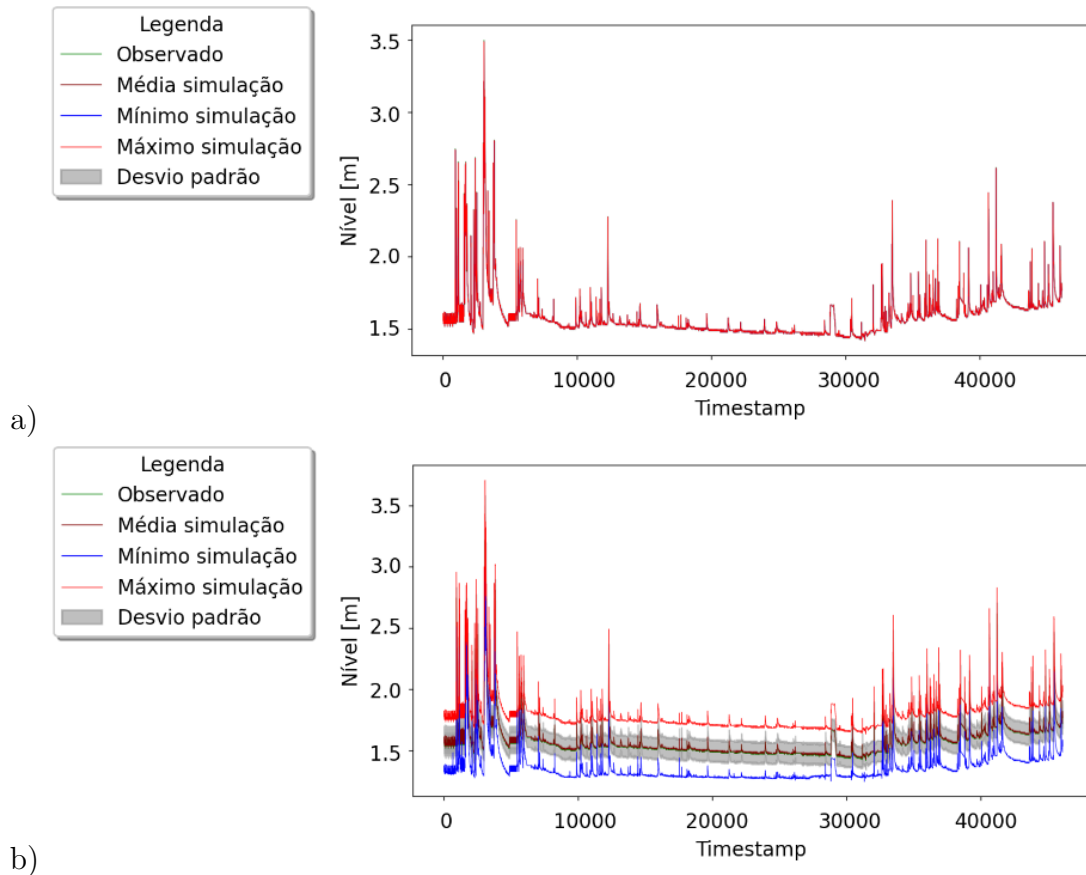
A análise dinâmica com desvio padrão fixo para o caso síncrono consiste em: (i) perturbar os dados de entrada de cada estação para cada instante de tempo da série temporal; (ii) calcular as métricas, e (iii) extrair os momentos estatísticos para cada instante de tempo, conforme Algoritmo 4.4. Neste procedimento, foram utilizados dois desvios padrão: 0.1 e 1.0, com objetivo de verificar como se comportam as métricas em toda a série temporal, não apenas para casos específicos, como no procedimento anterior. A escolha de dois desvios padrões ao invés de três, se deu por conta da perturbação de intensidade  $\sigma$  igual a 2.0 ser um caso limite.

### 5.6.1 Horizonte de 15 minutos — perturbação $\sigma = 0.1$

Para o horizonte de 15 minutos no desvio padrão de 0.1, todas as estações, com exceção de nível Conselheiro Paulino, apresentaram uma aparente sobreposição das linhas de limite máximo, limite mínimo, média, área de incerteza sigma e observado. O que significa que a dispersão na previsão para a perturbação foi pequena (Figura 5.10 (a)). Para a estação de nível Conselheiro Paulino essas regiões tiveram uma separação marcante, como pode-se observar na Figura 5.10 (b), mostrando que as demais estações são mais robustas a perturbação que a de nível Conselheiro Paulino. Pode-se notar que a média da previsão de cada ponto sobrepôs o observado, a área de incerteza de um *sigma* em volta da média e os limites máximo e mínimo nas extremidades. O comportamento foi o mesmo durante toda série temporal.



Figura 5.10 - Resultado análise dinâmica do modelo de 15 minutos para  $\sigma = 0.1$ .



Previsão de nível com perturbação nas estações: (a) chuva Olaria; e (b) nível Conselheiro Paulino.

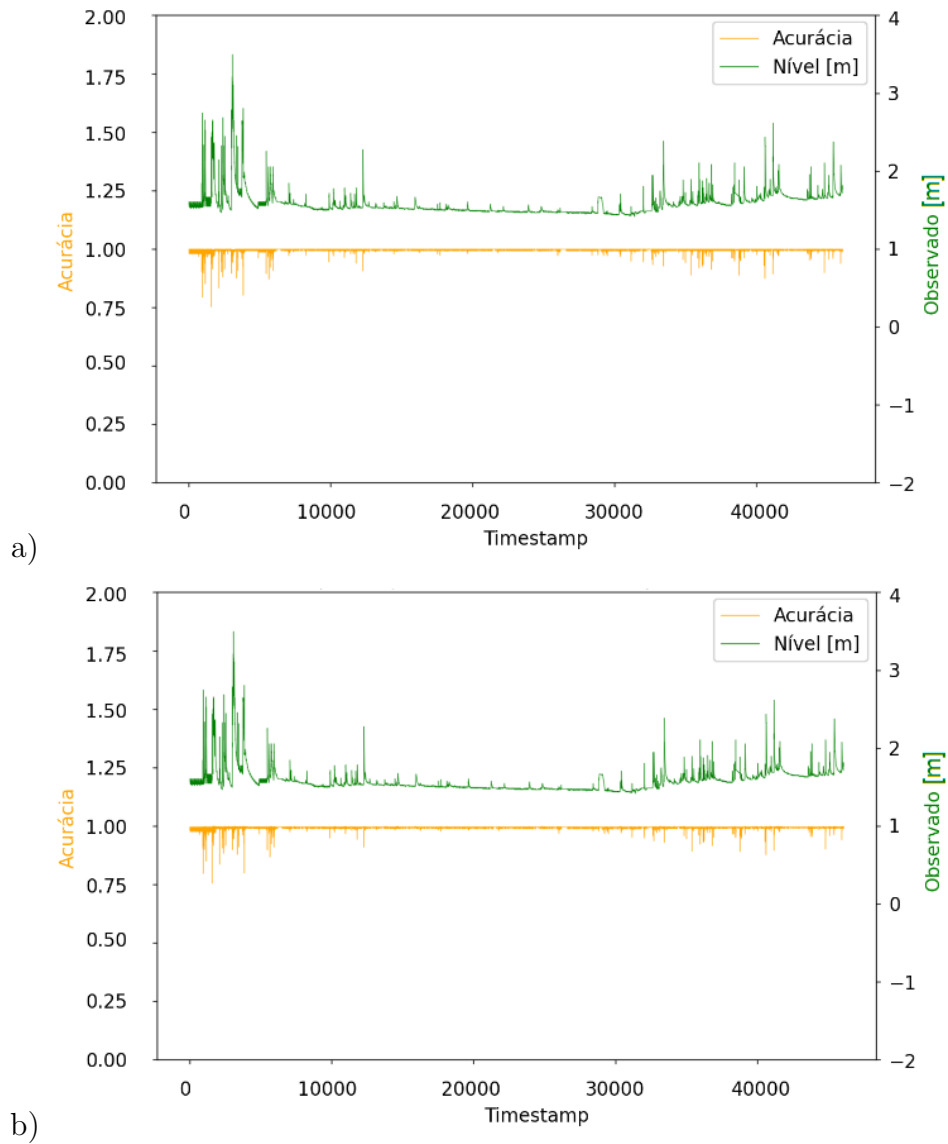
Fonte: Produção do autor

Para o valor de perturbação de  $\sigma = 0.1$ , a acurácia se manteve próxima de 1.0 em todas as estações, com quedas até o valor de 0.75 nas regiões de valores de pico no observado, o que demonstra que a acurácia não é seriamente afetada pela perturbação de  $\sigma = 0.1$ . Na Figura 5.11 pode-se ver o valor da acurácia em relação à série temporal chuva Olaria (Figura 5.11 (a)) e nível Conselheiro Paulino (Figura 5.11 (b)).

A robustez para a estação de chuva Olaria (Figura 5.12 (a)) ficou estacionada próxima de 1.0, comportamento observado também nas demais estações, com a exceção da de nível Conselheiro Paulino (Figura 5.12 (b)), que apresentou valores de robustez próximos de zero para toda a simulação (de -0.0021 a 0.0077). Isso evidencia

que a estação de nível Conselheiro Paulino é a estação menos robusta, enquanto as demais não foram afetadas por essa intensidade de perturbação.

