



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÃO
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

MÉTODOS DE TOMADA DE DECISÃO APLICADOS EM PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO MULTI OBJETIVO DA ÁREA AEROESPACIAL

Lívia Maria de Souza Silva

Relatório Final de Iniciação Científica do programa PIBIC/CNPq, orientada pelo Dr. Evandro Marconi Rocco e coorientada pela Dra. Liana Dias Gonçalves.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/>>

INPE
São José dos Campos
2023

PUBLICADO POR:

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE
Coordenação de Ensino, Pesquisa e Extensão (COEPE)
Divisão de Biblioteca (DIBIB)
CEP 12.227-010
São José dos Campos - SP - Brasil
Tel.:(012) 3208-6923/7348
E-mail: pubtc@inpe.br

CONSELHO DE EDITORAÇÃO E PRESERVAÇÃO DA PRODUÇÃO INTELLECTUAL DO INPE - CEPPII (PORTARIA Nº 176/2018/SEI-INPE):

Presidente:

Dra. Marley Cavalcante de Lima Moscati - Coordenação-Geral de Ciências da Terra (CGCT)

Membros:

Dra. Ieda Del Arco Sanches - Conselho de Pós-Graduação (CPG)
Dr. Evandro Marconi Rocco - Coordenação-Geral de Engenharia, Tecnologia e Ciência Espaciais (CGCE)
Dr. Rafael Duarte Coelho dos Santos - Coordenação-Geral de Infraestrutura e Pesquisas Aplicadas (CGIP)
Simone Angélica Del Ducca Barbedo - Divisão de Biblioteca (DIBIB)

BIBLIOTECA DIGITAL:

Dr. Gerald Jean Francis Banon
Clayton Martins Pereira - Divisão de Biblioteca (DIBIB)

REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:

Simone Angélica Del Ducca Barbedo - Divisão de Biblioteca (DIBIB)
André Luis Dias Fernandes - Divisão de Biblioteca (DIBIB)

EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:

Ivone Martins - Divisão de Biblioteca (DIBIB)
André Luis Dias Fernandes - Divisão de Biblioteca (DIBIB)



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÃO
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

MÉTODOS DE TOMADA DE DECISÃO APLICADOS EM PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO MULTI OBJETIVO DA ÁREA AEROESPACIAL

Lívia Maria de Souza Silva

Relatório Final de Iniciação Científica do programa PIBIC/CNPq, orientada pelo Dr. Evandro Marconi Rocco e coorientada pela Dra. Liana Dias Gonçalves.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/>>

INPE
São José dos Campos
2023



Esta obra foi licenciada sob uma Licença [Creative Commons Atribuição-NãoComercial 3.0 Não Adaptada](#).

This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 3.0 Unported License](#).

Este trabalho foi realizado com apoio da Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

RESUMO

O desenvolvimento e a operação de veículos aeroespaciais envolvem diversos parâmetros de projeto que devem ser otimizados, a fim de se obter a solução que garanta cumprimento ótimo da missão. Muitas vezes a variação desses parâmetros e de suas funções objetivo demonstram-se conflitantes entre si, necessitando-se de um método para encontrar a solução equilibrada. Problemas desse tipo são denominados como otimização multiobjetivo, em que se tem funções objetivo conflitantes a serem otimizadas simultaneamente. Neste trabalho foram estudados métodos de otimização multiobjetivo e, ao final, aplicado o Critério da Menor Perda (*Smallest Loss Criterion*) em um problema da área aeroespacial. O problema escolhido consiste em otimizar a manobra de desvio de um satélite em rota de colisão com um detrito, visando minimizar o consumo de combustível e o tempo de manobra, e maximizar a distância relativa entre o satélite e o detrito. Para obter a solução mais equilibrada foram variados os parâmetros da manobra, sendo estes o semieixo maior da órbita final após a manobra e a posição em que a manobra começa. Verifica-se que as soluções ótimas, que otimizam isoladamente cada função objetivo, são conflitantes entre si. A distância relativa é maximizada no intervalo de maiores semieixos, enquanto o tempo é minimizado em menores ângulos de transferência e o consumo ótimo ocorre com o ângulo de transferência de 180° . A partir dos resultados encontrados determina-se, portanto, que a solução ótima é a de menor perda e a mais equilibrada, garantindo o *trade-off* entre as funções objetivo.

Palavras-chave: Veículos aeroespaciais. Otimização multiobjetivo. Otimização de Manobra. Detritos.

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
2.1	Figura de representação do Critério dos Objetivos Vinculados. 5
2.2	Figura de representação do Critério Baseado em Definições Geométricas. 8
2.3	Figura de exemplo de soluções ideais inferiores pelo Critério de Progra- mação Objetiva. 9
2.4	Figura de interpretação gráfica de não inferioridade para uma região arbitrária e factível de busca. 10
2.5	Figura da solução equilibrada considerando o baricentro. 11
2.6	Figura da solução equilibrada considerando o ponto médio da reta. . . . 12
3.1	Figura de descrição do problema de otimização. 13
3.2	Figura do ângulo de transferência do problema de Lambert. 15
3.3	Figura do método de otimização. 18
4.1	Figura de resultados do espaço de busca. 23
4.2	Figura de resultado do critério da menor perda para família de $-\Delta r$ 24
4.3	Figura de resultado da solução equilibrada pelo baricentro. 25
4.4	Figura de resultado da solução equilibrada considerando todos os pontos. 26

LISTA DE TABELAS

	<u>Pág.</u>
2.1 Tabela de etapas para uma metodologia de planejamento de resolução de problemas multiobjetivos.	3
2.2 Tabela de problema de otimização: Critério da Combinação de Objetivos por Meio de Fatores de Influência.	4
2.3 Tabela de problema de otimização: Critério dos Objetivos Vinculados. . .	4
2.4 Tabela de problema de otimização: Critério Baseado em Aproximações Locais.	6
2.5 Tabela do método simplex multiobjetivo para um problema genérico. . .	7
3.1 Tabela de descrição de problema de otimização do estudo de caso.	14
3.2 Tabela de <i>Two-Lines</i> (TLE) do SSR-1 no dia 28 de abril de 2023.	14
3.3 Tabela de avaliação qualitativa dos métodos de tomada de decisão.	18
4.1 Tabela de parâmetros de entrada do SSR-1 para simulação de manobra. . .	21
4.2 Tabela de parâmetros variados para simulação de manobra.	21
4.3 Tabela de resultado do tempo ótimo obtido pelo problema de Lambert. . .	22
4.4 Tabela de resultado normalizado de todas soluções não dominadas.	24
4.5 Tabela de soluções pelo método da menor perda.	27

LISTA DE SÍMBOLOS

$\Delta\theta$	–	Ângulo de transferência pelo método de Lambert
M	–	Anomalia Média
(x_{op}, y_{op}, z_{op})	–	Coordenadas da solução equilibrada
Δr	–	Distância relativa do satélite ao detrito
ΔV	–	Incremento de velocidade
a_f	–	Semi-eixo maior da órbita final de manobra
$F_{\Delta r}$	–	Solução não dominada em quesito da Distância relativa
$F_{\Delta V}$	–	Solução não dominada em quesito do Incremento de velocidade
F_T	–	Solução não dominada em quesito do Tempo
T	–	Tempo total de manobra
r	–	Vetor posição

SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Objetivo Geral	2
1.2 Objetivos Específicos	2
2 MÉTODOS DE TOMADA DE DECISÃO	3
2.1 Critério da Combinação de Objetivos por Meio de Fatores de Influência (<i>Weighting Method</i>)	3
2.2 Critério dos Objetivos Vinculados (<i>The Constraint Method</i>)	4
2.3 Critério Baseado em Aproximações Locais (<i>Tradeoff Method</i>)	5
2.4 Método Simplex Multiobjetivo	6
2.5 Critério Baseado em Definições Geométricas com Relação a uma Solução Ideal	7
2.6 Critério da Programação Objetiva (<i>Goal Programming</i>)	8
2.7 Critério de Pareto	9
2.8 Critério da Menor Perda (<i>Smallest Loss Criterion</i>)	11
3 ESTUDO DE CASO	13
3.1 Definição do Problema de Otimização	13
3.2 Satélite de Referência	14
3.3 O Problema de Lambert	15
3.4 Definição do método de Otimização para Estudo de Caso	17
3.4.1 Implementação do Critério da Menor Perda	18
4 SIMULAÇÃO E RESULTADOS	21
4.1 Dados de Entrada	21
4.2 Solução Utilizando o Baricentro	22
4.3 Solução Utilizando o Centro Geométrico de Todos os Pontos	25
4.4 Discussão dos Resultados	26
5 CONCLUSÕES	29
5.1 Sugestões para Trabalhos Futuros	29
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	31

1 INTRODUÇÃO

Projetos de desenvolvimento e de operação de veículos aeroespaciais possuem diversos parâmetros que devem ser otimizados para cumprimento ótimo de missão. Entretanto, otimizar esses parâmetros muitas vezes é desafiador, dado que as funções objetivo tendem a ser conflitantes entre si, como por exemplo, ao tentar aumentar o peso máximo de decolagem de uma aeronave, pode-se comprometer o objetivo de minimizar o consumo de combustível. Ou ao otimizar uma manobra de um satélite em rota de colisão com um detrito, aumentando a precisão de manobra, pode-se prejudicar a eficiência de consumo de combustível. Problemas desse tipo, que envolvem objetivos conflitantes, que devem ser considerados simultaneamente, são denominados de problemas de otimização multiobjetivo (COHON, 1978).

