



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÕES
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

sid.inpe.br/mtc-m21d/2022/06.24.17.52-TDI

ESTUDO DE TÉCNICAS PARA DEFLEXÃO DE ASTEROIDES POTENCIALMENTE PERIGOSOS

Luis Otávio Marchi

Tese de Doutorado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelos Drs. Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado, Diogo Merguizo Sanchez, e Flaviane Cristine Faria Venditti, aprovada em 29 de abril de 2022.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34T/4769E68>>

INPE
São José dos Campos
2022

PUBLICADO POR:

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE
Coordenação de Ensino, Pesquisa e Extensão (COEPE)
Divisão de Biblioteca (DIBIB)
CEP 12.227-010
São José dos Campos - SP - Brasil
Tel.:(012) 3208-6923/7348
E-mail: pubtc@inpe.br

CONSELHO DE EDITORAÇÃO E PRESERVAÇÃO DA PRODUÇÃO INTELLECTUAL DO INPE - CEPPII (PORTARIA Nº 176/2018/SEI-INPE):

Presidente:

Dra. Marley Cavalcante de Lima Moscati - Coordenação-Geral de Ciências da Terra (CGCT)

Membros:

Dra. Ieda Del Arco Sanches - Conselho de Pós-Graduação (CPG)
Dr. Evandro Marconi Rocco - Coordenação-Geral de Engenharia, Tecnologia e Ciência Espaciais (CGCE)
Dr. Rafael Duarte Coelho dos Santos - Coordenação-Geral de Infraestrutura e Pesquisas Aplicadas (CGIP)
Simone Angélica Del Ducca Barbedo - Divisão de Biblioteca (DIBIB)

BIBLIOTECA DIGITAL:

Dr. Gerald Jean Francis Banon
Clayton Martins Pereira - Divisão de Biblioteca (DIBIB)

REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:

Simone Angélica Del Ducca Barbedo - Divisão de Biblioteca (DIBIB)
André Luis Dias Fernandes - Divisão de Biblioteca (DIBIB)

EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:

Ivone Martins - Divisão de Biblioteca (DIBIB)
André Luis Dias Fernandes - Divisão de Biblioteca (DIBIB)



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÕES
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

sid.inpe.br/mtc-m21d/2022/06.24.17.52-TDI

ESTUDO DE TÉCNICAS PARA DEFLEXÃO DE ASTEROIDES POTENCIALMENTE PERIGOSOS

Luis Otávio Marchi

Tese de Doutorado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelos Drs. Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado, Diogo Merguizo Sanchez, e Flaviane Cristine Faria Venditti, aprovada em 29 de abril de 2022.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34T/4769E68>>

INPE
São José dos Campos
2022

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Marchi, Luis Otávio.

M332e Estudo de técnicas para deflexão de asteroides potencialmente perigosos / Luis Otávio Marchi. – São José dos Campos : INPE, 2022.

xxvi + 91 p. ; (sid.inpe.br/mtc-m21d/2022/06.24.17.52-TDI)

Tese (Doutorado em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2022.

Orientadores : Drs. Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado, Diogo Merguizo Sanchez, e Flaviane Cristine Faria Venditti.

1. (99942) Apophis. 2. (101955) Bennu. 3. Defesa planetária. 4. Mineração espacial. 5. PHA's. I.Título.

CDU 62-757:523.44



Esta obra foi licenciada sob uma Licença [Creative Commons Atribuição-NãoComercial 3.0 Não Adaptada](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 3.0 Unported License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).



MINISTÉRIO DA
CIÊNCIA, TECNOLOGIA
E INOVAÇÕES



INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS
Serviço de Pós-Graduação - SEPGR

DEFESA FINAL DE TESE LUIS OTÁVIO MARCHI
BANCA Nº 041/2022, REG 132772/2017.

No dia 29 de abril de 2022, às 14h30min, por teleconferência, o(a) aluno(a) mencionado(a) acima defendeu seu trabalho final (apresentação oral seguida de arguição) perante uma Banca Examinadora, cujos membros estão listados abaixo. O(A) aluno(a) foi APROVADO(A) pela Banca Examinadora, por unanimidade, em cumprimento ao requisito exigido para obtenção do Título de Doutor em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle. O trabalho não precisa de correções.

Título: "Estudo de técnicas para deflexão de asteroides potencialmente perigosos".

Membros da Banca:

Dr. Rodolpho Vilhena de Moraes – Presidente – INPE

Dr. Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado – Orientador INPE

Dr. Diogo Merguizo Sanchez – Orientador- Colégio CÓI

Dra. Flaviane Cristine Faria Venditti – Orientadora - Arecibo Observatory/Planetary Radar

Dr. Francisco das Chagas Carvalho- Membro Interno – INPE

Dra. Maísa de Oliveira Terra – Membro Externo - ITA

Dra. Vivian Martins Gomes – Membro Externo - UNESP/FEG



Documento assinado eletronicamente por **Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado, Chefe do Serviço de Pós-Graduação**, em 05/05/2022, às 08:35 (horário oficial de Brasília), com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Francisco das chagas carvalho (E), Usuário Externo**, em 05/05/2022, às 11:12 (horário oficial de Brasília), com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Maisa de Oliveira Terra (E), Usuário Externo**, em 05/05/2022, às 12:03 (horário oficial de Brasília), com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Vivian Martins gomes (E), Usuário Externo**, em 05/05/2022, às 16:13 (horário oficial de Brasília), com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Rodolpho Vilhena de Moraes (E), Usuário Externo**, em 05/05/2022, às 17:19 (horário oficial de Brasília), com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Diogo Merguizo sanchez (E), Usuário Externo**, em 08/05/2022, às 09:47 (horário oficial de Brasília), com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Flaviane cristine faria venditti (E), Usuário Externo**, em 20/07/2022, às 19:48 (horário oficial de Brasília), com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site <http://sei.mctic.gov.br/verifica.html>, informando o código verificador **9505252** e o código CRC **904DFE63**.

“Aquele que puder ser sábio, não lhe perdoamos que não o seja. Para um apóstolo moderno uma hora de estudo é uma hora de oração”.

SÃO JOSEMARÍA ESCRIVÁ
em “Caminho”, 2019

*A meus pais, as minhas irmãs e à minha noiva Kelly,
inspiração da minha vida*

AGRADECIMENTOS

Agradeço a meus pais e irmãs, pelo incentivo e pelo apoio nas horas difíceis.

Ao meu orientador Antonio Bertachini, pela amizade, paciência, apoio incondicional e percepções profundas oriundas de sua vasta experiência na área.

Ao meu orientador Diogo Merguizo, pela amizade, paciência, sugestões valiosas de trabalhos a serem desenvolvidos e apoio ao aprendizado inicial da linguagem de programação FORTRAN.

A minha orientadora Flaviane Venditti, pela amizade, paciência, repasse de informações atualizadas e oportunidade de expandir a colaboração científica com o professor Ph.D. Arun K. Misra.

Ao Safwan Aljbaae, pela amizade, paciência, valiosas e rotineiras discussões, apoio voluntário e incondicional com as linguagens de programação FORTRAN e PYTHON.

A minha família Joseense, João e Regina.

Aos funcionários do INPE.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq, pelo suporte financeiro.

Finalmente o agradecimento mais importante, a minha noiva, Kelly Therezinha, pelo companheirismo, apoio, incentivo e pela enorme paciência.

RESUMO

Neste trabalho propomos o uso de três métodos para deflexão de Asteróides Potencialmente Perigosos (PHA's, sigla em inglês para "Potentially Hazardous Asteroids"), os quais são: perturbador gravitacional, impactador cinético e dispositivo espacial reflexivo. Usamos configurações com 01 e 02 perturbadores gravitacionais para medir os desvios na trajetória do (99942) Apophis, levando em consideração o Problema de N-Corpos, incluindo todos os planetas do Sistema Solar, a Lua, as luas de Marte (Fobos e Deimos), a lua de Plutão (Caronte), os três maiores asteróides situados no Cinturão Principal (Ceres, Pallas e Vesta), as perturbações devido ao achatamento do Sol (J_2), harmônicos esféricos zonais, setoriais e tesserais da Terra e da Lua (ordem e grau 6), pressão de radiação solar (PRS) e efeitos relativísticos, segundo a Teoria da Relatividade Geral. Validamos o simulador criado comparando os resultados calculados com os fornecidos pelas efemérides HORIZONS do JPL, para semi-eixo maior, excentricidade e inclinação, durante a fase de mínima aproximação com a Terra em 13/04/2029. Mostramos quais são os perturbadores mais importantes na dinâmica do (99942) Apophis, em comparação com a dinâmica de outros asteróides, através da integral do valor absoluto das acelerações perturbadoras (Tipo-I). Com o cruzamento dos resultados obtidos, encontramos as condições iniciais dos perturbadores que afastam ou aproximam o (99942) Apophis da Terra. Além disso, mapeamos as condições iniciais que geram colisões entre os corpos do sistema. Usando como base o modelo validado para o perturbador gravitacional, implementamos o método do impactador cinético e calculamos os desvios na trajetória do (99942) Apophis, como função de um incremento na velocidade do próprio asteróide ou da espaçonave, antes de ocorrer o impacto. Por último, propomos um método baseado na fixação de um balão reflexivo por um cabo espacial na superfície do (101955) Bennu, um asteróide com características peculiares e alvo da missão OSIRIS-REx. Os desvios determinados foram ajustados por equações lineares, como função dos parâmetros físicos desse dispositivo. Para os três métodos estudados, verificou-se a possibilidade de alterar a órbita do asteróide no sentido de aproximá-lo ou de afastá-lo da Terra.

Palavras-chave: (99942) Apophis, (101955) Bennu, defesa planetária, mineração espacial, PHA's.

STUDYING TECHNIQUES TO DEFLECT POTENTIALLY DANGEROUS ASTEROIDS

ABSTRACT

In this work we propose the use of three methods to deflect Potentially Hazardous Asteroids (PHA's), which are: gravitational tractor, kinetic impactor and reflective space device. We used configurations with 01 and 02 gravitational perturbators to measure deviations in the trajectory of the (99942) Apophis, taking into account the N-Bodies Problem, including all the planets of the Solar System, the Moon, the moons of Mars (Phobos and Deimos), the moon of Pluto (Charon), the three largest asteroids located in the Main Belt (Ceres, Pallas and Vesta), and the orbital perturbations of the Sun (J_2), zonal, sectoral and tesseral spherical harmonics of Earth and Moon (order and degree 6), solar radiation pressure (SRP) and relativistic effects, according to The General Theory of Relativity. We validated the simulator created by comparing the results calculated with those perturbations with ones provides by JPL's HORIZONS ephemeris, for semi-major axis, eccentricity and inclination, during the phase of minimum approach to Earth on 04/13/2029. We show which perturbators are more important in the dynamics of the (99942) Apophis, compared to the dynamics of other asteroids, using the absolute value of the disturbing accelerations (Type I). By comparing the results obtained, we find the initial conditions of the perturbators that move away or approach the (99942) Apophis from the Earth. In addition, we map the initial conditions that generate collisions between the bodies of the system. Using the validated model for the gravitational perturbator as a basis, we implemented the kinetic impactor method and calculated the deviations in the trajectory of the (99942) Apophis, as a function of an increase in the velocity of the asteroid itself and the spacecraft, before impact. Finally, we propose a method based on the attachment of a reflective balloon by a space cable to the surface of (101955) Bennu, an asteroid with peculiar characteristics and target of the OSIRIS-REx mission. The deviations determined were adjusted by linear equations, as a function of the physical parameters of this device. For the three methods studied, it was verified the possibility of changing the asteroid's orbit to bring it closer or to send it away from the Earth.

Keywords: (99942) Apophis, (101955) Bennu, planetary defense, space mining, PHA's.

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
2.1 Distância de mínima aproximação com a Terra para o (99942) Apophis, (101955) Bennu, (6489) Golevka e (25143) Itokawa.	7
2.2 Perturbação na órbita do asteróide devido a distribuição de massa da Terra e da Lua.	12
2.3 Obliquidade da Terra e da Lua.	13
2.4 Modelo de transferência da espaçonave impactadora. A espaçonave é lançada da órbita terrestre em t_0 , impactando o asteróide após t_{TR} dias.	15
2.5 Processo de determinação da trajetória de transferência do impactador cinético.	16
2.6 Ilustração do modelo físico asteróide-tether-balão.	19
2.7 Geometria usada para determinar as velocidades do asteróide e do balão no sistema de coordenadas inercial.	20
3.1 Trajetória do (99942) Apophis durante aproximação com a Terra em 13/04/2029.	28
3.2 Forma geométrica irregular do (99942) Apophis.	29
3.3 Comparação do (a) semi-eixo, (b) excentricidade e (c) inclinação do (99942) Apophis calculados pelo simulador com os fornecidos no HORIZONS do JPL, em função da data de mínima aproximação com a Terra, para condições iniciais definidas na data 13/04/2004.	32
3.4 PI_{TOT} para o (99942) Apophis entre 01/01/2022 e 01/01/2037.	33
3.5 Mínima distância Terra-Apophis, em função do semi-eixo maior e excentricidade iniciais de 01 perturbador gravitacional, considerando $\xi = 1\%$ com início de aplicação da técnica de perturbação gravitacional no periélio da órbita do (99942) Apophis.	38
3.6 Mapa de colisões entre os corpos, em função do semi-eixo maior e excentricidade iniciais de 01 perturbador gravitacional, considerando $\xi = 1\%$ com início de aplicação da técnica de perturbação gravitacional no periélio da órbita do (99942) Apophis.	39
3.7 Ilustração da posição dos tratores gravitacionais no (a) início da simulação e (b) na fase de máxima aproximação com a Terra em abril de 2029, considerando $a_0 = 35$ km, $i_0 = 0^\circ$ e $d_a = 120$ km.	40

3.8	Mínima distância Terra-Apophis, em função do semi-eixo maior e excentricidade iniciais de 02 perturbadores gravitacionais, considerando $\xi = 0,5\%$ para cada perturbador com (a) $d_a = 3$ km e (b) $d_a = 9$ km.	41
3.9	Mapa de colisões entre os corpos, em função do semi-eixo maior e excentricidade iniciais de 02 perturbadores gravitacionais, considerando $\xi = 0,5\%$ para cada perturbador com (a) $d_a = 3$ km e (b) $d_a = 9$ km.	42
3.10	Trajetórias de transferência da Terra até o ponto de colisão definido entre o impactador e o (99942) Apophis.	44
3.11	Efeito da aceleração e da frenagem do (99942) Apophis na mínima distância de aproximação com a Terra em 13/04/2029.	46
3.12	Efeito da (a) frenagem e (b) aceleração do Apophis antes da colisão com o impactador durante a fase de aproximação com a Terra em 13/04/2029.	47
3.13	Efeito da massa da espaçonave impactadora (m_{impact}) na mínima distância de aproximação com a Terra (d_{min}) em 13/04/2029.	48
3.14	Efeito do impacto de uma espaçonave de 200 ton na mínima distância de aproximação Apophis-Vênus em 07/03/2024.	49
3.15	Variação da distância mínima Apophis-Terra, em função do fator ζ , para as condições de aceleração e frenagem do impactador.	50
3.16	Variação da distância mínima Apophis-Terra, em função da massa da espaçonave impactadora, para fator ζ de aceleração e frenagem igual a 20% e 25%.	51
3.17	Imagem capturada pela missão OSIRIS-REx.	53
3.18	Fluxograma das simulações realizadas com o dispositivo tether-balão.	54
3.19	Parâmetros de desvio entre (a) as trajetórias do asteroide com e sem o balão e do (b) sistema asteroide-tether-balão com a Terra.	55
3.20	Posição inicial dos corpos e geometria orbital.	56
3.21	Aproximações do (101955) Bennu, inferiores a $400 R_{TERRA}$ de distância com a Terra, considerando $m_B = 200000$ kg e $A_B/m_B = 300 m^2/kg$	58
3.22	Distância Bennu-Terra em unidades de raios terrestres, considerando o balão com $m_B = 20000$ kg para (a) $A_B/m_B = 100 m^2/kg$, (b) $A_B/m_B = 200 m^2/kg$ e (c) $A_B/m_B = 300 m^2/kg$	59
3.23	Distância Bennu-Terra, apresentando (a) deflexão positiva e (b) deflexão negativa, considerando um balão com 2000 kg, como também (c) deflexão positiva e (d) deflexão negativa, considerando um balão com 200000 kg. As linhas com marcações em forma de diamante referem-se à $A_B/m_B = 100 m^2/kg$, marcações quadradas à $A_B/m_B = 200 m^2/kg$ e marcações em triângulo à $A_B/m_B = 300 m^2/kg$	60

3.24	Desvios entre a trajetória nominal do (101995) Bennu e as trajetórias perturbadas pela fixação do dispositivo, em unidade de raios terrestres, considerando um balão de 20000 kg e um cabo com $l = 40$ km de comprimento.	61
3.25	Desvios entre as trajetórias do (101955) Bennu com e sem o dispositivo fixado, em unidades de raio terrestre, para $l = 40$ km e um balão com (a) 2000 kg e (b) 200000 kg.	62
3.26	Desvios RMSD para a distância com a Terra, considerando um balão com massa de 20000 kg.	62
3.27	Comparação entre os dados calculados e o ajuste linear, apresentando (a) os resíduos para $m_B = 2000$ kg, $m_B = 20000$ kg e $m_B = 200000$ kg; e (b) a norma dos resíduos.	64
A.1	NEAs descobertos até 21/07/2021.	79
A.2	Classificação dos NEAs em grupos.	79
A.1	Distância entre o (99942) Apophis e os corpos internos do Sistema Solar considerados.	87
A.2	Distância entre o (99942) Apophis e os corpos pertencentes ao Cinturão Principal de Asteróides considerados.	88
A.3	Distância entre o (99942) Apophis e os corpos externos do Sistema Solar considerados.	89

LISTA DE TABELAS

	<u>Pág.</u>
3.1 Comparação entre o resultado obtido e o nominal para a mínima distância Terra-Apophis em 13/04/2029, dado que $d_{JPL} = 38011$ km (verificado em outubro de 2021).	31
3.2 Uso da PI_1 para catalogação das principais perturbações de órbita, considerando as condições iniciais dos corpos para 01/01/2022 e tempo final de integração numérica em 13/04/2029.	34
3.3 Datas das passagens do (99942) Apophis pelo periélio e afélio fornecidas pelo JPL/NASA para o período 2023-2029.	36
3.4 Valores dos raios dos corpos usados no critério de colisão.	37
3.5 Tempo de transferência da espaçonave impactadora e data de colisão com o (99942) Apophis, considerando a partida de uma órbita circular terrestre com 500 km de altitude em 08/05/2023.	43
3.6 Resultados da missão, considerando fator $\zeta = 0$	45
3.7 Mínimas aproximações do (99942) Apophis com Vênus e a Terra fornecidas pelo JPL/NASA para o período 2023-2028.	46
3.8 Parâmetros orbitais do (101955) Bennu.	53
3.9 Definição das linhas dos apsides da Terra e de (101955) Bennu no tempo inicial.	57
3.10 Efeito do comprimento do cabo espacial (l) em RMS_d , considerando três valores de massa (m_B) para o balão.	63
A.1 Condições iniciais dos corpos em 08/05/2023 para o problema do perturbador gravitacional.	80
A.2 Condições iniciais dos corpos em 13/02/2025 para o problema do perturbador gravitacional.	82
A.3 Condições iniciais dos corpos em 04/09/2024 para o problema do perturbador gravitacional.	84
A.4 Parâmetros gravitacionais de todos os corpos considerados no modelo. . .	86

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ARM	– Asteroid Redirect Mission
DART	– Double Asteroid Redirection Test
EGH	– Enhanced Gravity Tractor
EKI	– Enhanced Kinetic Impactor
ESA	– European Space Agency
JAXA	– Japan Aerospace Exploration Agency
JPL	– Jet Propulsion Laboratory
MOID	– Minimum Orbit Intersection Distance
NECs	– Near Earth Comets
NEOs	– Near Earth Objects
NEAs	– Near Earth Asteroids
OSIRIS-Rex	– Origins Spectral Interpretation Resource Identification – Security Regolith Explorer
PHAs	– Potentially Hazardous Asteroids
RMSD	– Root-Mean-Square Deviation

LISTA DE SÍMBOLOS

a_0	–	semi-eixo maior inicial do perturbador
e_0	–	excentricidade inicial do perturbador
i_0	–	inclinação inicial do perturbador
d_a	–	distância entre os perturbadores no instante inicial
d_{MIN}	–	distância mínima Terra-Apophis
G	–	constante da Gravitação Universal
M_S	–	massa do Sol
μ	–	raio gravitacional do Sol
PI_1	–	Integral de Perturbação Tipo-I
β	–	razão entre a aceleração solar e a atração gravitacional
ζ	–	fator de frenagem e aceleração

SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
1 INTRODUÇÃO	1
2 MODELOS E METODOLOGIA	7
2.1 Distância de mínima aproximação com a Terra	7
2.2 Trator gravitacional	8
2.2.1 Modelo relativístico geral	9
2.2.2 Modelo de radiação solar	9
2.2.3 Modelo gravitacional	10
2.2.3.1 Perturbação devido ao modelo de achatamento do Sol (J_2)	10
2.2.3.2 Perturbação devido ao potencial gravitacional terrestre e lunar	11
2.3 Impactador cinético	14
2.3.1 Trajetória de transferência	14
2.3.2 Colisão perfeitamente inelástica	16
2.4 Asteróide-Tether-Balão	17
3 RESULTADOS E DISCUSSÃO	27
3.1 (99942) Apophis	27
3.1.1 Condições e considerações iniciais	30
3.1.2 Validação do modelo matemático e computacional	30
3.1.3 Integral de Perturbação Tipo-I na elencagem de agentes perturbadores	31
3.1.4 Deflexão por perturbação gravitacional	35
3.1.4.1 Múltiplos perturbadores gravitacionais	37
3.1.5 Deflexão por impacto cinético	42
3.1.5.1 Parâmetros de interceptação	42
3.1.5.2 Frenagem e aceleração do (99942) Apophis	45
3.1.5.3 Frenagem e aceleração do impactador cinético	49
3.2 (101955) Bennu	52
3.2.1 Principais parâmetros e visão geral das simulações	53
3.2.2 Posição inicial dos corpos	56
3.2.3 Desvios com relação a Terra	57
3.2.4 Desvios devido a perturbação orbital	60
3.2.5 Efeitos do comprimento do tether	61

4 CONCLUSÕES	65
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	69
APÊNDICE A - ASTERÓIDES PRÓXIMO À TERRA (NEA's) . .	79
ANEXO A - SIMULAÇÕES EXTRAS	87

1 INTRODUÇÃO

Objetos Próximos à Terra (NEO's, sigla em inglês para “Near Earth Objects”) são cometas e asteróides que foram atraídos gravitacionalmente por planetas próximos em órbitas que lhes permitem entrar na vizinhança da Terra. Em termos de elementos orbitais, os NEOs são corpos com distância do periélio inferior a 1,3 unidades astronômicas (ua). Uma pequena parte dos NEOs inclui apenas cometas de curto período orbital (inferior a 200 anos), conhecidos Cometas Próximos à Terra (NEC's, sigla em inglês para “Near Earth Comets”). Entretanto, a grande maioria dos NEOs são asteróides, conhecidos como Asteróides Próximos à Terra (NEAS's, sigla em inglês para “Near Earth Asteroids”). Os NEAs são divididos em grupos (Atira, Aten, Apollo e Amor) de acordo com sua distância do periélio (q), distância do afélio (Q) e seus semi-eixos maiores (a).

Acredita-se que a grande maioria dos NEAs tenham se originado de duas maneiras: asteróides do Cinturão Principal (entre Marte e Júpiter) que caíram para órbitas inferiores devido a perturbações gravitacionais ou devido a uma colisão com outro asteróide no Cinturão Principal; e cometas de regiões externas do Sistema Solar que foram capturados quando passaram próximo de um ou mais planetas do Sistema Solar Interno (BINZEL et al., 1992).

O grupo de asteróides que fazem aproximações ameaçadoras com a Terra é denominado Asteróides Potencialmente Perigosos (PHA's, sigla em inglês para “Potentially Hazardous Asteroids”). Especificamente, todos os asteróides com Distância Mínima de Intersecção da Órbita Terrestre (MOID, sigla em inglês para “Minimum Orbit Intersection Distance”) $MOID \leq 0,05$ ua e magnitude absoluta $H \leq 22,0$ são considerados PHAs (PAVLIS et al., 2012).

Na última década, o aperfeiçoamento das técnicas observacionais causou um grande aumento na descoberta de asteróides no Sistema Solar. A descrição dessas técnicas pode ser encontrada em diversas publicações, como por exemplo em Veeder et al. (1989), Helin e Dunbar (1990), Andrews et al. (1995). Dentre os asteróides encontrados, existem atualmente mais de 21000 NEAs, incluindo aproximadamente 2000 PHAs, sendo que vários outros estão sendo descobertos diariamente (VENDITTI et al., 2020). Alguns eventos de impacto de asteróides, como o Chixulub 1 (COLLINS et al., 2020), Tunguska (ROBERTSON; MATHIAS, 2019) e Chelyabinsk (POPOVA et al., 2013) têm redirecionado a atenção da comunidade científica para a pesquisa em defesa planetária.

O relatório de 2010 da Academia Americana de Ciências Board et al. (2010) resume a gama geral de diferentes estratégias de deflexão com relação ao tempo de missão e tamanho do alvo. Os métodos passivos, como a defesa civil terrestre, são os mais eficazes na defesa contra eventos de pequeno impacto. Para grandes PHAs com tempos de aviso curtos, a explosão nuclear é a única opção viável. A descrição dessa técnica podem ser encontrada em diversas publicações, como por exemplo em (AHRENS; HARRIS, 1992; KAPLINGER et al., 2012; WIE, 2013; SYAL et al., 2013). No entanto, as explosões nucleares podem causar polêmica (SAGAN; OSTRO, 1994; SMETANA, 2019). Além disso, existe a possibilidade de fragmentos radioativos ainda permanecerem em rota de colisão com a Terra depois de serem acelerados com a explosão (ALEKSANDROVA et al., 2016).

A técnica proposta por Lu e Love (2005), conhecida como trator gravitacional, usa uma espaçonave com propulsão controlada para alterar a órbita de um asteroide. Algumas inovações nessa técnica já foram propostas como, por exemplo, o uso de múltiplos tratores gravitacionais (WIE, 2008; FOSTER et al., 2013) ou de um trator capaz de coletar material rochoso a fim de aumentar a atração gravitacional entre os corpos e, conseqüentemente, reduzir os tempos de deflexão de décadas para alguns anos (MAZANEK et al., 2015). Essa técnica de deflexão é insensível à estrutura, propriedades da superfície e estado de rotação do asteroide. Entretanto, sua principal advertência compete na necessidade do sistema de propulsão da espaçonave operar de forma confiável por talvez uma década ou mais. Em 2013, a NASA propôs a Missão de Redirecionamento de Asteroide (ARM, sigla em inglês para “Asteroid Redirect Mission”) para coletar uma pedra de várias toneladas da superfície de um NEA e fornecer a primeira demonstração da técnica de Trator Gravitacional Aprimorado (EGH, sigla em inglês para “Enhanced Gravity Tractor”).

Como Li et al. (2020), estamos interessados em defletir grandes asteroides. Neste trabalho, substituiremos o trator gravitacional clássico (ou o aprimorado) por fragmentos que poderiam ser coletados do próprio asteroide a ser desviado, pequenas luas no caso de sistemas binários e triplos ou de NEAs previamente selecionados. O nosso objetivo é determinar se há condições iniciais em que estes fragmentos podem ser liberados para orbitarem livremente o alvo e, conseqüentemente, desviá-lo de sua trajetória devido a perturbação gravitacional gerada. Atualmente, após inúmeros refinamentos na determinação das condições iniciais e simulações orbitais, é fato bem estabelecido que (99942) Apophis passará a uma distância de aproximadamente 38000 km do centro da Terra, cerca de seis raios terrestres, em 13/04/2029. Sabe-se que muitos satélites geoestacionários estão operando em altitudes acima de

32000 km. Além disso, entre o momento atual e a passagem de mínima aproximação do (99942) Apophis em 2029, resta-nos menos do que uma década. Portanto, usaremos esse PHA em nosso estudo em razão desses dois fatores. O modelo detalhado encontra-se na Seção 2.2.

Apesar dos riscos de fragmentação, um impactador cinético continua sendo uma estratégia promissora para a deflexão de asteróides. Em 2005, a missão “Deep Impact”, primeira tentativa de penetração abaixo da superfície de um cometa, lançou uma espaçonave para colidir com o cometa Tempel 1 a uma velocidade de 10,3 km/s (RICHARDSON et al., 2007). Como a espaçonave era muito pequena (370 kg) em relação ao cometa alvo (diâmetro equivalente a 6 km), nenhum desvio de órbita foi medido neste caso (DOTTO et al., 2021). Já a sonda DART (sigla em inglês para “Double Asteroid Redirection Test”), primeiro experimento de defesa planetária da humanidade, proporcionará a primeira demonstração da técnica de impacto cinético para alterar a dinâmica de um asteróide no espaço. O sistema binário (65803) Didymos é o alvo da demonstração da DART em 2022, pois não está em uma trajetória de colisão com a Terra e, portanto, não representa uma ameaça real para o planeta. Este sistema é composto de dois asteróides: o asteróide maior Didymos (780 m de diâmetro), e o asteróide menor, Dimorphos (150 m de diâmetro), que orbita o asteróide maior (NAIDU et al., 2020). Segundo Dotto et al. (2021), a sonda DART (650 kg) colidirá com Dimorphos a uma velocidade relativa de 6,6 km/s, encurtando em aproximadamente 10 min o período orbital do pequeno asteróide. Evidentemente, o papel da DART será muito útil para o fornecimento de dados sobre esta técnica.

A velocidade de impacto de uma espaçonave pode ser aumentada com o uso de órbitas retrógradas (MCINNES, 2004a) ou de propulsão contínua de baixo empuxo para determinação de trajetórias ótimas de encontro (do francês “rendezvous”) e interceptação (IZZO et al., 2006; IZZO, 2007). Como a massa do impactador artificial é limitada, usar uma espaçonave para atingir um grande asteróide não tem se demonstrado eficiente para curtos tempos de aviso. O conceito Impactador Cinético Aprimorado (EKI, sigla em inglês para “Enhanced Kinetic Impactor”) proposto por Li et al. (2020), melhora a eficiência da técnica usando rochas espaciais coletadas de NEAs como impactador. O conceito EKI teoricamente rompe a limitação das restrições de lançamento com a base no solo, aumentando assim a massa do impactador significativamente, além de combinar as áreas de defesa e exploração planetária, o que pode gerar mais retornos científicos em comparação com o impactador cinético clássico. Entretanto, as incertezas na localização do impacto, a estrutura interna e

a distribuição de massa do asteroide são fatores importantes que devem ser considerados tanto no método clássico quanto no EKI. Conduzimos um estudo sobre o uso de um impactador para defletir o (99942) Apophis. Encontramos, dentre os resultados estudados, condições que manobram este asteroide para mais próximo, e também para mais distante da Terra. Na Seção 2.3, explicaremos em detalhes o modelo proposto em nosso estudo.

São muitos os trabalhos em dinâmica orbital que usam a pressão de radiação solar para transferência orbital (CARUSO et al., 2021), porém, também há estudos de sua aplicação para a deflexão de asteroides. As velas solares podem ser usadas na absorção da energia solar para evaporar as camadas superficiais de um asteroide gerando impulso (MELOSH; NEMCHINOV, 1993), acelerar um projétil e, conseqüentemente, aumentar a quantidade de movimento transferida para um asteroide (MCINNES, 2004a) ou gerar um torque capaz de cancelar a rotação e, posteriormente, alterar a translação de um asteroide (SHOTA; KAWAGUCHI, 2019). No entanto, estas não são as únicas configurações que usam dispositivos solares para deflexão de trajetória. Uma vela solar controlável com $10^5 m^2$ amarrada por um cabo espacial (“tether”) pode parar a rotação do (99942) Apophis em 1000 dias (GAO; WU, 2016). Realizamos um estudo sobre o uso de um dispositivo composto por um grande balão reflexivo (ou um conjunto deles) com elevada razão área-massa fixado por um cabo espacial no asteroide (MARCHI et al., 2021). Encontramos, dentre os resultados estudados, uma simples função que relaciona o desvio com o comprimento do cabo e a razão área-massa do dispositivo. O modelo proposto encontra-se na Seção 2.4.

Os cabos espaciais também podem ser usados no deslocamento do centro de massa de um asteroide, amarrando uma massa qualquer na sua extremidade (FRENCH; MAZZOLENI, 2009; MASHAYEKHI; MISRA, 2012; MASHAYEKHI; MISRA, 2014; MASHAYEKHI; MISRA, 2016), um pequeno asteroide ou um fragmento de rocha espacial (VENDITTI et al., 2020). Embora esta técnica desvie o corpo como um todo e não somente parte dele, há uma grande dependência com o comprimento do cabo e da massa presa a ele, oferecendo grandes limitações devido a alta complexidade estrutural na sua implementação. No futuro, sua viabilização pode ser alcançada com a descoberta de materiais cada vez mais leves e resistentes.