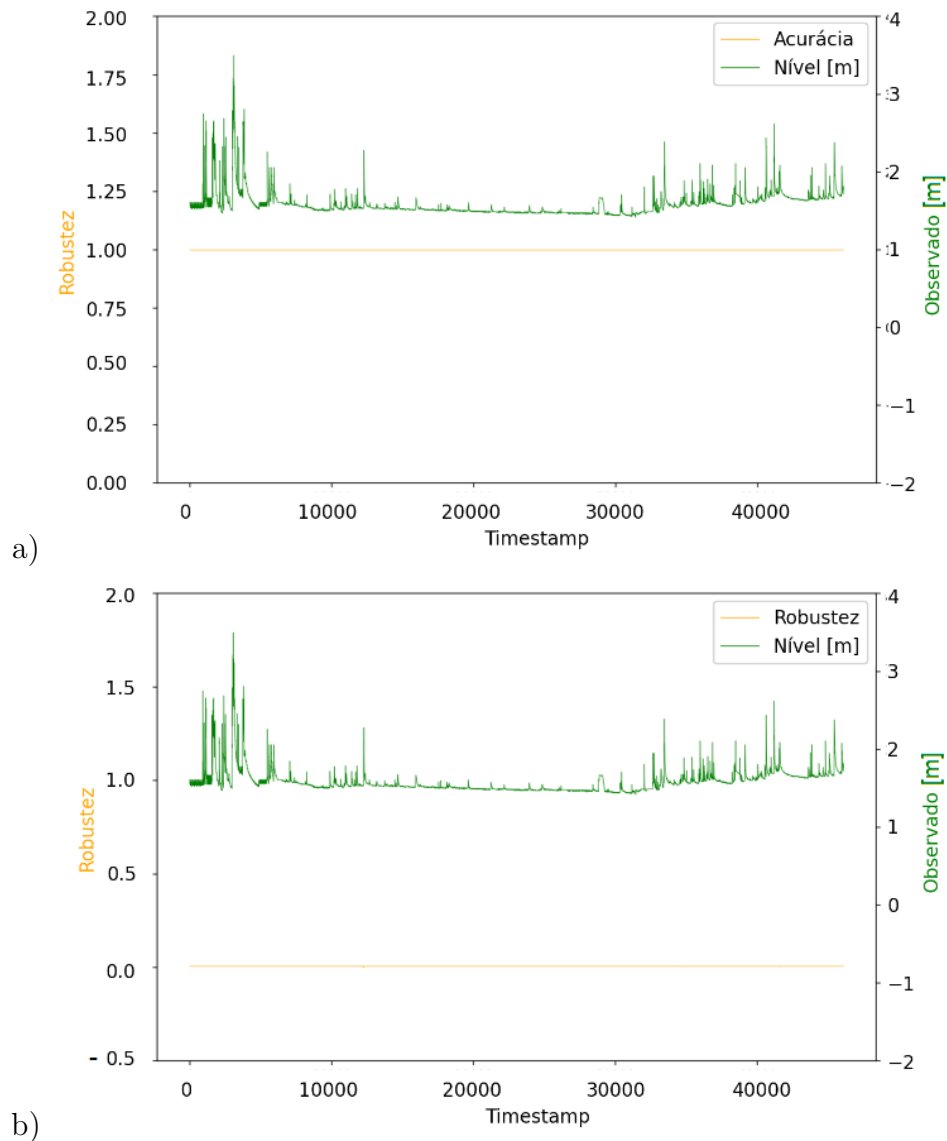
Figura 5.11 - Acurácia da análise dinâmica do modelo de 15 minutos para  $\sigma = 0.1$ .



Acurácia para perturbação nas estações: (a) chuva Olaria; e (b) nível Conselheiro Paulino.

Fonte: Produção do autor

Figura 5.12 - Robustez da análise dinâmica do modelo de 15 minutos para  $\sigma = 0.1$ .



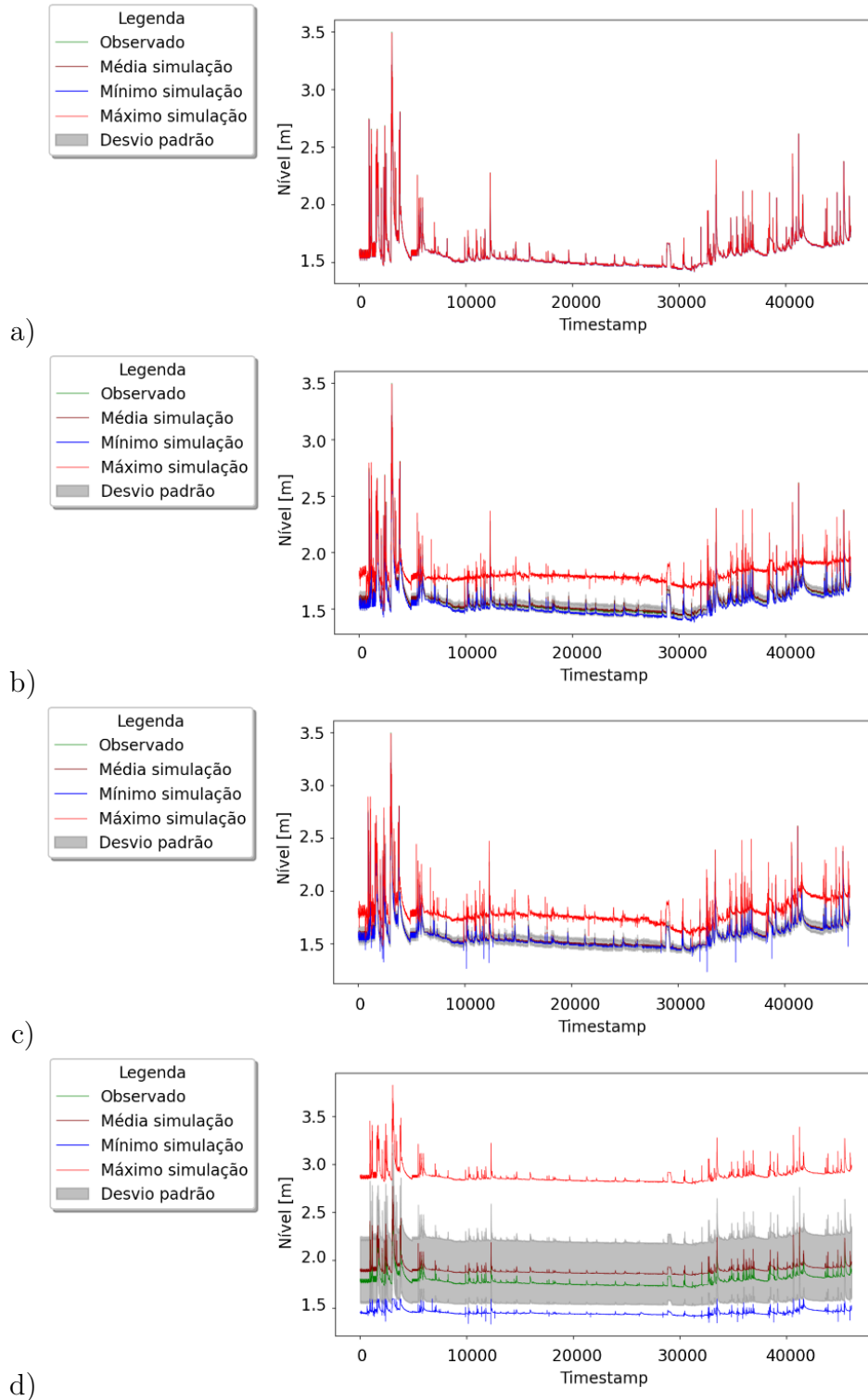
Robustez para perturbação nas estações: (a) chuva Olaria; e (b) nível Conselheiro Paulino.

Fonte: Produção do autor

### 5.6.2 Horizontes de 15 minutos — perturbação $\sigma = 1.0$

Para o desvio padrão de  $\sigma$  com perturbação igual a 1.0, o comportamento das estações de nível Olaria e nível Vendas das Pedras tiveram um aumento na dispersão que pode ser observada no gráfico nas Figura 5.13 (b) e (c). O observado e a média

Figura 5.13 - Resultado análise dinâmica do modelo de 15 minutos para  $\sigma = 1.0$ .



Previsão de nível com perturbação nas estações: (a) chuva Olaria; (b) nível Olaria; (c) nível Venda das Pedras; e (d) nível Conselheiro Paulino.