Neste trabalho, a partir de revisão da literatura, estuda-se métodos para resolução de problemas desse tipo e, após isso, implementa-se o Critério da Menor Perda (*Smallest Loss Criterion*) em um estudo de caso na área da engenharia aeroespacial. O Critério da Menor Perda define que a solução de compromisso é a solução equilibrada e de menor perda para todas as funções objetivo. O método considera todas as funções objetivo simultaneamente, sem necessidade de reduzir o problema com múltiplos objetivos ao de um único objetivo, como acontece na maioria dos métodos estudados e existentes na literatura (ROCCO et al., 2003).

No estudo de caso, o problema de otimização consiste em otimizar a manobra de desvio de um satélite em órbita da Terra que encontra-se em rota de colisão com um detrito. Os objetivos são minimizar o consumo de combustível e o tempo de manobra e maximizar a distância relativa entre o satélite e o detrito considerado. A forma de busca consiste em variar os parâmetros de manobra, sendo eles o semieixo maior da órbita final após a manobra e a posição em que a manobra começa.

Verifica-se que as soluções que otimizam isoladamente cada função objetivo, são conflitantes entre si. A distância relativa é maximizada no intervalo de maiores semieixos da órbita final, enquanto o tempo é minimizado em menores ângulos de transferência e o consumo ótimo ocorre com o ângulo de transferência de 180° .

Portanto, a partir dos resultados encontrados para o problema, determina-se a solução ótima, sendo a de menor perda e a mais equilibrada entre as funções objetivo, cumprindo o *trade-off* do problema proposto.

1.1 Objetivo Geral

O presente trabalho visa estudar métodos de tomada de decisão aplicados em problemas de otimização multiobjetivo no setor da engenharia aeroespacial. Para isso, estuda-se na literatura métodos de tomada de decisão e, ao final, realiza-se um estudo de caso.

1.2 Objetivos Específicos

Para este estudo, tem-se os seguintes objetivos específicos:

- Realizar revisão da literatura sobre métodos de tomada de decisão aplicados em otimização multiobjetivo;
- Definir estudo de caso na área da engenharia aeroespacial que visem minimizar pelo menos três objetivos conflitantes;
- Realizar o primeiro estudo de caso escolhido: Otimizar a manobra de desvio de um satélite em rota de colisão com um detrito;
- Implementar rotina em MATLAB com o método de otimização escolhido: Critério da Menor Perda (*Smallest Loss Criterion*);
- Obter a solução de compromisso de forma que a solução seja equilibrada.

2 MÉTODOS DE TOMADA DE DECISÃO

Segundo Neufville e Stafford (1974), apesar de existirem diversos tipos de problemas multiobjetivos, uma metodologia de planejamento para resolução de problemas desse tipo pode ser descrita nas etapas da Tabela 2.1

Tabela 2.1 - Tabela de etapas para uma metodologia de planejamento de resolução de problemas multiobjetivos.

(1)	Identificar e quantificar os objetivos
(2)	Definir as variáveis de decisão e restrições
(3)	Obter os dados
(4)	Gerar alternativas e avaliá-las
(5)	Selecionar a melhor solução
(6)	Implementar a melhor solução

Fonte: (COHON, 1978).

No escopo deste capítulo, estudam-se na literatura métodos que devem ser aplicados nas etapas 4 e 5.

2.1 Critério da Combinação de Objetivos por Meio de Fatores de Influência (*Weighting Method*)

O objetivo do Critério da Combinação de Objetivos por Meio de Fatores de Influência é obter o $Z_{Médio}$, que representa a média ponderada dos objetivos a serem otimizados, como representado pela Equação 2.1, em que w_i representa os fatores de influência da otimização (COHON, 1978).

$$Z_{Médio}(x, w) = \sum_{i=1}^n w_i Z_i(x), w_i > 0 \quad (2.1)$$

Utilizando os fatores de influência e o $Z_{Médio}$, o problema de otimização multiobjetivo se reduz a uma única variável a ser otimizada. Logo, neste método pode se inferir um único objetivo, que consiste em otimizar $Z_{Médio}$. O problema de otimização pode ser expresso como demonstrado na Tabela 2.2.

Tabela 2.2 - Tabela de problema de otimização: Critério da Combinação de Objetivos por Meio de Fatores de Influência.

Parâmetro	
Maximizar	$Z_{Média}(x, w) = \sum_{i=1}^n w_i Z_i(x)$
Sujeito à	$x_1, \dots, x_n \in F_d$

Fonte: (COHON, 1978).

2.2 Critério dos Objetivos Vinculados (*The Constraint Method*)

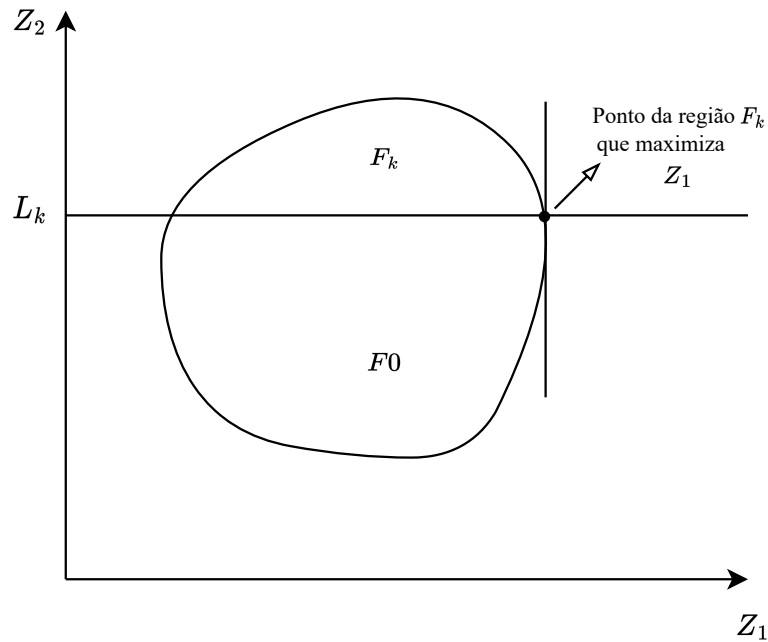
O Critério dos Objetivos Vinculados consiste em obter a solução para um dos objetivos, enquanto os outros são considerados como constante. Logo, o problema de otimização é definido conforme apresentado na Tabela 2.3 e Figura 2.1

Tabela 2.3 - Tabela de problema de otimização: Critério dos Objetivos Vinculados.

Parâmetro	
Maximizar	$Z_h(x)$
Sujeito à	$x \in F_d$ $Z_k(x) \geq L_k$ $k = 1, 2, \dots, h-1, h+1, \dots, p$

Fonte: (COHON, 1978).

Figura 2.1 - Figura de representação do Critério dos Objetivos Vinculados.



Fonte: Autor.

Em que, o valor de L_k é definido a princípio por um *Decision Maker*, ou pode-se variar o seu valor, obtendo-se, assim, um conjunto de soluções não inferiores para uma série de problemas mono-objetivo.