A explicação dos conceitos e uma comparação entre as principais técnicas discutidas, estão bem resumidos nos trabalhos de Sanchez et al. (2009), Sánchez-Lozano et al. (2020).

O conceito de mineração espacial (“space mining”) surgiu com a proposta de extrair

materiais lunares e de asteróides para a construção de ambientes habitáveis e de estações de energia solar para satélites (O'NEILL *et al.*, 1977). Já a captura de matéria-prima em NEAs (Apollos e Amors) para empreendimentos espaciais foi proposta por O'Leary (1977). Segundo Vergaaij *et al.* (2020), somente depois que os NEAs forem esgotados, vale a pena considerar a mineração de asteróides do Cinturão Principal e o transporte desses recursos para um cliente nas proximidades da Terra.

Muitos estudos conduzidos por observações realizadas por telescópios e radares terrestres e, principalmente, por sondas espaciais como a Rosetta da ESA (“European Space Agency”) no cometa 67P/Churyumov-Gerasimenko (CHOUKROUN *et al.*, 2020) e Hayabusa da JAXA (“Japan Aerospace Exploration Agency”) no (25143) Itokawa (YOSHIKAWA *et al.*, 2021), indicam a possibilidade de que alguns NEAs são constituídos por substâncias químicas que talvez não sejam encontradas na Lua. O sucesso dessas missões pioneiras incentivou o envio de novas missões, como a Hayabusa 2 da JAXA e a OSIRIS-Rex da NASA que, recentemente, recolheram amostras dos asteroides (162173) Ryugu e (101955) Bennu, respectivamente. O material recolhido nessas missões espaciais pode fornecer informações sobre como nosso sistema planetário surgiu (ANAND *et al.*, 2020), além de gerar receita por meio do desenvolvimento econômico de entidades comerciais que visam a exploração do espaço.

A exploração espacial de metais preciosos e elementos semicondutores em NEAs também é uma das estratégias a serem consideradas para a composição ou substituição das reservas minerais em nosso planeta, devido a escassez terrestre iminente desses recursos (HASNAIN *et al.*, 2012). Há evidências convincentes de que (16) Psyche seja o maior asteróide rico em metais do Cinturão Principal, composto de um núcleo constituído por ferro e níquel, que poderia ter sido exposto de um planeta primitivo ao perder suas camadas externas rochosas devido a uma série de colisões violentas bilhões de anos atrás (SHEPARD *et al.*, 2017; CASE *et al.*, 2018). Em janeiro de 2017 a NASA deu início ao desenvolvimento da missão Psyche, com lançamento previsto para agosto de 2022. O encontro com o (16) Psyche está planejado para ocorrer no início de 2026, quando será realizado todo o seu mapeamento topográfico (POLANSKEY *et al.*, 2020). No Capítulo 3, mostraremos que a técnica de deflexão por perturbação gravitacional que usamos, em alguns casos, aproxima a órbita do corpo em estudo de nosso planeta. Em condições controladas, estas órbitas favoreceriam o envio de sondas de prospecção e captura de fragmentos de asteróides, reduzindo o tempo e o consumo de combustível nessas missões.

A física básica de usar um “mass driver” como um dispositivo de propulsão é com

base no conceito fundamental descrito na Terceira Lei do Movimento de Isaac Newton: para cada ação, há uma reação igual e de sentido oposto. A aplicação de uma força em uma direção para acelerar um pequeno pedaço de material ejetado tem o efeito de aplicar uma força reativa de mesma intensidade, mas de sentido oposto. Os “mass drivers”, então, podem ser considerados como motores foguete “sem propelente”, ou seja, que usam apenas material inerte ao corpo como o material ejetado. Esta técnica pode ser aplicada usando múltiplas sondas que se prendem a um asteroide ou cometa ameaçador e perfura as suas superfícies, ejetando pequenas quantidades do material em alta velocidade. O efeito, quando aplicado sobre um período de semanas ou meses, acaba por mudar a velocidade heliocêntrica do corpo e, assim, altera sua passagem de mínima aproximação com a Terra. Além disso, o uso de múltiplas pequenas sondas fornece uma redundância contra falhas de módulos individuais e, portanto, melhora a probabilidade do desvio ser bem-sucedido (BRACK; MCMAHON, 2020).

Não pretendemos aqui desenhar uma missão completa entre uma sonda e um PHA, pois não é o objetivo de nosso trabalho resolver os problemas técnicos deste tipo de missão, tais como tipo de propulsor, materiais estruturais etc. Entretanto, fornecemos novas modificações para três estratégias clássicas de deflexão de PHAs, as quais são: perturbador gravitacional, impactador cinético e dispositivo espacial reflexivo. Além disso, propomos o uso dos seguintes métodos de análise: i) integral de perturbação Tipo-I para elencar os principais agentes que perturbam a órbita de um asteroide; ii) “mapas de perturbação”, que é como chamaremos os gráficos que mostram os desvios de trajetória do asteroide em função das diferentes condições iniciais estabelecidas para os perturbadores gravitacionais; iii) Método do Tiro (“Shooting Method”), que é aplicado a técnica do impactador cinético para solucionar o Problema de Lambert associado ao Problema de N-Corpos; iv) Desvio Quadrático Médio (RMSD, sigla em inglês para “Root-Mean-Square Deviation”), para determinar equações empíricas que estimam os desvios de trajetória como função dos parâmetros físicos de um dispositivo reflexivo (ou de vários dispositivos pequenos), com alta razão área-massa, fixado em um asteroide por um cabo espacial.

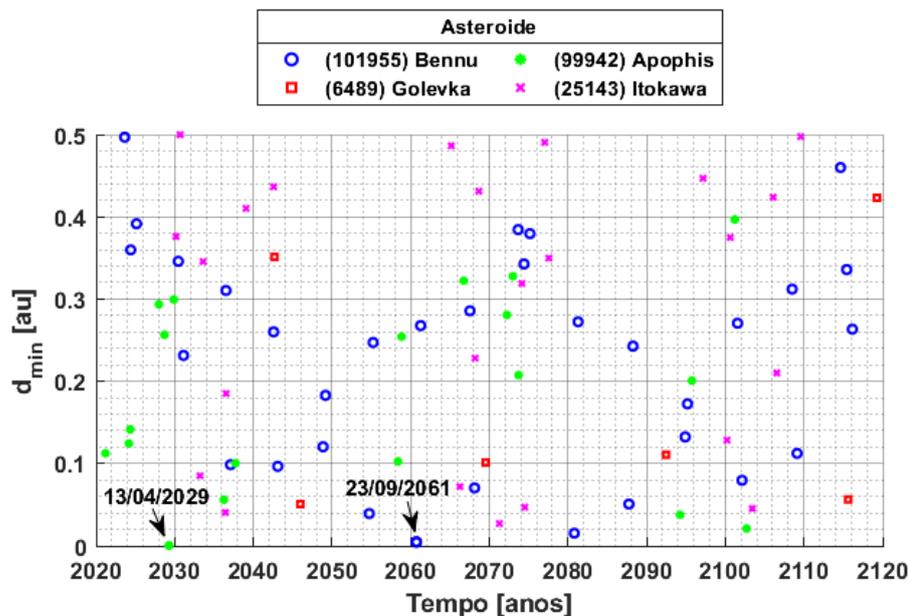
2 MODELOS E METODOLOGIA

2.1 Distância de mínima aproximação com a Terra

O Centro de Estudos de Objetos Próximos à Terra (CNEOS, sigla em inglês para “Center for Near-Earth Object Studies”) é a divisão do Laboratório de Propulsão a Jato da NASA (JPL, sigla em inglês para Jet Propulsion Laboratory) encarregada por calcular e mapear as órbitas de asteróides e cometas e suas probabilidades de impacto com a Terra. Os cálculos são atualizados continuamente, conforme novas observações são realizadas. Na Figura 2.1 estão listados alguns asteróides e as suas mínimas aproximações com a Terra para o período de 2020 à 2120.

Após sua descoberta em 2004, o asteróide (99942) Apophis foi identificado como um dos asteróides mais perigosos que poderiam impactar com a Terra, mas essa avaliação de impacto mudou à medida que os astrônomos rastreavam o Apophis e sua órbita se tornava melhor determinada. Apesar de descartada uma colisão com a Terra durante os próximos 100 anos, após uma nova campanha de observação de radar combinada com uma análise precisa da órbita realizada pela NASA, a trajetória do (99942) Apophis se aproximará dos satélites geossíncronos. Essa é uma das motivações pelo qual escolhemos o (99942) Apophis em nosso estudo.

Figura 2.1 - Distância de mínima aproximação com a Terra para o (99942) Apophis, (101955) Bennu, (6489) Golevka e (25143) Itokawa.



Fonte: Produção do autor.

2.2 Trator gravitacional

Em 2013, o JPL disponibilizou as efemérides planetárias e lunares, conhecidas como DE430/DE431 (FOLKNER et al., 2014). Essas efemérides são o resultado do ajuste de mínimos quadrados de um conjunto de efemérides previamente existentes para uma variedade de dados observacionais (medições), seguidos pela integração das equações dinâmicas de movimento que descrevem a física gravitacional do Sistema Solar. O processo usado para que essas efemérides fossem geradas é composto, basicamente, pelas três etapas a seguir: i) equações de movimento que descrevem a física gravitacional e governam a dinâmica dos corpos; ii) um método para integrar as equações de movimento; iii) condições iniciais e constantes dinâmicas, ou seja, as posições e as velocidades iniciais dos corpos em alguma época juntamente com os valores para várias constantes que afetam o movimento (por exemplo, massas planetárias). A precisão das condições iniciais e constantes dinâmicas são os principais fatores que determinam a precisão das efemérides modernas, uma vez que os outros dois componentes (o modelo físico e o método de integração) são considerados suficientemente completos e precisos.

Seguindo Folkner et al. (2014), o modelo físico que implementamos computacionalmente considera a força gravitacional segundo o Problema de N-Corpos, incluindo todos os planetas do Sistema Solar, a Lua, as luas de Marte (Fobos e Deimos), a lua de Plutão (Caronte) e os três maiores asteróides situados no Cinturão Principal (Ceres, Pallas e Vesta). Além disso, incluímos as perturbações devido ao achatamento do Sol (J_2), harmônicos esféricos da Terra e da Lua (ordem e grau 6), pressão de radiação solar (PRS) e efeitos relativísticos, segundo a Teoria da Relatividade Geral. As equações de movimento de todos os corpos podem ser escritas no sistema de referência inercial centrado no Sol, de maneira generalizada, da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \ddot{\vec{r}}_i = & -\frac{G(M_S + m_i)}{r_i^3}\vec{r}_i + \sum_{j \neq i} Gm_j \frac{\vec{r}_j - \vec{r}_i}{\Delta_{ij}^3} - \frac{\vec{r}_j}{r_j^3} \\ & + \vec{P}_{J_2S_i} + \vec{P}_{REL_i} + \vec{P}_{RAD_i} + \vec{P}_{GT_i} + \vec{P}_{GL_i} \end{aligned} \quad (2.1)$$

onde $i, j = 1, \dots, n$, n é o número de corpos, \vec{r}_i é a posição heliocêntrica do corpo i , Δ_{ij} é a distância entre os corpos i e j , M_S é a massa do Sol, m_i é a massa do corpo i , m_j é a massa do corpo j , G é a constante da gravitação universal, $\vec{P}_{J_2S_i}$ é a aceleração devido ao achatamento do Sol, \vec{P}_{REL_i} é a aceleração devido as perturbações relativísticas, \vec{P}_{RAD_i} é a aceleração devido a PRS, \vec{P}_{GT_i} é a aceleração devido ao geopotencial da Terra e \vec{P}_{GL_i} é a perturbação devido ao geopotencial da Lua.

2.2.1 Modelo relativístico geral

Consideramos as perturbações relativísticas definidas pelo campo gravitacional de Schwarzschild, tal como a Equação 2.2, descrita por [Lestrade e Bretagnon \(1982\)](#):

$$\vec{P}_{REL_i} = \mu \left[(4 - 2\alpha) \frac{GM_S}{r_i^4} \vec{r}_i - (1 + \alpha) \frac{\dot{r}_i^2}{r_i^3} \vec{r}_i + 3\alpha \frac{(\vec{r}_i \cdot \dot{\vec{r}}_i)^2}{r_i^5} \vec{r}_i + (4 - 2\alpha) \frac{(\vec{r}_i \cdot \dot{\vec{r}}_i)}{r_i^3} \dot{\vec{r}}_i \right] \quad (2.2)$$

onde μ é o raio gravitacional do Sol (conhecido como raio de Schwarzschild), c é a velocidade da luz, e α é um parâmetro que depende do sistema de coordenadas (em nosso caso $\alpha = 0$).

2.2.2 Modelo de radiação solar

Os dois efeitos não gravitacionais mais influentes são o efeito Yarkovsky ([VOKROUHLICKÝ et al., 2015](#)) e a pressão da radiação solar ([VOKROUHLICKÝ et al., 2000](#)). A magnitude desses efeitos depende da massa, forma e albedo do asteróide. Enquanto o efeito Yarkovsky gera uma aceleração no asteróide por causa das diferentes temperaturas entre a região irradiada e a não-irradiada que durante longos períodos de tempo (milhões de anos) aumentaria a órbita do asteróide, o efeito da pressão de radiação solar, representa uma mudança na órbita do asteróide devido à pressão exercida pela radiação incidente na sua superfície. Em outras palavras, o momento transferido por unidade de tempo para uma unidade de superfície, considerando um campo de radiação, é chamado pressão de radiação. O Sol é a principal fonte de radiação a ser considerada no Sistema Solar e os planetas, as luas e os asteróides reemitem essa radiação, entretanto, esse efeito foi desconsiderado nesse trabalho. Já o efeito de sombra, causado pela ocultação dos corpos, foi incluso na modelagem assumindo que todos eles possuem forma esférica. Portanto, a aceleração devido à pressão de radiação solar aplicada em cada corpo, pode ser escrita da seguinte forma:

$$P_{RAD_i} = \nu(1 + \eta_i)ua^2 \frac{A_i S}{m_i c} \frac{r_c - r_S}{|r_c - r_S|^3} \quad (2.3)$$

onde, $i = 1, \dots, n$, n é o número de corpos, ν está representando o fenômeno de sombra (1 ou 0, [Aljbaae et al. \(2021. Accepted.\)](#)), η_i faz referência as propriedades reflexivas do corpo, ua é a unidade astronômica (a distância média Sol-Terra), A_i é a seção transversal do corpo em direção ao Sol, m_i é a massa do corpo, S é a constante Solar e c é a velocidade da luz no vácuo. O valor de $\frac{S}{c}$ é $4,56316 \times 10^{-6} \text{ N/m}^2$ ([BEUTLER, 2004](#)), r_c e r_S são os vetores posição do corpo e do Sol, respectivamente.

O efeito Yarkovsky depende das propriedades térmicas de um corpo. A primeira medição da deflexão induzida por esse efeito foi observada no asteroide (6489) Golevka (CHESLEY et al., 2003). Ao longo de doze anos, esse asteroide derivou 15 km de sua posição prevista. Hoje sabemos que o efeito Yarkovsky é mais eficaz em corpos menores que 30-40 km de diâmetro, sendo detectado em algumas dezenas de asteroides (CHESLEY et al., 2003; NESVORNÝ; WILLIAM, 2004; FARNOCCHIA et al., 2013). Além disso, corpos celestes muito pequenos se comportam como isotérmicos e anulam esse efeito. Enquanto o efeito Yarkovsky causa uma mudança no semi-eixo maior, o efeito Yarkovsky-O’Keefe-Radzievskii-Paddack (YORP), é um fenômeno associado a mudança de velocidade e inclinação do eixo de rotação do asteroide. Por exemplo, a velocidade de rotação do asteroide (54509) YORP, corpo celeste que recebeu o mesmo nome do efeito, dobrará em apenas 600000 anos (TAYLOR et al., 2007). Ambos os efeitos, o Yarkovsky e o YORP, são gerados pela interação entre um asteroide e a radiação solar, porém eles não foram incluídos em nossa modelagem, já que um impacto real nas incertezas orbitais somente é observado por longos períodos de tempo (milhares de anos).

2.2.3 Modelo gravitacional

A aceleração gravitacional de cada corpo devido às massas pontuais externas é derivada da métrica de N-Corpos, porém as acelerações modeladas devido as interações de massas pontuais com o campo gravitacional de corpos não esféricos incluem: i) o harmônico zonal de segundo grau do Sol (J_2) interagindo com todos os outros corpos; ii) a interação dos harmônicos zonais, setoriais e tesserais da Terra (ordem e grau 6) com a Lua, a massa pontual do asteroide e a massa pontual do perturbador gravitacional; iii) a interação entre os harmônicos zonais, setoriais e tesserais da Lua (ordem e grau 6) com a Terra, a massa pontual do asteroide e a massa pontual do perturbador gravitacional.

2.2.3.1 Perturbação devido ao modelo de achatamento do Sol (J_2)

As componentes de aceleração devido ao efeito do achatamento do Sol, obtidas em um sistema de coordenadas fixo em seu centro de massa, são dadas por Yokoyama (2002), Sanchez et al. (2009):

$$P_{J_2 S x_i} = -GM_S J_2 R_S^2 \left[\frac{3 x_i}{2 r_i^5} - \frac{15 z_i^2 x_i}{2 r_i^7} \right] \quad (2.4)$$

$$P_{J_2 S y_i} = -GM_S J_2 R_S^2 \left[\frac{3 y_i}{2 r_i^5} - \frac{15 z_i^2 y_i}{2 r_i^7} \right] \quad (2.5)$$

$$P_{J_2 S z_i} = -GM_S J_2 R_S^2 \left[\frac{9 z_i}{2 r_i^5} - \frac{15 z_i^3}{2 r_i^7} \right] \quad (2.6)$$

onde $i, j = 1, \dots, n$, n é o número de corpos, R_S é o raio equatorial do Sol (696000 km), r_i é a distância do corpo ao Sol, x_i , y_i e z_i são as coordenadas do vetor posição dos corpos e $J_2 = 2,110608853 \times 10^{-7}$, o fator de forma do Sol (FOLKNER et al., 2014). Uma tabela com valores estimados para o J_2 do Sol durante o século XX é apresentada no trabalho de Mecheri et al. (2004). Em nosso caso, todos os corpos estão sujeitos a ação dessa perturbação.

2.2.3.2 Perturbação devido ao potencial gravitacional terrestre e lunar

Nas últimas cinco décadas, melhorias e refinamentos contínuos da teoria básica de modelagem gravitacional foram acompanhados pela disponibilidade de dados mais precisos e completos, além de avanços nos recursos computacionais para estudos de modelagem numérica. O conhecimento preciso do potencial gravitacional da Terra, em escala global e em altíssima resolução, é um pré-requisito fundamental para várias investigações e aplicações espaciais, geodésicas, geofísicas e oceanográficas. Esses avanços trouxeram o estado da arte dos primeiros modelos do geopotencial em harmônicos esféricos de grau 8 (ZHONGOLOVICH, 1952), até a solução atual, conhecida como EGM2008, que se estende até o grau 2190 e ordem 2159 (PAVLIS et al., 2012). Uma breve revisão dos principais desenvolvimentos em modelagem do campo gravitacional terrestre ao longo do século XX foi feito por Rapp (1998).

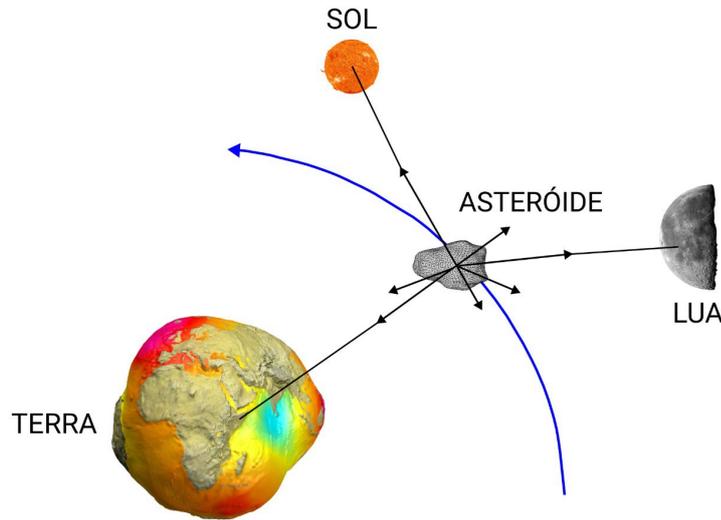
A distribuição de massa da Terra e da Lua é um fator que interfere o campo gravitacional gerado por cada um desses corpos. Apesar do (99942) Apophis realizar uma passagem de curta duração entre esse sistema, uma pequena perturbação é causada em sua órbita, conforme ilustrado na Figura 2.2. Entretanto, devemos lembrar que a massa do (99942) Apophis é bem menor em comparação à massa da Terra e da Lua. O potencial gravitacional da Terra em coordenadas esféricas, centradas e com plano de referência fixo no planeta, pode ser escrito na forma (HEISKANEN; MORITZ, 1967; MONTENBRUCK O., 2001; BETHENCOURT et al., 2005):

$$V(r, \theta, \lambda) = \frac{GM_T}{r} + \frac{GM_T}{r} \sum_{n=2}^M \sum_{m=0}^n \left(\frac{R_T}{r} \right)^n (\bar{C}_{nm} \cos(m\lambda) + \bar{S}_{nm} \sin(m\lambda)) \bar{P}_{nm}(\cos\theta) \quad (2.7)$$

onde R_T é o raio equatorial da Terra, r é a distância geocêntrica, θ é a latitude geocêntrica, λ é a longitude geocêntrica, \bar{C}_{nm} e \bar{S}_{nm} são os coeficientes harmônicos esféricos normalizados, $\bar{P}_{nm}(\cos\theta)$ são funções normalizadas associadas de Legendre

(ARFKEN et al., 2005) e M é o máximo grau e ordem da expansão esférica harmônica.

Figura 2.2 - Perturbação na órbita do asteróide devido a distribuição de massa da Terra e da Lua.



Fonte: Produção do autor.

O cálculo recursivo do gradiente do potencial apresentado na Equação (2.7) é bem descrito por Holmes e Featherstone (2002). A contribuição individual de cada termo deste potencial na aceleração que este causa sobre um satélite em órbita da Terra foi feito por (SANCHEZ et al., 2014). Neste trabalho, implementamos computacionalmente o modelo de geopotencial EGM2008 para os coeficientes do potencial gravitacional terrestre expressos em harmônicos esféricos. Entretanto, após a realização de algumas simulações preliminares, consideramos os termos até ordem e grau 6, a fim de reduzir o tempo de simulação sem comprometer a precisão dos nossos resultados.

O período de precessão da Terra é de cerca de 26000 anos e o seu comportamento é quase linear, mesmo na escala de tempo de nossas simulações. Portanto, consideramos a obliquidade da Terra fixa em $23,4^\circ$ e realizamos as devidas rotações em coordenadas cartesianas. Além disso, os coeficientes harmônicos do potencial foram calculados, levando em consideração os tempos siderais da Terra e da Lua.

O cálculo prático do tempo sideral de Greenwich, θ_g , à meia-noite ou à 0h TU é

dado por Kuga et al. (2012):

$$\theta_{g0} = 99,6909833^\circ + 36000,7689^\circ S_J + 0,00038708^\circ S_J^2 \quad (2.8)$$

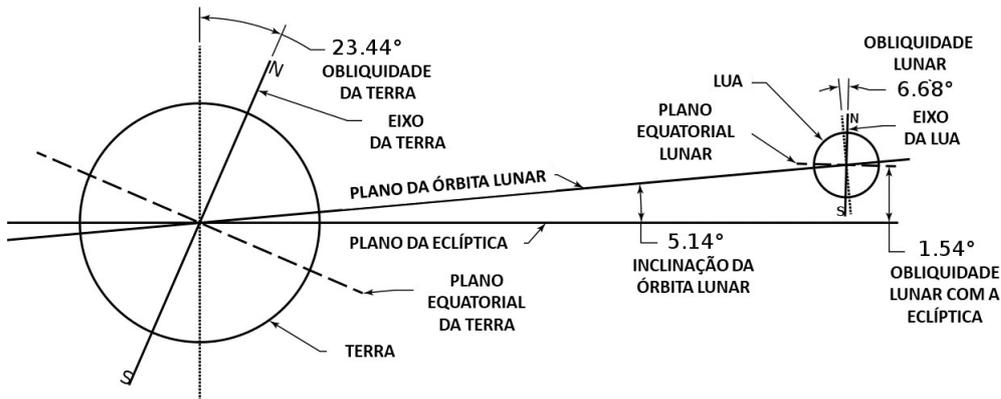
onde θ_{g0} é dado graus, o tempo S_J é medido em séculos como $S_J = (D_J - 2415020,0)/36525$ e D_J é o Dia Juliano.

Assim, o tempo sideral de Greenwich θ_g , em tempo t qualquer, é dado por:

$$\theta_g = \theta_{g0} + \omega(t - t_0) \quad (2.9)$$

onde ω é a taxa de rotação da Terra e t_0 é o tempo inicial de integração.

Figura 2.3 - Obliquidade da Terra e da Lua.



Fonte: Produção do autor.

O potencial gravitacional lunar também foi calculado através da Equação (2.7), entretanto, considerando o raio de referência da Lua $R_L = 1738$ km. A solução implementada computacionalmente foi a GRGM900C (LEMOINE et al., 2014), que estima o parâmetro gravitacional lunar e os coeficientes de Stokes normalizados até ordem e grau 900. O modelo, GRGM900C, é baseado nas efemérides lunares e planetárias DE421 (WILLIAMS, 2008). Como a Terra e a Lua estão a grandes distâncias dos demais corpos celestes considerados em nosso modelo, a influência da perturbação devido ao potencial gravitacional da Terra e da Lua ficou limitada apenas entre esse sistema, além do (99942) Apophis e perturbador gravitacional.

2.3 Impactador cinético

A técnica do impactador cinético consiste no envio de uma ou mais espaçonaves de alta velocidade para a rota de colisão com um PHA. Isso poderia desviar um asteroide ou cometa para uma trajetória diferente, afastando-os do caminho orbital da Terra. Se os preparativos fossem feitos com antecedência para que os impactadores cinéticos estivessem disponíveis após a detecção do PHA, seria previsto em média um tempo de alerta de pelo menos 1-2 anos para asteroides menores (BOARD et al., 2010). Suponha que um asteroide em rota de aproximação com a Terra fosse detectado hoje, estima-se que seriam necessários 20 anos para construir e lançar um impactador, atingir e impactar o alvo e desviar o asteroide do caminho da Terra. Décadas ou mais podem ser necessárias para desviar asteroides maiores (centenas de quilômetros de diâmetro) que apresentam as ameaças mais catastróficas. Portanto, os impactadores cinéticos podem não ser eficazes em alterar a órbita de grandes asteroides. No entanto, se o tempo permitir o envio de uma missão para mapear a composição do asteroide e enviar as informações coletadas à Terra antes de enviar o impactador, é possível aumentar as chances de sucesso de uma missão de defesa planetária.

Está previsto para outubro de 2022 o impacto em alta velocidade (6,6 km/s) da sonda DART da NASA com Dimorphos (Didymos B). O objetivo da missão é determinar o quanto um impacto altera a velocidade da lua no espaço, medindo a mudança em sua órbita em torno de Didymos. Espera-se que a colisão mude a velocidade desta lua em uma fração de porcentagem o que, conseqüentemente, pode vir a alterar o seu período orbital ao redor do asteroide maior em vários minutos, o suficiente para ser observado e medido por telescópios na Terra. Essa é a principal motivação pelo qual escolhemos esta técnica para testá-la no caso do (99942) Apophis. Nesse caso, também foram considerados todos os modelos de perturbação descritos na Seção 2.2.

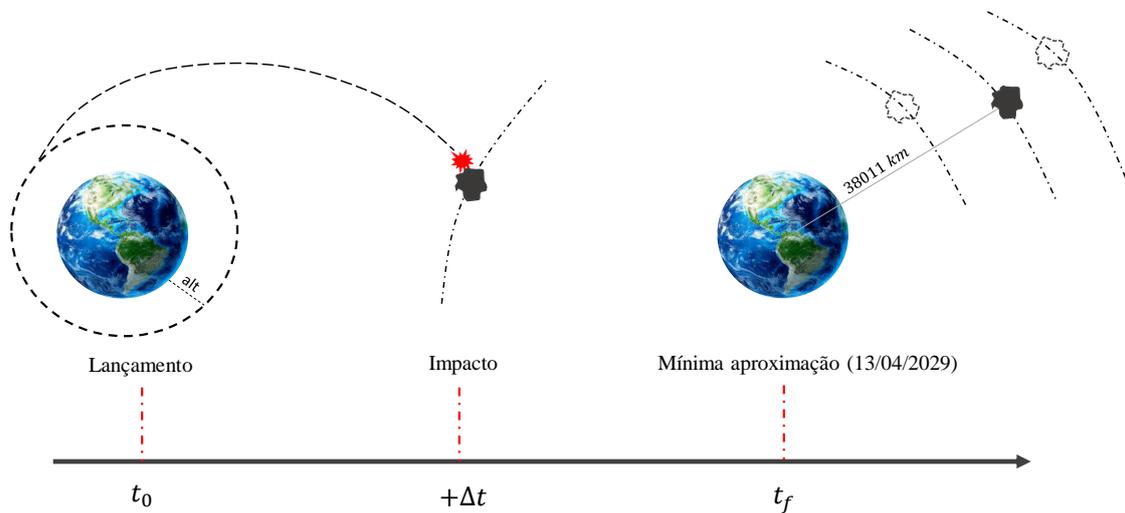
2.3.1 Trajetória de transferência

A espaçonave impactadora, inicialmente posicionada em órbita da Terra, é transferida no tempo t_{TR} até a posição definida para o impacto com o (99942) Apophis. Após esse evento, as equações de movimento de todos os corpos continuam sendo propagadas até a data de mínima aproximação do (99942) Apophis com a Terra, para então os desvios serem medidos. A sequência das etapas descritas é ilustrada na Figura 2.4.

Em particular, este é um Problema de Valor de Contorno (PVC), pois o sistema de equações diferenciais deve satisfazer um conjunto de restrições adicionais, as chamadas condições de contorno ou condições de fronteira. Neste trabalho, o PVC é resolvido utilizando o Método do Tiro. Este método consiste em estimar os valores das variáveis no ponto inicial, isto é, as condições iniciais do problema, transformando o PVC em um Problema de Valor Inicial (PVI), que pode ser resolvido de forma numérica.

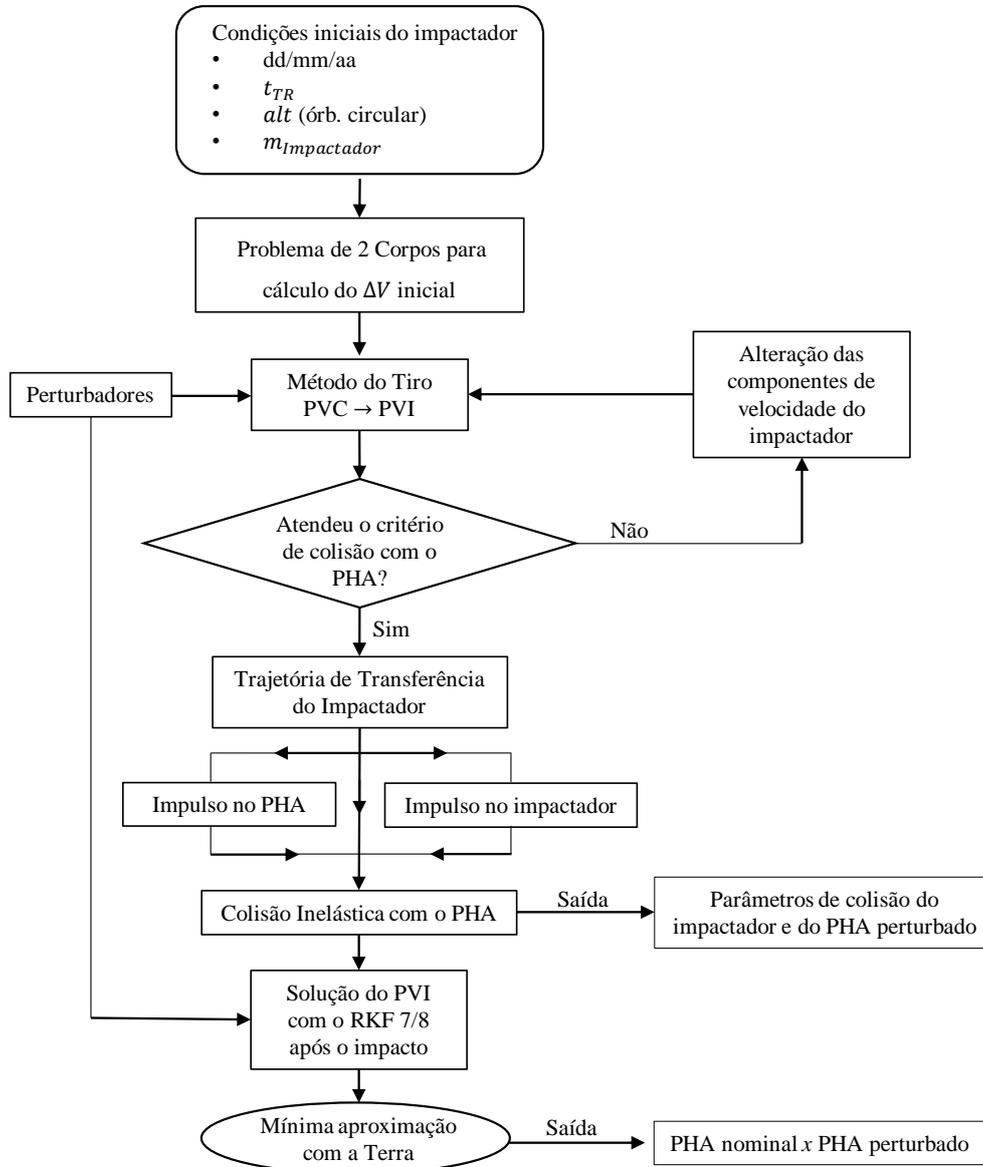
A implementação computacional do Método do Tiro que foi desenvolvida teve por objetivo atingir a tolerância desejada para a diferença entre os valores calculados pelo PVI e os valores prescritos no final do intervalo (ponto de colisão), através de um processo iterativo. Vale ressaltar que, o Método das Conexões Funcionais também foi testado para solucionar este problema, porém os resultados não convergiram corretamente devido a grande perturbação dinâmica existente. Este método está bem detalhado em (De Almeida Junior et al., 2020; De Almeida Junior et al., 2021). A Figura 2.5 mostra um esquema do algoritmo implementado para calcular a trajetória de transferência do impactador.