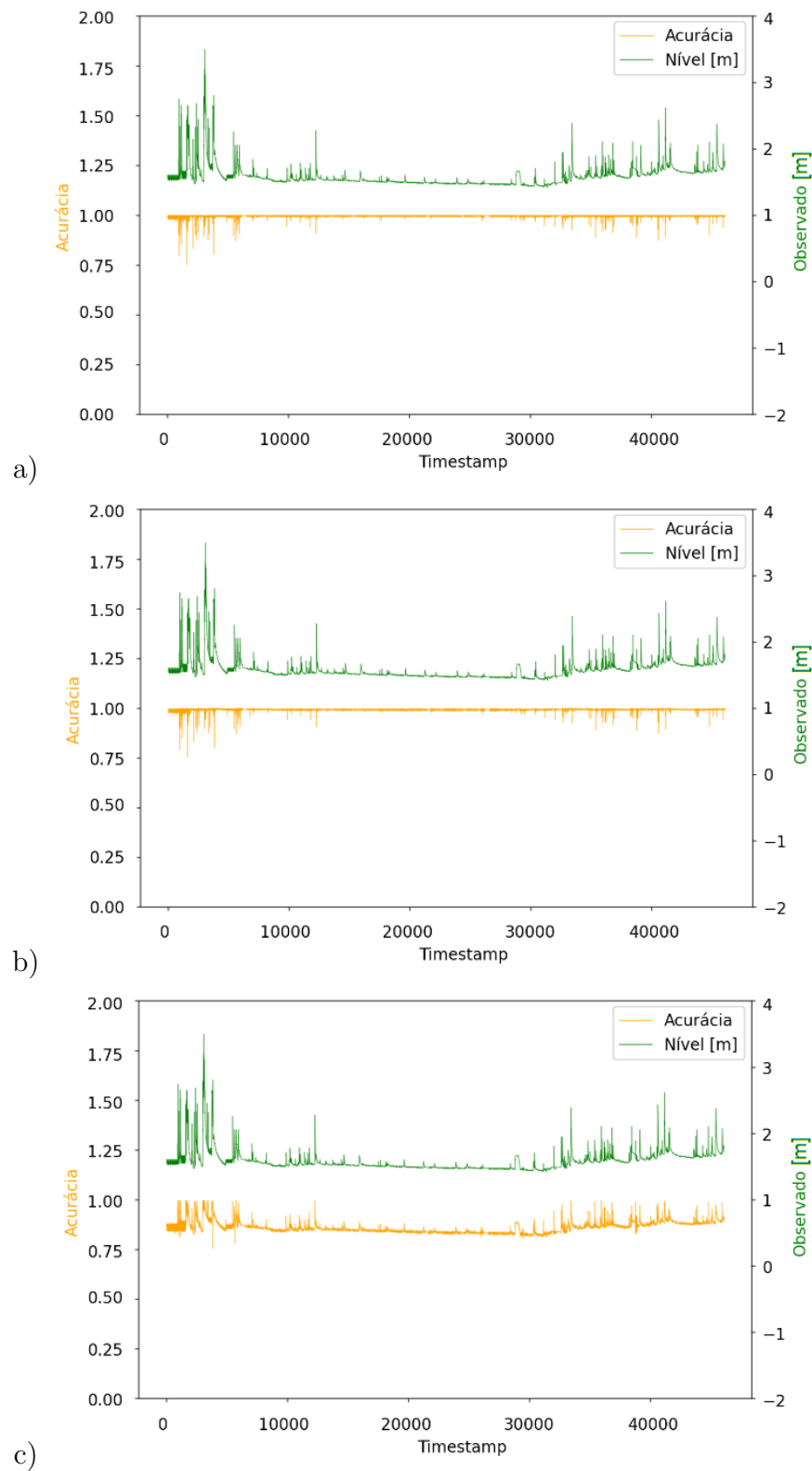
Fonte: Produção do autor

da previsão ficaram próximos a linha do limite mínimo. A distância entre a média da previsão e o limite máximo foi menor para os maiores níveis observados. Nível Olaria teve um uma separação da região de incerteza e do limite mínimo, o que não ocorreu com a estação de nível Venda das Pedras. A perturbação nessas estações gerou valores mais altos (máximo) na previsão em relação ao observado do que valores baixos (mínimos), de forma mais acentuada nos menores valores de nível observado. Diferentemente do comportamento apresentado para o nível de perturbação de  $\sigma$  igual a 0.1, a estação de nível Conselheiro Paulino (Figura 5.13 (d)) teve uma tendência a prever níveis ligeiramente mais altos, porém mais centralizados do que as estações de nível Olaria e nível Vendas das Pedras. A média dos valores previstos de nível ficou ligeiramente acima do observado, a região de incerteza teve uma separação do limite inferior e uma ainda maior para o superior. Nas demais estações, o comportamento foi semelhante ao apresentado pela chuva Olaria (Figura 5.13 (a)), em que a desvio padrão da previsão foi pequeno e o gráfico ficou com suas linhas sobrepostas.

A acurácia se manteve entre 1.0 e 0.7, como no experimento anterior, para todas as estações. Também apresentou menores valores de acurácia para os maiores valores observados (Figura 5.14 (a) e (b)), com exceção da estação de nível Conselheiro Paulino, que teve sua acurácia entre 1.00 e 0.75 e espelhou a imagem do observado (Figura 5.14 (c)), o que caracteriza que, para a perturbação  $\sigma = 1.0$ , a acurácia tende a aumentar conforme cresce o valor do observado. A acurácia do modelo de previsão de 15 minutos tendeu a se manter alta, ficando acima de 0.7, sendo pouco afetada pela intensidade de perturbação de  $\sigma = 1.0$ .

Para a estação de chuva Olaria (Figura 5.15 (a)), a robustez se manteve constante próxima de 1.0. Nas estações de nível Olaria (Figura 5.15 (b)), houve uma variação entre 1.0 e 0.8, sendo a robustez maior para os maiores valores observados. A estação de nível de Conselheiro Paulino (Figura 5.15 (c)) apresentou uma robustez maior para a perturbação de  $\sigma = 1.0$ , variando de 0.0 a 0.25. Logo, formou uma imagem invertida do observado, sendo menor o valor da robustez quanto maior for o valor observado e vice-versa. A robustez, com a exceção de nível Conselheiro Paulino, não foi afetada pela intensidade de perturbação  $\sigma = 1.0$ , permanecendo maior que 0.8 para todas as estações.

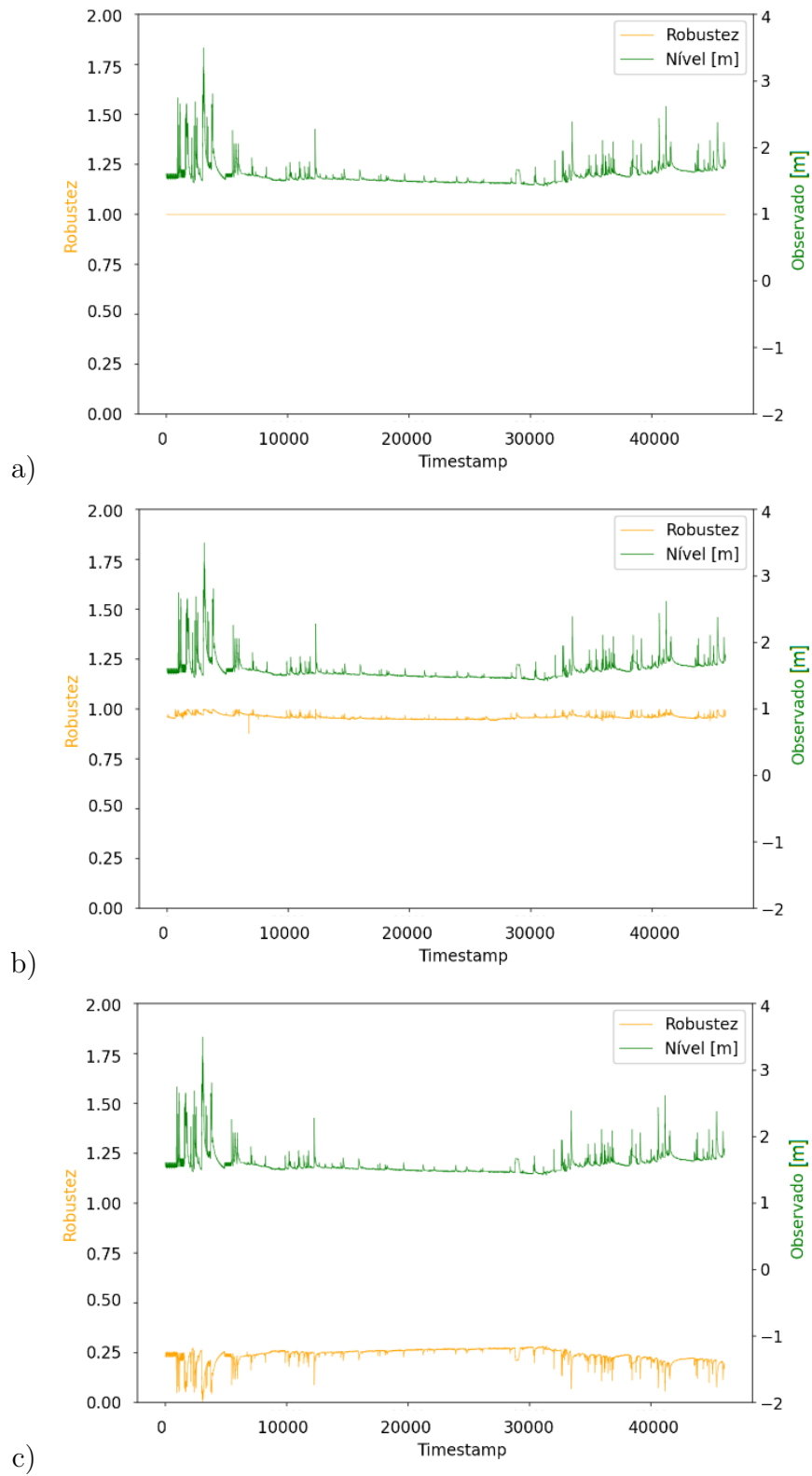
Figura 5.14 - Acurácia da análise dinâmica do modelo de 15 minutos para  $\sigma = 1.0$ .



Acurácia para perturbação nas estações: (a) chuva Olaria; (b) nível Olaria; e (c) nível Conselheiro Paulino.

Fonte: Produção do autor

Figura 5.15 - Robustez da análise dinâmica do modelo de 15 minutos para  $\sigma = 1.0$ .



Robustez para perturbação nas estações: (a) chuva Olaria; (b) nível Olaria; e (c) nível Conselheiro Paulino.

Fonte: Produção do autor

### 5.6.3 Horizontes de 120 minutos — perturbação $\sigma = 0.1$

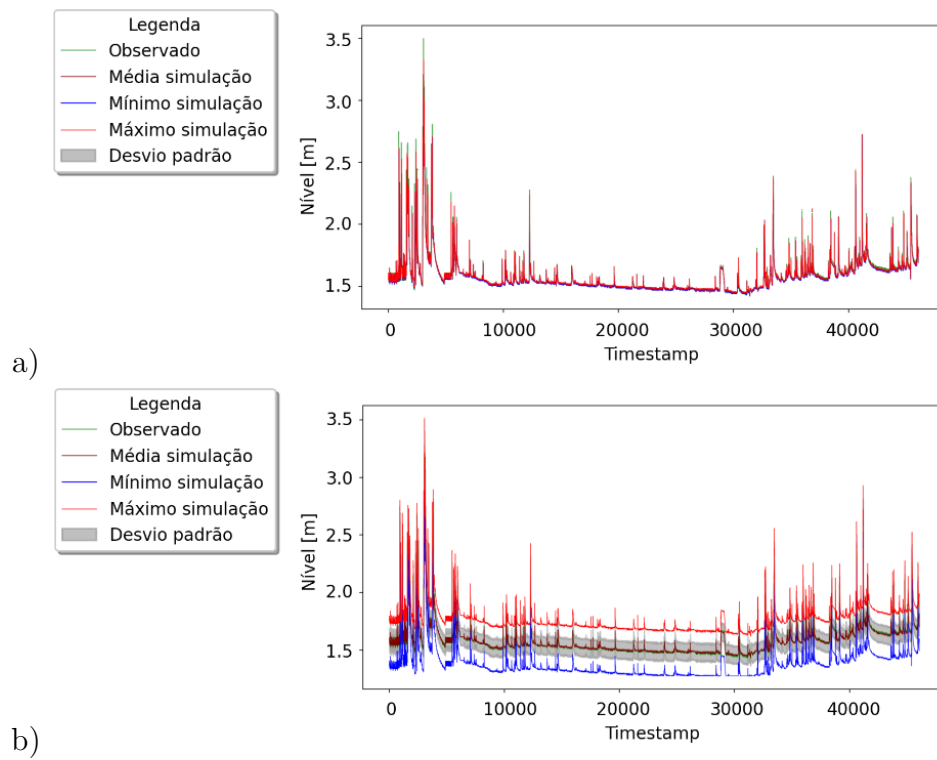
Para o modelo de previsão de horizonte de 120 minutos, utilizando uma perturbação com  $\sigma = 0.1$  e os resultados apresentados foram parecidos com o modelo de 15 minutos. Houve uma sobreposição das linhas e da área de incerteza para as estações e o comportamento foi similar ao da estação de nível Olaria (Figura 5.16 (a)). O nível de perturbação das demais estações não provoca alterações evidentes na previsão. A exceção é a estação de nível Conselheiro Paulino (Figura 5.16 (b)), apresentando separação entre as linhas de limite máximo, observado, média, área de incerteza e limite mínimo.