2.3 Critério Baseado em Aproximações Locais (*Tradeoff Method*)

No Critério Baseado em Aproximações Locais as soluções são obtidas a partir de uma modificação do Critério dos Objetivos Vinculados, previamente exposto.

Conforme [Haines Y. Y. \(1974\)](#) e [Haines et al. \(1975\)](#), dado um problema com p objetivos, em que $p - 2$ são valores pré-determinados e constantes. Dos dois objetivos remanescentes, um é maximizado e o outro é variado em níveis de acordo com uma restrição definida.

Assumindo que Z_1 é um objetivo que deve ser maximizado e que Z_2 varia em um dado intervalo, com Z_3, Z_4, \dots, Z_p fixos em valores constantes, o problema de otimização é definido como descrito na Tabela 2.4.

Tabela 2.4 - Tabela de problema de otimização: Critério Baseado em Aproximações Locais.

	Parâmetro
Maximizar	$Z_1(x)$
Sujeito à	$x \in F_d$ $Z_2(x) \geq L_1$ $Z_k(x) \geq L_k, k = 3, 4, \dots, p$
Fonte: (COHON, 1978).	

O problema de p objetivos, torna-se então um problema de dois objetivos. O conjunto não inferior é gerado para obter o *trade-off* entre $Z_1(x)$ e $Z_2(x)$ a partir de uma variável t_{12} , que mensura o quanto $Z_1(x)$ cresce ou decresce com relação a aumentar ou diminuir $Z_2(x)$ em uma unidade.

O valor de t_{12} depende dos valores definidos de L_2 e $L_k, k = 3, 4, \dots, p$ e, portanto, diversos valores de t_{12} podem ser gerados. Esse valor é definido por um *Decision Maker*, que define a importância relativa entre os objetivos de acordo com critérios do problema trabalhado.

2.4 Método Simplex Multiobjetivo

O método simplex multiobjetivo é usado para gerar uma representação exata do conjunto de soluções não dominadas. Isso é realizado de forma iterativa, movendo-se de um ponto extremo não inferior para pontos adjacentes não inferiores, até que todo conjunto tenha sido encontrado (COHON, 1978).

Na iteração do método, usa-se a *Simplex Tableau*, que é uma tabela que possui as informações do problema de forma canônica, como representado na Tabela 2.5.

Tabela 2.5 - Tabela do método simplex multiobjetivo para um problema genérico.

	a_1	a_2	...	a_n	a_{n+1}	...	a_{n+m}	a_0
c_j^1	c_1^1	c_2^1	...	c_n^1	0	...	0	0
c_j^2	c_1^2	c_2^2	...	c_n^2	0	...	0	0
c_j^p	c_1^p	c_2^p	...	c_n^p	0	...	0	0
Colunas básicas								
f_j^1	f_1^1	f_2^1	...	f_n^1	f_{n+1}^1	...	f_{n+m}^1	$f_0^1 = Z_1$
f_j^2	f_1^2	f_2^2	...	f_n^2	f_{n+1}^2	...	f_{n+m}^2	$f_0^2 = Z_2$
\vdots								
f_j^p	f_1^p	f_2^p	...	f_n^p	f_{n+1}^p	...	f_{n+m}^p	$f_0^p = Z_p$

Fonte: (COHON, 1978).

Considerando que p é o número de objetivos, tem-se p linhas para os coeficientes dos objetivos, sendo c_j^k o coeficiente de número j da variável de decisão em um objetivo k .

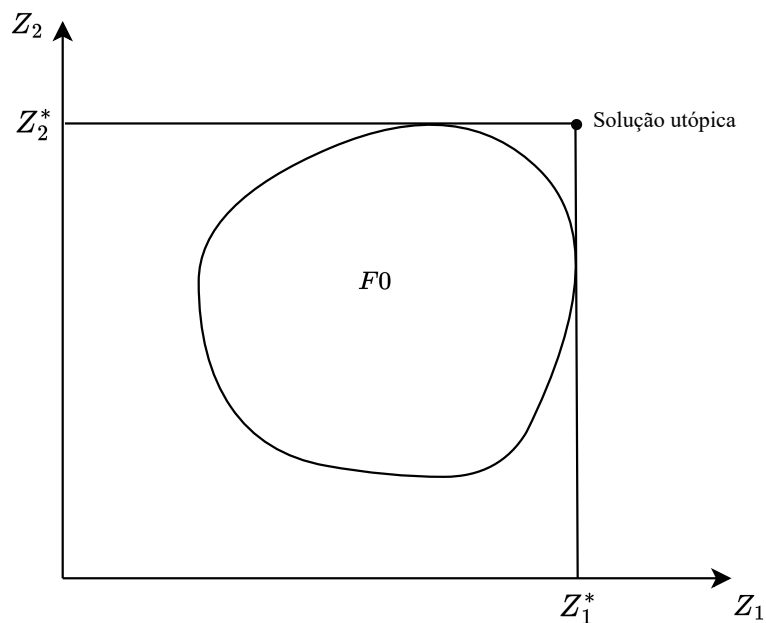
As últimas linhas consistem no *reduced cost*, isto é, a medição da redução marginal para cada variável, que indica o quanto a função objetivo é afetada por um aumento de uma variável não básica, de zero até determinado valor.

2.5 Critério Baseado em Definições Geométricas com Relação a uma Solução Ideal

A base para esse método é o conceito de que a solução ótima possui menor distância com relação a solução ideal. Os autores Yu (1973), Zelany (1974) e Zeleny (1974) definem a solução ideal sendo composta pelas soluções que otimizam cada objetivo individualmente.

O método consiste em duas principais etapas. Na primeira, define-se qual é a solução ideal, solução utópica, e parte-se, então, para a segunda etapa que busca a solução ótima, que segundo Yu (1973), Zelany (1974) e Zeleny (1974) é a solução que possui a distância mínima da solução utópica, conforme demonstrado na Figura 2.2.

Figura 2.2 - Figura de representação do Critério Baseado em Definições Geométricas.



Fonte: Autor.

No geral, a solução ideal encontra-se fora da região de busca para domínios convexos e a menor distância para a solução ideal é calculada pela expressão de distância de dois pontos, conforme Equação 2.2 (COHON, 1978).

$$d_\alpha = \left[\sum_{k=1}^p |x_k - y_k|^\alpha \right]^{\frac{1}{\alpha}} \quad (2.2)$$

Em que α pode variar de 1 até infinito, dependendo da métrica escolhida para avaliar a distância.

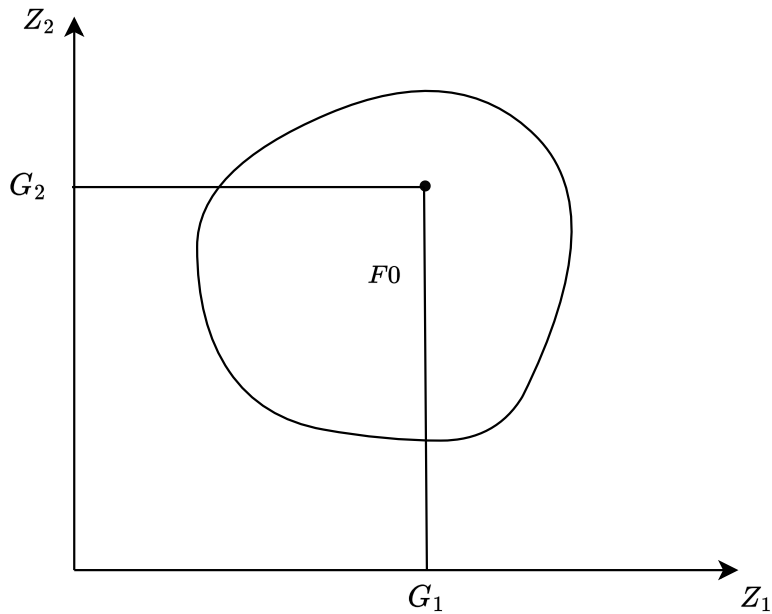
2.6 Critério da Programação Objetiva (*Goal Programming*)

O método consiste em uma variação do método supracitado do Critério Baseado em Definições Geométricas. Neste método, a solução utópica não representa necessariamente a solução que maximiza ou minimiza um dado problema, mas sim, a solução ótima dados parâmetros e métodos pré-definidos por um *Decision Maker*.