Figura 2.4 - Modelo de transferência da espaçonave impactadora. A espaçonave é lançada da órbita terrestre em t_0 , impactando o asteróide após t_{TR} dias.



Fonte: Produção do autor.

Figura 2.5 - Processo de determinação da trajetória de transferência do impactador cinético.



Fonte: Produção do autor.

2.3.2 Colisão perfeitamente inelástica

O impacto entre a espaçonave e o (99942) Apophis foi modelado como sendo uma colisão perfeitamente inelástica entre duas esferas. De acordo com a Lei da Conservação do Momento Linear, o incremento de velocidade do (99942) Apophis causado pelo impacto é (MELOSH et al., 1994; SALOTTI, 2004; BOARD et al., 2010; LI et al.,

2020):

$$\Delta v_{Apophis} = \kappa \frac{m_{Impactador}}{m_{Impactador} + m_{Apophis}} (v_{F_{Impactador}} - v_{F_{Apophis}}) \quad (2.10)$$

onde $m_{Impactador}$ e $v_{F_{Impactador}}$ indicam a massa e a velocidade do impactador, $m_{Apophis}$ e $v_{F_{Apophis}}$ indicam a massa e a velocidade do (99942) Apophis. O fator κ indica o efeito de ejeção de material devido a colisão e desempenha um papel importante na determinação do momento linear final do asteróide. $\kappa = 1$ indica que não há contribuição do material ejetado no momento transferido para o (99942) Apophis e $\kappa > 1$ indica que o cálculo do momento incidente é aprimorado pelo material ejetado do (99942) Apophis. Neste trabalho, foi assumido que o momento incidente do impactador é simplesmente transferido para o (99942) Apophis, sem considerar o efeito do material expelido da superfície do asteróide ($\kappa = 1$). Após o impacto, toda a massa do impactador é adicionada à massa do (99942) Apophis.

Também foi feito um estudo sobre os desvios causados na mínima aproximação com a Terra, devido a aceleração e a frenagem do (99942) Apophis e do impactador antes de ocorrer a colisão entre eles. Para tanto, incluímos o fator ζ no cálculo das velocidades de colisão desses corpos, conforme as equações 2.11 e 2.12, respectivamente.

$$v_{F_{Apophis}} = v_{0_{Apophis}} (1 - \zeta) \quad (2.11)$$

$$v_{F_{Impactador}} = v_{0_{Impactador}} (1 - \zeta) \quad (2.12)$$

Os termos $v_{0_{Apophis}}$ e $v_{0_{Impactador}}$ são as velocidades de aproximação do (99942) Apophis e do impactador, antes da aplicação do impulso para acelerar ($\zeta < 0$) ou frear ($\zeta > 0$) esses corpos.

2.4 Asteróide-Tether-Balão

A tecnologia de cabos espaciais (“tethers”) avançou significativamente desde o seu início há mais de 30 anos. Vários experimentos da NASA demonstraram o uso de cabos eletrodinâmicos no espaço, como os experimentos realizados nas missões Small Expendable Deployer System (SEDS 1 e 2), Tethered Satellite System (TSS-1 e 1R) e Plasma Motor Generator (PMG) (ESTES et al., 2000). Na missão TSS-1 em 1992, um cabo foi implantado no espaço por 260 m antes que ocoresse uma falha. Já no TSS-1R em 1996, um cabo com 19695 m de comprimento foi implantado no espaço, porém uma nova falha ocorreu devido a alta tensão gerada por uma corrente induzida pelo campo magnético da Terra (STONE; BONIFAZI, 1998). Entretanto, o uso

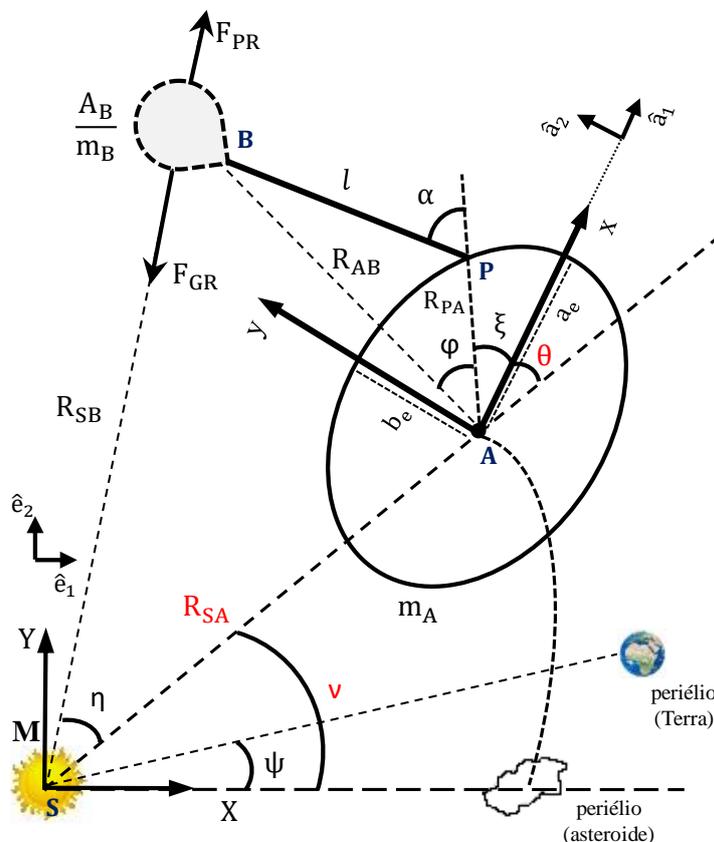
de cabos espaciais não está limitado somente ao estudo de correntes ionosféricas ou estabilização por gradiente de gravidade (MISRA, 2008). Os cabos espaciais também podem ser usados na remoção de detritos (ASLANOV; YUDINTSEV, 2013), em elevadores espaciais (COHEN; MISRA, 2007; WOO; MISRA, 2013) e para o deslocamento do centro de massa de um PHA ao fixar uma massa de lastro qualquer na superfície de um PHA (FRENCH; MAZZOLENI, 2009; MASHAYEKHI; MISRA, 2012; MASHAYEKHI; MISRA, 2014) ou ainda, especificamente, um pequeno detrito ou lua, como em casos de sistemas binários ou triplos (VENDITTI et al., 2020; MARCHI et al., 2021).

A pressão de radiação solar (PRS) também pode desviar a trajetória de um asteroide indiretamente ao fixar uma vela solar na sua superfície (DACHWALD et al., 2007; SHOTA; KAWAGUCHI, 2019). Nessa seção, propomos a análise da influência da PRS na dinâmica de um sistema asteroide-tether-balão usando um balão reflexivo (ou um conjunto de balões) com alta razão área-massa. O cabo espacial usado para prender o balão ao asteroide mantém o balão distante do asteroide. É esperado que o efeito do PRS se torne mais evidente em regiões mais próximas do Sol. Os efeitos Yarkovsky e YORP são fenômenos térmicos que podem alterar a trajetória de pequenos asteroides, dependendo de suas propriedades físicas (FARNOCCHIA et al., 2013; VOKROUHLICKÝ et al., 2015). Contudo, a PRS supera os efeitos térmicos no sistema asteroide-tether-balão e a contribuição térmica foi desconsiderada em nossa modelagem.

Nesta seção, descrevemos o desenvolvimento do modelo matemático de um sistema que consiste em um balão com superfície reflexiva e alta razão área-massa, fixo a um asteroide por um tether. O modelo físico é bidimensional e a dinâmica do problema é descrita no plano da órbita do asteroide ao redor do Sol, usando o formalismo proposto por Joseph Louis Lagrange. Devido a esta primeira simplificação, o modelo é válido apenas para asteroides com baixa inclinação orbital. Além disso, a massa e a flexibilidade do cabo não são consideradas. As limitações atuais na construção estrutural de todo o aparato não são o foco deste trabalho.

A Figura 2.6 mostra a representação esquemática do sistema, onde são apresentados os dois principais sistemas de referência. O referencial inercial (XY), centrado no Sol, é representado pelos vetores unitários (\hat{e}_1, \hat{e}_2). Os vetores unitários (\hat{a}_1, \hat{a}_2) referem-se ao referencial rotacional (xy), com origem no centro de massa do asteroide. Assumimos que eles estão alinhados com o eixo principal de inércia do asteroide. As letras S, A, B e P referem-se ao Sol, o centro de massa do asteroide, o ponto de fixação do balão e o ponto de fixação da cabo, respectivamente.

Figura 2.6 - Ilustração do modelo físico asteróide-tether-balão.



Fonte: Produção do autor.

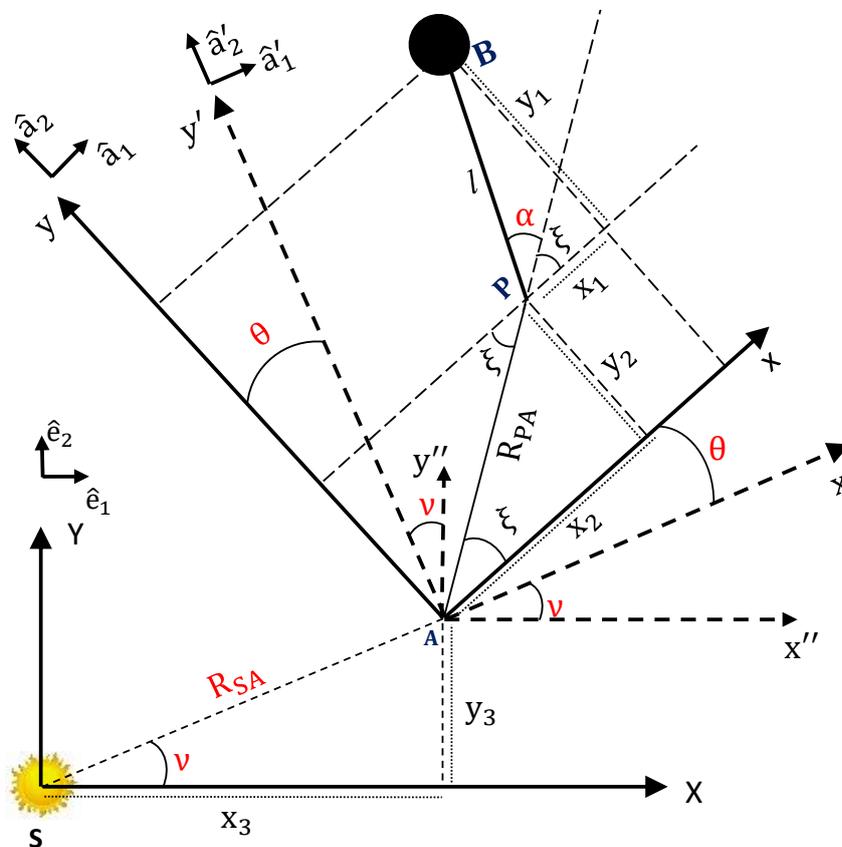
Há um grande número de parâmetros e variáveis relacionados a este modelo, sendo que m_A é a massa do asteróide, A_B/m_B é a razão área-massa do balão, M é a massa do Sol, R_{SA} é a distância entre o Sol e o asteróide, R_{PA} é a distância entre o centro de massa e o ponto de fixação no asteróide, R_{AB} é a distância entre o centro de massa do asteróide e o balão, R_{SB} é a distância entre o Sol e o balão, l é o comprimento do cabo, ν é a anomalia verdadeira do asteróide, θ é o ângulo de rotação do asteróide, α é o ângulo que o cabo faz com AP, ψ é o ângulo entre o periélio da Terra e o periélio do asteróide, η é o ângulo entre R_{SA} e R_{SB} , ξ é o ângulo entre R_{PA} e o eixo x do sistema de referência (xy) , ϕ é o ângulo entre R_{PA} e R_{AB} , F_{GR} é a força de atração gravitacional do Sol sobre o balão e F_{PR} é a força aplicada pela radiação solar sobre o balão.

O ângulo α é considerado constante, isto é, o cabo espacial não tem movimento pendular. Assim, a posição de m_B é mantida fixa em relação a m_A . Essa hipótese facilita a modelagem do problema, pois a posição do centro de massa do sistema não

muda com o tempo. Além disso, apenas m_A tem rotação em torno de seu próprio eixo principal. Portanto, o modelo adotado possui apenas três graus de liberdade (ou coordenadas generalizadas), que são: R_{SA} , ν e θ .

A Figura 2.7 ilustra a geometria necessária para determinar as velocidades do asteroide e do balão em relação ao referencial inercial (XY). Dois referenciais intermediários (x',y') e (x'',y'') são usados na transformação das coordenadas do balão do sistema de corpo (xy) para o sistema inercial (XY).

Figura 2.7 - Geometria usada para determinar as velocidades do asteroide e do balão no sistema de coordenadas inercial.



Fonte: Produção do autor.

Os vetores posição e velocidade do centro de massa do asteroide são representados pelas equações 2.13 e 2.14.

$$\vec{r}_{A_{XY}} = R_{SA}\cos(\nu)\hat{e}_1 + R_{SA}\sin(\nu)\hat{e}_2, \quad (2.13)$$

$$\vec{v}_{AXY} = [\dot{R}_{SA}\cos(\nu) - R_{SA}\dot{\nu}\sin(\nu)]\hat{e}_1 + [\dot{R}_{SA}\sin(\nu) + R_{SA}\dot{\nu}\cos(\nu)]\hat{e}_2, \quad (2.14)$$

Já para o balão, os vetores posição e velocidade são dados pelas equações 2.15 e 2.16.

$$\begin{aligned} \vec{r}_{BXY} &= [l\cos(\alpha + \xi + \theta + \nu) + R_{PA}\cos(\xi + \theta + \nu) + R_{SA}\cos(\nu)]\hat{e}_1 \\ &+ [l\sin(\alpha + \xi + \theta + \nu) + R_{PA}\sin(\xi + \theta + \nu) + R_{SA}\sin(\nu)]\hat{e}_2, \end{aligned} \quad (2.15)$$

$$\begin{aligned} \vec{v}_{BXY} &= [\dot{R}_{SA}\cos(\nu) - R_{SA}\dot{\nu}\sin\nu - R_{PA}\sin(\xi + \theta + \nu)(\dot{\theta} + \dot{\nu}) \\ &- l\sin(\alpha + \xi + \theta + \nu)(\dot{\theta} + \dot{\nu})]\hat{e}_1 \\ &+ [\dot{R}_{SA}\sin(\nu) + R_{SA}\dot{\nu}\cos\nu + R_{PA}\cos(\xi + \theta + \nu)(\dot{\theta} + \dot{\nu}) \\ &+ l\cos(\alpha + \xi + \theta + \nu)(\dot{\theta} + \dot{\nu})]\hat{e}_2. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Essas quatro equações são descritas no sistema de coordenadas inercial centrado no Sol. A partir das equações 2.14 e 2.16, temos os seguintes produtos escalares:

$$\vec{v}_{AXY} \cdot \vec{v}_{AXY} = \dot{R}_{SA}^2 + R_{SA}^2\dot{\nu}^2, \quad (2.17)$$

$$\begin{aligned} \vec{v}_{BXY} \cdot \vec{v}_{BXY} &= \dot{R}_{SA}^2 + R_{SA}^2\dot{\nu}^2 + l^2(\dot{\theta} + \dot{\nu})^2 + R_{PA}^2(\dot{\theta} + \dot{\nu})^2 \\ &+ 2(\dot{\theta} + \dot{\nu})[lR_{PA}(\dot{\theta} + \dot{\nu})\cos(\alpha) + R_{PA}R_{SA}\dot{\nu}\cos(\xi + \theta) \\ &+ lR_{SA}\dot{\nu}\cos(\alpha + \xi + \theta) - \dot{R}_{SA}R_{PA}\sin(\xi + \theta) \\ &- l\dot{R}_{SA}\sin(\alpha + \xi + \theta)]. \end{aligned} \quad (2.18)$$

A energia cinética translacional total do sistema é composta por duas partes, a primeira associada ao PHA e a segunda ao balão, conforme a Equação 2.19.

$$T_{TK} = \frac{1}{2}m_A(\vec{v}_{AXY} \cdot \vec{v}_{AXY}) + \frac{1}{2}m_B(\vec{v}_{BXY} \cdot \vec{v}_{BXY}). \quad (2.19)$$

Consideramos também que o asteróide possui movimento rotacional, porém o balão é mantido estático em relação ao asteróide. O sistema de coordenadas definido no asteróide tem origem no seu centro de massa e está alinhado com os seus eixos principais de inércia. Na Equação 2.20, temos que a energia cinética rotacional total, é dada por:

$$T_{TR} = \frac{1}{2}I_A(\dot{\theta} + \dot{\nu})^2, \quad (2.20)$$

onde I_A é o momento de inércia em relação ao eixo normal ao plano de movimento do corpo homogêneo resultante da associação entre o asteróide, cabo e balão.

As Equações 2.21 mostram as duas formulações que são usadas para calcular I_A em relação ao centro de massa do asteróide. A primeira foi usada apenas para o asteróide, enquanto a segunda é uma aproximação para o sistema asteróide-tether-balão. Essas duas formulações são necessárias, pois as simulações usando o asteróide e as simulações usando o modelo asteróide-tether-balão são feitas independentemente uma da outra.

$$I_A = \begin{cases} \frac{2}{5}m_A R_0^2 & \text{para asteróide (equador esférico),} \\ \frac{2}{5}m_A R_0^2 + m_B R_{AB}^2 & \text{para asteróide-tether-balão,} \end{cases} \quad (2.21)$$

onde R_0 é o comprimento característico do asteróide.

Dessa forma, ao substituir as equações 2.17 e 2.18 na Equação 2.19, e somando a expressão obtida com a Equação 2.20, temos que a energia cinética total do sistema é dada por:

$$\begin{aligned} T_{TOT} = & \frac{1}{2}(m_A + m_B)[\dot{R}_{SA}^2 + R_{SA}^2 \dot{\nu}^2] + \frac{1}{2}(\dot{\theta} + \dot{\nu})^2 [m_B(l^2 + R_{PA}^2) + I_A] \\ & + m_B(\dot{\theta} + \dot{\nu}) \left[lR_{PA}(\dot{\theta} + \dot{\nu})\cos(\alpha) + R_{PA}R_{SA}\dot{\nu}\cos(\xi + \theta) \right. \\ & \left. + lR_{SA}\dot{\nu}\cos(\alpha + \xi + \theta) - \dot{R}_{SA}R_{PA}\sin(\xi + \theta) - l\dot{R}_{SA}\sin(\alpha + \xi + \theta) \right]. \end{aligned} \quad (2.22)$$

A aceleração devido à pressão da radiação solar depende da orientação da incidência dos raios solares em relação à superfície do balão. No entanto, consideramos um modelo simplificado onde a PRS é sempre normal à superfície do balão (FARRÉS, 2017). O efeito das imperfeições e absorções de fótons pela superfície do balão pode ser considerado em um modelo mais realista e requer um estudo mais detalhado (DENG et al., 2019), que está fora do escopo deste trabalho. Assim, a aceleração devido ao PRS, pode ser descrita como:

$$\ddot{\vec{P}}_R = -c_r P_{rad} \left(\frac{A_B}{m_B} \right) \left(\frac{ua}{|\vec{r}_A - \vec{r}_S|} \right)^2 \frac{\vec{r}_A - \vec{r}_S}{|\vec{r}_A - \vec{r}_S|}, \quad (2.23)$$

onde c_r é o coeficiente de pressão de radiação solar (considerado igual a 2 para refletividade máxima), P_{rad} é a PRS em 1 ua ($4.56 \times 10^{-6} N/m^2$), com ua definido como sendo a unidade astronômica (distância média Sol-Terra, $1,49597870700 \times 10^8$ km), A_B é a área projetada na direção do Sol, m_B é a massa do balão, \vec{r}_A é o vetor posição do asteróide e \vec{r}_S é o vetor posição do Sol. Neste estudo, não são considerados os fenômenos de ocultação do balão pelo asteróide, isto é, o efeito de

sombra e penumbra. A aceleração devido a PRS no asteróide também é desprezada, e apenas os efeitos no balão são analisados. Portanto, o valor absoluto da força da radiação solar pode ser expresso como:

$$F_R = c_r P_{rad} A_B \left(\frac{au}{R_{SB}} \right)^2, \quad (2.24)$$

onde R_{SB} é a distância entre o Sol e o balão.

De acordo com [McInnes \(2004b\)](#), podemos interpretar β como a razão entre a aceleração solar e a atração gravitacional que atua sobre o balão, ou seja,

$$\beta = \frac{F_{PR}}{F_{GR}} = \frac{\frac{c_r P_{rad} A_B au^2}{R_{SB}^2}}{\frac{GMm_B}{R_{SB}^2}} = c_r P_{rad} \frac{au^2}{GM} \frac{A_B}{m_B}. \quad (2.25)$$

Como a PRS é proporcional ao inverso do quadrado da distância ao Sol, é comum escrever seu efeito como uma correção da atração gravitacional do Sol ([SIMMONS et al., 1985](#); [MCINNES, 2004b](#); [ZOTOS, 2015](#)). Assim, a força resultante agindo sobre o balão, escrita em função do parâmetro β , é:

$$F_{RES} = -\frac{GMm_B}{R_{SB}^2}(1 - \beta). \quad (2.26)$$

Segundo [Brouwer e Clemence \(1985\)](#), podemos escrever a energia potencial entre o Sol e o asteróide e o Sol e o balão, respectivamente, como:

$$U_{SA} = -\int_{\infty}^{R_{SA}} -\frac{GMm_A}{R_{SA}^2} dR_{SA} = -\frac{GMm_A}{R_{SA}}, \quad (2.27)$$

$$U_{SB} = -\int_{\infty}^{R_{SB}} -\frac{GMm_B}{R_{SB}^2}(1 - \beta) dR_{SB} = -\frac{GMm_B}{R_{SB}}(1 - \beta). \quad (2.28)$$

A posição do balão em relação ao asteróide é mantida fixa e, conseqüentemente, não há potencial gravitacional entre esses corpos. A distância entre o Sol e o balão (R_{SB}) é determinada aplicando a lei dos cossenos no triângulo (SAB) mostrado na [Figura 2.6](#). A distância entre o Sol e o asteróide é muito maior do que a distância entre o balão e o asteróide ($R_{AB} \ll R_{SA}$). Então, podemos desenvolver $1/R_{SB}$ em uma série de potências como função de R_{SA} . A [Equação 2.29](#) mostra o resultado desta série truncada no segundo termo.

$$\frac{1}{R_{SB}} \approx \frac{1}{R_{SA}} - \frac{R_{AB}}{R_{SA}^2} \cos(\theta + \xi + \varphi). \quad (2.29)$$

A energia gravitacional total do sistema apresentada pela Equação 2.30, é dada pela soma das equações 2.27 e 2.28, após substituir R_{SB} pela Equação 2.29.

$$U_{TOT} = -\frac{GM}{R_{SA}} \left[m_A + m_B(1 - \beta) \right] + m_B(1 - \beta)GM \frac{R_{AB}}{R_{SA}^2} \cos(\theta + \xi + \varphi). \quad (2.30)$$

Assim, a Lagrangiana do sistema é obtida subtraindo a energia cinética da energia potencial, conforme mostrado na Equação 2.31.

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = T_{TOT} - U_{TOT} = & \\ & + \frac{1}{2}(m_A + m_B)(\dot{R}_{SA}^2 + R_{SA}^2\dot{\nu}^2) + \frac{1}{2}(\dot{\theta} + \dot{\nu})^2[m_B(l^2 + R_{PA}^2) + I_A] \\ & + m_B(\dot{\theta} + \dot{\nu}) \left[lR_{PA}(\dot{\theta} + \dot{\nu})\cos(\alpha) + R_{PA}R_{SA}\dot{\nu}\cos(\xi + \theta) \right. \\ & \left. + lR_{SA}\dot{\nu}\cos(\alpha + \xi + \theta) - \dot{R}_{SA}R_{PA}\sin(\xi + \theta) - l\dot{R}_{SA}\sin(\alpha + \xi + \theta) \right] \\ & + m_A \frac{GM}{R_{SA}} + m_B(1 - \beta) \left[\frac{GM}{R_{SA}} - GM \frac{R_{AB}}{R_{SA}^2} \cos(\theta + \xi + \varphi) \right]. \end{aligned} \quad (2.31)$$

Finalmente, as equações de movimento do sistema asteróide-tether-balão são obtidas a partir das equações de Lagrange, para cada uma das coordenadas generalizadas, assumindo que as forças não conservativas são nulas. Os resultados para R_{SA} , ν e θ são apresentados nas equações 2.32, 2.33 e 2.34, respectivamente.

$$\begin{aligned} (m_A + m_B)[\ddot{R}_{SA} - R_{SA}\dot{\nu}^2] + \frac{GM}{R_{SA}^2} \left[m_A + m_B(1 - \beta) \left(1 - 2\frac{R_{AB}}{R_{SA}} \cos(\theta + \xi + \varphi) \right) \right] \\ - m_B\dot{\theta}(\dot{\nu} + \dot{\theta}) \left[R_{PA}\cos(\theta + \xi) + l\cos(\alpha + \theta + \xi) \right] \\ - m_B\dot{\nu}(\dot{\nu} + \dot{\theta}) \left[R_{PA}\cos(\theta + \xi) + l\cos(\alpha + \theta + \xi) \right] \\ - m_B(\ddot{\nu} + \ddot{\theta}) \left[R_{PA}\sin(\theta + \xi) + l\sin(\alpha + \xi + \theta) \right] = 0, \end{aligned} \quad (2.32)$$

$$\begin{aligned}
& \ddot{v}[m_B(2lR_{PA}\cos(\alpha) + l^2 + R_{PA}^2) + 2m_B R_{SA}(l\cos(\alpha + \xi + \theta) \\
& + R_{PA}\cos(\xi + \theta)) + (m_A + m_B)R_{SA}^2] + m_B \left[\ddot{\theta} \left(lR_{SA}\cos(\alpha + \xi + \theta) + \right. \right. \\
& \left. \left. 2lR_{PA}\cos(\alpha) + l^2 + R_{PA}^2 + R_{PA}R_{SA}\cos(\xi + \theta) \right) \right. \\
& \left. - \ddot{R}_{SA} \left(l\sin(\alpha + \xi + \theta) + R_{PA}\sin(\xi + \theta) \right) - \dot{R}_{SA}\dot{\theta} \left(l\cos(\alpha + \xi + \theta) \right. \right. \\
& \left. \left. + R_{PA}\cos(\xi + \theta) \right) \right] + 2\dot{v} \left[\dot{R}_{SA} \left(m_B(l\cos(\alpha + \xi + \theta) \right. \right. \\
& \left. \left. + R_{PA}\cos(\xi + \theta)) + (m_A + m_B)R_{SA} \right) - m_B R_{SA}\dot{\theta} (l\sin(\alpha + \xi + \theta) \right. \\
& \left. + R_{PA}\sin(\xi + \theta)) \right] + m_B\dot{\theta} \left[\dot{R}_{SA}(l\cos(\alpha + \xi + \theta) + R_{PA}\cos(\xi + \theta)) \right. \\
& \left. - R_{SA}\dot{\theta}(l\sin(\alpha + \xi + \theta) + R_{PA}\sin(\xi + \theta)) \right] + I_A(\ddot{\theta} + \ddot{v}) = 0, \tag{2.33}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - m_B \ddot{R}_{SA}(R_{PA}\sin(\xi + \theta) + l\sin(\alpha + \xi + \theta)) + I_A(\ddot{\theta} + \ddot{v}) \\
& + m_B \dot{v} \left[\dot{R}_{SA}(R_{PA}\cos(\xi + \theta) + l\cos(\alpha + \xi + \theta)) - R_{SA}\dot{\theta}(R_{PA}\sin(\xi + \theta) \right. \\
& \left. + l\sin(\alpha + \xi + \theta)) \right] + m_B \left[- \dot{R}_{SA}\dot{\theta}(R_{PA}\cos(\xi + \theta) + l\cos(\alpha + \xi + \theta)) \right. \\
& \left. + \ddot{\theta}(l^2 + R_{PA}^2 + 2lR_{PA}\cos(\alpha)) + \ddot{v}(l^2 + R_{PA}^2 + 2lR_{PA}\cos(\alpha) \right. \\
& \left. + R_{PA}R_{SA}\cos(\xi + \theta) + lR_{SA}\cos(\alpha + \xi + \theta)) \right] \tag{2.34} \\
& - m_B(\dot{v} + \dot{\theta}) \left[- \dot{R}_{SA}R_{PA}\cos(\xi + \theta) - l\dot{R}_{SA}\cos(\alpha + \xi + \theta) \right. \\
& \left. - R_{SA}R_{PA}\dot{v}\sin(\xi + \theta) - lR_{SA}\dot{v}\sin(\alpha + \xi + \theta) \right] \\
& - \frac{GMm_B(1 - \beta)R_{AB}\sin(\varphi + \xi + \theta)}{R_{SA}^2} = 0.
\end{aligned}$$

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Em todas as simulações, a Equação (2.1) foi numericamente integrada através do integrador Runge-Kutta 7/8 (RKF78). Os códigos dos programas e rotinas desenvolvidas para este trabalho foram escritos em linguagem FORTRAN, compilados e executados em ambiente Linux. As rotinas para gerar os gráficos foram escritas nas linguagens PYTHON e MATLAB. Dividimos este capítulo em três seções principais, na primeira delas apresentamos o (99942) Apophis, na segunda seção a validação do modelo físico implementado computacionalmente e, na terceira, os resultados e discussões sobre o uso da técnica de perturbação gravitacional.

3.1 (99942) Apophis

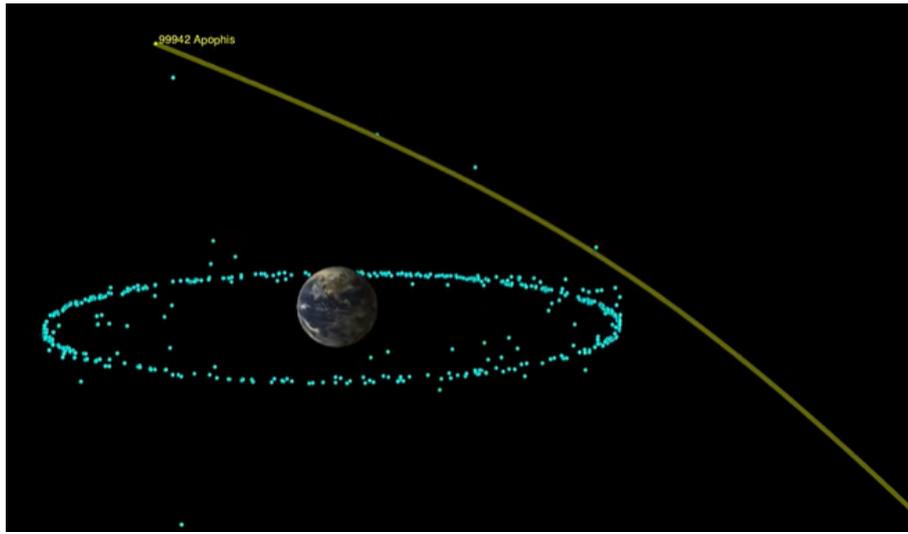
Como todos os asteróides, o (99942) Apophis é um corpo remanescente da formação inicial do Sistema Solar. Com origem provável no Cinturão de Asteróides Principal entre Marte e Júpiter, ao longo de milhões de anos, sua órbita foi alterada principalmente pela influência gravitacional de grandes planetas como Júpiter, de modo que agora completa uma órbita ao redor do Sol a cada 323,58 dias, cruzando a órbita da Terra. Isso o coloca no grupo de asteróides conhecidos como Atens ($a < 1,0$ au e $Q > 0,983$ au), pertencentes a classe dos NEAs (Apêndice A).