A acurácia teve comportamento similar em todas as estações (Figura 5.17 (a) e (b)), sendo menor nos instantes de pico, semelhante ao modelo de 15 minutos para desvio da perturbação de  $\sigma = 0.1$ . O resultado representa que o valor de acurácia não é comprometido para esse nível de perturbação. O valor da acurácia da previsão tende a apresentar valores menores à medida que o valor observado é maior.

A robustez se manteve próxima de 1.0 para todas as estações durante toda a série (Figura 5.18 (b)), com exceção da estação de nível de Conselheiro Paulino (Figura 5.18 (a)), o que foi observado no modelo de 15 minutos e desvio padrão igual a 0.1. A estação de nível Conselheiro Paulino apresentou valores próximos de 0.12 durante todo o observado, com quedas pontuais em seu valor até próximo de 0.0. A robustez tende a se manter constante para o nível de perturbação  $\sigma = 0.1$  aplicado.



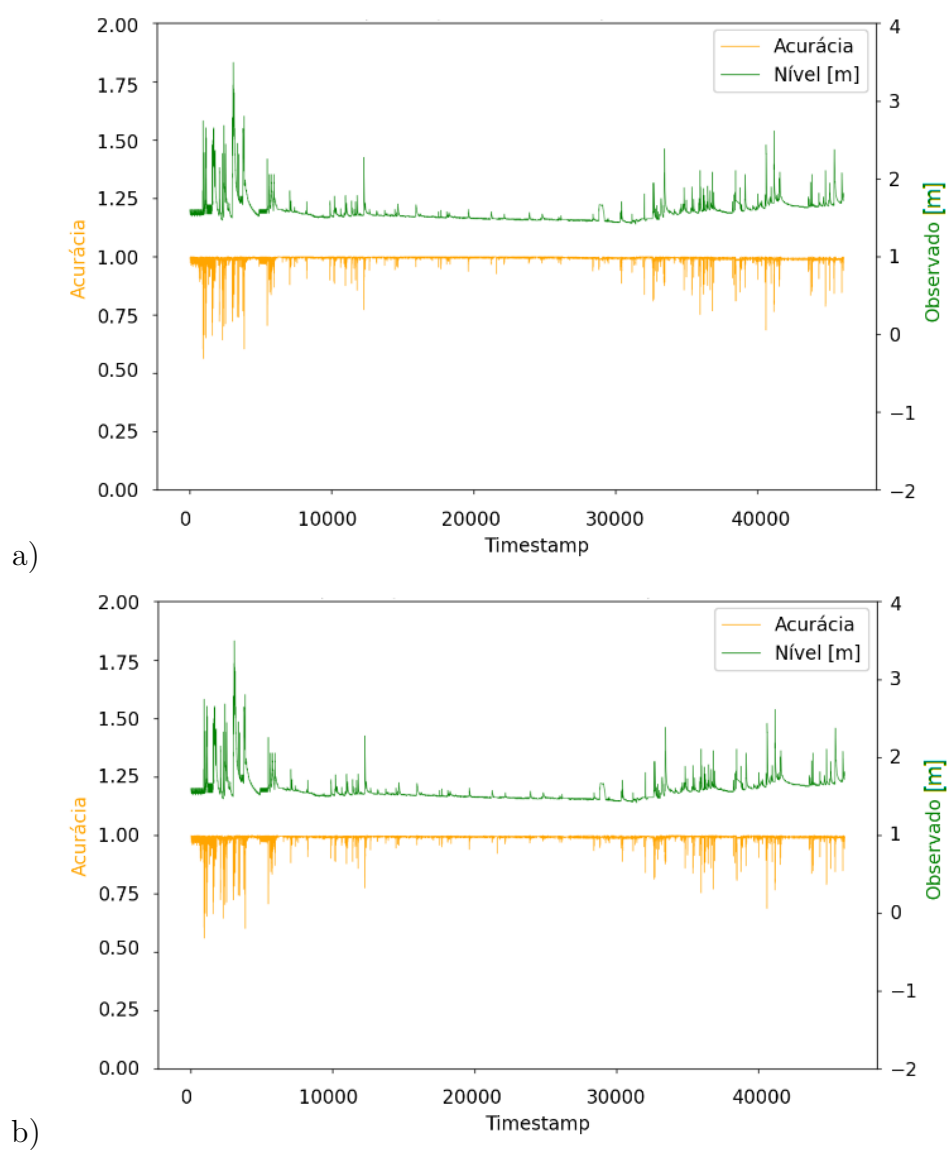
Figura 5.16 - Resultado análise dinâmica do modelo de 120 minutos para  $\sigma = 0.1$ .



Previsão de nível com perturbação nas estações: (a) chuva Olaria; e (b) nível Conselheiro Paulino.

Fonte: Produção do autor

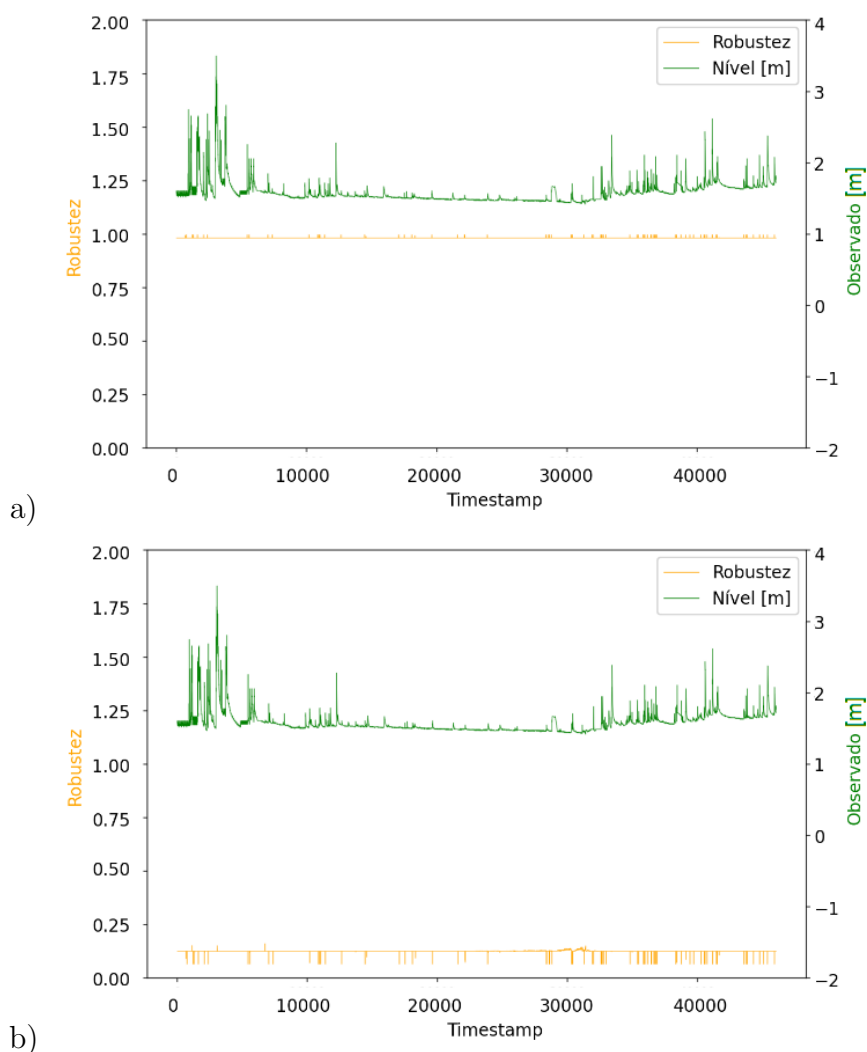
Figura 5.17 - Acurácia da análise dinâmica do modelo de 120 minutos para  $\sigma = 0.1$ .



Acurácia para perturbação nas estações: (a) chuva Olaria; e (b) nível Conselheiro Paulino.

Fonte: Produção do autor

Figura 5.18 - Robustez da análise dinâmica do modelo de 120 minutos para  $\sigma = 0.1$ .



Robustez para perturbação nas estações: (a) chuva Olaria; e (b) nível Conselheiro Paulino.