Devido à dependência de percepção do *Decision Maker*, os objetivos definidos podem estar dentro do intervalo de soluções inferiores, como demonstrado na Figura 2.3. Isto ocorre pois o conjunto de soluções inferiores é geralmente desconhecido quando

define-se soluções ideais.

Figura 2.3 - Figura de exemplo de soluções ideais inferiores pelo Critério de Programação Objetiva.



Fonte: Autor.

A solução ótima é a de menor distância com relação à solução ideal pré-definida, logo, para cálculo da distância usa-se a Equação 2.2, considerando $\alpha = 1$ e G_k sendo a solução ideal definida pelo *Decision Maker*, como demonstrado na Equação 2.3 (COHON, 1978).

$$d = \sum_{k=1} p |G_k - Z_k(x)| \quad x \in F_d \quad (2.3)$$

2.7 Critério de Pareto

O objetivo deste critério é obter a frente de pareto, que é o conjunto de todas soluções não dominadas para um dado problema de otimização. Para isso, o algoritmo deste método deve comparar as soluções viáveis na região de busca, verificando se as soluções cumprem os critérios definidos e classificando-as em dominadas e não dominadas.

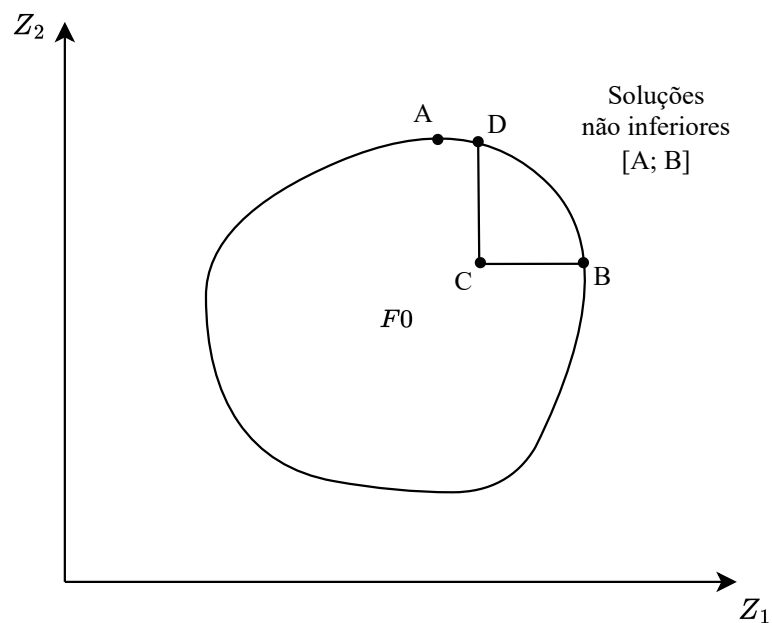
A solução é considerada não dominada se não existir uma outra solução que resulte em melhoria de um dos objetivo, sem piorar em pelo menos um outro objetivo. Matematicamente, uma solução x vai ser considerada não-dominada se não existir possível solução y que cumpra (COHON, 1978):

$$Z_k(y) \geq Z_k(x), k = 1, 2, \dots, p \quad (2.4)$$

Caso y exista, então a solução é dominada e não considerada como solução ótima para compor a frente de pareto.

Dado um exemplo de maximização de dois objetivos Z_1 e Z_2 , graficamente, as soluções dominadas e não dominadas podem ser definidas conforme a Figura 2.4.

Figura 2.4 - Figura de interpretação gráfica de não inferioridade para uma região arbitrária e factível de busca.



Fonte: Autor.

O ponto B tem maior Z_1 , sem diminuir o valor de Z_2 . Análogo, o ponto D possui maior Z_2 , sem mudança no valor de Z_1 . Logo, os pontos B e D dominam a solução C, que é inferior a qualquer valor que está ao nordeste da região factível.

Em problemas de maximização a solução é não dominada se não existirem soluções

localizadas ao seu nordeste (COHON, 1978). Do exemplo da Figura 2.4, a região de soluções não dominadas, dentro da região de soluções factíveis, é o intervalo entre A e B.

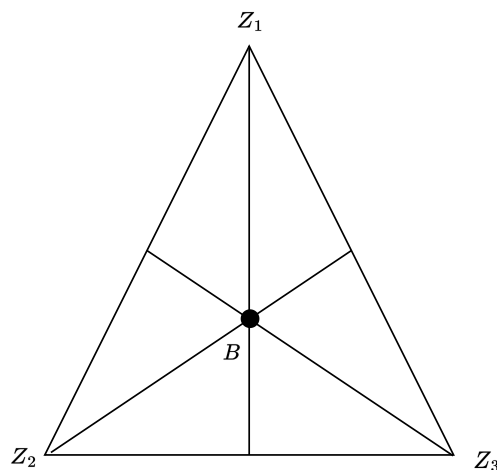
2.8 Critério da Menor Perda (*Smallest Loss Criterion*)

Como exposto na Seção 2.7, o Critério de Pareto não define uma única solução, mas sim um conjunto de soluções consideradas igualmente ótimas. Logo, para determinar uma única solução ótima, a partir desse conjunto de soluções, deve-se definir critérios, podendo então ser aplicado o Critério da Menor Perda para obter a solução ótima (ROCCO et al., 2003).

Este critério define que a solução ótima é a de menor perda para todos os objetivos e que todos os objetivos perdem igualmente (ROCCO et al., 2003). Para um problema multiobjetivo com três objetivos conflitantes, a solução que garante menor perda com relação a todas funções objetivo é o baricentro.

O baricentro é o ponto de interseção das três medianas de um triângulo e possui a mesma distância para cada vértice, que representa cada objetivo conforme demonstrado na Figura 2.5. Os objetivos devem ser normalizados para garantir que a solução não dependa da dimensão de cada objetivo.

Figura 2.5 - Figura da solução equilibrada considerando o baricentro.

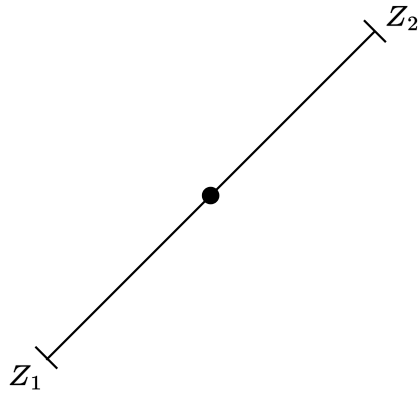


Fonte: Autor.

Para o caso de um problema com dois objetivos, a solução equilibrada é o ponto

médio da reta que liga as soluções que maximizam cada objetivo, como exposto na Figura 2.6

Figura 2.6 - Figura da solução equilibrada considerando o ponto médio da reta.



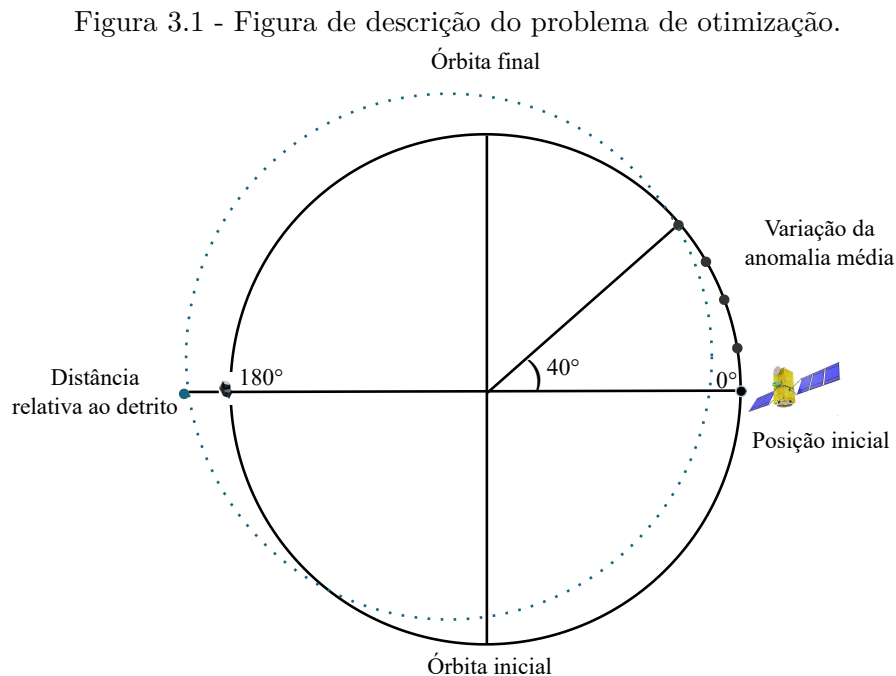
Fonte: Autor.