O (99942) Apophis foi descoberto em junho de 2004 pelo observatório Kitt Peak, localizado no Arizona (CHESLEY, 2005; GIORGINI et al., 2008; TUCKER et al., 2005). Na época ele foi classificado pelo Sentry, o sistema automatizado de monitoramento de colisões da NASA, como um PHA com probabilidade de impacto de 2×10^{-4} em 13/04/2029 (DACHWALD et al., 2006). Embora os primeiros cálculos mostrassem que o (99942) Apophis poderia ser um potencial impactador com o nosso planeta, uma catástrofe foi gradualmente sendo desconsiderada com a realização de cálculos cada vez mais precisos (SANSATURIO; ARRATIA, 2008; BANCELIN et al., 2012). Atualmente o JPL Small-Body Database Browser disponibiliza que o (99942) Apophis passará a uma distância mínima de ~ 38000 km, cerca de seis raios do centro da Terra, na mesma data prevista inicialmente. Como resultado de seu encontro próximo com a Terra em 2029, o semi-eixo maior de sua órbita aumentará e ele será reclassificado do grupo Aten para o grupo Apollo. Além disso, o seu eixo de rotação também pode ser alterado (SCHEERES et al., 2005; SOUCHAY et al., 2018; ALJBAAE et al., 2021. Accepted.).

É previsto também que o (99942) Apophis passará muito próximo dos satélites geossíncronos, conforme mostrado na Figura (3.1). Como consequência dessa apro-

ximação, existe a possibilidade destes satélites terem as suas órbitas e atitudes perturbadas, implicando o aumento do consumo de combustível devido ao acionamento do sistema propulsivo para efetuar correções e, conseqüentemente, diminuição de suas vidas úteis.

Figura 3.1 - Trajetória do (99942) Apophis durante aproximação com a Terra em 13/04/2029.

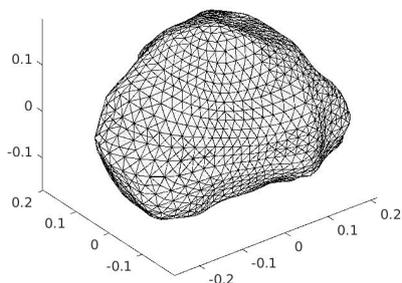


Fonte: NASA/JPL (2021).

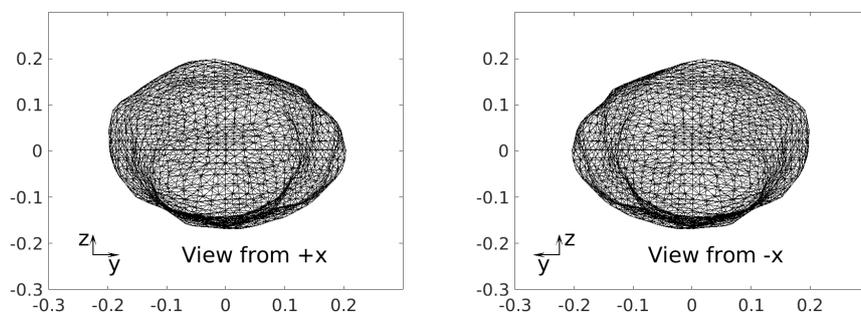
Não há imagens de alta resolução da superfície do (99942) Apophis, mas ela é provavelmente semelhante às superfícies de outros asteróides classificados tipo-S, compostos de uma mistura de níquel e ferro, como o (25143) Itokawa, o primeiro asteróide de onde amostras foram capturadas e trazidas à Terra para análise. A sua geometria é irregular, como mostrado na Figura 3.2, entretanto, não a consideramos em nossos cálculos devido a dinâmica do problema. Em outras palavras, como a massa do (99942) Apophis é muito menor que a massa dos planetas e luas considerados no modelo, é plausível considerá-lo com sendo um ponto material. É provável também que este asteróide não possua atmosfera, magnetosfera, anéis, luas e potencialidade para desenvolvimento de microrganismos vivos.

Figura 3.2 - Forma geométrica irregular do (99942) Apophis.

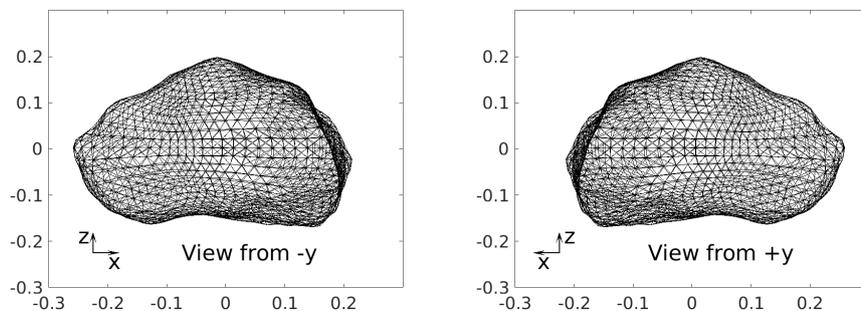
(a) Visão tridimensional do (99942) Apophis.



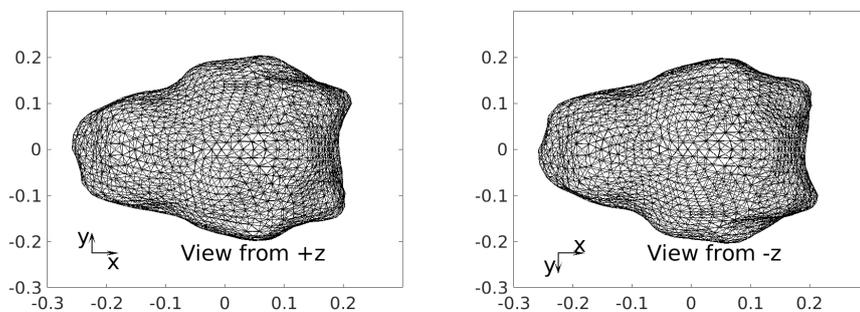
(b) Visão a partir do eixo x.



(c) Visão a partir do eixo y.



(d) Visão a partir do eixo z.



Fonte: Produção do autor.

3.1.1 Condições e considerações iniciais

Neste trabalho, tentamos abordar um conjunto realista de simulações de movimento considerando as posições reais dos planetas no Sistema Solar. Para chegar próximo à mínima distância Terra-Apophis fornecida pelas efemérides HORIZONS¹ do JPL (38011 km), usamos a Equação 2.1 para integrar o movimento de 17 corpos do Sistema Solar, incluindo a Lua, Plutão, Caronte, Fobos, Deimos, (99942) Apophis e os três maiores asteróides (Ceres, Pallas e Vesta). Para se aproximar à mínima distância Terra-Apophis fornecida pelas efemérides HORIZONS do JPL, as condições iniciais (posições e velocidades heliocêntricas) para todos os corpos foram obtidas a partir da integração retrógrada das condições fornecidas pelo HORIZONS para a data 13/04/2029. O integrador numérico RKF78 com controle de passo variável, cobrindo um período aproximado de 6 anos, foi empregado para mapear o desvio de órbita do (99942) Apophis, usando perturbadores gravitacionais que poderiam até mesmo serem coletados na superfície desse próprio asteróide.

Estamos interessados em mapear as condições iniciais dos perturbadores gravitacionais que amplificam a deflexão do (99942) Apophis, independentemente se ele é afastado ou aproximado da Terra. As condições que geram afastamento são oportunas às missões de defesa planetária, entretanto, as condições que geram aproximação, podem ser uma estratégia viável na transferência de asteróides distantes para regiões orbitais próximas a Terra e a Lua, a fim de serem minerados. A ocorrência de colisões entre os corpos também é investigada, com a intenção de evitar sobretudo casos de colisão com a Terra.

3.1.2 Validação do modelo matemático e computacional

O primeiro teste feito para validar o simulador consistiu em mapear a mínima distância Terra-Apophis e compará-la com o valor nominal fornecido pelo Sistema HORIZONS do JPL, conforme mostrado na Tabela 3.1. A divergência entre os resultados provém basicamente dos erros de propagação numérica e das perturbações consideradas em cada modelo. Além disso, as efemérides disponibilizadas pelo HORIZONS são ajustadas a partir de dados observacionais, o que não é possível de ser realizado em nosso trabalho.

Os elementos orbitais do (99942) Apophis na escala de dias, horas e minutos também são disponibilizados pelo HORIZONS. Na Figura 3.3 comparamos o semi-eixo maior, excentricidade e inclinação do (99942) Apophis calculados pelo simulador com os

¹<https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons/>

valores nominais do HORIZONS, considerando 25 anos de integração numérica. Os resultados foram muito semelhantes. A perturbação nos elementos orbitais do (99942) Apophis tem início ~ 12 h antes e término ~ 12 h após a passagem de mínima aproximação com a Terra. Em outras palavras, é previsto que a manobra de “swing by”, que será realizada pelo (99942) Apophis, terá duração de aproximadamente 1 dia. A evolução dos elementos orbitais para os demais corpos considerados na simulação encontra-se no Anexo A deste trabalho.

Tabela 3.1 - Comparação entre o resultado obtido e o nominal para a mínima distância Terra-Apophis em 13/04/2029, dado que $d_{JPL} = 38011$ km (verificado em outubro de 2021).

Data de início	Tempo (dias)	d_{MIN} (km)
13/04/2023	2192	38011
13/04/2014	5479	38011
13/04/2004	9131	38011

3.1.3 Integral de Perturbação Tipo-I na elencagem de agentes perturbadores

Para estudar as principais perturbações que podem atuar na dinâmica translacional de um asteroide, propomos o uso da Integral de Perturbação do Tipo-I (PRADO, 2013). O mecanismo de cálculo dessa ferramenta é bem descrito por Sanchez e Prado (2017), Sanchez e Prado (2019). Seguindo Sanchez et al. (2020), as perturbações na órbita do (99942) Apophis podem ser medidas de acordo com a seguinte expressão

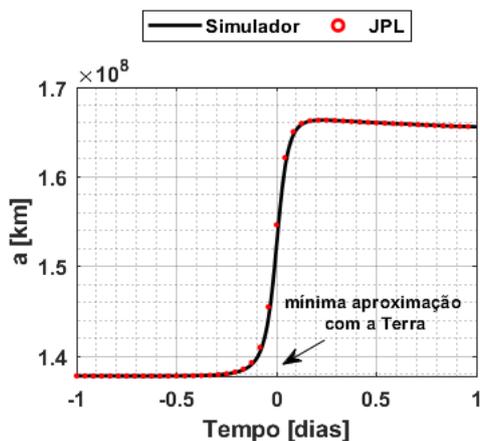
$$PI_1 = \frac{1}{T} \int_0^T |a| dt, \quad (3.1)$$

onde a é a aceleração devido a todas as perturbações existentes no movimento Kepleriano e T é o tempo final de a integração numérica. Nesta abordagem, o valor de PI_1 dá uma boa indicação da perturbação aplicada no asteroide.

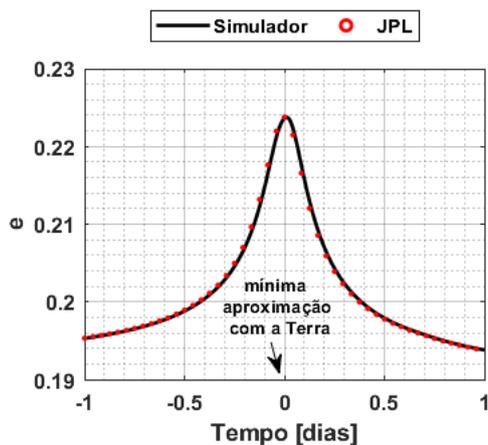
Descobrimos usando essa integral quais são os agentes perturbadores mais relevantes no cálculo da órbita do (99942) Apophis, em comparação com outros asteroides do Sistema Solar, para o período de 01/01/2022 à 13/04/2029. A Tabela 3.2 mostra que as maiores perturbações de órbita do (99942) Apophis, até a data de mínima aproximação, são procedentes da Terra, Lua, Vênus, Júpiter, Mercúrio, Saturno e Marte, nesta ordem.

Figura 3.3 - Comparação do (a) semi-eixo, (b) excentricidade e (c) inclinação do (99942) Apophis calculados pelo simulador com os fornecidos no HORIZONS do JPL, em função da data de mínima aproximação com a Terra, para condições iniciais definidas na data 13/04/2004.

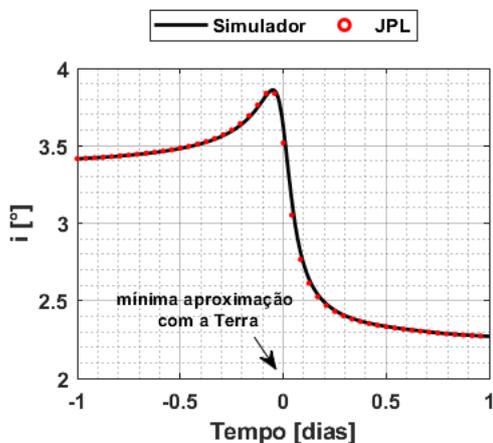
(a) semi-eixo maior



(b) excentricidade



(c) inclinação

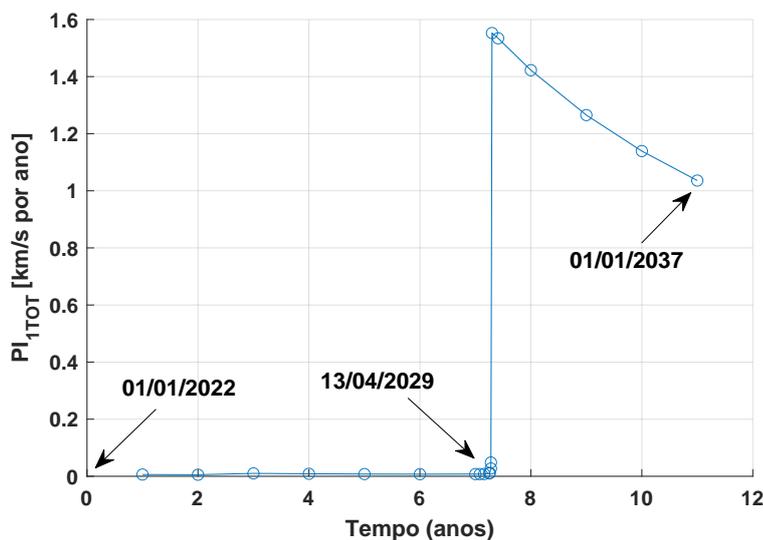


Fonte: Produção do autor.

No caso do (101955) Bennu, as principais perturbações são originárias de Júpiter, Vênus, Terra, Mercúrio, Saturno, Marte e Lua, respectivamente. O asteroide (25143) Itokawa apresenta a mesma disposição de corpos perturbadores que o (101955) Bennu. Já o asteroide (6489) Golevka, apresenta a mesma disposição de corpos perturbadores que o (101955) Bennu e o (25143) Itokawa, com a exceção de que Saturno exerce maior perturbação que o planeteta Mercúrio. Isto pode ser explicado pelo fato de que a órbita do (6489) Golevka é mais excêntrica que as órbitas de (101955) Bennu e (25143) Itokawa. O efeito de achatamento da Terra e da Lua geram as menores perturbações independentemente do asteroide considerado, entretanto, devido a disponibilidade de um *cluster* de servidores com processadores Intel Xeon quad core de 3,6 GHz, todos os resultados analisados e discutidos nas Seções 3.1.4 e 3.1.5 foram obtidos considerando todas as perturbações mostradas nesta tabela.

Também calculamos o efeito total de todas as perturbações com a Integral de Perturbação do Tipo I total (PI_{1TOT}). A Figura 3.4 mostra a sua evolução entre o período de 2022 à 2037 para o caso do (99942) Apophis. A variação abrupta ocorrida com aproximadamente 7 anos de simulação refere-se justamente a mínima aproximação com a Terra prevista para 13/04/2029.

Figura 3.4 - PI_{1TOT} para o (99942) Apophis entre 01/01/2022 e 01/01/2037.



Fonte: Produção do autor.

Tabela 3.2 - Uso da PI_1 para catalogação das principais perturbações de órbita, considerando as condições iniciais dos corpos para 01/01/2022 e tempo final de integração numérica em 13/04/2029.

Perturbação	PI_1 [km/s per year]			
	Apophis	Bennu	Itokawa	Golevka
Mercúrio	$5,047 \times 10^{-04}$	$4,878 \times 10^{-04}$	$4,849 \times 10^{-04}$	$4,788 \times 10^{-04}$
Vênus	$5,008 \times 10^{-03}$	$3,900 \times 10^{-03}$	$2,194 \times 10^{-03}$	$1,952 \times 10^{-03}$
Terra	$1,523 \times 10^0$	$1,919 \times 10^{-03}$	$1,403 \times 10^{-03}$	$1,226 \times 10^{-03}$
Lua	$6,923 \times 10^{-03}$	$2,361 \times 10^{-05}$	$1,725 \times 10^{-05}$	$1,508 \times 10^{-05}$
Marte	$7,581 \times 10^{-05}$	$1,137 \times 10^{-04}$	$1,971 \times 10^{-04}$	$5,467 \times 10^{-05}$
Fobos	$1,276 \times 10^{-12}$	$1,191 \times 10^{-12}$	$3,318 \times 10^{-12}$	$9,202 \times 10^{-13}$
Deimos	$2,127 \times 10^{-13}$	$3,189 \times 10^{-13}$	$5,530 \times 10^{-13}$	$1,534 \times 10^{-13}$
Ceres	$1,587 \times 10^{-08}$	$1,926 \times 10^{-08}$	$3,088 \times 10^{-08}$	$2,426 \times 10^{-08}$
Vesta	$6,823 \times 10^{-09}$	$1,396 \times 10^{-08}$	$1,259 \times 10^{-08}$	$1,171 \times 10^{-08}$
Pallas	$3,817 \times 10^{-09}$	$3,892 \times 10^{-09}$	$4,000 \times 10^{-09}$	$4,836 \times 10^{-09}$
Júpiter	$4,403 \times 10^{-03}$	$5,057 \times 10^{-03}$	$6,989 \times 10^{-03}$	$3,889 \times 10^{-02}$
Saturno	$1,920 \times 10^{-04}$	$2,403 \times 10^{-04}$	$3,058 \times 10^{-04}$	$5,722 \times 10^{-04}$
Urano	$3,503 \times 10^{-06}$	$4,284 \times 10^{-06}$	$5,556 \times 10^{-06}$	$1,396 \times 10^{-05}$
Netuno	$1,168 \times 10^{-06}$	$1,397 \times 10^{-06}$	$1,710 \times 10^{-06}$	$3,044 \times 10^{-06}$
Plutão	$8,938 \times 10^{-11}$	$1,113 \times 10^{-10}$	$1,278 \times 10^{-10}$	$2,690 \times 10^{-10}$
Caronte	$1,091 \times 10^{-11}$	$1,358 \times 10^{-11}$	$1,559 \times 10^{-11}$	$3,283 \times 10^{-11}$
J_2 do Sol	$4,349 \times 10^{-09}$	$1,991 \times 10^{-09}$	$1,224 \times 10^{-09}$	$3,165 \times 10^{-10}$
Relatividade Geral	$1,695 \times 10^{-11}$	$9,455 \times 10^{-12}$	$6,532 \times 10^{-12}$	$2,208 \times 10^{-12}$
PRS	$7,604 \times 10^{-19}$	$3,968 \times 10^{-19}$	$5,978 \times 10^{-19}$	$8,791 \times 10^{-20}$
Geopotencial da Terra (grau e ordem 6)	$4,809 \times 10^{-26}$	$2,065 \times 10^{-35}$	$3,921 \times 10^{-36}$	$1,249 \times 10^{-37}$
Geopotencial da Lua (grau e ordem 6)	$5,169 \times 10^{-31}$	$3,727 \times 10^{-39}$	$7,356 \times 10^{-40}$	$2,405 \times 10^{-41}$

3.1.4 Deflexão por perturbação gravitacional

Se um PHA em rota de colisão fosse detectado em tempo hábil, seria possível desviá-lo de sua trajetória usando a gravidade de uma espaçonave. O conceito dessa técnica consiste em posicionar uma espaçonave em um ponto no espaço próximo de um NEO, por um longo período de tempo (anos ou décadas), com o objetivo de desviá-lo lentamente do ponto previsto para ocorrer a colisão com a Terra.

Sabemos que essa técnica ainda nunca foi testada e exigiria décadas para construir, lançar e realizar uma missão de defesa planetária, porém é provável que os tratores gravitacionais sejam eficazes independentemente da forma ou composição do PHA, mesmo que ele fosse composto por apenas um aglomerado de matéria cósmica. No entanto, os tratores de gravidade podem não ser eficazes no desvio de grandes corpos (> 500 m de diâmetro). Uma vantagem dessa técnica é a de que o controle dinâmico do trator gravitacional oferece a possibilidade de desviar um NEO para outros locais no espaço para fins científicos ou comerciais. Contudo, em nosso estudo estamos interessados em analisar somente os desvios de trajetória devido as órbitas naturais executadas pelo trator gravitacional conforme o seu posicionamento inicial em torno do (99942) Apophis.

Segundo Park e Ross (1999), Park e Mazanek (2003), o desvio é maior quando a técnica de defesa planetária é aplicada no periélio da órbita do PHA do que em outros pontos da órbita. Nessa posição o asteróide possui a máxima velocidade orbital em relação ao corpo central (Sol), o que implica na amplificação da perturbação gerada pela presença do dispositivo espacial. Este resultado encontrado na literatura foi usado para definir o momento inicial de aplicação da técnica proposta nessa seção. A Tabela 3.7 apresenta as datas de passagem do (99942) Apophis pelo periélio e afélio até a data de 13/04/2029. Vale ressaltar que, não pretendemos maximizar o desvio do (99942) Apophis determinando o melhor momento para inserir em órbita o perturbador gravitacional, entretanto, estamos interessados em mostrar os desvios como função do tempo disponível para atuação da perturbação gravitacional gerada por ele.

Para somar conhecimento sobre o efeito de inserir perturbadores (tratores gravitacionais) em órbita do (99942) Apophis, foram construídas grades a partir da varredura de um intervalo pré-definido das condições iniciais dos perturbadores (a_0 e e_0). Alguns testes preliminares apontaram que semi-eixos maiores iniciais superiores a 15 km pouco impactavam no desvio do (99942) Apophis, devido a grande distância de posicionamento dos perturbadores no instante inicial de aplicação da

técnica. O primeiro valor de semi-eixo maior inicial considerado nos gráficos foi de 500 m, pois para valores inferiores a este ocorrem muitas colisões entre o trator e o (99942) Apophis. Além disso, desconsideramos $e_0 > 0,8$ devido a imprecisão nos cálculos existentes para órbitas muito excêntricas. A razão entre as massas do trator gravitacional e do (99942) Apophis é um fator de influência direta nos desvios e é definida por:

$$\xi (\%) = 100 \left(\frac{m_{Trator}}{m_{Apophis}} \right). \quad (3.2)$$

Nos casos que foram considerados 02 corpos perturbadores, manteve-se também $\xi = 1\%$, com cada perturbador possuindo 0,5% da massa do (99942) Apophis ($\sim 3,05 \times 10^8$ kg).

Tabela 3.3 - Datas das passagens do (99942) Apophis pelo periélio e afélio fornecidas pelo JPL/NASA para o período 2023-2029.

Datas de periélios	Datas de afélios
08/05/2023	16/10/2023
16/03/2024	04/09/2024
13/02/2025	25/07/2025
02/01/2026	13/06/2026
26/11/2026	03/05/2027
12/10/2027	21/03/2028
30/08/2028	08/02/2029

A Figura 3.5 mostra que a atuação de 01 trator gravitacional por 5 anos e 10 meses pode aumentar ou reduzir em pelo menos 1000 km a distância de mínima aproximação em 13/04/2029, quando $i_0 = 0^\circ$ e $i_0 = 180^\circ$, respectivamente. Esse efeito ocorre devido ao sentido que o trator gravitacional descreve sua trajetória em torno do (99942) Apophis. Em outras palavras, um perturbador em órbita retrógrada, $i_0 = 180^\circ$, diminui a magnitude da mínima distância (d_{min}), com relação ao valor nominal (38011 km), fazendo com que o (99942) Apophis se aproxime ainda mais da Terra em 13/04/2029. Isto pode ser explicado pelo fato de que há uma inversão da posição do periastro do trator gravitacional em relação ao (99942) Apophis. Para $i_0 = 90^\circ$, o desvio máximo é de apenas aproximadamente 100 km. Esse resultado confirma que é muito mais custoso alterar a inclinação do (99942) Apophis do que o seu semi-eixo maior. Podemos observar ainda que quanto mais próximo de 13/04/2029 o trator gravitacional é inserido em órbita, menores são os desvios obtidos para o

(99942) Apophis nessa data. Vale ressaltar que, os degradês nas cores da Figura 3.5 ilustram regiões cujas condições iniciais do trator gravitacional ainda defletem o (99942) Apophis, porém com magnitudes cada vez menores.

Não foram registradas, em nenhum dos casos simulados, colisões dos perturbadores com a Terra, entretanto, foram detectadas colisões entre os perturbadores e o (99942) Apophis, conforme mostrado na Figura 3.6. É necessário realizar o mapeamento das colisões, pois é inviável que um destes corpos entre em rota de colisão com a Terra, o que comprometeria o objetivo primário de aplicação desta técnica. As distâncias relativas Terra-Apophis, Terra-Perturbadores, Apophis-Perturbadores foram usadas no critério de colisão considerando os raios de cada um dos corpos, conforme apresentados na Tabela 3.4. Na próxima seção, mostraremos os resultados obtidos quando são considerados 02 tratores gravitacionais.

Tabela 3.4 - Valores dos raios dos corpos usados no critério de colisão.

Corpo	Raio [km]
Terra	6378
Lua	1738
Apophis	0,185
Perturbadores	0,090

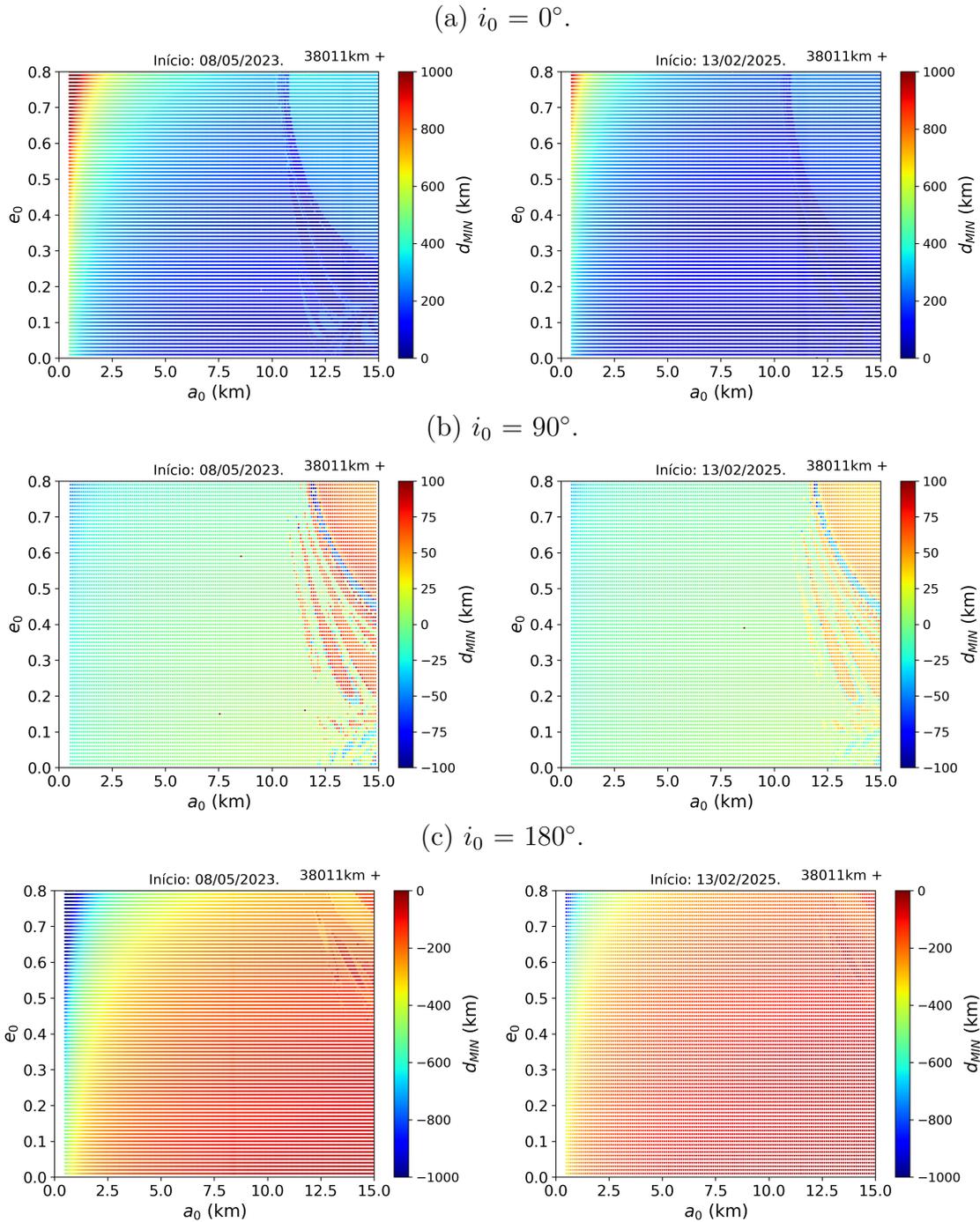
Fonte: Produção do autor.

3.1.4.1 Múltiplos perturbadores gravitacionais

Como estamos buscando comparar diferentes formas de defletir o (99942) Apophis, propomos também o uso de 02 perturbadores gravitacionais. A título de ilustração, a Figura 3.7 mostra esses corpos orbitando o (99942) Apophis no instante inicial de aplicação da técnica, e também sendo ejetados na condição de mínima aproximação com a Terra em 13/04/2029. O segundo perturbador é inicialmente posicionado a uma distância d_a com relação ao perturbador que está mais próximo do (99942) Apophis.

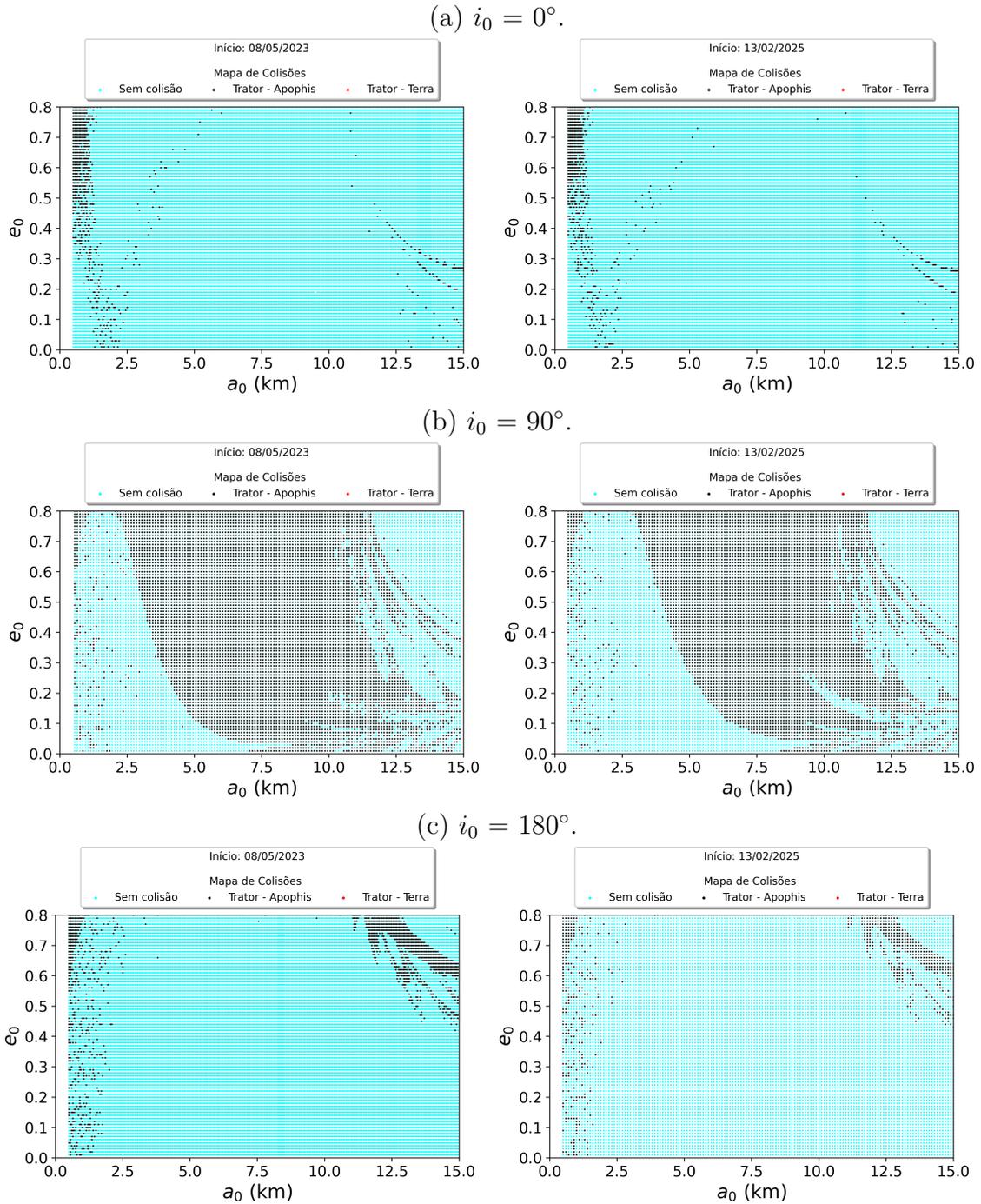
Para os perturbadores gravitacionais considerados neste trabalho, não há o acionamento de sistemas propulsivos para o controle de trajetória, ou seja, a dinâmica depende somente das condições iniciais atribuídas a estes corpos. Além disso, não consideramos em nossa modelagem a forma geométrica dos perturbadores e os meios para transportá-los e posicioná-los em órbita do (99942) Apophis.