Fonte: Produção do autor

#### 5.6.4 Horizontes de 120 minutos — perturbação $\sigma = 1.0$

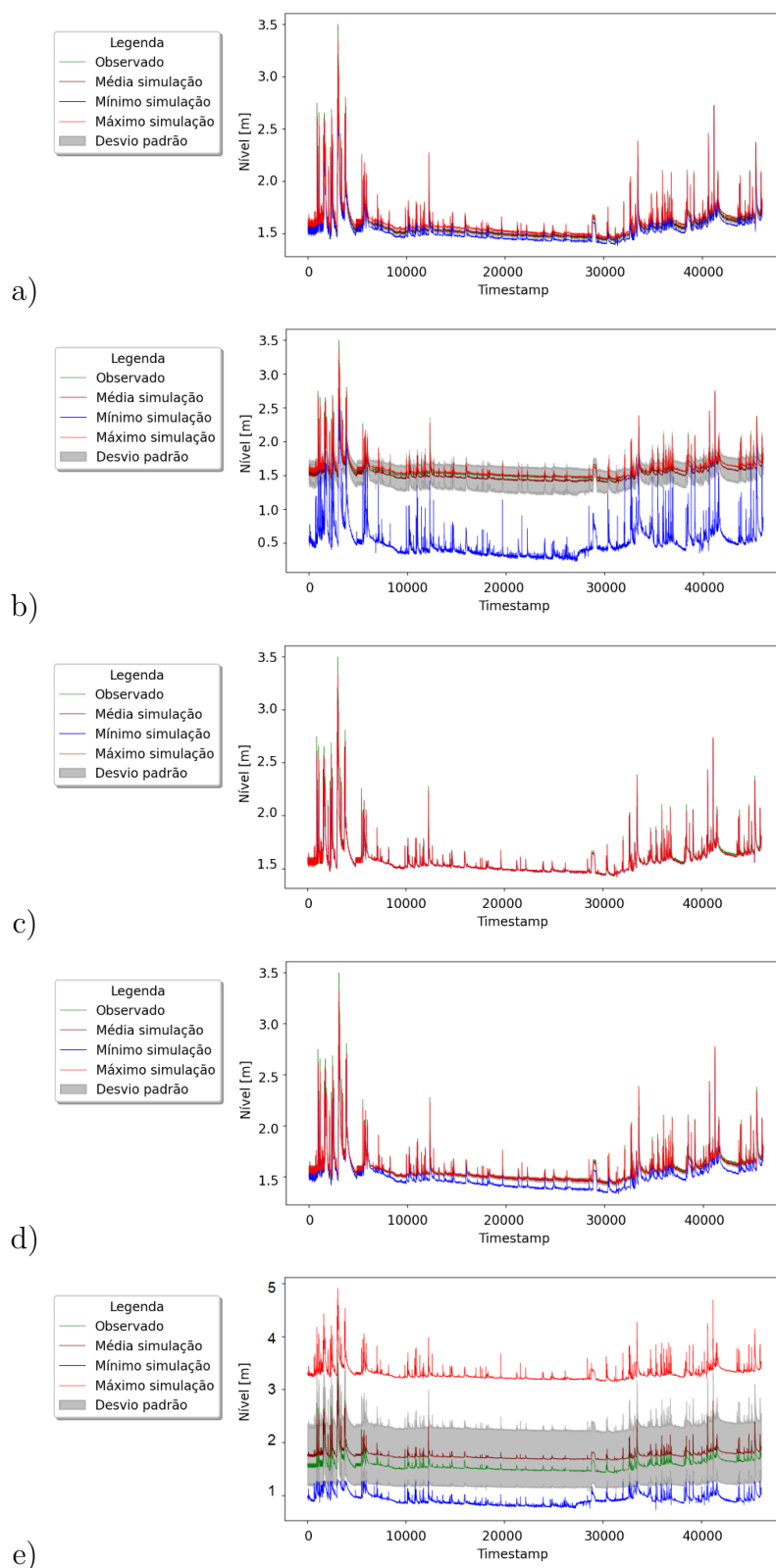
Utilizando o modelo de previsão para o desvio padrão da perturbação de  $\sigma$  igual a 1.0, é possível observar que a estação de chuva Olaria (Figura 5.19 (a)) e chuva Ypu apresentaram uma separação perceptível das linhas em toda a série temporal, o que não ocorreu com o modelo de 15 minutos para  $\sigma$  igual a 1.0. As estações de chuva Suspiro, chuva Conselheiro Paulino e chuva Venda das Pedras mantiveram a

sobreposição apresentada no modelo de 15 minutos (Figura 5.19 (c)). A estação de nível Conselheiro Paulino apresentou a separação mais acentuada entre as linhas da média e do observado (Figura 5.19 (d)). A região de incerteza ficou entre os limites máximo e mínimo. Seu comportamento foi similar ao modelo do 15 minutos para a perturbação de  $\sigma = 1.0$ , em que a previsão tendeu a valores mais altos, ficando o limite máximo mais longe do observado do que o limite mínimo. A estação de nível Olaria ficou com a segunda maior dispersão na previsão do modelo (Figura 5.19 (b)), diferentemente do que ocorreu no modelo de 15 minutos, indicando maior peso da estação na previsão do modelo de 120 minutos, apesar de ser a mais distante, a cerca de 9186.7 m de distância do exutório. O observado ficou muito próximo do limite superior, o que indica que perturbações nessa estação tendem a gerar valores menores de nível na previsão, sendo o limite máximo muito próximo do observado. Diversas estações do modelo apresentaram crescimento expressivo do desvio padrão na previsão para a perturbação de  $\sigma = 1.0$ , mostrando a sensibilidade dessas a essa intensidade de perturbação.

A acurácia tendeu a se manter próxima de 1, com valores menores nos instantes de pico, comportamento observado em todas as estações (Figura 5.20 (a)). O modelo acompanhou a tendência de ter menores valores de acurácia nos maiores valores observados. A estação de nível Conselheiro Paulino teve queda na acurácia para os maiores picos, porém, para o restante da série, se manteve por volta de 0.85 e reproduziu uma imagem do valor observado em menor escala (Figura 5.20 (b)). Para o valor de perturbação  $\sigma = 1.0$ , a acurácia apresentou valores acima de 0.7, sendo pouco comprometida pela perturbação.

A robustez, se manteve estável para todas as estações, comportamento análogo ao da chuva Olaria (Figura 5.21 (a)), como ocorreu para a perturbação de  $\sigma = 1.0$  no modelo de 15 minutos, com as exceções de nível Olaria e nível Conselheiro Paulino (Figura 5.21 (b) e (c)). O comportamento da robustez para a estação de nível de Olaria variou de 0.75 a 1.00, copiando a forma do observado (em escala menor), sendo maior nos instantes de pico. Já a robustez da estação de nível de Conselheiro Paulino ficou no intervalo de 0.10 a 0.40 e teve o comportamento oposto ao da estação de nível Olaria, copiando uma imagem invertida do observado e sendo menor valor da robustez quanto maior for o valor observado. A robustez se manteve alta para o valor de perturbação  $\sigma = 1.0$ , o que sugere que o modelo é robusto. A exceção foi a nível Conselheiro Paulino, que apresentou baixos valores de robustez, porém, eles ainda foram maiores do que para o modelo de 15 minutos com a intensidade similar de perturbação.

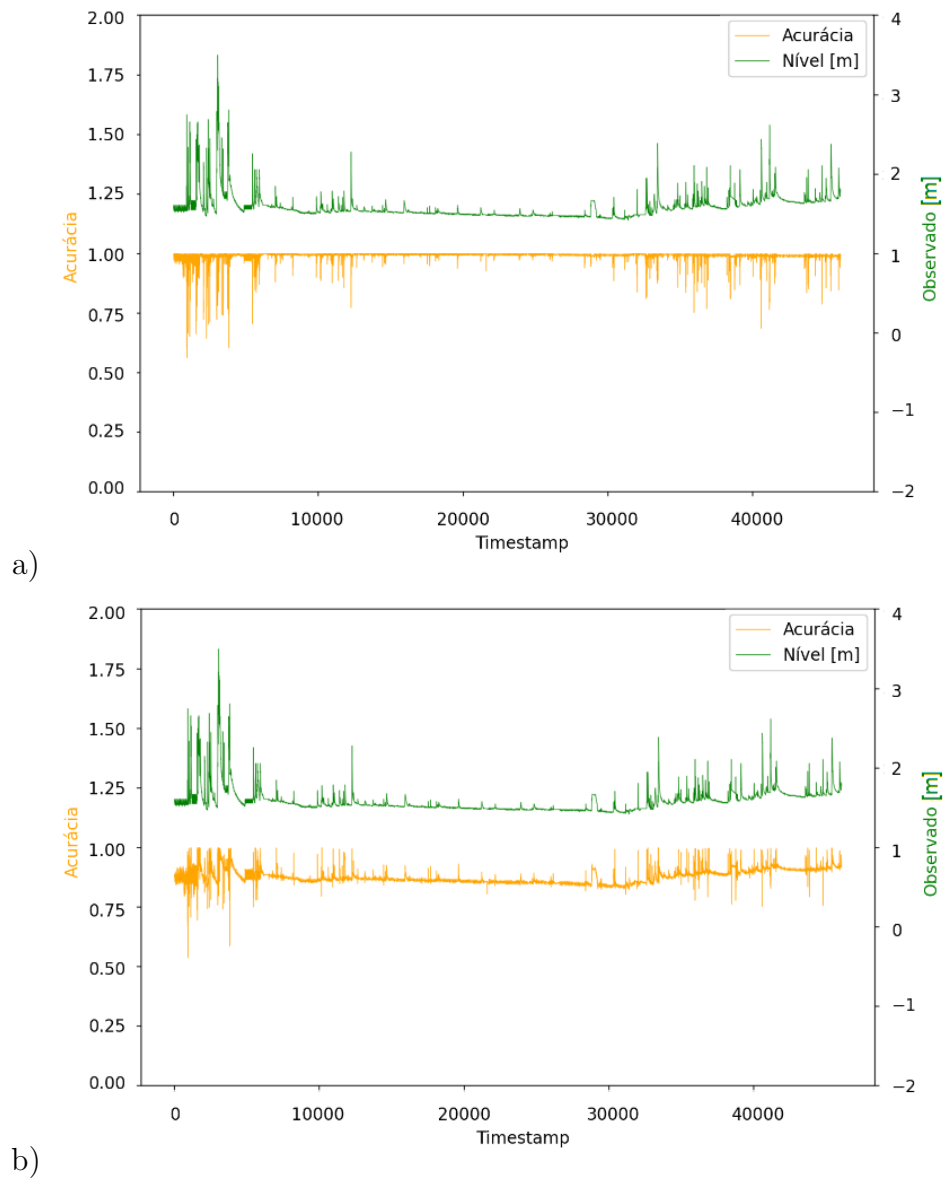
Figura 5.19 - Resultado análise dinâmica do modelo de 120 minutos para  $\sigma = 1.0$ .



Previsão de nível com perturbação nas estações: (a) chuva Olaria; (b) nível Olaria; (c) chuva Suspiro; (d) nível Suspiro; e (e) nível Conselheiro Paulino.