3 ESTUDO DE CASO

Neste capítulo, apresenta-se o estudo de caso de otimização de manobra de desvio de um satélite em rota de colisão com um detrito. O estudo foi realizado utilizando o problema de Lambert, a partir de um modelo de manobra programado em Simulink, pertencente ao Laboratório de Modelagem e Simulação da Dinâmica e Controle (Lab. MSDC). Na otimização foi utilizado o MATLAB para implementação do Critério da Menor Perda (*Smallest Loss Criterion*).

3.1 Definição do Problema de Otimização

O estudo de caso consiste em otimizar a manobra de desvio de um satélite em órbita da Terra que encontra-se em rota de colisão com um detrito. O principal objetivo é minimizar o consumo de combustível e o tempo de manobra e maximizar a distância relativa entre um satélite de referência e o detrito fixado, em 180° de anomalia da órbita inicial do satélite, conforme demonstrado na Figura 3.1, que exemplifica um caso com início da manobra com anomalia média de 40° e com um semieixo maior da órbita final genérico.



Fonte: Autor.

Para definir o problema de otimização, considera-se que o objetivo é minimizar todas as funções objetivo, conforme demonstrado na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 - Tabela de descrição de problema de otimização do estudo de caso.

Parâmetro	
	$T(a_f, M)$
Minimizar	$-\Delta r(a_f, M)$
	$\Delta V(a_f, M)$
Sujeito à	
	$0^\circ \leq M \leq 40^\circ$
	$-20\text{km} \leq \Delta a_f \leq 20\text{km}$
Fonte: Autor.	

3.2 Satélite de Referência

O satélite de referência utilizado para estudo foi o SSR-1 (Amazônia I), que opera em órbita polar sol síncrona e tem como principal objetivo de missão o sensoriamento remoto para monitorar o desmatamento e a diversidade de agricultura do Brasil (INPE, 2021).

Para a simulação das manobras, utiliza-se dados reais da órbita do SSR-1, obtidos a partir do site *Space Track* (SPACE TRACK., 2023), um site que contém o catálogo de dados coletados pela Rede de Vigilância Espacial dos Estados Unidos (SSN).

Os dados foram obtidos no formato de *Two-Line Element Sets* (TLE) na data de 28 de abril de 2023, conforme demonstrado na Tabela 3.2.

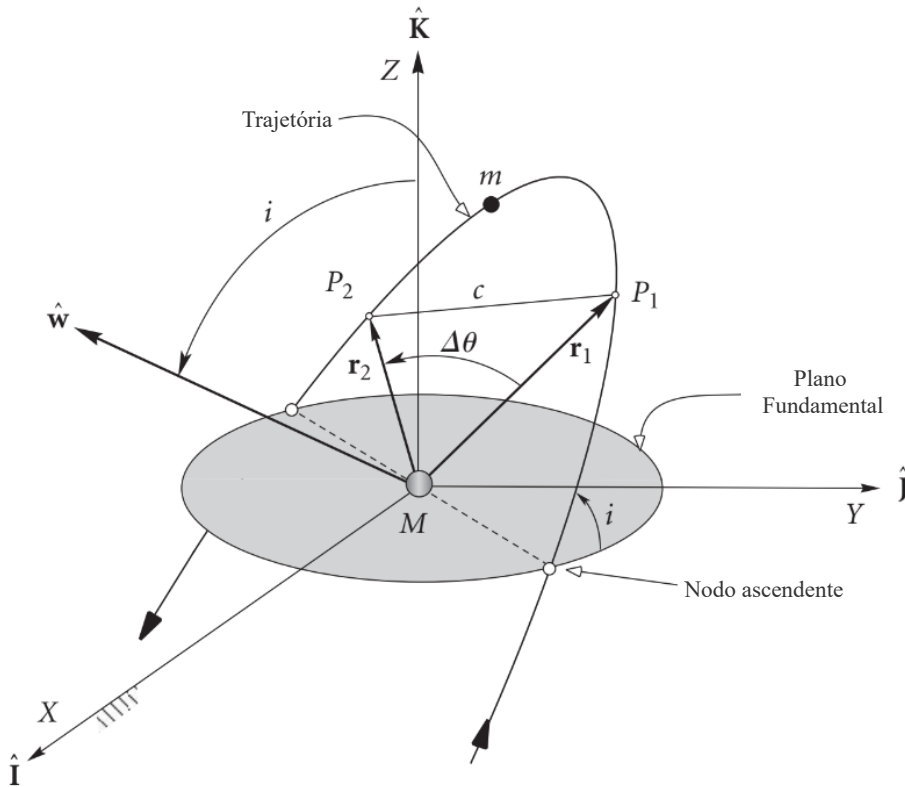
Tabela 3.2 - Tabela de *Two-Lines*(TLE) do SSR-1 no dia 28 de abril de 2023.

1	47699U	21015A	23117.64482400	-.00000043	00000-0	00000+0	0	9993
2	47699	98.4277	195.5971	0001725	88.4825	271.6587	14.40854822113549	

3.3 O Problema de Lambert

O problema de Lambert permite determinar a trajetória de transferência entre duas órbitas, dado um tempo específico (CURTIS, 2015). O ângulo de transferência é determinado definindo o vetor de posição inicial r_0 e final r_f e suas normas, conforme demonstrado na Figura 3.2.

Figura 3.2 - Figura do ângulo de transferência do problema de Lambert.



Fonte: (CURTIS, 2015).

Por relação trigonométrica, obtém-se os ângulos de transferência. Na Equação 3.1 é determinado o ângulo para a órbita de transferência na trajetória mais curta (*Short Way*) e na Equação 3.2 na trajetória mais longa (*Long Way*) (MEIRELES; ROCCO, 2017).

$$\Delta\theta = \cos^{-1}\left(\frac{\vec{r}_0 \cdot \vec{r}_1}{r_0 r_1}\right) \quad (3.1)$$

$$\Delta\theta = 2\pi = \cos^{-1}\left(\frac{\vec{r}_0 \cdot \vec{r}_1}{r_0 r_1}\right) \quad (3.2)$$

Determinado o ângulo de transferência, obtém-se a constante A, conforme a Equação 3.3.

$$A = \sqrt{r_0 r_1 (1 + \Delta\theta)} \quad (3.3)$$

O tempo estimado é obtido utilizando o valor de uma constante z no intervalo de $[0, 4\pi^2]$, de forma iterativa. Para isso, determina-se também as constantes C e S, considerando y e x constantes, conforme as Equações 3.4, 3.5, 3.6 e 3.7.

$$C = \frac{1 - \cos(\sqrt{z})}{z} \quad (3.4)$$

$$S = \frac{\sqrt{z} - \text{sen}(\sqrt{z})}{\sqrt{z^3}} \quad (3.5)$$

$$y = r_0 + r_1 - A\left[\frac{1 - zS}{\sqrt{C}}\right] \quad (3.6)$$

$$x = \sqrt{\frac{y}{C}} \quad (3.7)$$

Logo, utilizando os valores obtidos pelas Equações 3.4, 3.5, 3.6 e 3.7, estima-se o tempo como demonstrado na Equação 3.8.

$$\Delta t = \frac{1}{\mu} [x^3 S + A\sqrt{y}] \quad (3.8)$$

O tempo estimado é comparado ao tempo determinado e avalia-se a diferença com um valor de tolerância. Ao atingir o valor de tolerância são consideradas as constantes f , g e \dot{g} , determinadas a partir das Equações 3.9, 3.10 e 3.11.

$$f = 1 - \frac{y}{r_0} \quad (3.9)$$

$$g = A\sqrt{\frac{y}{\mu}} \quad (3.10)$$

$$\dot{g} = 1 - \frac{y}{r_1} \quad (3.11)$$

Com esses valores estimados, determina-se o vetor velocidade do ponto inicial e final e o incremento de velocidade em ambos pontos, conforme as Equações 3.12, 3.13, 3.14 e 3.15.

$$\dot{\vec{r}}_A = \frac{1}{g}[\dot{\vec{r}}_1 - f\dot{\vec{r}}_0] \quad (3.12)$$

$$\dot{\vec{r}}_B = \frac{1}{g}[\dot{g}\dot{\vec{r}}_1 - \dot{\vec{r}}_0] \quad (3.13)$$

$$\Delta v_1 = \dot{r}_A - \dot{r}_0 \quad (3.14)$$

$$v_2 = \dot{r}_1 - \dot{r}_B \quad (3.15)$$

No estudo de caso, considera-se a situação de órbita de transferência na trajetória mais curta, *Short Way*, que corresponde ao menor Δv .