Figura 3.5 - Mínima distância Terra-Apophis, em função do semi-eixo maior e excentricidade iniciais de 01 perturbador gravitacional, considerando $\xi = 1\%$ com início de aplicação da técnica de perturbação gravitacional no periélio da órbita do (99942) Apophis.



Fonte: Produção do autor.

Figura 3.6 - Mapa de colisões entre os corpos, em função do semi-eixo maior e excentricidade iniciais de 01 perturbador gravitacional, considerando $\xi = 1\%$ com início de aplicação da técnica de perturbação gravitacional no periélio da órbita do (99942) Apophis.

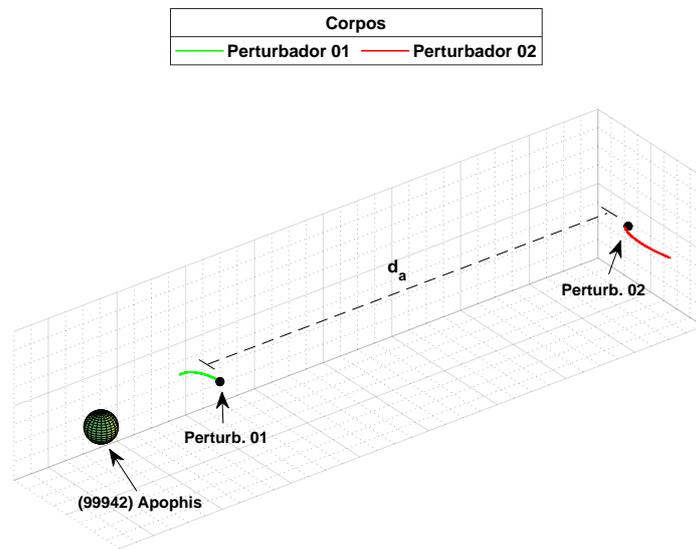


Fonte: Produção do autor.

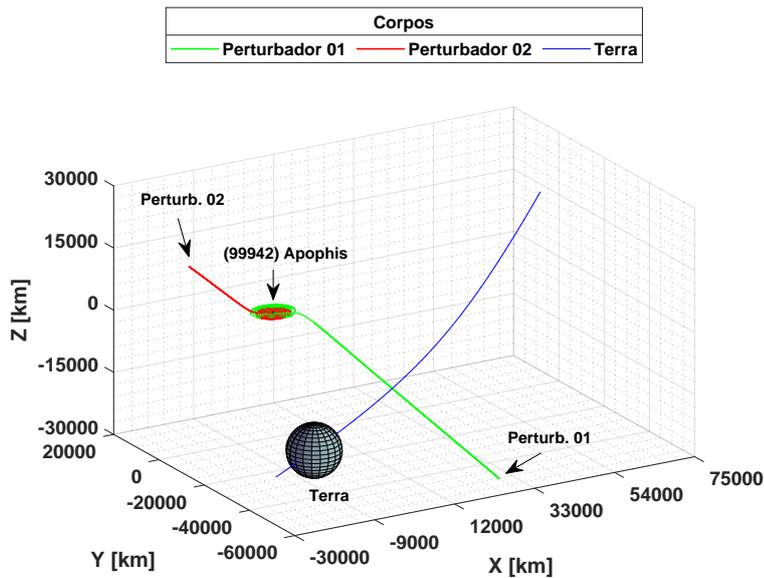
Outra hipótese a ser mencionada é que a colisão inelástica entre os corpos não foi levada em consideração nessa abordagem específica. Em outras palavras, a integração numérica é interrompida quando qualquer colisão entre os corpos é detectada e uma nova iteração é iniciada.

Figura 3.7 - Ilustração da posição dos tratores gravitacionais no (a) início da simulação e (b) na fase de máxima aproximação com a Terra em abril de 2029, considerando $a_0 = 35$ km, $i_0 = 0^\circ$ e $d_a = 120$ km.

(a) Distância inicial entre os perturbadores.



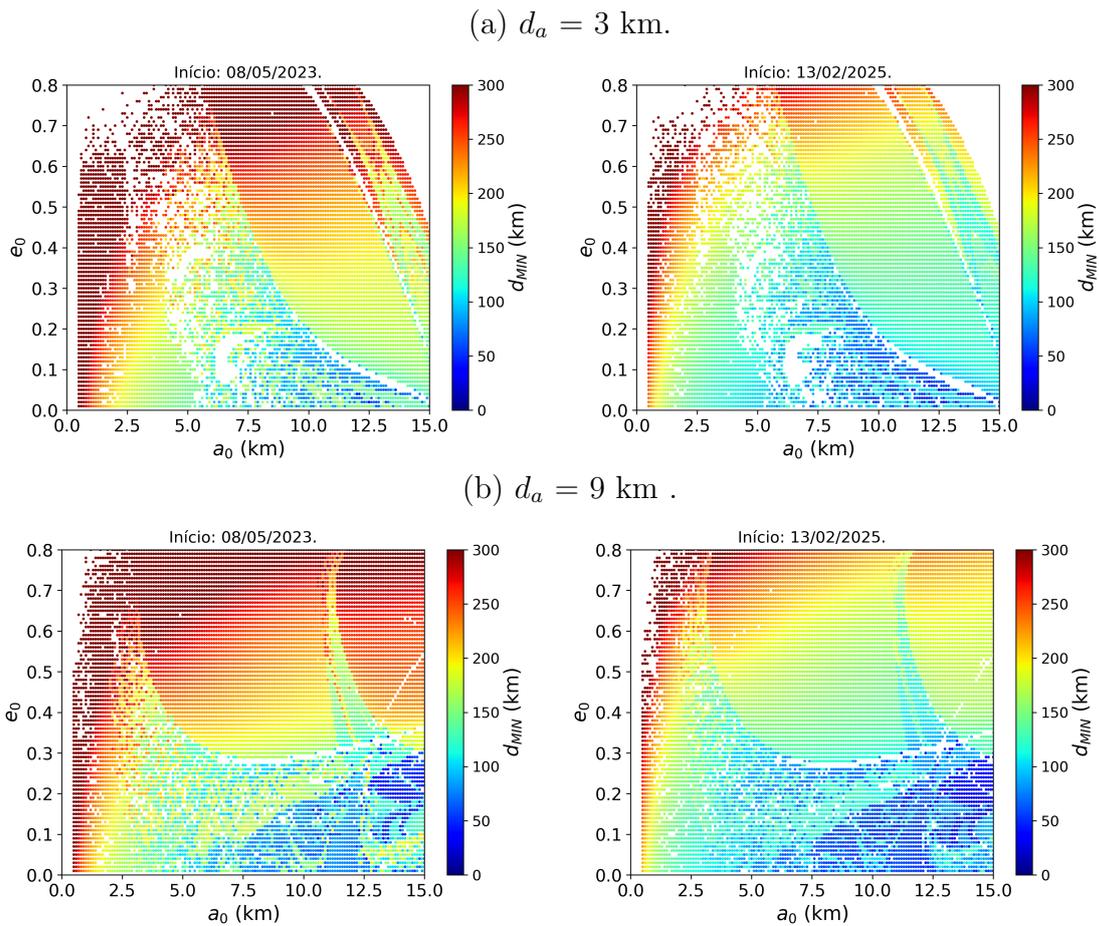
(b) Aproximação com a Terra.



Fonte: Produção do autor.

Analisemos agora os desvios para dois valores (3 km e 9 km) de distância inicial (d_a) entre os perturbadores gravitacionais. Na Figura 3.8 podemos ver que o desvio máximo do (99942) Apophis é de 300 km, quando dois tratores gravitacionais com $\xi = 0,5\%$ são usados. As regiões em branco representam colisões entre os corpos, conforme mostrado em detalhes nos mapas de colisões da Figura 3.9. Não foram detectadas colisões com a Terra e a Lua e a quantidade de colisões entre os perturbadores diminui quando d_a aumenta, dando origem a regiões bem definidas de condições iniciais favoráveis ao posicionamento inicial dos tratores gravitacionais. Além disso, a magnitude dos desvios é reduzida quando os perturbadores são posicionados na passagem do (99942) Apophis pelo periélio em 13/02/2025, devido a maior proximidade com a data de mínima distância com a Terra.

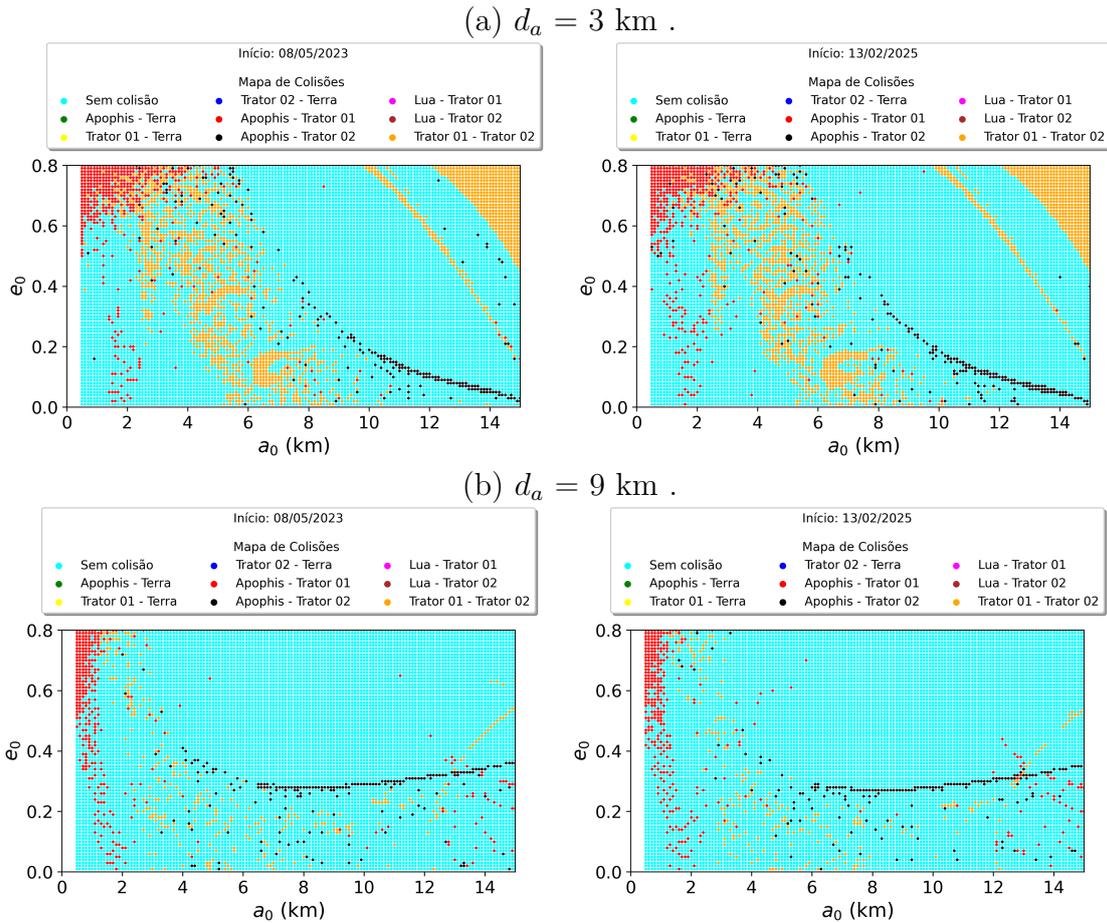
Figura 3.8 - Mínima distância Terra-Apophis, em função do semi-eixo maior e excentricidade iniciais de 02 perturbadores gravitacionais, considerando $\xi = 0,5\%$ para cada perturbador com (a) $d_a = 3$ km e (b) $d_a = 9$ km.



Fonte: Produção do autor.

Testes preliminares mostraram que múltiplos perturbadores gravitacionais aumentam a magnitude dos desvios e a inclusão do modelo de colisão entre o asteróide e os perturbadores torna o modelo ainda mais realístico, porém com custo computacional inviável. Portanto, estas são sugestões para futuros tópicos de pesquisa.

Figura 3.9 - Mapa de colisões entre os corpos, em função do semi-eixo maior e excentricidade iniciais de 02 perturbadores gravitacionais, considerando $\xi = 0,5\%$ para cada perturbador com (a) $d_a = 3$ km e (b) $d_a = 9$ km.



Fonte: Produção do autor.

3.1.5 Deflexão por impacto cinético

3.1.5.1 Parâmetros de interceptação

Consideramos que o impactador está inicialmente posicionado em uma órbita circular baixa de 500 km de altitude ao redor da Terra. O ponto de colisão com o (99942)

Apophis foi fixado próximo ao plano da eclíptica com o objetivo de reduzir a magnitude da componente de velocidade necessária por alterar a inclinação da trajetória de transferência do impactador. Essa estratégia possibilita contornar o problema do alto consumo de combustível necessário para mudar o plano orbital da espaçonave impactadora. Na Tabela 3.5 são mostrados os tempos totais para transferência (t_{TR}) do impactador como consequência dessa limitação. A Figura 3.10 mostra as trajetórias calculadas durante a validação do código implementado em FORTRAN para os valores de t_{TR} mostrados nessa tabela.

Tabela 3.5 - Tempo de transferência da espaçonave impactadora e data de colisão com o (99942) Apophis, considerando a partida de uma órbita circular terrestre com 500 km de altitude em 08/05/2023.

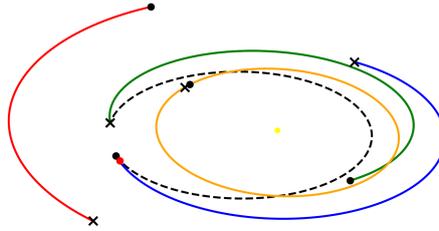
Tempo de transferência (t_{TR})	Data da colisão
227 dias	21/12/2023
550 dias	08/11/2024
869 dias	23/09/2025

A data de partida do impactador foi definida em 08/05/2023 para todos os casos estudados. Essa é a mesma data considerada no estudo da técnica de perturbação gravitacional discutida na Seção 3.1.4, pois facilita a comparação dos resultados obtidos por essas duas técnicas diferentes. Os mesmos perturbadores discutidos na Seção 3.1.4 também foram considerados na dinâmica deste problema. Vale destacar que foram omitidos os resultados de desvios de trajetória considerando colisões ocorridas após o ano de 2023, devido a proximidade com a data 13/04/2029. Portanto, analisaremos somente o cenário em que a interceptação das trajetórias ocorre no dia 21/12/2023.

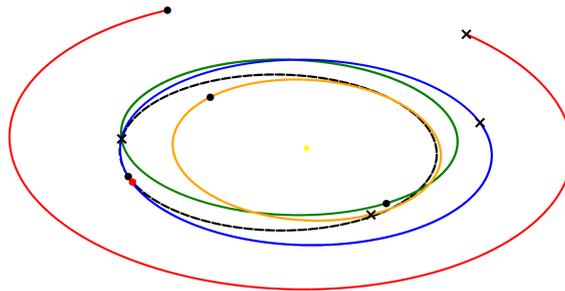
A Tabela 3.6 mostra os parâmetros obtidos para a técnica do impactador cinético, desconsiderando a aceleração ou a frenagem dos corpos antes da colisão. Podemos notar que o incremento de velocidade para realizar a transferência orbital ($\Delta V_{0Impactador}$) não é sensível a massa do impactador por dois fatores principais: i) a massa da Terra é muito superior a massa do impactador; ii) o arrasto atmosférico não foi modelado neste problema. Por exemplo, dois satélites de massas diferentes orbitando a mesma altura com relação a superfície terrestre, possuem a mesma velocidade orbital na ausência do arrasto atmosférico.

Figura 3.10 - Trajetórias de transferência da Terra até o ponto de colisão definido entre o impactador e o (99942) Apophis.

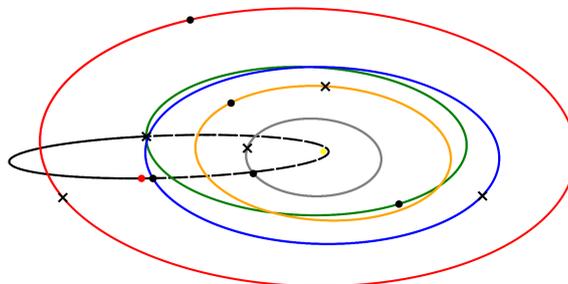
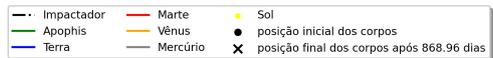
(a) $t_{tr} = 227$ dias.



(b) $t_{tr} = 550$ dias.



(c) $t_{tr} = 869$ dias.



Fonte: Produção do autor.

Tabela 3.6 - Resultados da missão, considerando fator $\zeta = 0$.

Parâmetro	2 ton	200 ton
Data de partida	08/05/2023	08/05/2023
Altitude da órbita inicial	500 km	500 km
$v_{0Impactador/Sol}$	24,89 km/s	24,89 km/s
$v_{0Impactador/Terra}$	7,62 km/s	7,62 km/s
$\Delta V_{0Impactador}$	4,69 km/s	4,69 km/s
Tempo de transferência	227 dias	227 dias
Data da colisão	21/12/2023	21/12/2023
$v_{FImpactador/Apophis}$	8,06	8,06
$\Delta V_{Apophis}$	0,26 mm/s	26,4 mm/s
Δd_{MIN}	-53 km	-5298 km

3.1.5.2 Frenagem e aceleração do (99942) Apophis

O termo ζ levado em consideração na Equação 2.10 possibilita analisar no d_{min} (13/04/2029) o efeito de frear ($\zeta > 0$) ou acelerar ($\zeta < 0$) o (99942) Apophis antes de ocorrer a colisão com o impactador em 21/12/2023. Neste trabalho não estamos interessados em discutir os meios para se conseguir esse feito. Contudo, uma estratégia que poderia ser usada consistiria no uso simultâneo de um conjunto de dispositivos autopropulsados e fixados em pontos específicos da superfície do (99942) Apophis. A Figura 3.11 mostra as regiões definidas por ζ que afastam, aproximação ou causam colisão do (99942) Apophis com a Terra. Para somar conhecimento a essa interpretação, a Figura 3.12 mostra que é possível realizar manobras no sentido de alterar o lado de passagem do (99942) Apophis com relação a Terra em 13/04/2029, conforme as componentes de velocidade orbital do Apophis variam com ζ em 21/12/2023.

Podemos também observar que a massa do impactador altera d_{min} , quando ζ é mantido um valor fixo. Em outras palavras, mantendo fixa a intensidade da frenagem ou da aceleração do (99942) Apophis, é possível quantificar no desvio o efeito da massa do impactador. A Figura 3.13 mostra que para $\zeta = -0,9 \times 10^{-5}$ a diferença entre os desvios mínimos gerados pelos impactadores de 2 ton e 200 ton é de 5400 km no sentido de afastamento do (99942) Apophis. Já para $\zeta = 0,1 \times 10^{-5}$ a diferença é de 5363 km no sentido de aproximação com a Terra.

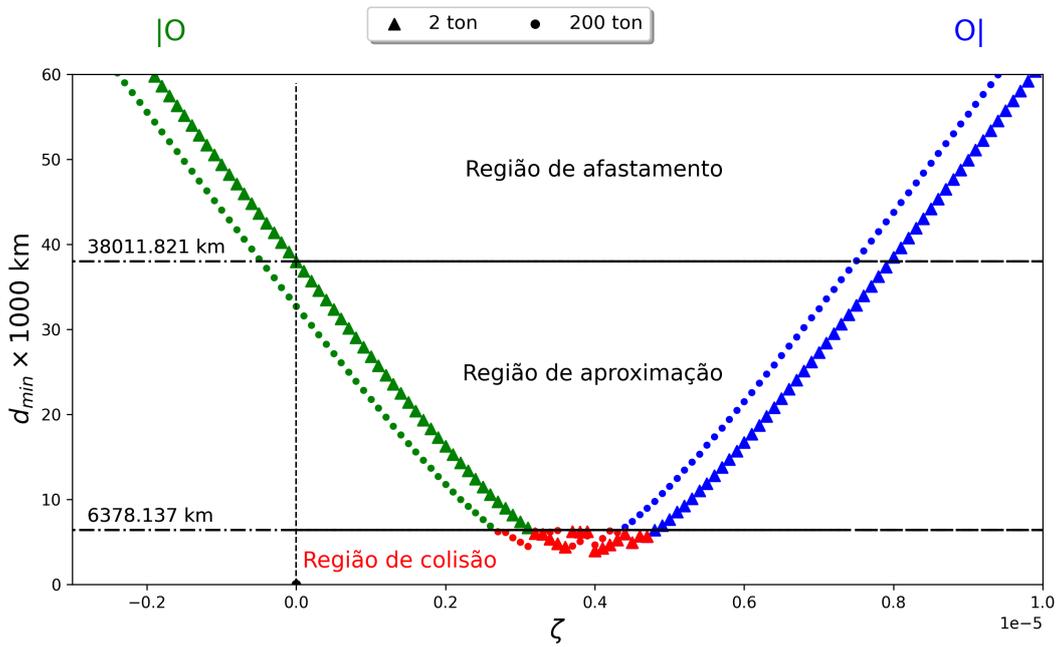
A Tabela 3.7 mostra as distâncias durante as aproximações do (99942) Apophis com Vênus e a Terra disponibilizadas pelo JPL Small-Body Database Browser entre os anos de 2023 e 2028. Para este intervalo de tempo, a mínima distância com Vênus ocorre em 07/03/2024. É exatamente isso que observamos na Figura 3.14, onde

comparamos a órbita nominal com a órbita perturbada do Apophis. A colisão de uma espaçonave de 200 ton com o Apophis reduz em 170 km a sua distância de mínima aproximação com Vênus. Este desvio é muito pequeno em comparação com a distância nominal de aproximação entre os dois corpos.

Tabela 3.7 - Mínimas aproximações do (99942) Apophis com Vênus e a Terra fornecidas pelo JPL/NASA para o período 2023-2028.

Data	Corpo	d_{MIN} (10^6 km)
07/03/2024	Vênus	18,61
07/05/2024	Vênus	21,17
29/12/2027	Terra	43,92
12/09/2028	Terra	38,38

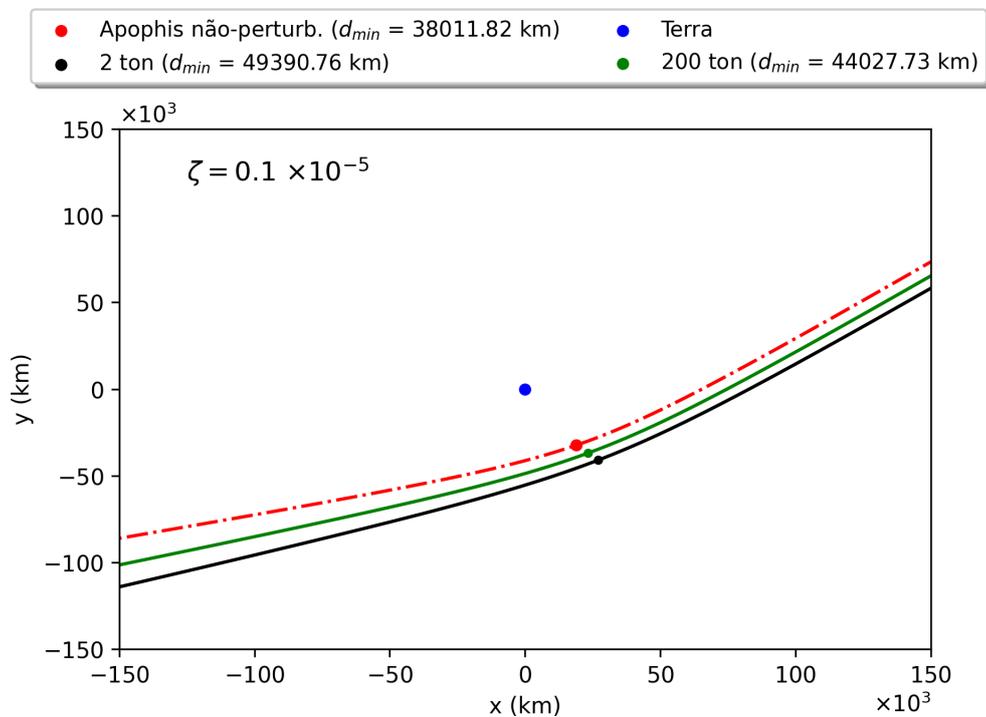
Figura 3.11 - Efeito da aceleração e da frenagem do (99942) Apophis na mínima distância de aproximação com a Terra em 13/04/2029.



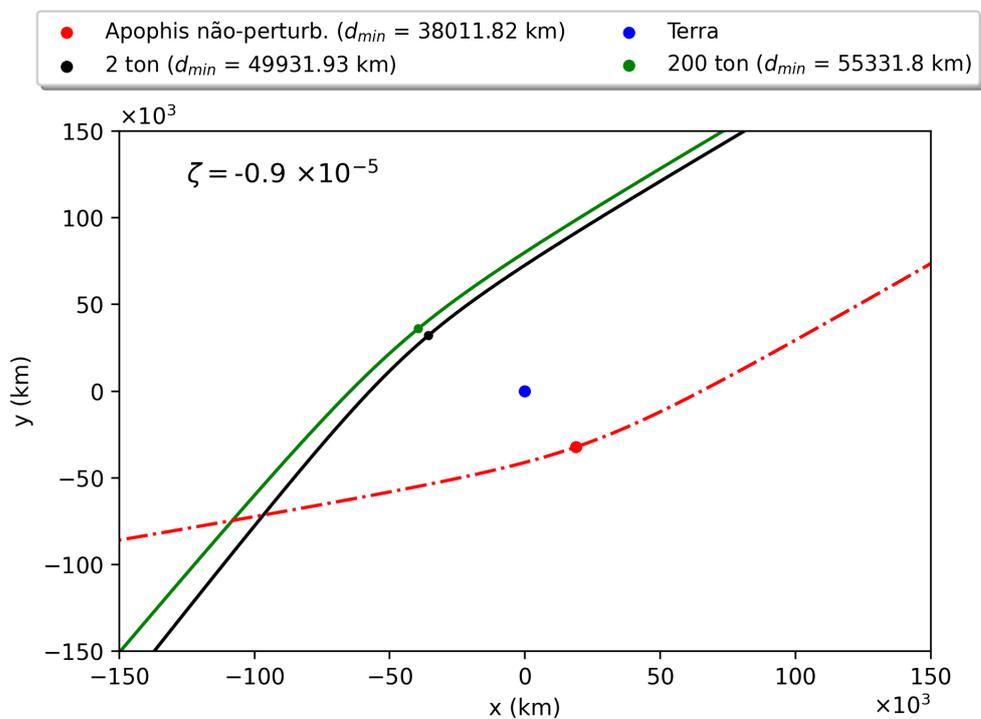
Fonte: Produção do autor.

Figura 3.12 - Efeito da (a) frenagem e (b) aceleração do Apophis antes da colisão com o impactador durante a fase de aproximação com a Terra em 13/04/2029.

(a) $\zeta = 0,1 \times 10^{-5}$.



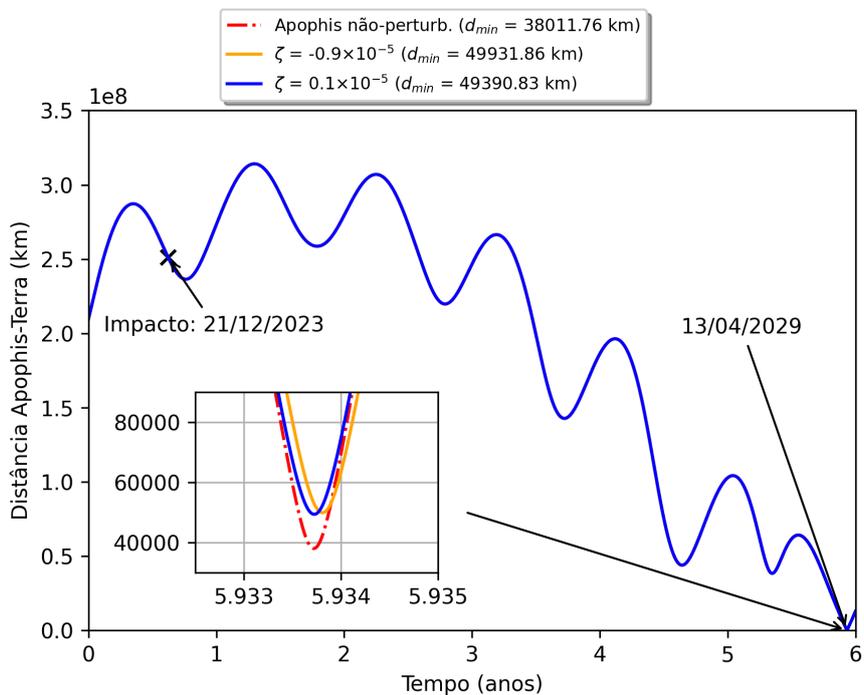
(b) $\zeta = -0,9 \times 10^{-5}$.



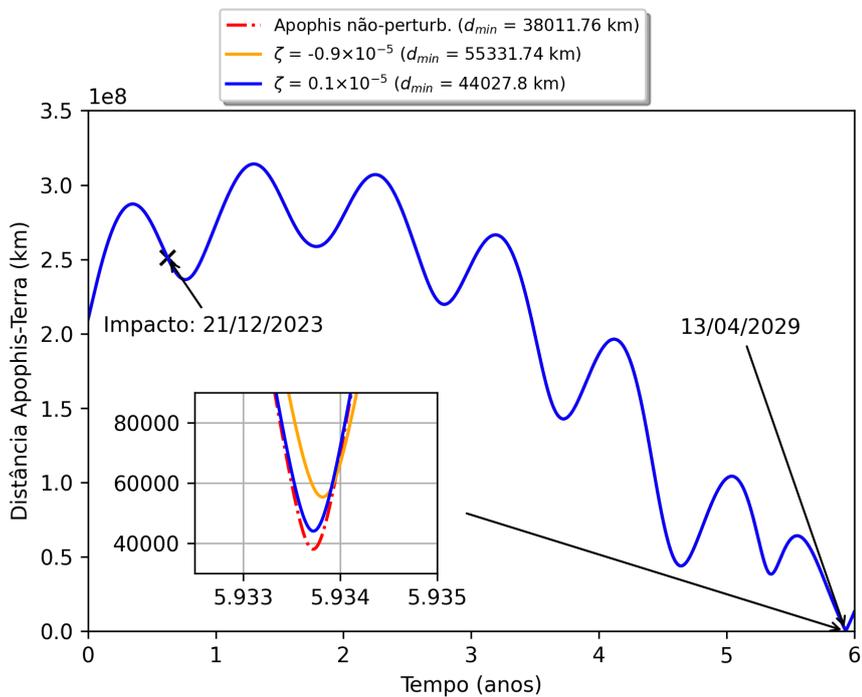
Fonte: Produção do autor.

Figura 3.13 - Efeito da massa da espaçonave impactadora (m_{impact}) na mínima distância de aproximação com a Terra (d_{min}) em 13/04/2029.

(a) $m_{impact} = 2$ ton.

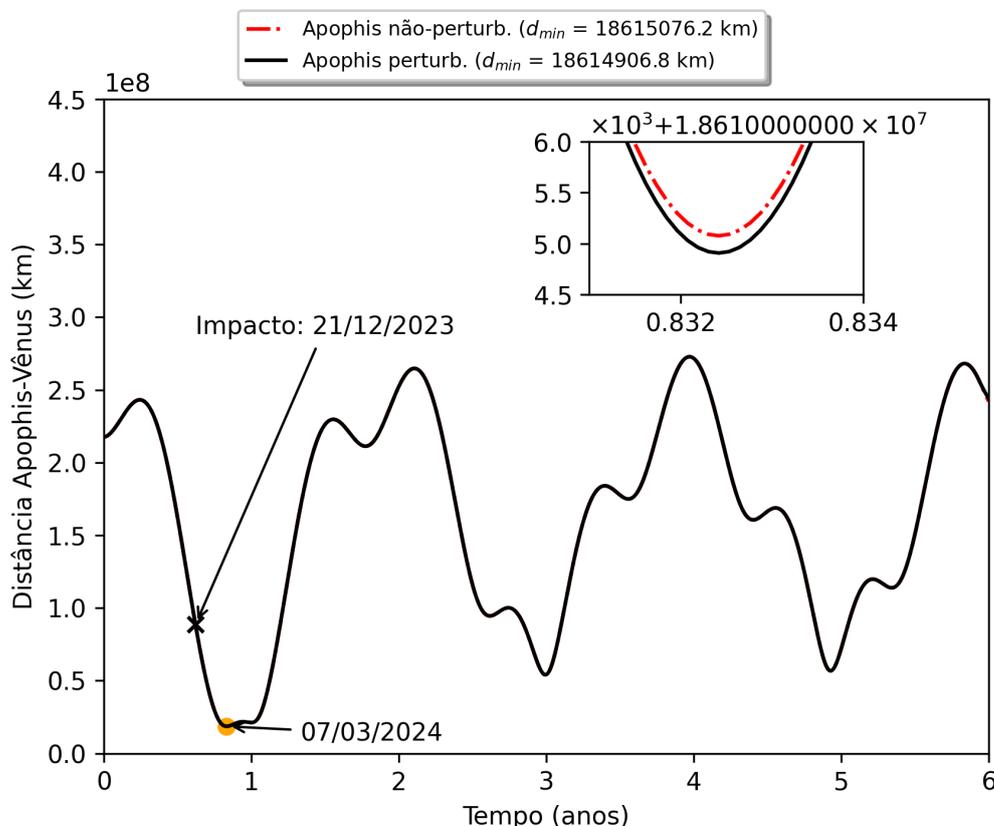


(b) $m_{impact} = 200$ ton.