Fonte: Produção do autor

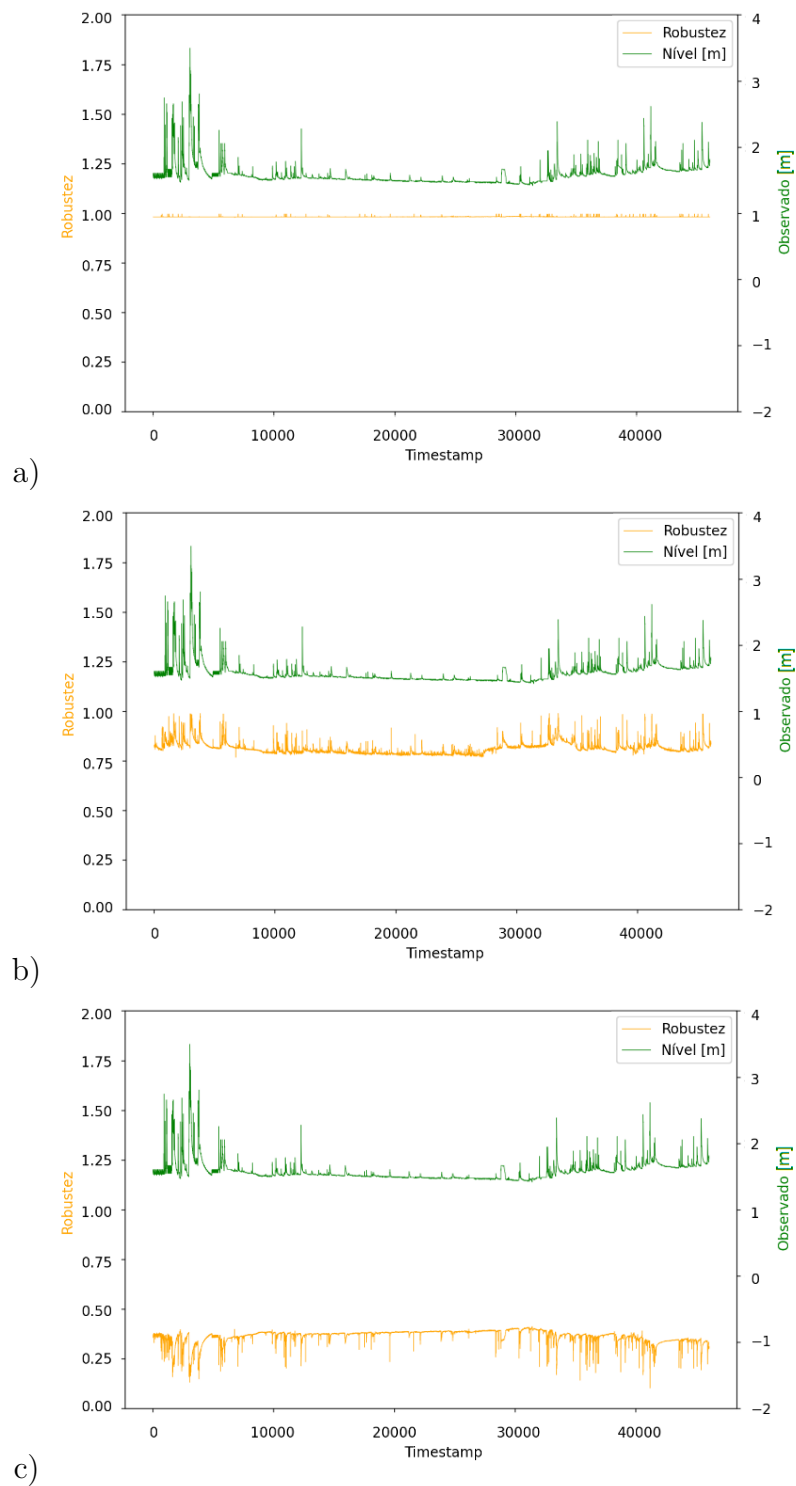
Figura 5.20 - Acurácia da análise dinâmica do modelo de 120 minutos para  $\sigma = 1.0$ .



Acurácia para perturbação nas estações: (a) chuva Olaria; e (b) nível Conselheiro Paulino.

Fonte: Produção do autor

Figura 5.21 - Robustez da análise dinâmica do modelo de 120 minutos para  $\sigma = 1.0$ .



Robustez para perturbação nas estações: (a) chuva Olaria; (a) nível Olaria; e (c) nível Conselheiro Paulino.

Fonte: Produção do autor

## 5.7 Análise da Acurácia e Robustez

Para o modelo de 15 minutos para desvio fixo, a acurácia tende a se manter com o aumento da intensidade da perturbação. Para perturbações de intensidade de  $\sigma = 0.1$  e  $1.0$ , o valor da acurácia se manteve, em contraste, para valor de  $\sigma = 2.0$  ela teve queda, sendo mais acentuada na estação nível Conselheiro Paulino. A acurácia do modelo de 120 minutos se manteve constante acima de  $0.95$  para perturbações de intensidade de  $\sigma = 0.1$  e  $1.0$ . A estação de nível Conselheiro Paulino apresentou a maior queda para  $\sigma = 2.0$ , porém o valor é maior do que para o modelo de 15 minutos para mesmo  $\sigma$ .

A robustez também acompanhou a acurácia, mantendo-se estável para os valores de  $\sigma = 0.1$  e  $1.0$ , em ambos os modelos. A robustez cresceu para a estação de nível Conselheiro Paulino nos dois modelos, tendo crescimento maior para o de 120 minutos. O menor valor de robustez para o modelo de 120 minutos foi observado na estação de nível Olaria ( $0.7839$ ), que também apresentou a menor acurácia para o modelo de 15 minutos — a estação foi segunda nos dois indicadores.

No modelo de 15 minutos, para todas as estações, a acurácia permaneceu acima de  $0.9$  para o caso extremo. Para o modelo 120 minutos o comportamento foi semelhante. No caso extremo, o aumento na intensidade da perturbação não provocou alterações na acurácia para  $\sigma$  até  $2$ . A estação de nível Conselheiro Paulino teve trajetória de queda.

O indicador de robustez para o modelo de 15 minutos registrou uma tendência na queda da robustez para todas as estações (exceto nível Conselheiro Paulino) no caso extremo. Em oposição, a estação nível Conselheiro Paulino registrou aumento da robustez para o aumento na intensidade da perturbação em todos os casos, iniciando próximo de  $0$ . No modelo de 120 minutos, a robustez iniciou próxima de  $1$  (exceto para a estação de nível Conselheiro Paulino) e caiu com o aumento da perturbação. A queda da robustez da estação nível Olaria foi mais acentuada até  $\sigma = 2$ . Observou-se um crescimento da robustez da estação nível Conselheiro Paulino, sendo mais acentuada até  $\sigma = 2$ , ficando com robustez de  $0.2939$ .



## 6 CONCLUSÕES

Neste trabalho, foi proposto o estudo das influências das perturbações dos dados de entrada na acurácia e na robustez do modelo. Cada estação teve seu dado perturbado de forma independente com diferentes intensidades de perturbação para dois cenários: estático e o dinâmico. A análise considerou o tipo de grandeza a ser medida (chuva ou nível), aspectos geográficos (distribuição espacial das estações), resolução temporal do horizonte de previsão e intensidade da perturbação nos dados de entrada.

Ambos os modelos de previsão (15 e 120 min), conseguiram representar o sistema hidrológico da bacia, apresentando valores de NSE próximos ou maiores que 0.9, considerando que, para um ajuste ser considerado excelente, o valor deve ser maior do que 0.75 (BHATTARAI et al., 2018). O modelo de previsão de 15 minutos mostrou um índice de NSE de 0.9944 e, para o modelo de previsão de 120 minutos, o valor do NSE foi de 0.8867, ambos para todo o dado. Considerando somente os dados de teste, que não foram apresentados a Rede Neural, o NSE foi de 0.9957 e 0.9074 para os modelos de previsão de 15 e 120 minutos respectivamente. Os indicadores dos dados de teste se mostraram melhores do que todo o dado, comprovando a capacidade de generalização da rede para dados não utilizados no treinamento.

Comparou-se a análise de sensibilidade tradicional com a dos indicadores de acurácia e robustez dos modelos, com seus valores de NSE e RMSE ordenados por grau de importância no modelo. A análise de sensibilidade para o modelo de 15 minutos teve as primeiras estações para nível Conselheiro Paulino, chuva Conselheiro Paulino, nível Ypu e chuva Olaria com valores de NSE de 0.6510, 0.9938, 0.9941 e 0.9943 respectivamente (Tabela 5.2). Os valores de NSE, com exceção da estação de nível Conselheiro Paulino, ficaram próximos de 0.994. No modelo de 120 minutos a estação principal foi nível Conselheiro Paulinho com NSE de 0.67 (Tabela 5.3) e o restante acima de 0.9. A análise de sensibilidade demonstra a capacidade de o modelo manter seus indicadores com a perda de uma das suas entradas, exceto para a de nível no exutório.

Na abordagem utilizando o dado perturbado com intensidade de  $\sigma = 0.1$ , as primeiras estações foram nível Conselheiro Paulino, chuva Conselheiro Paulino, nível Olaria e nível Venda das Pedras, tanto para acurácia quanto para a robustez. As duas primeiras estações coincidiram tanto na análise de sensibilidade quanto na de acurácia/robustez, as demais estações não seguiram a mesma ordem dos dois procedimentos. Empregando uma perturbação de intensidade de  $\sigma = 1.0$  para a análise de

acurácia e robustez, a ordem das quatro primeiras estações do indicador de robustez se manteve a mesma, porém, no indicador de acurácia, nível Venda das Pedras veio em terceiro lugar e chuva Olaria em quarto, coincidindo com a quarta posição do indicador de acurácia.

Para perturbação de  $\sigma = 2.0$ , a ordem das estações para o indicador de robustez foi nível Conselheiro Paulino, permanecendo em primeiro, seguida nível Venda das Pedras, nível Olaria e nível Ypu, coincidindo apenas a primeira estação com a análise de sensibilidade. Para acurácia, nível Conselheiro Paulino veio em primeiro, seguido por nível Venda das Pedras, chuva Conselheiro Paulino e chuva Olaria, essas duas últimas estavam entre as quatro primeiras da análise de sensibilidade.

Na análise de sensibilidade para o indicador de NSE no modelo de previsão de 120 minutos (Tabela 5.3), em primeiro lugar veio a estação de nível Conselheiro Paulino (0.6700), em seguida nível Olaria (0.9059), chuva Suspiro (0.9061) e nível Ypu (0.9069). A variação do NSE é maior do que no modelo de 15 minutos, variando de 0.9059 a 0.9092 (excluindo nível Conselheiro Paulino).