3.4 Definição do método de Otimização para Estudo de Caso

Os métodos de tomada de decisão estudados da Seção 2 foram comparados de forma qualitativa, visando entender qual método seria o mais adequado para a otimização do estudo de caso. Avaliou-se seguindo os seguintes critérios:

- a) Métodos que necessitam de opinião de um *Decision Maker* foram descartados, dado a influência de opiniões pessoais;
- b) Métodos que são restritos a problemas lineares foram desconsiderados.

Os métodos foram avaliados conforme demonstrado na Tabela 3.3.

Tabela 3.3 - Tabela de avaliação qualitativa dos métodos de tomada de decisão.

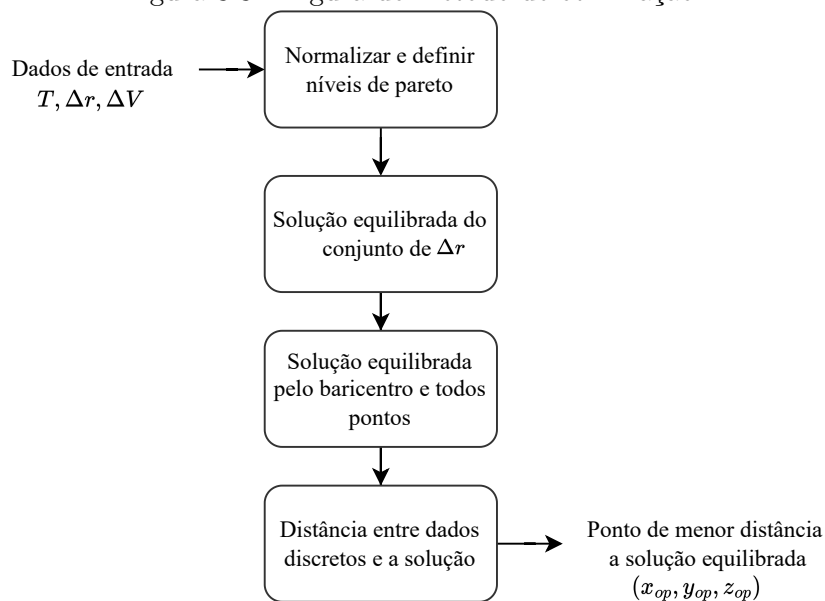
Método	Critério de Descarte
<i>Weighting Method</i>	a
<i>The Constraint Method</i>	a
<i>Tradeoff Method</i>	a
Simplex	b
Critério Baseado em Definições Geométricas	a
<i>Goal Programming</i>	a
Critério de Pareto	Não Descartado
Critério da Menor Perda	Não Descartado

O Critério de Pareto não foi descartado, entretanto, a solução do método consiste em um conjunto de soluções consideradas ótimas. No escopo desta pesquisa, visa-se obter uma única solução, dado um critério determinado. Logo, para o estudo de caso, utiliza-se o Critério de Pareto para definir as soluções não dominadas e o critério da Menor Perda para escolha da solução de compromisso.

3.4.1 Implementação do Critério da Menor Perda

Considerando o Critério da Menor Perda, explicado na Seção 2.8, e o problema de otimização proposto na Tabela 3.1, foi implementada uma rotina de otimização em MATLAB. Na Figura 3.3 está demonstrada a lógica do código.

Figura 3.3 - Figura do método de otimização.



Na rotina apresentada na Figura 3.3, tem-se quatro principais etapas. Primeiro os valores das funções objetivo do espaço de busca são normalizados, garantindo que a solução não dependa da dimensão de cada objetivo. Após isso, considera-se então que a solução ótima é dada pelo baricentro das soluções não dominadas normalizadas, sendo calculada através das Equações 3.16, 3.17 e 3.18.

$$x_{op} = \frac{F_{Tx} + F_{\Delta r x} + F_{\Delta V x}}{3} \quad (3.16)$$

$$y_{op} = \frac{F_{Ty} + F_{\Delta r y} + F_{\Delta V y}}{3} \quad (3.17)$$

$$z_{op} = \frac{F_{Tz} + F_{\Delta r z} + F_{\Delta V z}}{3} \quad (3.18)$$

Sendo F_T , $F_{\Delta r}$ e $F_{\Delta V}$ as coordenadas das soluções não dominadas com relação ao tempo, a distância relativa e ao incremento de velocidade, respectivamente.

Em última etapa, determina-se a solução equilibrada considerando todos os pontos. Nesse sentido, o equacionamento é dado pelas Equações 3.19, 3.20 e 3.21.

$$x_{op} = \frac{\sum_{i=1}^n Fx}{n} \quad (3.19)$$

$$y_{op} = \frac{\sum_{i=1}^n Fy}{n} \quad (3.20)$$

$$z_{op} = \frac{\sum_{i=1}^n Fz}{n} \quad (3.21)$$

Para ambos casos, obtém-se, ao final, a coordenada (x_{op}, y_{op}, z_{op}) da solução equilibrada ideal, que no estudo de caso representa $(T, -\Delta r, \Delta V)$. Dado que o problema é discreto, a solução ótima é a de menor distância com relação à solução equilibrada ideal calculada.

4 SIMULAÇÃO E RESULTADOS

No presente capítulo são expostos os dados de entrada utilizados na simulação de manobra e os resultados obtidos no estudo de caso. Os resultados da simulação de manobra foram avaliados seguindo o Critério da Menor Perda, conforme o Capítulo 3. Primeiro, avalia-se considerando três soluções não dominadas e obtém-se o baricentro. Após isso, utiliza-se a solução equilibrada considerando todos os pontos estudados.

4.1 Dados de Entrada

Os parâmetros utilizados do satélite de referência estão demonstrados na Tabela 4.1. Os dados foram obtidos utilizando o *Two-lines*, descrito na Seção 3.2.

Tabela 4.1 - Tabela de parâmetros de entrada do SSR-1 para simulação de manobra.

Parâmetros	Valores
Semi-eixo maior (km)	7133,8
Excentricidade	$1,725 \cdot 10^{-4}$
Inclinação ($^{\circ}$)	98,4
Nodo ascendente ($^{\circ}$)	195,6
Argumento do Perigeu ($^{\circ}$)	88,5

Para obter o conjunto factível de soluções, foram realizadas manobras dentro dos intervalos descritos na Tabela 4.2, variando os parâmetros de anomalia média e semieixo maior, conforme descrito no problema de otimização demonstrado na Seção 3.1.

Tabela 4.2 - Tabela de parâmetros variados para simulação de manobra.

Parâmetros	Valores
M	$0^{\circ} \leq M \leq 40^{\circ}$, incremento de 10°
a_f	$a_f - 20\text{km} \leq a_f \leq a_f + 20\text{km}$, incremento de 5km

Conforme demonstrado na Seção 3.3, determina-se um tempo de transferência para resolver o problema de Lambert. Esse valor foi variado, obtendo o tempo ótimo em quesito de menor ΔV para uma dada manobra, obtendo os resultados da Tabela 4.3.

Tabela 4.3 - Tabela de resultado do tempo ótimo obtido pelo problema de Lambert.