Fonte: Produção do autor.

Figura 3.14 - Efeito do impacto de uma espaçonave de 200 ton na mínima distância de aproximação Apophis-Vênus em 07/03/2024.



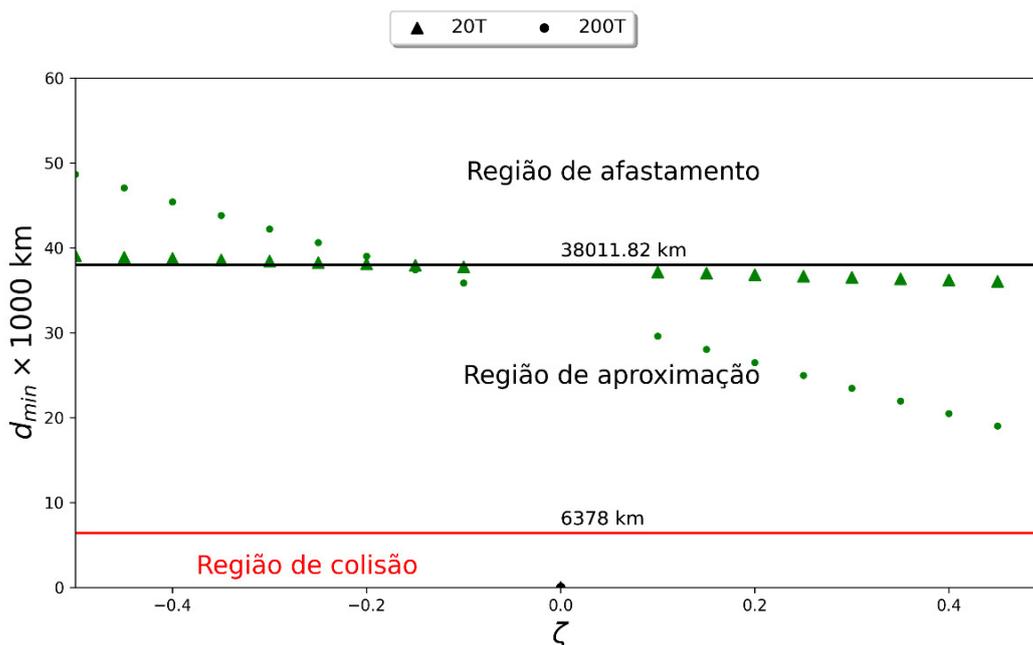
Fonte: Produção do autor.

3.1.5.3 Frenagem e aceleração do impactador cinético

A frenagem ($\zeta > 0$) e a aceleração ($\zeta < 0$), ao invés de ser efetuada no (99942) Apophis antes da colisão, também poder ser empregada na espaçonave impactadora a partir do acionamento de um sistema propulsivo. A Figura 3.15 mostra que, acelerando acima de 20% ($\zeta < -0,2$) a velocidade de chegada do impactador, é possível aumentar linearmente a mínima distância Terra-Apophis. Já a frenagem ($\zeta > 0$) da espaçonave antes do impacto, reduz a distância Terra-Apophis.

A Figura 3.16 mostra a mínima distância com a Terra (d_{min}) e a variação da velocidade adquirida pelo (99942) Apophis após o impacto ($\Delta V_{Apophis}$), como função da massa do impactador. Na parte (a) da figura, os pontos pretos representam a distância mínima Terra-Apophis para $\zeta = 0$, ou seja, quando a velocidade da espaçonave não é aumentada ou reduzida antes da colisão. Para as condições consideradas, o impacto da espaçonave sempre faz com que o (99942) Apophis se aproxime da Terra.

Figura 3.15 - Variação da distância mínima Apophis-Terra, em função do fator ζ , para as condições de aceleração e frenagem do impactador.

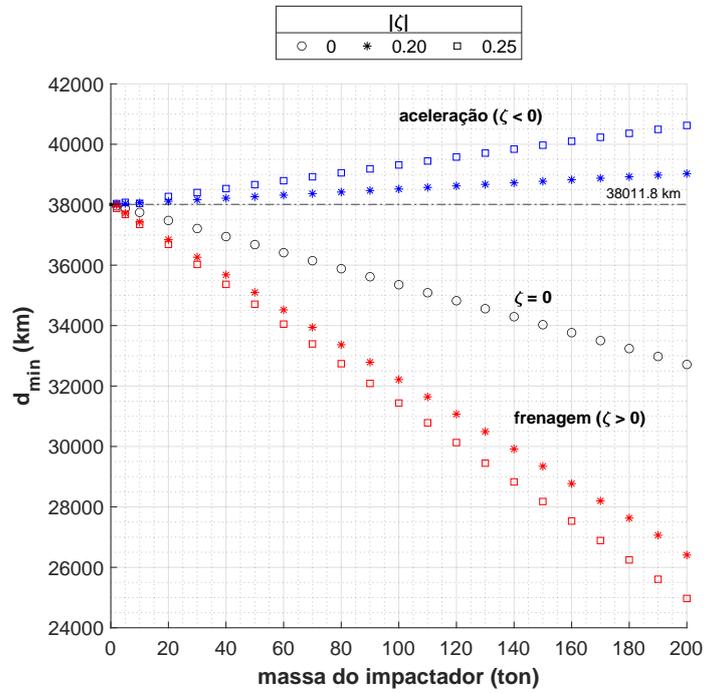


Fonte: Produção do autor.

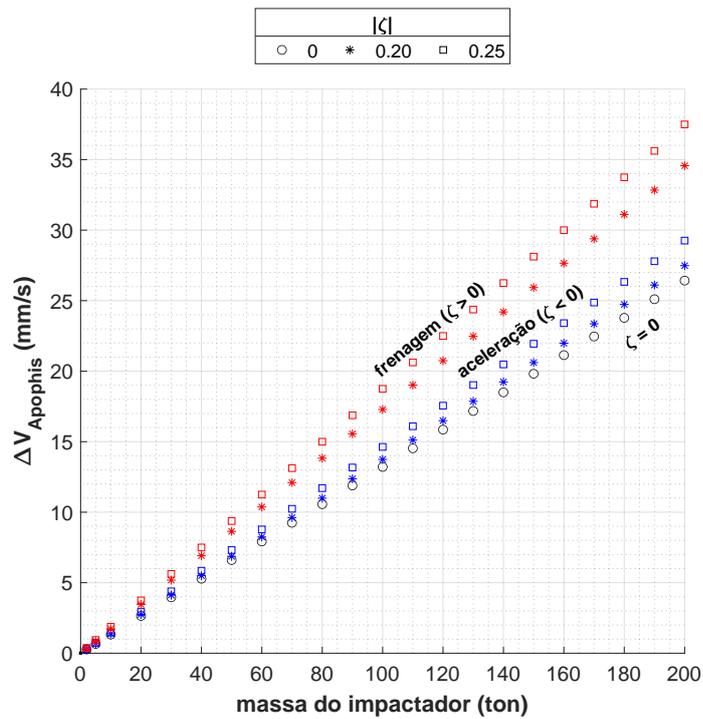
Já os pontos azuis e vermelhos representam os desvios quando a espaçonave impactadora é acelerada e freada, respectivamente. Uma espaçonave com 200 ton, por exemplo, ao ser freada por um fator $\zeta = 25\%$, diminui a distância Terra-Apophis em aproximadamente 13000 km, enquanto que ao ser acelerada pelo mesmo fator, aumenta o desvio em 2500 km em comparação ao valor nominal (38011 km). Portanto, usando essa técnica é possível afastar ou aproximar o (99942) Apophis da Terra. Na parte (b) da figura, em especial no caso que a espaçonave não recebe um impulso final ($\zeta = 0$), para a massa de 200 ton, a variação na velocidade do (99942) Apophis é de aproximadamente 26,5 mm/s após a colisão em 21/12/2023. Para uma espaçonave com 205,02 ton colidindo com o (99942) Apophis em 23/09/2025, um incremento de velocidade de 39,2 mm/s foi obtido por (LI et al., 2020). A diferença no resultado de $\Delta V_{Apophis}$ calculado por nosso método e o encontrado na literatura refere-se, principalmente, a massa das espaçonaves impactadoras, as condições iniciais de partida da espaçonave e a data que ocorrem os impactos. Apesar disso, os valores de $\Delta V_{Apophis}$ possuem a mesma ordem de grandeza.

Figura 3.16 - Variação da distância mínima Apophis-Terra, em função da massa da espaçonave impactadora, para fator ζ de aceleração e frenagem igual a 20% e 25%.

(a)



(b)



Fonte: Produção do autor.

3.2 (101955) Bennu

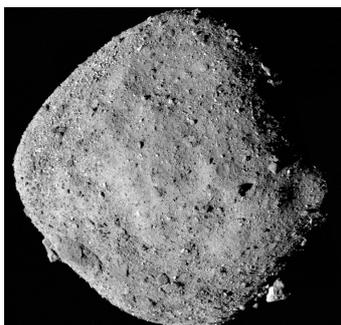
O (101955) Bennu é um asteroide tipo-B, rico em carbono e vários minerais, que foi descoberto em 1999 por um projeto de mapeamento espacial denominado *Lincoln Near-Earth Asteroid Research* (LINEAR). Este asteroide sofreu poucas alterações na sua composição, o que significa que abaixo de sua superfície, pode haver compostos químicos e rochas que datam do nascimento do Sistema Solar (HENSHALL, 2019). Com 20-40% de seu volume sendo espaço vazio, é provável que o (101955) Bennu tenha sido formado por muitos pedaços de detritos rochosos provenientes de uma colisão entre dois corpos celestes. Portanto, este asteroide pode se desintegrar se começar a girar muito mais rápido ou interagir muito de perto com um corpo de dimensões planetárias. Ademais, o planeta mais brilhante do Sistema Solar, Vênus, reflete cerca de 65% da luz solar recebida, enquanto (101955) Bennu reflete apenas 4% (REUTER et al., 2018).

Segundo Farnocchia et al. (2021), antes do encontro com a OSIRIS-REx, a probabilidade de impacto acumulado até 2200 era de 1 em 2700, porém esse resultado até 2300 se torna 1 em 1750, com solução de impacto individual mais significativa para setembro de 2182, após a análise das medições coletadas pela missão da NASA. O efeito Yarkovsky, pequeno impulso criado quando o asteroide absorve a luz solar e reemite essa energia na forma de calor, e os puxões gravitacionais de outros corpos celestes, tem aproximado cada vez mais o (101955) Bennu da Terra ao longo de bilhões de anos, porém no período 1900-2135 o desvio estimado para o semi-eixo maior é de aproximadamente -284 m/ano devido ao efeito Yarkovsky.

Os parâmetros de dimensão, rotação, massa e de órbita do (101955) Bennu são fornecidos por Lauretta et al. (2015). A Tabela 3.8 mostra os parâmetros orbitais deste corpo. Apesar do (101955) Bennu possuir geometria esferoidal, conforme mostrado na Figura 3.17, os efeitos do seu achatamento não alteram significativamente a sua órbita (VENDITTI et al., 2020). Este é um fator importante de ser considerado em estudos sobre a dinâmica de espaçonaves ao redor de corpos irregulares (RIEGER et al., 2019; BUCHA; SANSÒ, 2021), o que não é o nosso caso. Portanto, o (101955) Bennu foi modelado como sendo uma esfera de diâmetro médio igual a 492 m (LAURETTA et al., 2015).

Por ser um corpo singular, (101955) Bennu foi alvo da missão OSIRIS-REx e está sendo monitorado constantemente pelo SENTRY. Além desses fatores, a sua inclinação orbital é baixa, tornando razoável a hipótese de usar este corpo como estudo de caso no modelo bidimensional desenvolvido na Seção 2.4.

Figura 3.17 - Imagem capturada pela missão OSIRIS-REx.



Fonte: NASA/JPL (2022).

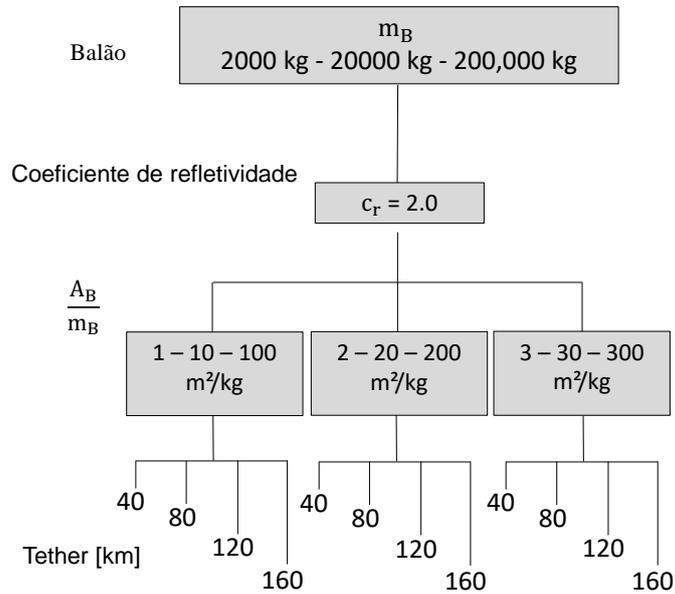
Tabela 3.8 - Parâmetros orbitais do (101955) Bennu.

Parâmetro	Valor
Semi eixo maior (a)	1,12639 au
Excentricidade (e)	0,20374
Distância do periélio (q)	0,89689 au
Inclinação orbital (i)	6,03493°
Longitude do nodo ascendente (Ω)	2,06087°
Argumento do periélio (ω)	66,22307°
Período orbital (P_B)	436,64873 dias

3.2.1 Principais parâmetros e visão geral das simulações

Vários trabalhos que usam altos valores de razão área-massa A_B/m_B para estudar a dinâmica de detritos na órbita da Terra foram publicados nos últimos anos (VALK et al., 2009; ANSELMO; PARDINI, 2010; ROSENGREN; SCHEERES, 2013; FRÜH; JAH, 2014). As membranas conhecidas como *gossamer* podem ser usadas para construir grandes estruturas finas. Essas estruturas podem ser úteis em muitas aplicações espaciais (DENG et al., 2019), como o transporte de telescópios espaciais até a estratosfera, para fins científicos. Inspirado por essas idéias, usamos altos valores de razão área-massa para um propósito diferente: manobrar um asteróide. Neste trabalho, propomos e testamos o conceito de um dispositivo fixo por um cabo espacial à superfície de um asteróide e composto por um balão que usa a PRS como sistema de propulsão. Os efeitos da massa do balão (m_B), o comprimento do cabo (l) e a razão área-massa (A_B/m_B) do dispositivo são os parâmetros considerados na análise, conforme o fluxograma mostrado na Figura 3.18.

Figura 3.18 - Fluxograma das simulações realizadas com o dispositivo tether-balão.



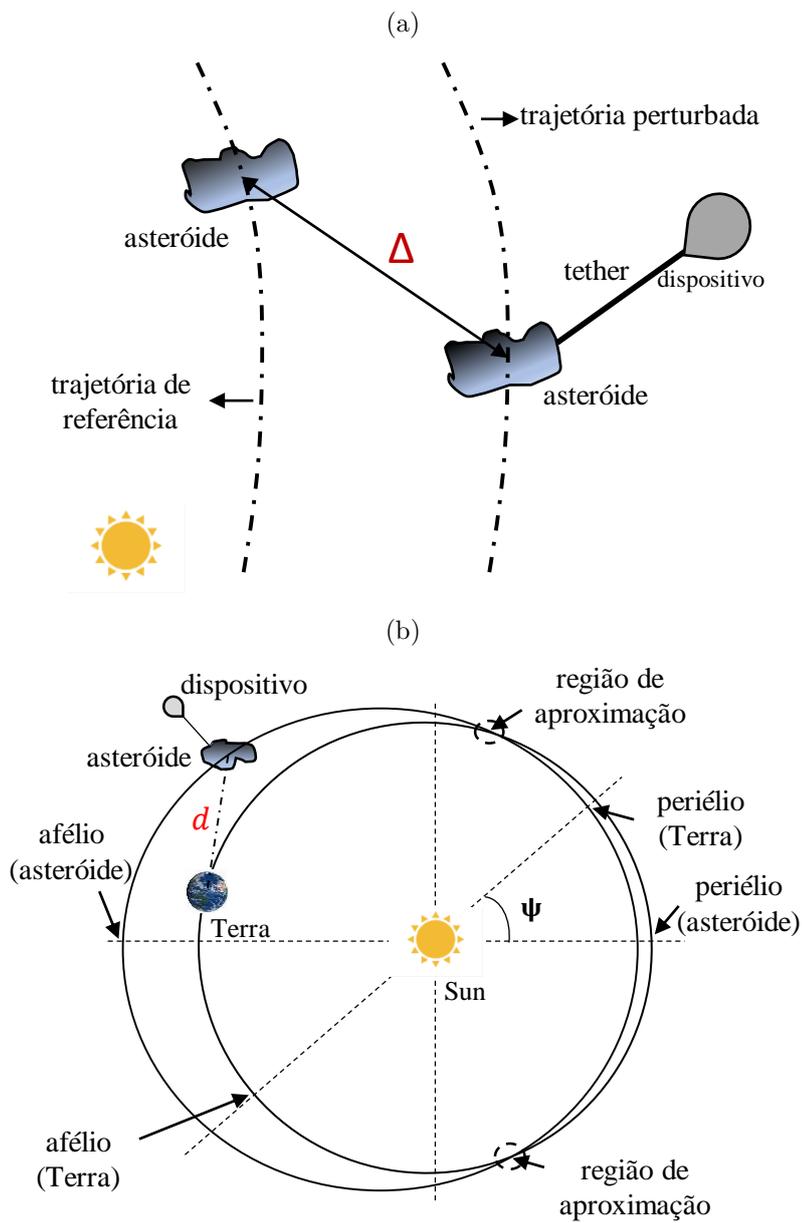
Fonte: Produção do autor.

O desvio do asteróide devido ao acoplamento do dispositivo é medido pelos parâmetros d e Δ . Esses dois parâmetros são, respectivamente, a distância Terra-asteróide, que é calculada para trajetórias com e sem a presença do balão, e a distância relativa entre as trajetórias com e sem balão. Este último parâmetro pode ser calculado, pois a equação de movimento do asteróide, considerando o balão, é integrada numericamente junto com a equação do movimento do asteróide sem o balão. Dessa forma, a trajetória do asteróide sem o balão é definida como a trajetória de referência. A Figure 3.19 ilustra estes dois parâmetros de desvios que podem avaliar a eficiência do uso de um balão para desviar um asteróide, pois quanto maior o desvio na trajetória, mais eficiente é a configuração adotada.

A distância entre dois pontos definidos no plano é usada para calcular d e Δ . O efeito da PRS atuando no sistema é inserido no modelo matemático através do parâmetro β . A relação entre A_B/m_B e β , para $c_r = 2,0$, é dado por (ver Equação 2.25):

$$\frac{A_B}{m_B} = 684,20\beta \quad (3.3)$$

Figura 3.19 - Parâmetros de desvio entre (a) as trajetórias do asteróide com e sem o balão e do (b) sistema asteróide-tether-balão com a Terra.

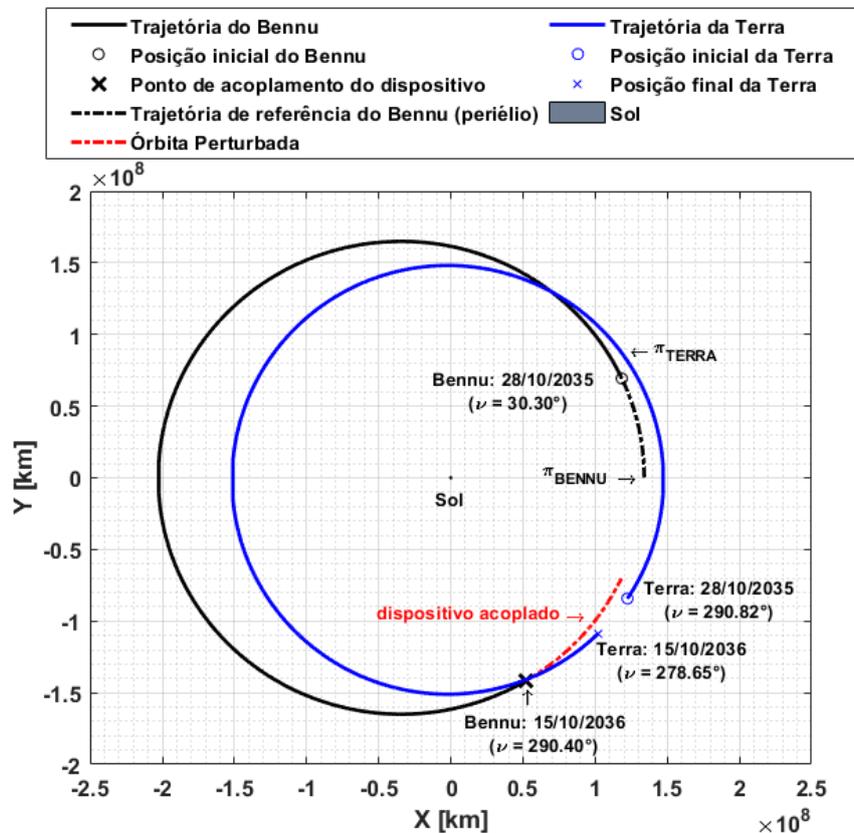


Fonte: Produção do autor.

3.2.2 Posição inicial dos corpos

A escolha da data inicial para o posicionamento do (101955) Bennu e da Terra foi feita através de um modelo baseado no *patch conics* (MIELE; WANG, 1999; SANCHEZ et al., 2019). A melhor trajetória encontrada minimiza o consumo de combustível (ΔV) necessário para transferir uma espaçonave da Terra, em órbita circular com 200 km de altitude, até o (101955) Bennu no intervalo de tempo 2020-2040. A Figura 3.20 mostra a posição inicial dos corpos e as datas de chegada e partida da espaçonave. A duração da transferência é de 353 dias e o custo necessário para realizar a manobra é de $\Delta V_{TOT} = 3,243$ km/s. A data de chegada é muito próxima ao ponto de cruzamento entre a órbita do asteroide com a órbita da Terra. Este resultado é esperado, pois as manobras para correção da inclinação orbital são muito custosas. O dispositivo composto pelo cabo espacial e o balão é fixado na superfície do asteroide imediatamente após a chegada da nave espacial, conforme a trajetória representada em vermelho.

Figura 3.20 - Posição inicial dos corpos e geometria orbital.



Fonte: Produção do autor.

A Tabela 3.9 mostra o argumento do periélio (ω) e a longitude do nodo ascendente (Ω) usados para definir as posições do periélio da Terra e do (101955) Bennu. A partir disso, foi considerado que a linha dos apsides da órbita do (101955) Bennu coincide com o eixo X do sistema de referência inercial, significando que o perigeu de sua órbita está sobre esse eixo. A mesma hipótese foi considerada para integrar numericamente a órbita da Terra. Portanto, para a data de lançamento da espaçonave 28/10/2035, o ângulo de fase entre as linhas dos apsides de (101955) Bennu e a Terra é de $\psi = 34,69^\circ$. Desta forma, é necessário rotacionar as coordenadas de posição da Terra através da matriz de transformação de coordenadas entre o sistema inercial e o sistema rotacional (VALLADO, 2001).

Tabela 3.9 - Definição das linhas dos apsides da Terra e de (101955) Bennu no tempo inicial.

Data de partida da espaçonave	Linha dos apsides			
	Terra		(101955) Bennu	
	$\omega(^{\circ})$	$\Omega(^{\circ})$	$\omega(^{\circ})$	$\Omega(^{\circ})$
28/10/2035	287,90	175,18	66,46	1,92

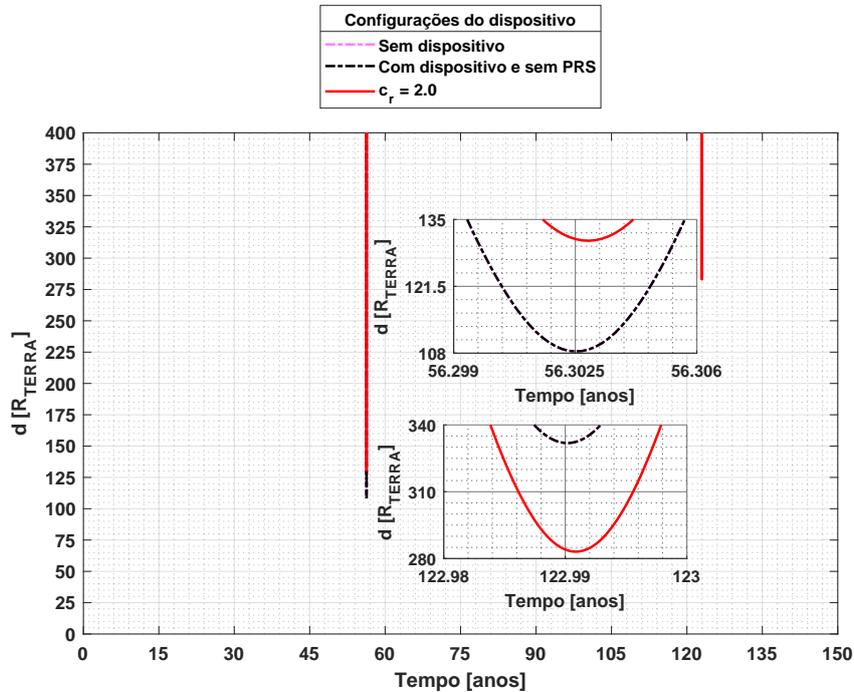
3.2.3 Desvios com relação a Terra

Nesta seção, analisaremos os desvios de órbita do (101955) Bennu pelo balão fixo ao cabo, adotando massas de 2000 kg, 20000 kg e 200000 kg para o balão. Os resultados mostram que o uso do balão resulta em dois tipos de desvios. O primeiro desvio será definido como negativo, ou seja, o asteróide é desviado para mais próximo da Terra, como mostrado na Figura 3.21, para o tempo de integração de 56,30 anos. No entanto, quando o tempo é de 122,99 anos, o desvio é definido como positivo, pois o uso do balão aumenta a distância entre o (101955) Bennu e a Terra.

A Figura 3.22 mostra as distâncias Bennu-Terra em gráficos separados para os dois tipos de desvios mencionados acima. As trajetórias determinadas sem o uso do balão estão representadas pelas curvas tracejadas na cor rosa, enquanto que as trajetórias obtidas com o uso do balão, mas sem considerar a PRS, estão representadas pelas curvas tracejadas na cor preta. Estas duas curvas tracejadas estão praticamente sobrepostas, pois a massa do balão é muito pequena em comparação com a massa do (101955) Bennu. Assim, o centro de massa do sistema sofre um pequeno deslocamento e, conseqüentemente, os desvios são menores, diferentemente dos resultados obtidos por Venditti et al. (2020), onde o dispositivo é muito mais massivo quando

comparado à massa do balão considerado neste trabalho.

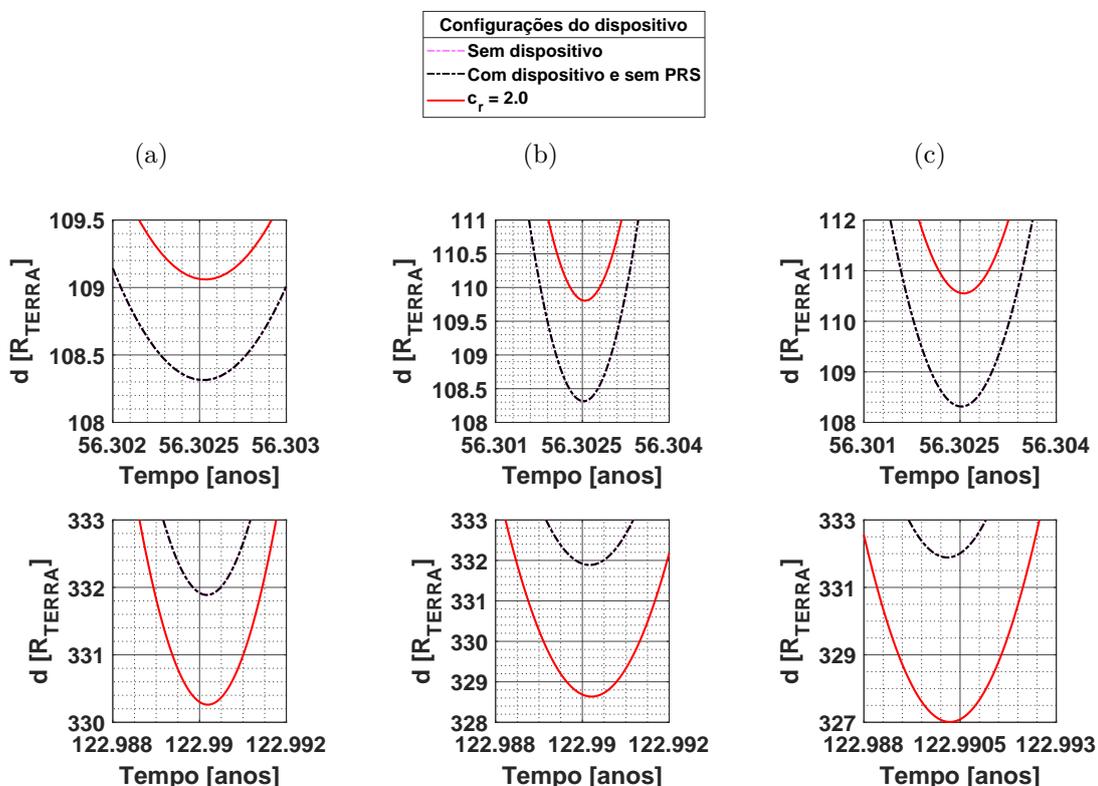
Figura 3.21 - Aproximações do (101955) Bennu, inferiores a $400 R_{TERRA}$ de distância com a Terra, considerando $m_B = 200000$ kg e $A_B/m_B = 300 m^2/kg$.



Fonte: Produção do autor.

A Figura 3.23 mostra as deflexões positivas e negativas da trajetória do (101995) Bennu, considerando dispositivos com 2000 kg e 200000 kg. Nas partes (a) e (c) da figura, as deflexões são positivas, ou seja, nestes casos o uso do balão diminui a distância Bennu-Terra, enquanto que nas partes (b) e (d) os desvios são negativos, significando o aumento da distância Bennu-Terra. Em todos estes casos a razão A_B/m_B amplifica a magnitude dos desvios. Por exemplo, em 56,3 anos é possível desviar o asteroide por $25 R_{TERRA}$ com um balão de 200000 kg e $A_B/m_B = 300 m^2/kg$.

Figura 3.22 - Distância Bennu-Terra em unidades de raios terrestres, considerando o balão com $m_B = 20000$ kg para (a) $A_B/m_B = 100$ m^2/kg , (b) $A_B/m_B = 200$ m^2/kg e (c) $A_B/m_B = 300$ m^2/kg .



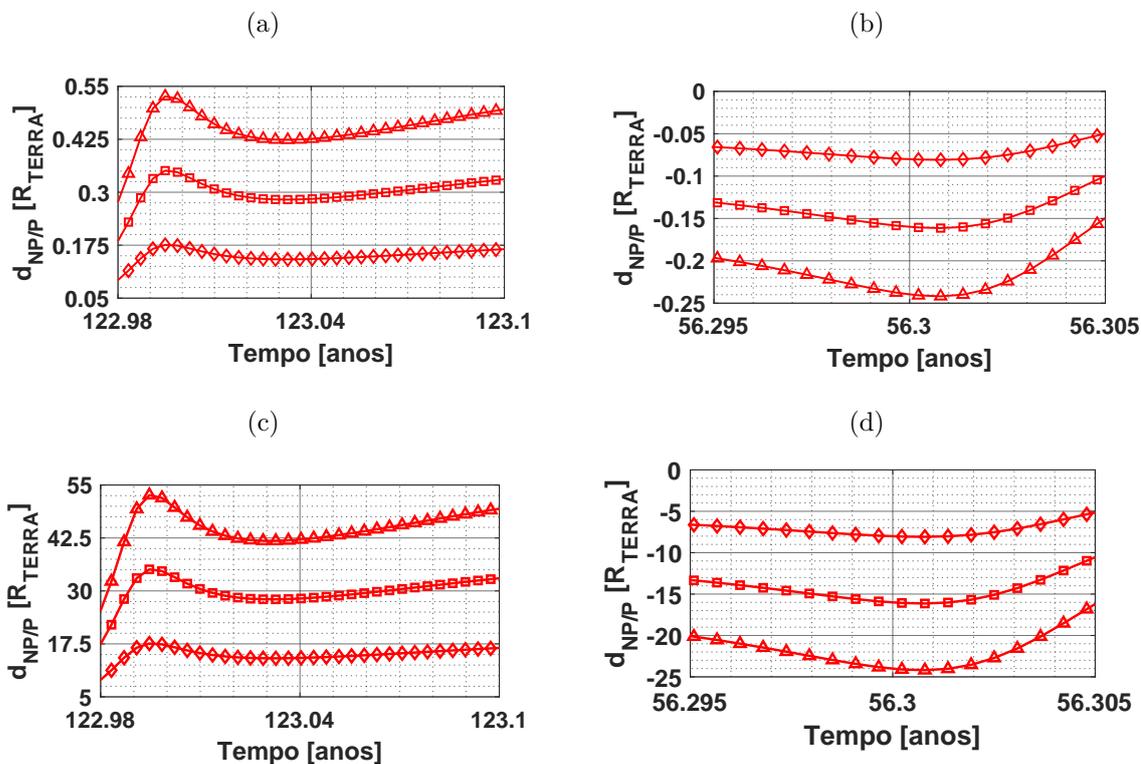
Fonte: Produção do autor.