No modelo de previsão de 120 minutos com intensidade de perturbação de  $\sigma = 0.1$ , a robustez e a acurácia seguiram a mesma ordem: nível Conselheiro Paulino, nível Ypu, chuva Olaria e nível Venda das Pedras, apenas a primeira estação coincide com a análise de sensibilidade. Para a intensidade de perturbação de  $\sigma = 1.0$ , a ordem das quatro primeiras estações do indicador de robustez foram todas de nível, alterando a terceira posição (nível Conselheiro Paulino, nível Olaria, nível Ypu e nível Venda das Pedras). Para o indicador de acurácia a ordem foi: nível Conselheiro Paulino, chuva Olaria, chuva Ypu e chuva Conselheiro Paulino. Em ambos os casos, apenas a primeira estação coincidiu com a análise de sensibilidade. No teste do modelo para intensidade de perturbação de  $\sigma = 2.0$ , as quatro primeiras estações de robustez repetiram a mesma ordem que para intensidade de perturbação  $\sigma = 1.0$ , ocorrendo o mesmo que para acurácia.

Conforme já exposto, as incertezas e perturbações nos dados de entrada impactam de forma desigual as estações dependendo da localização, do tipo de grandeza a ser medida e o horizonte de previsão do modelo. As estações de nível e chuva na estação montante (Conselheiro Paulino) foram preponderantes para ambos os modelos. Considerando a resolução temporal, para o modelo de previsão de 15 minutos, as estações mais influentes foram nível e chuva no exutório, tendo um impacto na previsão maior do que as demais. No modelo de 120 minutos, as estações de nível tiveram maior peso na previsão, tendo o nível na montante importância maior,

porém com peso menor do que no modelo de 15 minutos, devido à maior contribuição das demais estações em razão do tempo de deslocamento da água a montante. Relacionando com a resolução espacial e excetuando-se a montante, as demais não tiveram contribuição maior por estarem mais próximas do exutório. No modelo de 120 minutos, o peso das demais estações foram maiores em relação ao de 15 minutos. Levando em conta a grandeza a ser medida, o crescimento da perturbação aumentou a influência das estações de nível em relação às de chuva para ambos os modelos, sendo então as mais preponderantes para a previsão do que as de chuva.

A rede é robusta, portanto, pequenos valores de  $\sigma$  de intensidade de perturbação não provocaram queda significativa na acurácia e robustez: o indicador de robustez fica acima de 0.7 (exceto para estação de nível Conselheiro Paulino) e o de acurácia, acima de 0.9 para todas as estações e modelos, no nível máximo de perturbação ( $\sigma = 2.0$ ). A estação de nível Conselheiro Paulino, é a mais sensível e determinante do modelo, apresentando os menores valores de acurácia e robustez para os níveis de perturbação e impactando diretamente na robustez do modelo. Apesar do baixo valor de robustez na estação nível Conselheiro Paulino, ela ainda se manteve valores positivos de robustez — que significam do que o desvio padrão da previsão foi menor que o desvio padrão da perturbação aplicada à entrada —, a acurácia permanece alta, ficando acima de 0.9 para todas as intensidades de perturbação (de 0.1 a 2.0) e para todos os modelos, apresentando sensibilidade maior principalmente no modelo de curto prazo de previsão (15 minutos). Os valores de  $\sigma$  de perturbação que apresentam queda dos indicadores de forma mais acentuada, foram os valores críticos de perturbação, para os quais houve uma mudança na sensibilidade da rede a perturbação, conseqüentemente a queda nos indicadores de acurácia e de robustez.

O modelo de previsão de 15 minutos apresentou maiores valores de acurácia, robustez e NSE do que o modelo de previsão de 120 minutos. Em ambos, a estação com maior queda na acurácia foi a nível Conselheiro Paulino. Para esses modelos, a estação de nível Conselheiro Paulino teve robustez próxima a zero e cresceu com aumento do perturbação, algo que é explicado por conta de a Rede Neural limitar valores abaixo do nível mínimo observado, acumulando valores próximos a ele. Após a estação de nível Conselheiro Paulino, as demais estações apresentaram valores altos de robustez no modelo de 15 minutos: a estação nível Venda das Pedras teve valor de 0.9789, enquanto as demais tiveram valor acima de 0.99. Para o modelo de 120 minutos, excluindo a estação de nível Conselheiro Paulino, a estação de nível Olaria teve o menor valor de robustez, ficando em 0.7819, e as demais com valores acima de 0.92.

Dos objetivos da pesquisa, foram desenvolvidos os indicadores de acurácia e robustez, a metodologia para perturbar o dado de cada estação, além da análise do impacto da perturbação na previsão do modelo, identificando as estações mais sensíveis e valores críticos. Também foi alcançado o avanço no conhecimento da dinâmica hidrológica, identificando as estações e faixas de valores que mais impactam na previsão. Como esperado, o aumento na perturbação dos dados impacta na previsão, reduzindo os indicadores de acurácia e robustez, porém de forma desigual quanto a localização, intensidade do perturbação e resolução temporal do modelo.

Em relação às limitações do trabalho, as mais importantes foram a criação de uma metodologia para análise da combinação das entradas a serem perturbadas. Também deve se considerar o tempo computacional para executar cada uma das simulações, levando em conta que para cada elemento do vetor de perturbação para apenas um ponto, o modelo é executado o mesmo número de vezes que o tamanho do vetor.

As perspectivas para futuros trabalhos englobam o entendimento do comportamento do modelo para um conjunto contendo combinações de entradas perturbadas, analisando como as combinações destas entradas influenciam no resultado da previsão. Também se vislumbra a aplicação da metodologia de perturbações nos dados de entrada durante o treinamento do modelo, comparando os resultados com os da metodologia atual. Para finalizar, também é sugerido o teste da metodologia em um modelo de previsão de nível operacional.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABRAHART, R. J.; ANCTIL, F.; COULIBALY, P.; DAWSON, C. W.; MOUNT, N. J.; SEE, L. M.; SHAMSELDIN, A. Y.; SOLOMATINE, D. P.; TOTH, E.; WILBY, R. L. Two decades of anarchy? emerging themes and outstanding challenges for neural network river forecasting. **Progress in Physical Geography**, v. 36, n. 4, p. 480–513, 2012. 22

ABRAHART, R. J.; SEE, L. Neural network vs. arma modelling: constructing benchmark case studies of river flow prediction. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON GEOCOMPUTATIONS, 3., 1998. **Proceedings of the 3rd International Conference on GeoComputation**. United Kingdom: University of Bristol, 1998. p. 17–19. 11

ANCTIL, F.; RAT, A. Evaluation of neural network streamflow forecasting on 47 watersheds. **Journal of Hydrologic Engineering**, v. 10, n. 1, p. 85–88, 2005. Disponível em:  
<[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1084-0699\(2005\)10:1\(85\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1084-0699(2005)10:1(85))>. 22

ANDERSON, J. **An introduction to neural networks**. [S.l.: s.n.], 1995. MIT press. 18

BAKHTYARI-KIA, M.; PIRASTEH, S.; PRADHAN, B.; MAHMUD, A.; SULAIMAN, W.; MORADI, A. An artificial neural network model for flood simulation using gis. v. 67, n. 1, p. 251–264, 2012. 17

BHATTARAI, S.; ZHOU, Y.; SHAKYA, N. M.; ZHAO, C. Hydrological modelling and climate change impact assessment using hbv light model: a case study of narayani river basin, nepal. **Nature Environment and Pollution Technology**, v. 17, n. 3, p. 691–702, 2018. 15, 71

BRAGA, L. P. V. **Compreendendo probabilidade e estatística**. [S.l.]: E-papers, 2010. 5

BRYSON, A.; HO, Y. Applied optimal control (blaisdell, new york). **IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics**, v. 13, p. 298–316, 1969. 19

CARDON, A.; MÜLLER, D. N.; NAVAU, P. **Introdução às redes neurais artificiais**. Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul; Instituto de Informática, 1994. 19

CASTELLO, D. A.; RITTO, T. C. **Quantificação de incertezas e estimação de parâmetros em dinâmica estrutural**: uma introdução a partir de exemplos computacionais. [S.l.]: SBMAC, 2015. 13 p. ISSN 2236-5915. 5

CHAI, T.; DRAXLER, R. Root mean square error (rmse) or mean absolute error (mae)? **Geoscientific Model Development**, v. 7, 01 2014. 15

CIGIZOGLU, H. K. Generalized regression neural network in monthly flow forecasting. **Civil Engineering and Environmental Systems**, v. 22, n. 2, p. 71–81, 2005. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/10286600500126256>>. 22

CORREA, S. M. B. B. **Probabilidade e estatística**. Belo Horizonte: PUC Minas Virtual, 2003. 5, 6, 7

DAWSON, C.; WILBY, R. Hydrological modelling using artificial neural networks. **Progress in Physical Geography**, v. 25, n. 1, p. 80–108, 2001. 11

DAWSON, C. W.; WILBY, R. An artificial neural network approach to rainfall-runoff modelling. **Hydrological Sciences Journal**, v. 43, n. 1, p. 47–66, 1998. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/02626669809492102>>. 21

FREITAS, C. P.; DINIZ, M. M.; LIMA, G. R. T.; QUILES, M. G.; STEPHANY, S.; SANTOS, L. B. L. Combining rainfall and water level data for multistep high temporal resolution empirical hydrological forecasting. **ESMAT**, p. 798–807, 2020. 25, 26

FRENCH, M. N.; KRAJEWSKI, W. F.; CUYKENDALL, R. R. Rainfall forecasting in space and time using a neural network. **Journal of hydrology**, v. 137, n. 1-4, p. 1–31, 1992. 21

GÖHLER, S. M.; EIFLER, T.; HOWARD, T. J. Robustness metrics: consolidating the multiple approaches to quantify robustness. **Journal of Mechanical Design**, v. 138, n. 11, p. 111407, 2016. 17

GOLMOHAMMADI, G.; PRASHER, S.; MADANI, A.; RUDRA, R. Evaluating three hydrological distributed watershed models: Mike-she, apex, swat. **Hydrology**, v. 1, n. 1, p. 20–39, 2014. ISSN 2306-5338. Disponível em: <<https://www.mdpi.com/2306-5338/1/1/20>>. 15