Tempo (s)					
M da órbita inicial (°)					
Δa_f (km)	0	10	20	30	40
-20	2992	2826	2659	2493	2327
-15	2993	2827	2661	2494	2328
-10	2995	2828	2662	2496	2329
-5	2996	2830	2663	2497	2331
5	3000	2833	2666	2500	2333
10	3001	2834	2668	2501	2334
15	3003	2836	2669	2502	2335
20	3004	2837	2671	2504	2337

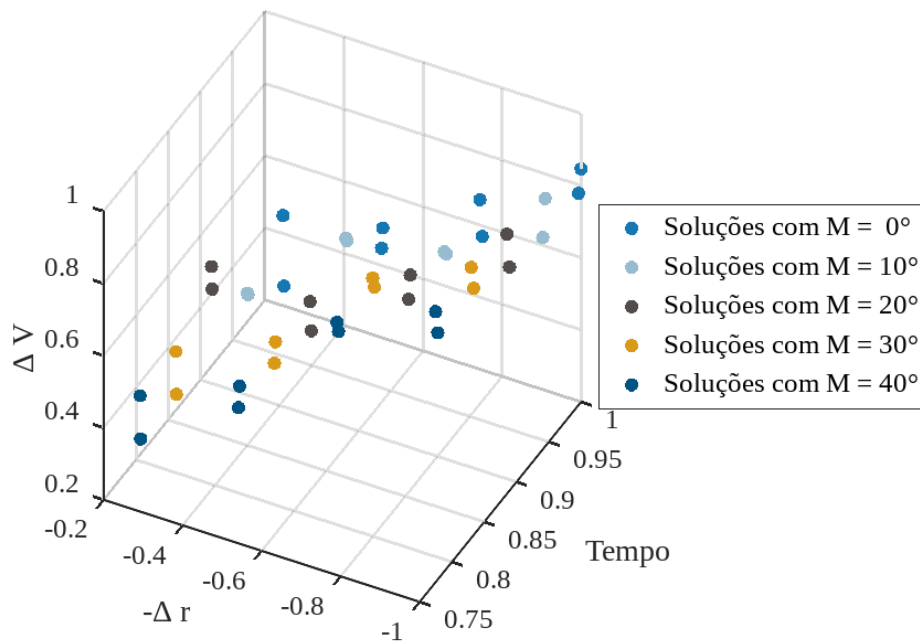
Fonte: Autor.

Tendo o tempo ótimo para cada manobra, conforme descrito na Tabela 4.3, determina-se os valores das funções objetivo $-\Delta r$ e ΔV , demonstrados na Figura 4.1.

4.2 Solução Utilizando o Baricentro

Utilizando os resultados obtidos das manobras, com relação as funções objetivo, T, $-\Delta r$ e ΔV , determina-se o espaço de soluções factíveis do problema de otimização, conforme demonstrado na Figura 4.1.

Figura 4.1 - Figura de resultados do espaço de busca.

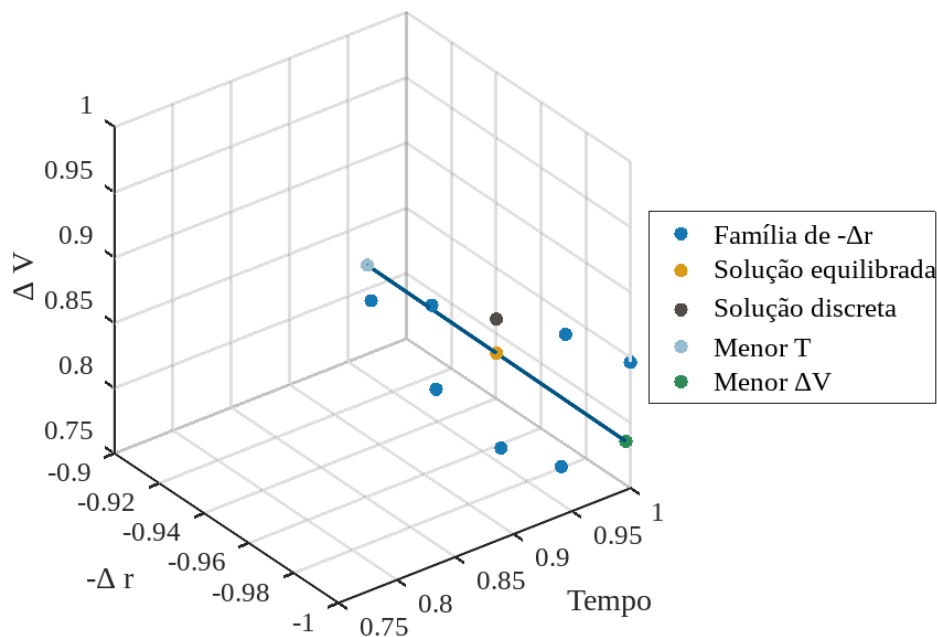


Fonte: Autor.

Dos resultados obtidos na Figura 4.1, avalia-se que o problema estudado possui uma família de soluções não dominadas com relação a $-\Delta r$, que minimizam igualmente a função objetivo. Logo, aplica-se o método da menor perda em duas etapas.

Na primeira etapa, para as soluções não dominadas de $-\Delta r$, determina-se a solução equilibrada como sendo o ponto médio de uma reta, obtendo o resultado demonstrado na Figura 4.2.

Figura 4.2 - Figura de resultado do critério da menor perda para família de $-\Delta r$.



Fonte: Autor.

A solução obtida na Figura 4.2 é a solução de menor perda em termos de T e ΔV e que é utilizada como solução não dominada para a segunda etapa.

Para a segunda etapa, tendo a solução equilibrada não dominada de $-\Delta r$, as soluções não dominadas em termo de cada função objetivo são descritas, conforme Tabela 4.4.

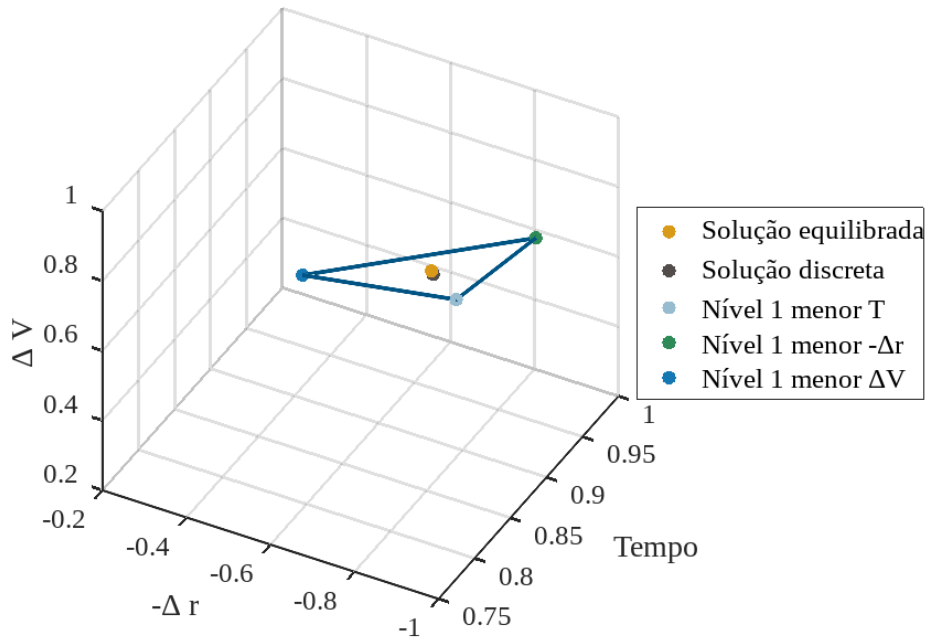
Tabela 4.4 - Tabela de resultado normalizado de todas soluções não dominadas.

	Não dominada de T	Não dominada de $-\Delta r$	Não dominada de ΔV
T/T_{max}	0,774	0,885	0,998
$-\Delta r/\Delta r_{max}$	-1	-1	-0,25
$\Delta V/\Delta V_{max}$	1	0,92	0,26
a_f (m)	20	-20	5
M (°)	40	20	0
$\Delta\theta$ (°)	160	180	180
$T_{max} = 3004s$	$\Delta r_{max} = 2 \cdot 10^4 m$	$\Delta V_{max} = 13,843m/s$	

Fonte: Autor.

Com todas as soluções não dominadas da Tabela 4.4, aplica-se o critério da menor perda para todas as funções objetivo, conforme demonstrado na Figura 4.3.

Figura 4.3 - Figura de resultado da solução equilibrada pelo baricentro.