A Equação 3.4 nos permite avaliar diretamente os desvios entre a curva tracejada na cor preta, isto é, sem o balão, com as curvas em vermelho que representam os resultados para o balão acoplado.

$$d_{NP/P} = d_{NP} - d_P. \quad (3.4)$$

onde d_P e d_{NP} se referem a distância Bennu-Terra com e sem o balão acoplado, respectivamente.

Figura 3.23 - Distância Bennu-Terra, apresentando (a) deflexão positiva e (b) deflexão negativa, considerando um balão com 2000 kg, como também (c) deflexão positiva e (d) deflexão negativa, considerando um balão com 200000 kg. As linhas com marcações em forma de diamante referem-se à $A_B/m_B = 100 \text{ m}^2/\text{kg}$, marcações quadradas à $A_B/m_B = 200 \text{ m}^2/\text{kg}$ e marcações em triângulo à $A_B/m_B = 300 \text{ m}^2/\text{kg}$.

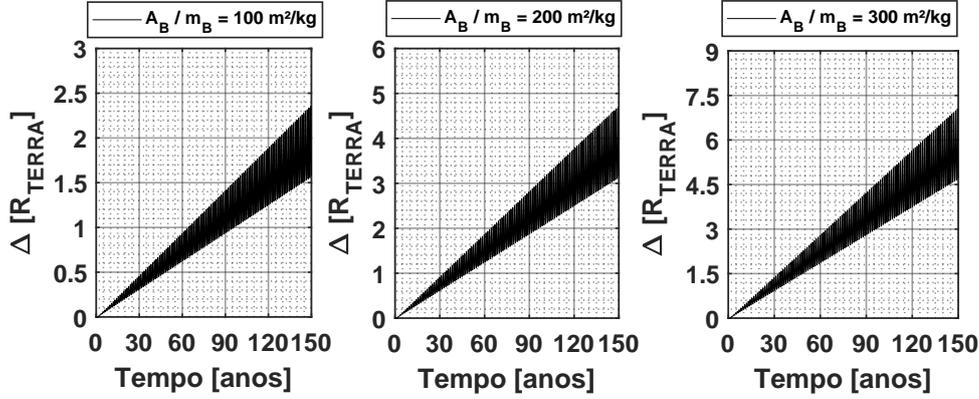


Fonte: Produção do autor.

3.2.4 Desvios devido a perturbação orbital

Os resultados mostrados na Figura 3.24 foram calculados para 150 anos de integração numérica. A fixação de um balão de $m_B = 20000 \text{ kg}$ gera desvios proporcionais a razão A_B/m_B com relação a trajetória nominal. Para simulações com longos períodos de tempo, as perturbações geradas pelo Problema de N-corpos, relatividade, efeito Yarkovsky, achatamento de planetas e luas, entre outras, devem ser consideradas no modelo físico para torná-lo mais realístico, porém esse não é o objetivo principal dessa análise em particular. Apesar desta simplificação, o método de fixação de um dispositivo na superfície de um asteroide é mais efetivo quando consideramos tempos de alerta de algumas décadas, como é o caso do método do trator gravitacional.

Figura 3.24 - Desvios entre a trajetória nominal do (101995) Bennu e as trajetórias perturbadas pela fixação do dispositivo, em unidade de raios terrestres, considerando um balão de 20000 kg e um cabo com $l = 40$ km de comprimento.



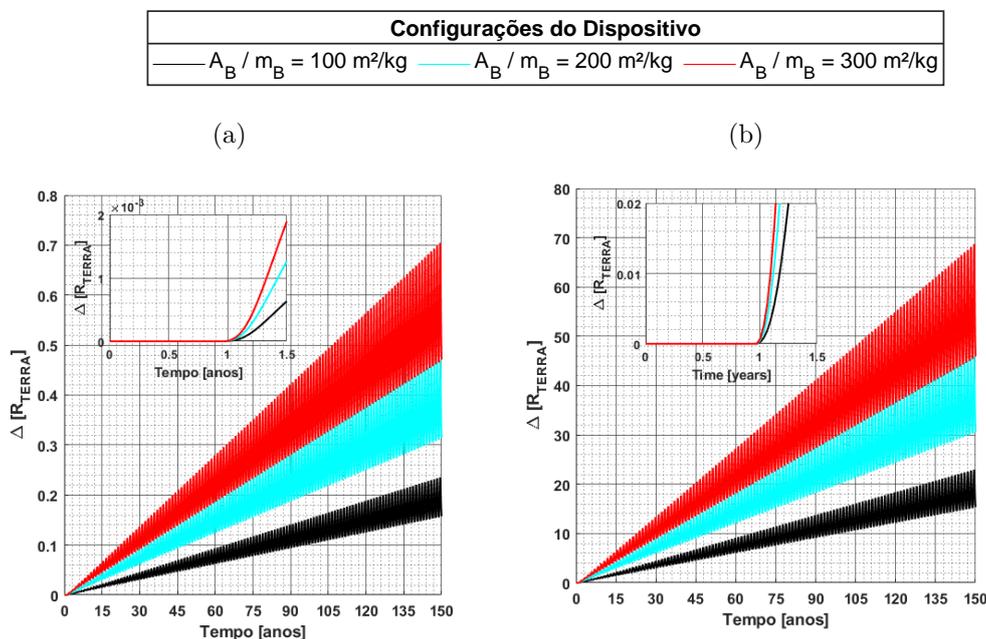
Fonte: Produção do autor.

A Figura 3.25 mostra os resultados obtidos para balões com massa de 2000 kg e 200000 kg. No primeiro ano de simulação não há desvio, pois neste período a espaçonave está se deslocando da Terra para o (101955) Bennu, como pode ser visto na ampliação feita na figura. A magnitude dos desvios é proporcional ao aumento da massa do balão por um fator de 100. Por exemplo, o balão menos massivo causa um desvio na trajetória de $0,70 R_{TERRA}$, quando $A_B/m_B = 300 m^2/kg$, conforme mostrado na parte (a) da figura, enquanto que um balão com massa 100 vezes maior, causa desvios de aproximadamente $70 R_{TERRA}$ para as mesmas configurações, conforme mostrado na parte (b) da figura.

3.2.5 Efeitos do comprimento do tether

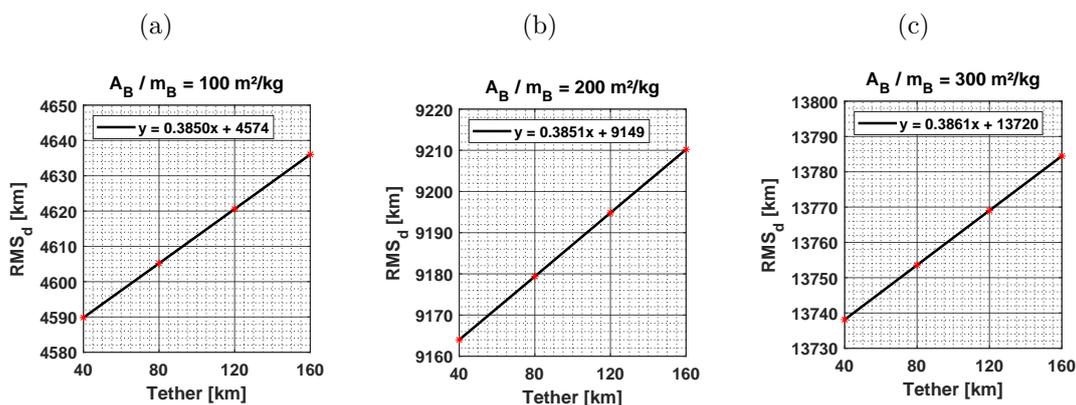
Para sintetizar a grande quantidade de dados e apresentá-los de forma coesa, utilizamos o Desvio Quadrático Médio (RMSD), conforme a Equação 3.5. Normalmente, o método RMSD é utilizado para calcular o erro de uma medida experimental em relação a um valor de referência, ou ainda para calcular o erro de uma aproximação em relação a um valor verdadeiro desta função (FREEDMAN et al., 2007; SANCHEZ et al., 2014). No entanto, este método também pode ser usado para comparar dois conjuntos de resultados, sendo que um deles é o conjunto de referência e o outro, o conjunto de medições. Neste trabalho, usamos o RMSD para comparar a trajetória do asteróide sem fixar o balão com o cabo, que é a órbita definida como sendo de referência, com a trajetória perturbada devido a fixação do balão por um cabo.

Figura 3.25 - Desvios entre as trajetórias do (101955) Bennu com e sem o dispositivo fixado, em unidades de raio terrestre, para $l = 40$ km e um balão com (a) 2000 kg e (b) 200000 kg.



Fonte: Produção do autor.

Figura 3.26 - Desvios RMSD para a distância com a Terra, considerando um balão com massa de 20000 kg.



Fonte: Produção do autor.

Em outras palavras, precisamos determinar as diferenças entre a trajetória de referência e a perturbada. Particularmente para este problema, definimos que os valores de referência (y_k) são determinados pela órbita Kepleriana, e os valores perturbados

(\hat{y}_k) são aqueles obtidos pelo sistema perturbado, com a fixação do dispositivo. O número total de pontos avaliados corresponde ao valor de N .

$$RMS_d = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{k=1}^N (\hat{y}_k - y_k)^2} \quad (3.5)$$

A Figura 3.26 mostra o desvio RMSD para um balão com massa de 20000 kg. Com o RMSD, quantificamos o efeito do comprimento do cabo (l) nos desvios de trajetória com relação a Terra. A mudança em RMS_d é menos sensível a l , considerando os valores de massa adotados para o balão. Para todos os casos, determinamos equações lineares que relacionam esses dois parâmetros. Os resíduos entre os valores calculados com o modelo e a aproximação linear foi inferior a 0,1 km, conforme mostrado na parte (a) da Figura 3.27. Já a parte (b) da Figura 3.27, mostra a norma dos resíduos como uma medida da qualidade do ajuste linear, onde menores valores indicam melhores ajustes.

A Tabela 3.10 mostra as diferenças em relação ao maior e ao menor comprimento de cabo considerado. A razão A_B/m_B tem pouca relevância para cada análise particular de m_B , porém as magnitudes dos desvios são proporcionais ao aumento de m_B .

Tabela 3.10 - Efeito do comprimento do cabo espacial (l) em RMS_d , considerando três valores de massa (m_B) para o balão.

A_B/m_B [m^2/kg]	$RMS_{d_{160km}} - RMS_{d_{40km}}$ [km]		
	$m_B = 2000 \text{ kg}$	$m_B = 20000 \text{ kg}$	$m_B = 200000 \text{ kg}$
100	4,66	46,268	462,63
200	4,64	46,249	462,44
300	4,63	46,248	462,28

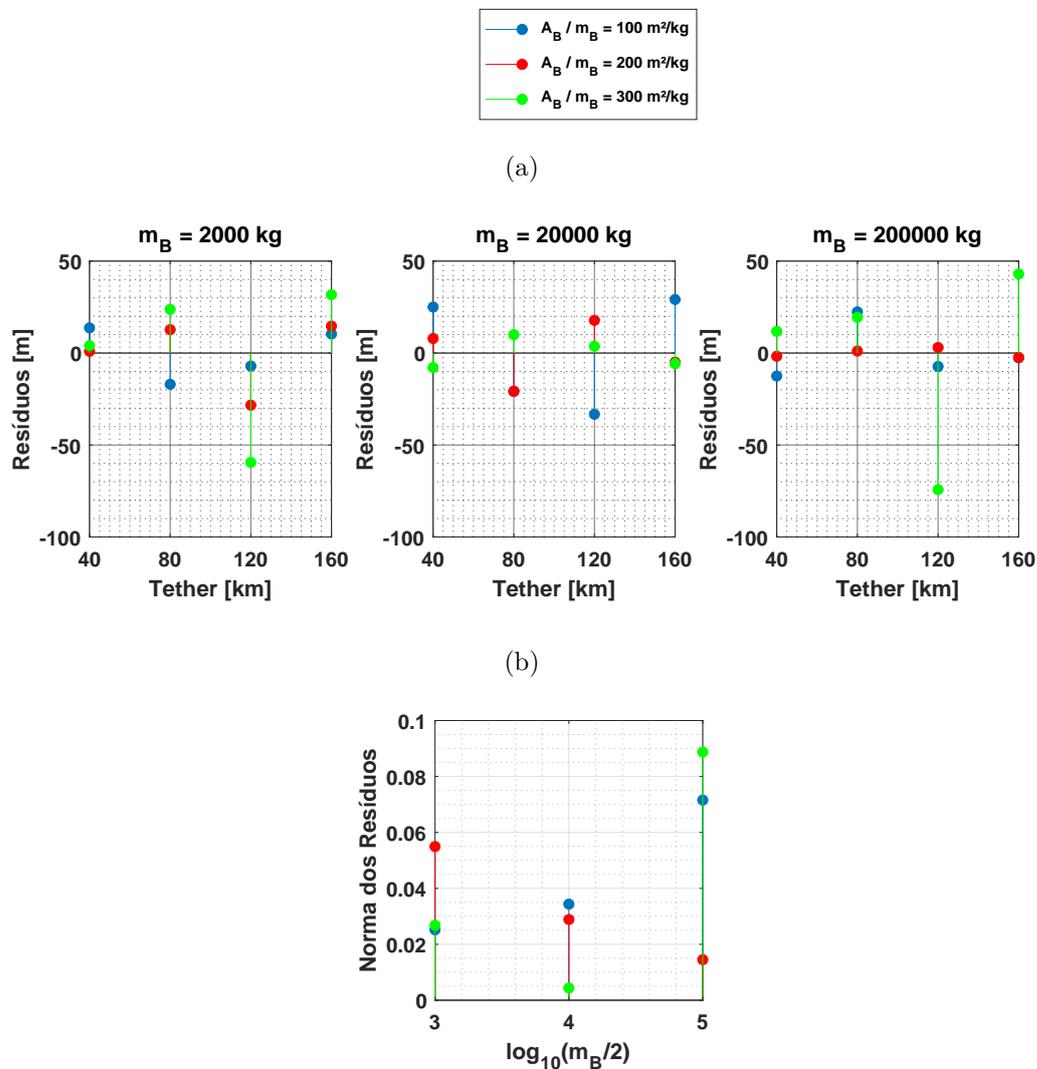
A Figura 3.26 mostra as três curvas com suas respectivas equações obtidas pelo ajuste linear. Este mesmo procedimento foi realizado para os outros dois valores de m_B usados, mas os gráficos foram omitidos. O coeficiente linear dessas equações pode ser dividido por A_B/m_B , de modo que três equações lineares para RMS_d , em função de A_B/m_B , são obtidas. Portanto, uma única equação geral foi obtida para o cálculo do RMS_d como função de todos os parâmetros do balão (l , A_B/m_B e m_B), conforme a Equação 3.6. O RMS_d tem um comportamento linear que é diretamente proporcional a $10^{-5} m_B$. Os novos coeficientes obtidos em cada etapa, para a redução

das equações, foram calculados usando média simples.

$$RMS_d = 10^{-5} m_B \left(1,923l + 222,986 \frac{A_B}{m_B} \right) \quad (3.6)$$

Nesta equação empírica, para o mesmo valor de A_B/m_B , aumentar a massa do balão (m_B) implica que devemos aumentar a área da seção transversal iluminada pelo Sol (A_B), ou seja, o balão terá dimensões físicas maiores.

Figura 3.27 - Comparação entre os dados calculados e o ajuste linear, apresentando (a) os resíduos para $m_B = 2000$ kg, $m_B = 20000$ kg e $m_B = 200000$ kg; e (b) a norma dos resíduos.



Fonte: Produção do autor.

4 CONCLUSÕES

Neste trabalho propusemos o uso de três métodos conhecidos, porém modificados, para a deflexão de asteróides: o perturbador gravitacional, o impactador cinético e o dispositivo tether-balão reflexivo. Dessa forma, as conclusões sobre os resultados obtidos em cada um deles serão descritas seguindo a ordem apresentada no Capítulo 3.

Primeiramente, substituímos o trator gravitacional clássico (ou o aprimorado) por fragmentos que poderiam ser coletados do próprio asteróide a ser desviado, pequenas luas no caso de sistemas binários e triplos ou de NEAs previamente selecionados, para defletir a órbita de um asteróide. Criamos um modelo realístico para simular a dinâmica de qualquer asteróide pertencente ao Sistema Solar e o validamos a partir de dados fornecidos pelo sistema de efemérides HORIZONS do JPL. Para estudo de caso, escolhemos o (99942) Apophis devido a sua grande aproximação com os satélites geossíncronos e, portanto, com a Terra em 13/04/2029.

É evidente que as perturbações gravitacionais do Sol são as mais intensas para os corpos considerados, entretanto, mostramos através do uso da Integral de Perturbação do Tipo-I que, entre 01/01/2022 e 13/04/2029, as perturbações dominantes que alteram a órbita do (99942) Apophis originam-se da Terra, Lua, Vênus, Júpiter, Mercúrio, Saturno e Marte, nesta ordem. Esta elecangem dos principais perturbadores pode ser útil para a simplificação de modelos dinâmicos, viabilizando o tempo de simulação computacional sem comprometer a precisão dos resultados.

Encontramos condições iniciais que os perturbadores gravitacionais poderiam ser liberados para orbitarem livremente o (99942) Apophis e, conseqüentemente, desviá-lo de sua trajetória devido a perturbação gravitacional gerada. Verificamos que a utilização de 01 perturbador gravitacional, durante aproximadamente 6 anos antes do encontro, é capaz de defletir o (99942) Apophis em até 1000 km, elevando a sua mínima distância de aproximação com centro da Terra de 38000 km para 39000 km. Entretanto, também identificamos casos cujas deflexões aproximam o (99942) Apophis da Terra, como por exemplo, quando os perturbadores são inicialmente posicionados em órbitas retrógradas ($i_0 = 180^\circ$). Este tipo de condição poderia ser aproveitada em missões de estudos científicos ou de mineração e transporte de recursos para clientes nas proximidades do sistema Terra-Lua. No entanto, o posicionamento do perturbador gravitacional em órbitas com $i_0 = 90^\circ$ em relação ao plano equatorial do (99942) Apophis, pouco desviou este asteróide. Acredita-se que seja por dois motivos principais: i) o movimento rotacional do (99942) Apophis

não foi considerado; ii) a mudança de inclinação de uma órbita é mais custosa em comparação com a mudança de semi-eixo maior e excentricidade.

Propusemos também a utilização de 02 perturbadores para orbitarem o (99942) Apophis e conseguimos afasta-lo da Terra por até 300 km. Neste caso, constatamos que há uma distância mínima (d_a) para que os perturbadores sejam posicionados, a fim de se evitar colisões entre eles. Contudo, essa distância é limitada no outro extremo por um valor máximo, pois os perturbadores estão mais submetidos à atração gravitacional gerada pela Terra durante a mínima aproximação, causando colisões com o planeta ou ejeção do sistema cujo corpo central é o (99942) Apophis. Em nenhum dos casos analisados foram identificadas colisões do (99942) Apophis com a Terra ou a Lua. Apesar de não ser considerada neste trabalho, a colisão dos corpos perturbadores com o (99942) Apophis também poderia ser utilizada para alterar a sua órbita.

Mostramos que é possível encontrar condições que possibilitam inserir corpos em órbita de asteróides para desvia-los, com semi-eixos maiores iniciais inferiores a 15 km para todo o intervalo de excentricidades considerado ($0 < e_0 \leq 0,8$), sem a necessidade da utilização de sistemas propulsivos controlados de atuação contínua durante a missão, cujo tempo de duração é da escala de anos.

Aproveitamos o mesmo código computacional implementado e validado para os perturbadores gravitacionais e realizamos as devidas modificações, com o propósito de também simularmos o impacto de uma espaçonave com o (99942) Apophis. A primeira etapa desse método consistiu em transferir a espaçonave de uma órbita circular terrestre, com 500 km de altitude, até o ponto predefinido de impacto, para o tempo de transferência desejado. Como critério de colisão, foi estabelecido que a espaçonave deveria atingir o raio do (99942) Apophis, após a aplicação de um único impulso no momento de sua partida nas proximidades da Terra. Vale ressaltar que, a trajetória de transferência foi calculada considerando todas as perturbações descritas de maneira detalhada no Capítulo 2.

Para a solução do PVC encontrada, verificamos que o (99942) Apophis foi desviado no sentido de se aproximar ainda mais da Terra. Este fato foi revertido com a aplicação de um impulso final no próprio (99942) Apophis ou na espaçonave impactadora, antes de ocorrer a colisão entre eles. Constatamos que, caso o impulso seja aplicado no próprio (99942) Apophis, a sua posição de passagem em relação as proximidades da Terra se altera em 13/04/2029, entretanto, se o impulso final é realizado no sentido de acelerar a espaçonave impactadora, desvios de até 3000 km no sentido de

afastamento da Terra são obtidos quando o fator $\zeta = 25\%$.

Por fim, propusemos o uso de um dispositivo fixado à superfície do (101955) Bennu, composto por um tether e um balão com grande razão área-massa preso em sua extremidade. Existem dois fatores que modificam a trajetória do asteroide: a força proveniente da PRS e o deslocamento do centro de massa do sistema devido à massa do balão. Os desvios causados pela PRS são muito maiores e dominam o cenário, pois a massa do balão é muito menor em comparação a massa do asteroide. Embora este seja um método que necessita de vários anos para entregar resultados, como o perturbador gravitacional, desvios maiores podem ser obtidos em menor tempo usando grandes razões área-massa, o que causaria problemas tecnológicos para a construção do balão. Porém, o objetivo desse estudo é mostrar o potencial da técnica proposta, sem levar em consideração estes problemas. Além disso, calculamos desvios suficientes para evitar uma colisão com a Terra que não requerem balões tão grandes, especialmente considerando a possibilidade de usar vários balões menores. Essa configuração é muito mais viável, pois reduziria a tensão no *tether*, facilitando a construção do dispositivo. Outros cenários podem ainda ser previstos através das equações empíricas que relacionam os desvios com os principais parâmetros do dispositivo.

Acreditamos que as técnicas apresentadas aqui, bem como os resultados encontrados, possam ser de grande utilidade no planejamento de futuras missões de defesa planetária e de mineração espacial.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AHRENS, T. J.; HARRIS, A. W. Deflection and fragmentation of near-Earth asteroids. **Nature**, v. 360, n. 6403, p. 429–433, 1992. 2
- ALEKSANDROVA, A. G. et al. The preventive destruction of a hazardous asteroid. **Astronomy Reports**, v. 60, n. 6, p. 611–619, 2016. 2
- ALJBAAE, S. et al. First approximation for spacecraft motion relative to (99942) Apophis. **Romanian Astronomical Journal**, 2021. Accepted. 9, 27
- ANAND, M. et al. Editorial to the topical collection: role of sample return in addressing major questions in planetary sciences. **Space Science Reviews**, v. 216, 2020. 5
- ANDREWS, A. K.; HUDSON, R. S.; PSALTIS, D. Optical-radar imaging of scale models for studies in asteroid astronomy. **Optics Letters**, v. 20, n. 22, p. 2327–2329, 1995. 1
- ANSELMO, L.; PARDINI, C. Long-term dynamical evolution of high area-to-mass ratio debris released into high earth orbits. **Acta Astronautica**, v. 67, n. 1-2, p. 204–216, 2010. 53
- ARFKEN, G. B.; WEBER, H.; HARRIS, F. E. **Mathematical methods for physicists: a comprehensive guide**. [S.l.]: Elsevier, 2005. 1182 p. 12
- ASLANOV, V.; YUDINTSEV, V. Dynamics of large space debris removal using tethered space tug. **Acta Astronautica**, v. 91, p. 149–156, 2013. 18
- BANCELIN, D.; COLAS, F.; THUILLOT, W.; HESTROFFER, D.; ASSAFIN, M. Asteroid (99942) apophis: new predictions of Earth encounters for this potentially hazardous asteroid. **Astronomy & Astrophysics**, v. 544, p. A15, 2012. 27
- BETHENCOURT, A.; WANG, J.; RIZOS, C.; KEARSLEY, A. H. W. Using personal computers in spherical harmonic synthesis of high degree Earth geopotential models. In: DYNAMIC PLANET, Cairns, Australia. **Proceedings...** Australia: IAG, 2005. p. 125–130. 11
- BEUTLER, G. **Methods of celestial mechanics: volume II: application to planetary system, geodynamics and satellite geodesy**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2004. 9

- BINZEL, R. P. et al. Origins for the near-Earth asteroids. **Science**, v. 257, n. 5071, p. 779–782, 1992. 1
- BOARD, S. S. et al. **Defending planet Earth: Near-Earth-Object surveys and hazard mitigation strategies**. [S.l.]: National Academies Press, 2010. 2, 14, 16, 17
- BRACK, D. N.; MCMAHON, J. W. Active mass ejection for asteroid manipulation and deflection. **Journal of Spacecraft and Rockets**, p. 01–21, 2020. 6
- BROUWER, D.; CLEMENCE, G. M. **Methods of celestial mechanics**. 2. ed. New York: Academic Press, 1985. 23
- BUCHA, B.; SANSÒ, F. Gravitational field modelling near irregularly shaped bodies using spherical harmonics: a case study for the asteroid (101955) Bennu. **Journal of Geodesy**, v. 95, n. 5, p. 1–21, 2021. 52
- CARUSO, A. et al. Solar sail optimal control with solar irradiance fluctuations. **Advances in Space Research**, v. 67, n. 9, p. 2776–2783, 2021. 4
- CASE, K.; ELKINS-TANTON, L. T.; NASH, A.; OH, D.; ZIEMER, J. How do you go from a concept idea to a NASA selected mission formulating the Psyche discovered mission with JPL’s concurrent engineering teams. In: INTERNATIONAL SYSTEMS & CONCURRENT ENGINEERING FOR SPACE APPLICATIONS CONFERENCE, Glasgow, Scotland. **Proceedings...** Glasgow: ESA, 2018. 5
- CHESLEY, S. R. Potential impact detection for Near-Earth Asteroids: the case of 99942 apophis (2004 mn4). **Proceedings of the International Astronomical Union**, v. 1, n. S229, p. 215–228, 2005. 27
- CHESLEY, S. R. et al. Yarkovsky effect on small Near-Earth Asteroids: mathematical formulation and examples. **Science**, v. 302, p. 1739–1742, 2003. 10
- CHOUKROUN, M. et al. Dust-to-gas and refractory-to-ice mass ratios of comet 67p/churyumov-gerasimenko from rosetta observations. **Space Science Reviews**, v. 216, n. 3, p. 1–38, 2020. 5
- COHEN, S. S.; MISRA, A. K. Elastic oscillations of the space elevator ribbon. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 30, p. 1711–1717, 2007. 18
- COLLINS, G. S. et al. A steeply-inclined trajectory for the chicxulub impact. **Nature Communications**, v. 11, n. 1, p. 1–10, 2020. 1

DACHWALD, B.; KAHLE, R.; WIE, B. Solar sailing Kinetic Energy Impactor (KEI) mission design tradeoffs for impacting and deflecting asteroid 99942 Apophis. In: AAS/AIAA ASTRODYNAMICS SPECIALIST CONFERENCE. **Proceedings...** [S.l.], 2006. 27

DACHWALD, B.; MACDONALD, M.; MCINNES, C. R.; MENGALI, G.; QUARTA, A. A. Impact of optical degradation on solar sail mission performance. **Journal of Spacecraft and Rockets**, v. 44, n. 4, p. 740–749, 2007. 18

De Almeida Junior, A.; JOHNSTON, H.; LEAKE, C.; MORTARI, D. Evaluation of transfer costs in the Earth-Moon system using the theory of functional connections. In: AAS/AIAA ASTRODYNAMICS SPECIALIST CONFERENCE, Lake Tahoe, CA, USA. **Proceedings...** [S.l.], 2020. p. 9–13. 15

De Almeida Junior, A. K.; JOHNSTON, H.; LEAKE, C.; MORTARI, D. Fast 2-impulse non-keplerian orbit transfer using the theory of functional connections. **The European Physical Journal Plus**, Springer, v. 136, n. 223, 2021. 15

DENG, X.; XU, Y.; CLARKE, C. Wrinkling modelling of space membranes subject to solar radiation pressure. **Composites Part B: Engineering**, v. 157, p. 266–275, 2019. 22, 53

DOTTO, E. et al. LICIA Cube - The Light Italian Cubesat for imaging of asteroids in support of the NASA dart mission towards asteroid (65803) Didymos. **Planetary and Space Science**, v. 199, p. 105185, 2021. 3

ESTES, R. D.; LORENZINI, E. C.; SANMARTIN, J.; PELAEZ, J.; MARTINEZ-SANCHEZ, M.; JOHNSON, C.; VAS, I. Bare tethers for electrodynamic spacecraft propulsion. **Journal of Spacecraft and Rockets**, v. 37, n. 2, p. 205–211, 2000. 17

FARNOCCHIA, D. et al. Yarkovsky-driven impact risk analysis for asteroid (99942) Apophis. **Icarus**, v. 224, p. 192–200, 2013. 10, 18

_____. Ephemeris and hazard assessment for Near-Earth Asteroid (101955) Bennu based on OSIRIS-REx data. **Icarus**, v. 369, p. 114594, 2021. 52

FARRÉS, A. Transfer orbits to L4 with a solar sail in the Earth-Sun system. **Acta Astronautica**, Elsevier, v. 137, p. 78–90, 2017. 22

FOLKNER, W. M. et al. The planetary and lunar ephemerides DE430 and DE431. **Interplanetary Network Progress Report**, v. 196, n. 1, 2014. 8, 11

- FOSTER, C.; BELLEROSE, J.; MAURO, D.; JAROUX, B. Mission concepts and operations for asteroid mitigation involving multiple gravity tractors. **Acta Astronautica**, v. 90, n. 1, p. 112–118, 2013. 2
- FREEDMAN, D.; PISANI, R.; PURVES, R.; ADHIKARI, A. **Statistics**. New York: WW Norton & Company, 2007. 61
- FRENCH, D. B.; MAZZOLENI, A. P. Asteroid diversion using long tether and ballast. **Journal of Spacecraft and Rockets**, v. 46, n. 3, p. 645–661, 2009. 4, 18
- FRÜH, C.; JAH, M. K. Coupled orbit–attitude motion of high area-to-mass ratio (hamr) objects including efficient self-shadowing. **Acta Astronautica**, v. 95, p. 227–241, 2014. 53
- GAO, Y.; WU, J. Asteroid rotation control via a tethered solar sail. **Advances in Space Research**, v. 58, n. 11, p. 2304–2312, 2016. 4
- GIORGINI, J. D. et al. Predicting the Earth encounters of (99942) Apophis. **Icarus**, v. 193, n. 1, p. 1–19, 2008. 27
- HASNAIN, Z.; LAMB, C. A.; ROSS, S. D. Capturing near-Earth asteroids around Earth. **Acta Astronautica**, v. 81, n. 2, p. 523–531, 2012. 5
- HEISKANEN, W. A.; MORITZ, H. **Physical Geodesy**. [S.l.]: W.H.Freeman, 1967. 364 p. 11
- HELIN, E. F.; DUNBAR, R. S. Search techniques for Near-Earth Asteroids. **Vistas in Astronomy**, v. 33, p. 21–37, 1990. 1
- HENSHALL, T. The surface of asteroid Bennu. **Nature Reviews Materials**, v. 4, n. 4, p. 228–228, 2019. 52
- HOLMES, S. A.; FEATHERSTONE, W. E. A unified approach to the clenshaw summation and the recursive computation of very high degree and order normalised associated legendre functions. **Journal of Geodesy**, v. 76, n. 5, p. 279–299, 2002. 12
- IZZO, D. Optimization of interplanetary trajectories for impulsive and continuous asteroid deflection. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 30, n. 2, p. 401–408, 2007. 3
- IZZO, D.; BOURDOUX, A.; WALKER, R.; ONGARO, F. Optimal trajectories for the impulsive deflection of Near Earth Objects. **Acta Astronautica**, v. 59, n. 1-5, p. 294–300, 2006. 3

KAPLINGER, B.; WIE, B.; DEARBORN, D. Earth-impact modeling and analysis of a Near-Earth Object fragmented and dispersed by nuclear subsurface explosions. **The Journal of the Astronautical Sciences**, Springer, v. 59, n. 1-2, p. 101–119, 2012. 2

KUGA, H. K.; CARRARA, V.; RAO, K. R. **Introdução à mecânica orbital**. São José dos Campos: INPE, 2012. 13

LAURETTA, D. S. et al. The OSIRIS-REx target asteroid (101955) Bennu: constraints on its physical, geological, and dynamical nature from astronomical observations. **Meteoritics & Planetary Science**, v. 50, n. 4, p. 834–849, 2015. 52

LEMOINE, F. G. et al. GRGM900C: a degree 900 lunar gravity model from GRAIL primary and extended mission data. **Geophysical Research Letters**, v. 41, n. 10, p. 3382–3389, 2014. 13

LESTRADE, J. F.; BRETAGNON, P. Perturbations relativistes pour l'ensemble des planetes. **Astronomy and Astrophysics**, v. 105, 01 1982. 9

LI, M.; WANG, Y.; WANG, Y.; ZHOU, B.; ZHENG, W. Enhanced kinetic impactor for deflecting large Potentially Hazardous Asteroids via maneuvering space rocks. **Scientific Reports**, v. 10, n. 1, p. 1–9, 2020. 2, 3, 16, 17, 50

LU, E. T.; LOVE, S. G. Gravitational tractor for towing asteroids. **Nature**, v. 438, n. 7065, p. 177–178, 2005. 2

MARCHI, L. O. et al. On the effects of solar radiation pressure on the deviation of asteroids. **Revista Mexicana de Astronomia y Astrofisica**, v. 57, p. 279–295, 2021. 4, 18

MASHAYEKHI, M. J.; MISRA, A. K. Tether assisted near earth object diversion. **Acta Astronautica**, v. 75, p. 71–77, 2012. 4, 18

_____. Optimization of tether-assisted asteroid deflection. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 37, n. 3, p. 898–906, 2014. 4, 18

_____. Effect of the finite size of an asteroid on its deflection using a tether–ballast system. **Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy**, v. 125, n. 3, p. 363–380, 2016. 4

MAZANEK, D. D. et al. Enhanced gravity tractor technique for planetary defense. In: IAA PLANETARY DEFENSE CONFERENCE, Frascati, Rome.