GOPINATH, D.; KATZ, G.; PASAREANU, C. S.; BARRETT, C. **DeepSafe: a data-driven approach for checking adversarial robustness in neural networks**. 2020. 1

- HAYKIN, S. **Redes neurais: princípios e práticas**. [S.l.]: Bookman, 2007. 18, 19, 20, 21
- HEBB, D. O. **The organization of behavior**. New York: Wiley, 1949. 18
- HSU, K.-I.; GUPTA, H. V.; SOROOSHIAN, S. Artificial neural network modeling of the rainfall-runoff process. **Water Resources Research**, v. 31, n. 10, p. 2517–2530, 1995. 21
- INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION (ISO). ISO 5725-6:1994. **Accuracy (trueness and precision) of measurement methods and results**. 1994. 12, 13
- KAPELAN, Z. S.; SAVIC, D. A.; WALTERS, G. A. Multiobjective design of water distribution systems under uncertainty. **Water Resources Research**, v. 41, p. 2, 2005. 12
- KARUNANITHI, N.; GRENNEY, W. J.; WHITLEY, D.; BOVEE, K. Neural networks for river flow prediction. **Journal of Computing in Civil Engineering**, v. 8, n. 2, p. 201–220, 1994. 21
- KHAN, M. S.; COULIBALY, P. Application of support vector machine in lake water level prediction. **Journal of Hydrologic Engineering**, v. 11, n. 3, p. 199–205, 2006. Disponível em:  
<[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1084-0699\(2006\)11:3\(199\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1084-0699(2006)11:3(199))>. 22
- KOVÁCS, Z. L. **Redes neurais artificiais**. [S.l.]: Livraria da Física, 2002. 19
- KRATZERT, F.; KLOTZ, D.; SHALEV, G.; KLAMBAUER, G.; HOCHREITER, S.; NEARING, G. Towards learning universal, regional, and local hydrological behaviors via machine learning applied to large-sample datasets. **Hydrology and Earth System Sciences**, v. 23, n. 12, p. 5089–5110, 2019. Disponível em:  
<<https://doi.org/10.5194/hess-23-5089-2019>>. 29
- LEVINE, D. S. **Introduction to neural and cognitive modeling**. [S.l.: s.n.], 2000. Psychology Press. 18
- LIMA, G. R. de; SANTOS, L. B.; CARVALHO, T. J. de; CARVALHO, A. R.; CORTIVO, F. D.; SCOFIELD, G. B.; NEGRI, R. G. An operational dynamical neuro-forecasting model for hydrological disasters. **Modeling Earth Systems and Environment**, v. 2, n. 2, p. 1–9, 2016. Disponível em:  
<<https://doi.org/10.1007/s40808-016-0145-3>>. 22

- LOPES, L. F. D. **Apostila de estatística**. Santa Maria: [s.n.], 2003. 5, 6
- LU, X.; WHITE, H. Robustness checks and robustness tests in applied economics. **Journal of Econometrics**, v. 178, p. 194–206, 2014. 17
- MANZIONE, R. Incorporação de incertezas associadas à predições de modelos hidrológicos aos instrumentos de gestão em recursos hídricos. **Caderno Prudentino de Geografia, Presidente Prudente.**, v. 36, p. 215–227, 2014. 1, 11
- MCCUEN, R. H.; KNIGHT, Z.; CUTTER, A. G. Evaluation of the nash–sutcliffe efficiency index. **Journal of Hydrologic Engineering**, v. 11, n. 6, p. 597–602, 2006. Disponível em: <[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1084-0699\(2006\)11:6\(597\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1084-0699(2006)11:6(597))>. 15
- MCCULLOCH, W.; PITTS, W. A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity. **The Bulletin of Mathematical Biophysics**, v. 5, n. 4, p. 115–133, 1943. 18
- MINNS, A.; HALL, M. Artificial neural networks as rainfall-runoff models. **Hydrological Sciences Journal**, v. 41, n. 3, p. 399–417, 1996. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/02626669609491511>>. 21
- MINSKY, M.; PAPERT, S. An introduction to computational geometry. **Cambridge tiass., HIT**, 1969. 19
- MORIASI, D. N.; GITAU, M. W.; PAI, N.; DAGGUPATI, P. Hydrologic and water quality models: performance measures and evaluation criteria. **Transactions of the ASABE**, v. 58, n. 6, p. 1763–1785, 2015. ISSN 2151-0032. 15
- MRZYGLÓD, B.; HAWRYLUK, M.; JANIK, M.; OLEJARCZYK-WOŹEŃSKA, I. Sensitivity analysis of the artificial neural networks in a system for durability prediction of forging tools to forgings made of c45 steel. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v. 109, n. 5, p. 1385–1395, 2020. 18
- NASH, J. E.; SUTCLIFFE, J. V. River flow forecasting through conceptual models part i—a discussion of principles. **Journal of Hydrology**, v. 10, n. 3, p. 282–290, 1970. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/0022-1694\(70\)90255-6](https://doi.org/10.1016/0022-1694(70)90255-6)>. 15
- NAVIDI, W. **Probabilidade e estatística para ciências exatas**. [S.l.: s.n.], 2012. 7



- NOH, S. J.; RAKOVEC, O.; WEERTS, A. H.; TACHIKAWA, Y. On noise specification in data assimilation schemes for improved flood forecasting using distributed hydrological models. **Journal of Hydrology**, v. 519, p. 2707–2721, 2014. 12
- NORVIG, P.; RUSSELL, S. **Inteligência artificial**: Tradução da 3.ed. [S.l.: s.n.], 2014. 19
- PARMAR, A.; MISTREE, K.; SOMPUA, M. Machine learning techniques for rainfall prediction: a review. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON INNOVATIONS IN INFORMATION EMBEDDED AND COMMUNICATION SYSTEMS, 2017, Coimbatore, Índia. **Proceedings of 2017 International Conference on Innovations in information Embedded and Communication Systems**. Coimbatore: IEEE, 2017. v. 3, p. 6. ISBN 978-1-5090-3213-6. 22
- PIMENTEL, L. **Hidrologia**: engenharia e meio ambiente. [S.l.]: Elsevier Brasil, 2017. 2
- PRYSELEY, A.; MINTIENS, K.; KNAPEN, K.; STEDE, Y. Van der; MOLENBERGHS, G. Estimating precision, repeatability, and reproducibility from gaussian and non-gaussian data: a mixed models approach. **Journal of Applied Statistics**, v. 37, n. 10, p. 1729–1747, 2010. 1
- ROSENBLATT, F. The perceptron: a probabilistic model for information storage and organization in the brain. **Psychological Review**, v. 65, n. 6, p. 386, 1958. 18
- RUAN, W.; WU, M.; SUN, Y.; HUANG, X.; KROENING, D.; KWIATKOWSKA, M. Global robustness evaluation of deep neural networks with provable guarantees for the hamming distance. In: **Proceedings of the Twenty-Eighth International Joint Conference on Artificial Intelligence, IJCAI-19**. International Joint Conferences on Artificial Intelligence Organization, 2019. p. 5944–5952. Disponível em: <<https://doi.org/10.24963/ijcai.2019/824>>. 1
- RUMELHART, D. E.; HINTON, G. E.; WILLIAMS, R. J. Learning internal representation by error propagation, parallel distributed processing. **MIT Press, Cambridge**, 1986. 19
- SHINMA, T. A. **Avaliação ao de incertezas na calibração automática do modelo SWMM**. 212 p. Tese (Doutorado em Engenharia Hidráulica e Saneamento) — Universidade de São Paulo (USP), São Carlos, 2015. 1, 11, 12, 16

- SHRESTHA, D. L. **Uncertainty analysis in rainfall-runoff modelling: Application of machine learning techniques**. 212 p. Tese (Doutorado em Hidroinformática) — UNESCO-IHE Institute for Water Education, Delft University of Technology, Netherlands, 2009. 12
- SIEBER, A.; UHLENBROOK, S. Sensitivity analyses of a distributed catchment model to verify the model structure. **Journal of Hydrology**, v. 310, n. 1-4, p. 216–235, 2005. 17
- SILVA, E. J.; TOMÁS, L. R.; CARVALHO, T. J.; SANTOS, L. B. L. Primeiros passos em um framework para análise de incertezas em modelos hidrológicos empírico. In: CONFERÊNCIA BRASILEIRA DE DINÂMICA, CONTROLE E APLICAÇÕES, 14., São Carlos, Brasil. **Anais da conferência brasileira de dinâmica, controle e aplicações**. São Carlos, 2019. ISBN 978-85-8023-086-4. 16
- SODERBERG, R.; LINDKVIST, L. Computer aided assembly robustness evaluation. **Journal of Engineering Design**, v. 10, n. 2, p. 165–181, 1999. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/095448299261371>>. 16, 17, 23
- TANTY, R.; DESMUKH, T. S. Application of artificial neural network in hydrology—a review. **International Journal of Research in Engineering and Technology**, v. 4, p. 184–188, 2015. ISSN 2278-0181. 22
- The EUROPEAN COMMISSION’s science and knowledge service. **Sensitivity analysis: SAMO | EU SCIENCE HUB**. 2020. Disponível em: <https://ec.europa.eu/jrc/en/samo>. Acesso em: 05 fev. 2021. 11
- VAROONCHOTIKUL, P. **Flood forecasting using artificial neural networks**. [S.l.]: CRC Press, 2003. ISBN 90 5809 631 9. 22
- WIDROW, B.; HOFF, M. E. Adaptive switching circuits. **IRE WESCON Convention Record.**, v. 4, p. 96–104, 1960. 19
- ZADEH, L. A. Toward a generalized theory of uncertainty (gtu)—an outline. **Information Sciences**, v. 172, n. 1-2, p. 1–40, 2005. 12
- ZOUNEMAT-KERMANI, M.; MATTA, E.; COMINOLA, A.; XIA, X.; ZHANG, Q.; LIANG, Q.; HINKELMANN, R. Neurocomputing in surface water hydrology and hydraulics: a review of two decades retrospective, current status and future prospects. **Journal of Hydrology**, v. 588, p. 125085, 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2020.125085>>. 22