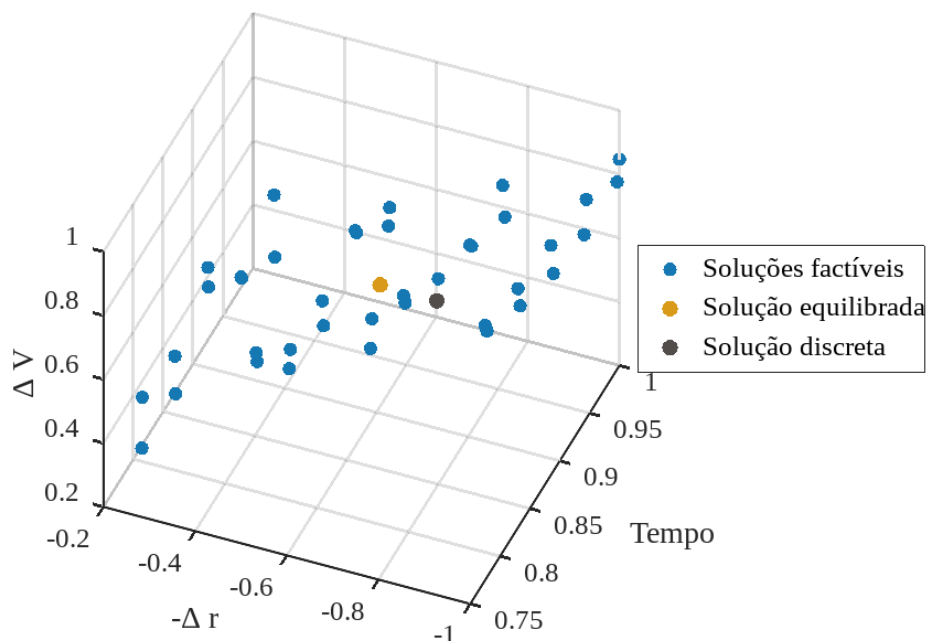
Fonte: Autor.

A solução obtida da Figura 4.3 é a de menor perda com relação às soluções dominadas de T, $-\Delta r$ e ΔV , sendo a solução equilibrada. Como o problema é discreto, considera-se que a solução é o ponto mais próximo da solução obtida.

4.3 Solução Utilizando o Centro Geométrico de Todos os Pontos

Utilizando todos os pontos para aplicar o critério da menor perda, conforme exposto na Seção 3.4.1, são obtidos os resultados da Figura 4.4 e Tabela 4.5.

Figura 4.4 - Figura de resultado da solução equilibrada considerando todos os pontos.



Fonte: Autor.

A partir da Figura 4.4, verifica-se que o ponto ótimo é a solução equilibrada com relação a todos os pontos do espaço factível de busca. Análogo à abordagem do baricentro, considera-se como solução o ponto de menor distância com relação ao valor obtido, dado que o problema é discreto.

4.4 Discussão dos Resultados

Dos resultados encontrados, conforme exposto na Tabela 4.4, observa-se que as soluções que otimizam isoladamente cada função objetivo são conflitantes. O tempo é minimizado em maiores anomalias média da órbita inicial e em menores ângulos de transferência. A distância relativa é maximizada na família de maior semieixo da órbita final e o consumo ótimo ocorre com ângulo de transferência de 180° .

Considerando que o objetivo é obter a solução que otimize as funções objetivos simultaneamente e sem priorizar nenhum dos objetivos, obtém-se a solução ótima sendo a de menor perda com relação às suas respectivas soluções não dominadas e, também, a mais equilibrada, resultando na solução da Tabela 4.5.

Tabela 4.5 - Tabela de soluções pelo método da menor perda.

	Baricentro	Centro geométrico todos pontos
T (s)	0,888	0,885
$-\Delta r$ (m)	-0,75	-0,75
ΔV (m/s)	0,71	0,65
a_f (m)	15	-15
M (°)	20	20
$\Delta\theta$ (°)	160	160
$T_{max} = 3004s$	$\Delta r_{max} = 2 \cdot 10^4 m$	$\Delta V_{max} = 13,84m/s$

Fonte: Autor.

Observa-se que os dois métodos aplicados possuem resultados próximos e garantem o *trade-off* entre as funções objetivo, sendo soluções equilibradas.

5 CONCLUSÕES

Neste trabalho foi desenvolvido um estudo sobre métodos de tomada de decisão multiobjetivo e aplicado um dos métodos a um estudo de caso da área da engenharia aeroespacial. A importância desse estudo se deve ao fato de que o desenvolvimento e a operação de veículos aeroespaciais envolvem um conjunto de parâmetros e objetivos que devem ser otimizados simultaneamente para garantir um comprimento ótimo da missão e de requisitos de projeto, mas muitas vezes, os objetivos são conflitantes, necessitando assim de um método de tomada de decisão que garanta uma solução equilibrada.

Para a pesquisa, definiu-se o estudo de caso como sendo a otimização da manobra de desvio de um satélite em rota de colisão com um detrito. O problema de otimização consistiu em minimizar o consumo de combustível e o tempo de manobra, e maximizar a distância relativa entre o satélite e o detrito.

Foram comparados os métodos de tomada de decisão, revisados da literatura, implementando-se, ao final, o Critério da Menor Perda (*Smallest Loss Criterion*), garantindo que a otimização não necessitasse de opinião de um *Decision Maker* e que a solução ótima fosse equilibrada.

Dos resultados, observou-se que as soluções ótimas que maximizam cada objetivo isoladamente eram conflitantes. Sendo:

- O tempo minimizado com menores ângulos de transferência e maiores anomalias média da órbita inicial;
- A distância relativa maximizada na família de maior semieixo da órbita final;
- O consumo ótimo dado com ângulo de transferência de 180° .

Partindo dos resultados encontrados e aplicando o método proposto, define-se que a solução ótima é a de menor perda e a mais equilibrada, cumprindo, ao final, todos os objetivos do presente estudo.

5.1 Sugestões para Trabalhos Futuros

Para trabalhos futuros considera-se as seguintes melhorias:

- Implementar métodos de busca. Apesar do método da menor perda garantir a definição da solução equilibrada entre objetivos, o espaço de busca deste projeto é limitado a um problema discreto e com espaço de busca reduzido, dado que os pontos são obtidos manualmente;
- Avaliar mais de um estudo de caso com o Critério da Menor Perda.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- COHON, J. L. **Multiobjective Programming and Planning**. [S.l.]: ACADEMIC PRESS, 1978. 1, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11
- CURTIS, H. **Orbital Mechanics: For Engineering Students**. Elsevier Science, 2015. (Aerospace Engineering). ISBN 9780080470542. Disponível em: <<<https://books.google.com.br/books?id=6aO9aGNBAgIC>>>. 15
- HAIMES, Y.; HALL, W.; FREEDMAN, H. **Multiobjective Optimization in Water Resource Systems**. New York: Elsevier, 1975. 5
- HAIMES Y. Y., . H. W. A. The surrogate worth trade off method. water resources research. **Water Resources Research**, v. 10, n. 615–624, 1974. 5
- INPE. **AMAZONIA 1: Descritivo da Missão e do Satélite**. 2021. Disponível em: <<http://www.inpe.br/amazonia1/arquivos/A800000-DDD-001_v01-AMAZONIA_1-Descritivo_da_Missao_e_do_Satelite.pdf>>. Acesso em: 28 abril 2023. 14
- MEIRELES, L. G.; ROCCO, E. M. Study of orbital transfers with time constraint and fuel optimization. **Journal of Physics**, n. 911, 2017. 15
- NEUFVILLE, R. de; STAFFORD, J. **Systems analysis for engineers and managers**. McGraw-Hill, 1974. (Open University set book for the technology, systems modelling course). Disponível em: <<<https://books.google.com.br/books?id=PdlJMwEACAAJ>>>. 3
- ROCCO, E. M.; PRADO, A. F. B. d. A.; SOUZA, M. L. d. O. Multi-objective optimization applied to satellite constellation i: Formulation of the smallest loss criterion. **54th International Astronautical Congress of the International Astronautical Federation, the International Academy of Astronautics, and the International Institute of Space Law**, 2003. 1, 11
- SPACE TRACK. **Two-lines Amazonia I**. 2023. Disponível em: <<<https://www.space-track.org/#catalog>>>. Acesso em: 28 abril 2023. 14
- YU, P. A class of solutions for group decision problems. **Management Science**, v. 19, p. 936–946, 1973. 7
- ZELANY, M. A concept of compromise solutions and the method of the displaced ideal. **Computers Operations Research**, v. 1, n. 3, p. 479–496, 1974. 7
- ZELANY, M. **Linear multiobjective programming [by] M. Zeleny**. Berlin: Springer-Verlag, 1974. (Lecture notes in economics and mathematical systems, 95). 7