Proceedings... [S.l.], 2015. 2

MCINNES, C. R. Deflection of near-Earth asteroids by kinetic energy impacts from retrograde orbits. **Planetary and Space Science**, Elsevier, v. 52, n. 7, p. 587–590, 2004. 3, 4

_____. **Solar sailing: technology, dynamics and mission applications**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2004. 23

MECHERI, R. et al. New values of gravitational moments j_2 and j_4 deduced from helioseismology. **Solar Physics**, v. 222, n. 2, p. 191–197, 2004. 11

MELOSH, H.; NEMCHINOV, I. Solar asteroid diversion. **Nature**, v. 366, n. 6450, p. 21–22, 1993. 4

MELOSH, H.; NEMCHINOV, I.; ZETZER, Y. I. Non-nuclear strategies for deflecting comets and asteroids. **Hazards due to Comets and Asteroids**, p. 1111–1132, 1994. 16, 17

MIELE, A.; WANG, T. Optimal transfers from an Earth orbit to a Mars orbit. **Acta Astronautica**, v. 45, n. 3, p. 119–133, 1999. 56

MISRA, A. K. Dynamics and control of tethered satellite systems. **Acta Astronautica**, v. 63, n. 11-12, p. 1169–1177, 2008. 18

MONTENBRUCK O., G. E. **Models, methods and applications**. Germany: Springer, 2001. 382 p. 11

NAIDU, S. P. et al. Radar observations and a physical model of binary near-Earth asteroid 65803 Didymos, target of the DART mission. **Icarus**, v. 348, p. 113777, 2020. 3

NESVORNÝ, D.; WILLIAM, F. B. Detection of the Yarkovsky effect for main-belt asteroids. **Icarus**, v. 170, p. 324–342, 2004. 10

O'LEARY, B. Mining the Apollo and Amor asteroids. **Science**, v. 197, n. 4301, p. 363–366, 1977. 5

O'NEILL, G. K. et al. **The high frontier: Human colonies in space**. [S.l.]: William Morrow and Company, 1977. 5

- PARK, S.-Y.; MAZANEK, D. D. Mission functionality for deflecting Earth-crossing asteroids/comets. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 26, n. 5, p. 734–742, 2003. 35
- PARK, S.-Y.; ROSS, I. M. Two-body optimization for deflecting Earth-crossing asteroids. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 22, n. 3, p. 415–420, 1999. 35
- PAVLIS, N. K.; HOLMES, S. A.; KENYON, S. C.; FACTOR, J. K. The development and evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (egm2008). **Journal of Geophysical Research**, v. 117, p. 38, 2012. 1, 11
- POLANSKEY, C. et al. Mission to (16) Psyche. In: EUROPLANET SCIENCE CONGRESS. **Proceedings...** [S.l.], 2020. p. 6. 5
- POPOVA, O. P. et al. Chelyabinsk airburst, damage assessment, meteorite recovery, and characterization. **Science**, v. 342, n. 6162, p. 1069–1073, 2013. 1
- PRADO, A. F. B. A. Searching for orbits with minimum fuel consumption for station-keeping maneuvers: an application to lunisolar perturbations. **Mathematical Problems in Engineering**, v. 2013, 2013. 31
- RAPP, R. H. Past and future developments in geopotential modeling. **Geodesy on the Move**, p. 58–78, 1998. 11
- REUTER et al. The OSIRIS-REx Visible and Infrared Spectrometer (OVIRS): spectral maps of the asteroid Bennu. **Space Science Reviews**, v. 214, n. 2, p. 1–22, 2018. 52
- RICHARDSON, J. E.; MELOSH, H. J.; LISSE, C. M.; CARCICH, B. A ballistics analysis of the deep impact ejecta plume: determining comet Tempel 1's gravity, mass, and density. **Icarus**, v. 191, n. 2, p. 176–209, 2007. 3
- RIEGER, S. M.; SCHEERES, D. J.; BARBEE, B. Orbital stability regions for hypothetical natural satellites of (101955) Bennu. **Journal of Spacecraft and Rockets**, v. 56, n. 3, p. 789–800, 2019. 52
- ROBERTSON, D. K.; MATHIAS, D. L. Hydrocode simulations of asteroid airbursts and constraints for Tunguska. **Icarus**, v. 327, p. 36–47, 2019. 1
- ROSENGREN, A. J.; SCHEERES, D. J. Long-term dynamics of high area-to-mass ratio objects in high-Earth orbit. **Advances in Space Research**, v. 52, n. 8, p. 1545–1560, 2013. 53

SAGAN, C.; OSTRO, S. Dangers of asteroid deflection. **Nature**, v. 368, n. 6471, p. 501–501, 1994. 2

SALOTTI, J.-M. Billiards shot for asteroid deflection. In: INTERNATIONAL ASTRONAUTICAL CONGRESS. **Proceedings...** [S.l.]: IAF, 2004. p. IAA–5. 16, 17

SANCHEZ, D. M.; DEIENNO, R.; PRADO, A. F. B. A.; HOWELL, K. C. Perturbation maps and the ring of Haumea. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 496, n. 2, p. 2085–2097, 2020. 31

SANCHEZ, D. M.; PRADO, A. On the use of mean motion resonances to explore the Haumea system. In: AAS/AIAA ASTRODYNAMICS SPECIALIST CONFERENCE. **Proceedings...** [S.l.], 2017. p. 1507. 31

_____. Searching for less-disturbed orbital regions around the Near-Earth Asteroid 2001SN263. **Journal of Spacecraft and Rockets**, v. 56, n. 6, p. 1775–1785, 2019. 31

SANCHEZ, D. M.; PRADO, A. F. B. A.; YOKOYAMA, T. On the effects of each term of the geopotential perturbation along the time t : quasi-circular orbits. **Advances in Space Research**, v. 54, n. 6, p. 1008–1018, 2014. 12, 61

SANCHEZ, D. M.; SUKHANOV, A. A.; PRADO, A. F. B. A. Optimal trajectories to kuiper belt objects. **Revista Mexicana de Astronomía y Astrofísica**, v. 55, n. 1, p. 39–54, 2019. 56

SANCHEZ, J. P.; COLOMBO, C.; VASILE, M.; RADICE, G. Multicriteria comparison among several mitigation strategies for dangerous Near-Earth Objects. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 32, n. 1, p. 121–142, 2009. 4, 10

SÁNCHEZ-LOZANO, J. M. et al. Evaluation of NEA deflection techniques. a fuzzy multi-criteria decision making analysis for planetary defense. **Acta Astronautica**, v. 176, p. 383–397, 2020. 4

SANSATURIO, M. E.; ARRATIA, O. Apophis: the story behind the scenes. **Earth Moon and Planets**, v. 102, n. 1-4, p. 425–434, 2008. 27

SCHEERES, D. J. et al. Abrupt alteration of asteroid 2004 MN4's spin state during its 2029 Earth flyby. **Icarus**, v. 178, n. 1, p. 281–283, 2005. 27

- SHEPARD, M. K. et al. Radar observations and shape model of asteroid 16 Psyche. **Icarus**, v. 281, p. 388–403, 2017. 5
- SHOTA, K.; KAWAGUCHI, J. Asteroid de-spin and deflection strategy using a solar-sail spacecraft with reflectivity control devices. **Acta Astronautica**, v. 156, p. 375–386, 2019. 4, 18
- SIMMONS, J. F. L.; MCDONALD, A. J. C.; BROWN, J. C. The restricted 3-body problem with radiation pressure. **Celestial Mechanics**, v. 35, n. 2, p. 145–187, 1985. 23
- SMETANA, S. **Weapons of mass protection rogue asteroids, nuclear explosions in space, and the norms of global nuclear order**. [S.l.]: Springer, Cham, 2019. 2
- SOUCHAY, J.; LHOTKA, C.; HERON, G.; HERVE, Y.; PUENTE, V.; LOPEZ, M. F. Changes of spin axis and rate of the asteroid (99942) Apophis during the 2029 close encounter with Earth: a constrained model. **Astronomy & Astrophysics**, v. 617, p. A74, 2018. 27
- STONE, N. H.; BONIFAZI, C. The TSS-1R mission: overview and scientific context. **Geophysical Research Letters**, v. 25, n. 4, p. 409–412, 1998. 17
- SYAL, M. B.; DEARBORN, D. S. P.; SCHULTZ, P. H. Limits on the use of nuclear explosives for asteroid deflection. **Acta Astronautica**, v. 90, n. 1, p. 103–111, 2013. 2
- TAYLOR, P. A. et al. Spin rate of asteroid (54509) 2000 PH5 increasing due to the YORP effect. **Science**, v. 316, p. 274–277, 2007. 10
- TUCKER, R. A.; THOLEN, D. J.; BERNARDI, F. Comet observations [695 kitt peak]. **Minor Planet Circulars**, v. 54662, p. 25, 2005. 27
- VALK, S.; DELSATE, N.; LEMAÎTRE, A.; CARLETTI, T. Global dynamics of high area-to-mass ratios geo space debris by means of the megno indicator. **Advances in Space Research**, v. 43, n. 10, p. 1509–1526, 2009. 53
- VALLADO, D. A. **Fundamentals of astrodynamics and applications**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2001. 57
- VEEDER, G. J. et al. Radiometry of Near-Earth Asteroids. **The Astronomical Journal**, v. 97, p. 1211–1219, 1989. 1

VENDITTI, F. C. F. et al. Dynamics of tethered asteroid systems to support planetary defense. **The European Journal - Special Topics**, v. 229, p. 15, 2020. 1, 4, 18, 52, 57

VERGAALIJ, M.; MCINNES, C. R.; CERIOTTI, M. Comparison of material sources and customer locations for commercial space resource utilization. **Acta Astronautica**, v. 184, p. 23–34, 2020. 5

VOKROUHLICKÝ, D.; BOTTKÉ, W. F.; CHESLEY, S. R.; SCHEERES, D. J.; STATLER, T. S. The yarkovsky and yorp effects. In: _____. **Asteroids IV**. [S.l.: s.n.], 2015. p. 509–531. 9, 18

VOKROUHLICKÝ, D.; MILANI, A.; CHESLEY, S. R. Yarkovsky Effect on small Near-Earth Asteroids: mathematical formulation and examples. **Icarus**, v. 148, p. 118–138, 2000. 9

WIE, B. Dynamics and control of gravity tractor spacecraft for asteroid deflection. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 31, n. 5, p. 1413–1423, 2008. 2

_____. Hypervelocity nuclear interceptors for asteroid disruption. **Acta Astronautica**, v. 90, n. 1, p. 146–155, 2013. 2

WILLIAMS, J. G. DE421 lunar orbit, physical librations, and surface coordinates. **Disponível em: http://ssd.jpl.nasa.gov/pub/eph/planets/ioms/de421_-Moon_coord_iom.pdf**, 2008.

13

WOO, P.; MISRA, A. K. Mechanics of very long tethered systems. **Acta Astronautica**, v. 87, p. 153–162, 2013. 18

YOKOYAMA, T. Possible effects of secular resonances in phobos and triton. **Planetary and Space Science**, v. 50, n. 1, p. 63–77, 2002. 10

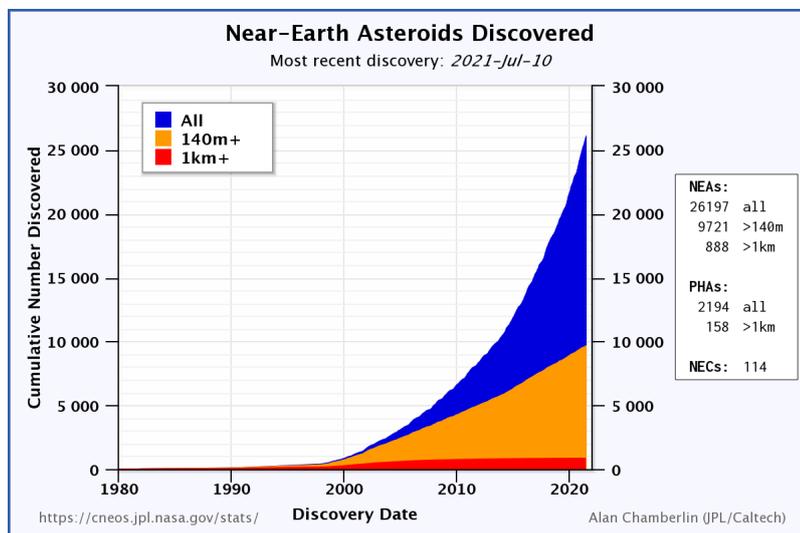
YOSHIKAWA, M.; KAWAGUCHI, J.; FUJIWARA, A.; TSUCHIYAMA, A. The Hayabusa mission. In: LONGOBARDO, A. (Ed.). **Sample return missions**. [S.l.]: Elsevier, 2021. p. 123–146. 5

ZHONGOLOVICH, I. D. **The external gravitational field of the Earth and the fundamental constants related to it**. [S.l.]: Moscow: U.S.S.R Academy of Science, Institute of Theoretical Astronomy, 1952. 11

ZOTOS, E. E. Unveiling the influence of the radiation pressure in nature of orbits in the photogravitational restricted three-body problem. **Astrophysics and Space Science**, v. 360, n. 1, p. 1–19, 2015. [23](#)

APÊNDICE A - ASTERÓIDES PRÓXIMO À TERRA (NEA's)

Figura A.1 - NEAs descobertos até 21/07/2021.

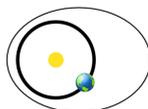


Fonte: NASA/JPL (2021).

Figura A.2 - Classificação dos NEAs em grupos.

Amors

Earth-approaching NEAs with orbits exterior to Earth's but interior to Mars' (named after asteroid (1221) Amor)



$$a > 1.0 \text{ AU} \\ 1.017 \text{ AU} < q < 1.3 \text{ AU}$$

Apollos

Earth-crossing NEAs with semi-major axes larger than Earth's (named after asteroid (1862) Apollo)



$$a > 1.0 \text{ AU} \\ q < 1.017 \text{ AU}$$

Atens

Earth-crossing NEAs with semi-major axes smaller than Earth's (named after asteroid (2062) Aten)



$$a < 1.0 \text{ AU} \\ Q > 0.983 \text{ AU}$$

Atiras

NEAs whose orbits are contained entirely within the orbit of the Earth (named after asteroid (163693) Atira)



$$a < 1.0 \text{ AU} \\ Q < 0.983 \text{ AU}$$

(q = perihelion distance, Q = aphelion distance, a = semi-major axis)

Fonte: NASA/JPL (2021).

Tabela A.1 - Condições iniciais dos corpos em 08/05/2023 para o problema do perturbador gravitacional.

Apophis			
X	9.883678750673462E+07	\dot{X}	1.763625936509664E+01
Y	-5.162248085226007E+07	\dot{Y}	3.322019698424837E+01
Z	5.094221658043594E+06	\dot{Z}	-1.353484296195358E+00
Trator Gravitacional			
X	9.883678750673462E+07	\dot{X}	1.763625936509664E+01
Y	-5.162248085226007E+07	\dot{Y}	3.322019698424837E+01
Z	5.094221658043594E+06	\dot{Z}	-1.353484296195358E+00
Mercurio			
X	-3.425281009622625E+07	\dot{X}	3.246305896930326E+01
Y	-5.989599749175319E+07	\dot{Y}	-2.184738869522374E+01
Z	-1.752903523427071E+06	\dot{Z}	-4.763041330609973E+00
Vênus			
X	-1.040226296182976E+08	\dot{X}	-8.904561325226849E+00
Y	2.677412471717729E+07	\dot{Y}	-3.407329488801044E+01
Z	6.369968698896399E+06	\dot{Z}	4.601016907297691E-02
Terra			
X	-1.021064206532322E+08	\dot{X}	1.090166623170733E+01
Y	-1.112058966660236E+08	\dot{Y}	-2.763979714263172E+01
Z	6.700198502961593E+03	\dot{Z}	1.691900151595149E-03
Lua			
X	-1.384410055260189E+08	\dot{X}	1.190026347015683E+01
Y	-5.772663684173055E+07	\dot{Y}	-2.730084305288307E+01
Z	-2.856782231865078E+04	\dot{Z}	-2.351549242934681E-02
Marte			
X	-2.071878970228513E+08	\dot{X}	-1.249495205711775E+01
Y	1.376143976368294E+08	\dot{Y}	-1.811707044216464E+01
Z	7.966367087477857E+06	\dot{Z}	-7.320242703832429E-02
Fobos			
X	-2.071956435588042E+08	\dot{X}	-1.330968561754216E+01
Y	1.376181129181223E+08	\dot{Y}	-2.005561759099374E+01
Z	7.970264784759024E+06	\dot{Z}	2.292166536116133E-01
Deimos			
X	-2.071947215618731E+08	\dot{X}	-1.366666170133318E+01
Y	1.376364727147052E+08	\dot{Y}	-1.857008030854595E+01
Z	7.970382141206702E+06	\dot{Z}	4.254039341700533E-01
Ceres			
X	-3.731139269830725E+08	\dot{X}	2.946247899016299E+00
Y	-8.034820961482446E+07	\dot{Y}	-1.883242016529131E+01
Z	6.618824549018693E+07	\dot{Z}	-1.138292525366502E+00

Palas			
X	-2.699004730671589E+08	\dot{X}	-1.349704941121569E+01
Y	1.563346792049567E+08	\dot{Y}	-1.410405933607164E+01
Z	-8.510162459550354E+07	\dot{Z}	1.093564129484966E+01
Vesta			
X	2.989454584582708E+08	\dot{X}	-9.949447817945881E+00
Y	2.254809034920916E+08	\dot{Y}	1.513835639027055E+01
Z	-4.308260969280571E+07	\dot{Z}	7.604780387153321E-01
Júpiter			
X	6.774259511191021E+08	\dot{X}	-5.459085708852956E+00
Y	3.009386222587547E+08	\dot{Y}	1.256413779149126E+01
Z	-1.640628152157825E+07	\dot{Z}	6.992050163103096E-02
Saturno			
X	1.269211980785552E+09	\dot{X}	4.293883249547216E+00
Y	-7.331917069447314E+08	\dot{Y}	8.356806396311208E+00
Z	-3.783250662061492E+07	\dot{Z}	-3.160500745948580E-01
Urano			
X	1.943820843846387E+09	\dot{X}	-5.164422956212345E+00
Y	2.205249679436256E+09	\dot{Y}	4.198876814618203E+00
Z	-1.700739289700339E+07	\dot{Z}	8.236323716878774E-02
Netuno			
X	4.457146400266195E+09	\dot{X}	4.224369258905872E-01
Y	-3.799677649060048E+08	\dot{Y}	5.462135306526985E+00
Z	-9.476173482538794E+07	\dot{Z}	-1.227277467173297E-01
Plutão			
X	2.474343730532351E+09	\dot{X}	4.911368431574541E+00
Y	-4.568508824079242E+09	\dot{Y}	1.401173375735242E+00
Z	-2.265030235949769E+08	\dot{Z}	-1.591845671079401E+00
Caronte			
X	2.474329415519042E+09	\dot{X}	4.929809012076449E+00
Y	-4.568518861068120E+09	\dot{Y}	1.532993239520794E+00
Z	-2.264941635625509E+08	\dot{Z}	-1.412715443430006E+00

Tabela A.2 - Condições iniciais dos corpos em 13/02/2025 para o problema do perturbador gravitacional.

Apophis			
X	9.776314603092477E+07	\dot{X}	1.819515750499356E+01
Y	-5.360356886127315E+07	\dot{Y}	3.291572783364022E+01
Z	5.173363430870685E+06	\dot{Z}	-1.326329114542595E+00
Trator Gravitacional			
X	9.776314603092477E+07	\dot{X}	1.819515750499356E+01
Y	-5.360356886127315E+07	\dot{Y}	3.291572783364022E+01
Z	5.173363430870685E+06	\dot{Z}	-1.326329114542595E+00
Mercurio			
X	5.223781318856866E+07	\dot{X}	1.116380319981895E+01
Y	-2.449476477618570E+07	\dot{Y}	4.631293002232807E+01
Z	-6.793068558976016E+06	\dot{Z}	2.760808064084031E+00
Vênus			
X	-5.518287557689180E+07	\dot{X}	-3.016276027723212E+01
Y	9.213855814020875E+07	\dot{Y}	-1.818804233753666E+01
Z	4.449477982369672E+06	\dot{Z}	1.490612656203018E+00
Terra			
X	-1.201319367113665E+08	\dot{X}	-1.780992974268536E+01
Y	8.593658809355342E+07	\dot{Y}	-2.432874249766724E+01
Z	-4.377161945866974E+03	\dot{Z}	2.451675673892632E-03
Lua			
X	-1.204805013227056E+08	\dot{X}	-1.831389759678120E+01
Y	8.612146958705805E+07	\dot{Y}	-2.518973051659181E+01
Z	1.090072239196505E+04	\dot{Z}	-7.801517812544780E-02
Marte			
X	-1.535561199348302E+08	\dot{X}	-1.802702232180762E+01
Y	1.924826777450312E+08	\dot{Y}	-1.304550868722795E+01
Z	7.799296369033783E+06	\dot{Z}	1.686975611540800E-01
Fobos			
X	-1.535517032305528E+08	\dot{X}	-1.968034728047916E+01
Y	1.924906014738129E+08	\dot{Y}	-1.192638594672817E+01
Z	7.797544522972406E+06	\dot{Z}	1.016625291425022E+00
Deimos			
X	-1.535760744763214E+08	\dot{X}	-1.848040716582294E+01
Y	1.924908424637178E+08	\dot{Y}	-1.431097395824374E+01
Z	7.808527911458973E+06	\dot{Z}	3.085505856202503E-01
Ceres			
X	3.639035100707622E+08	\dot{X}	9.251367325678507E+00
Y	-2.473542248453963E+08	\dot{Y}	1.366638853106491E+01
Z	-7.486847566782361E+07	\dot{Z}	-1.271908547617848E+00

Palas			
X	1.430681247887796E+08	\dot{X}	1.411918938606168E+01
Y	-4.013849579516286E+08	\dot{Y}	1.744683537699760E+00
Z	2.657508336739794E+08	\dot{Z}	-2.427433261718857E+00
Vesta			
X	-3.166310462241562E+08	\dot{X}	7.482961635433672E+00
Y	-9.918737033802855E+07	\dot{Y}	-1.902464549375233E+01
Z	4.150043916047419E+07	\dot{Z}	-3.463236489027005E-01
Júpiter			
X	1.089821649670880E+08	\dot{X}	-1.309261804040645E+01
Y	7.549203920888467E+08	\dot{Y}	2.480994698094256E+00
Z	-5.575446380324574E+06	\dot{Z}	2.826049270346436E-01
Saturno			
X	1.419416128911458E+09	\dot{X}	9.928763256522940E-01
Y	-2.283635678451025E+08	\dot{Y}	9.520472066119709E+00
Z	-5.258171363054927E+07	\dot{Z}	-2.049666406322433E-01
Urano			
X	1.639870308736915E+09	\dot{X}	-5.701484740149608E+00
Y	2.420887305350704E+09	\dot{Y}	3.506736188575016E+00
Z	-1.227189161134801E+07	\dot{Z}	8.691216405590257E-02
Netuno			
X	4.470122757312519E+09	\dot{X}	4.343252465332289E-02
Y	-7.437901300088498E+07	\dot{Y}	5.471764500379042E+00
Z	-1.013860374611264E+08	\dot{Z}	-1.143469657613877E-01
Plutão			
X	2.744830199267293E+09	\dot{X}	4.751968129973806E+00
Y	-4.483031157632886E+09	\dot{Y}	1.627127352548223E+00
Z	-3.139693690641525E+08	\dot{Z}	-1.548997059724512E+00
Caronte			
X	2.744830497827281E+09	\dot{X}	4.915958459930115E+00
Y	-4.483020550315038E+09	\dot{Y}	1.753029701529604E+00
Z	-3.139528891218929E+08	\dot{Z}	-1.632995894386774E+00

Tabela A.3 - Condições iniciais dos corpos em 04/09/2024 para o problema do perturbador gravitacional.

Apophis			
X	-1.436238114409812E+08	\dot{X}	-1.237517695299173E+01
Y	7.955135262485205E+07	\dot{Y}	-2.234167287445824E+01
Z	-7.643093908770429E+06	\dot{Z}	8.996428391475833E-01
Trator Gravitacional			
X	-1.436238114409812E+08	\dot{X}	-1.237517695299173E+01
Y	7.955135262485205E+07	\dot{Y}	-2.234167287445824E+01
Z	-7.643093908770429E+06	\dot{Z}	8.996428391475833E-01
Mercurio			
X	3.276636007105514E+07	\dot{X}	-4.468946554541547E+01
Y	3.395308784349301E+07	\dot{Y}	3.587177600732377E+01
Z	-2.307228976655445E+05	\dot{Z}	7.030518582035731E+00
Vênus			
X	-7.918734080118142E+07	\dot{X}	2.360905663693021E+01
Y	-7.367232969611987E+07	\dot{Y}	-2.580560901010559E+01
Z	3.557381262150711E+06	\dot{Z}	-1.716669060096180E+00
Terra			
X	1.436212743559111E+08	\dot{X}	8.628673181054038E+00
Y	-4.614776816581760E+07	\dot{Y}	2.825998538045964E+01
Z	1.724365429513520E+03	\dot{Z}	-5.684046388266012E-04
Lua			
X	1.432156353431796E+08	\dot{X}	8.594476288518354E+00
Y	-4.613767488460708E+07	\dot{Y}	2.729224507113036E+01
Z	6.720126162231902E+03	\dot{Z}	-8.856488355527602E-02
Marte			
X	1.454082972202862E+08	\dot{X}	-1.724770623311743E+01
Y	1.647623450135316E+08	\dot{Y}	1.809747903194766E+01
Z	-1.137704774465344E+05	\dot{Z}	8.022984146971869E-01
Fobos			
X	1.454068899126960E+08	\dot{X}	-1.536795141956261E+01
Y	1.647529591744795E+08	\dot{Y}	1.781308138551602E+01
Z	-1.135344358793966E+05	\dot{Z}	-1.152846567598533E-01
Deimos			
X	1.453905159503897E+08	\dot{X}	-1.793891912646047E+01
Y	1.647750668084885E+08	\dot{Y}	1.696371444650976E+01
Z	-1.052839851884843E+05	\dot{Z}	1.054106390178729E+00
Ceres			
X	1.887030646948467E+08	\dot{X}	1.526169599875985E+01
Y	-3.934128556193097E+08	\dot{Y}	6.667796305205334E+00
Z	-4.721318736725304E+07	\dot{Z}	-2.600640089094812E+00

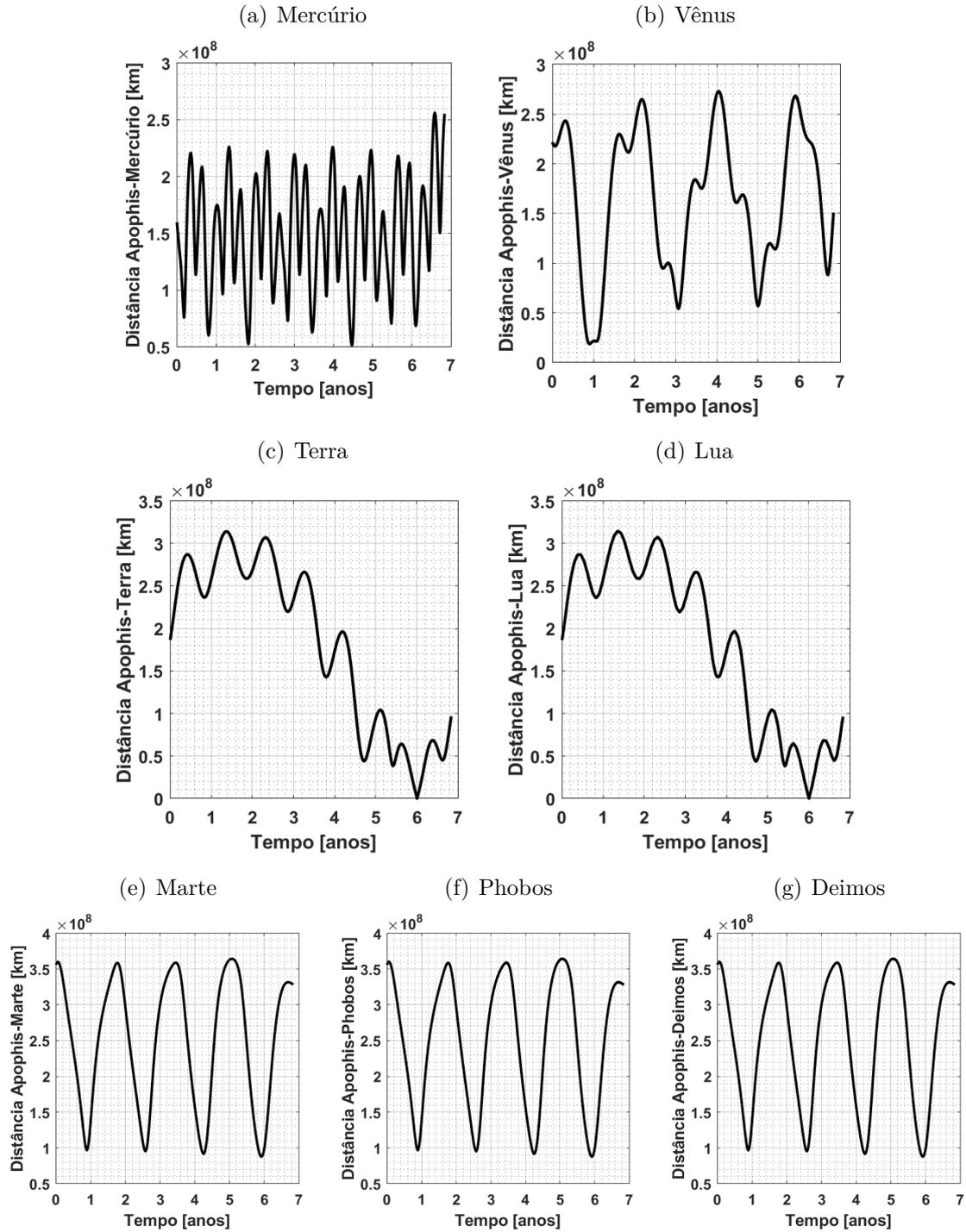
Palas			
X	-6.204700183077329E+07	\dot{X}	1.472446302598639E+01
Y	-3.825457441143820E+08	\dot{Y}	-4.584990611644796E+00
Z	2.703894269311045E+08	\dot{Z}	1.907410835366883E+00
Vesta			
X	-3.131816086174563E+08	\dot{X}	-7.443098854157380E+00
Y	1.701331178168573E+08	\dot{Y}	-1.755939065471943E+01
Z	3.308344651266313E+07	\dot{Z}	1.427760998425563E+00
Júpiter			
X	2.868443403654009E+08	\dot{X}	-1.224588404739667E+01
Y	6.984441913784875E+08	\dot{Y}	5.581504337383357E+00
Z	-9.319947200922510E+06	\dot{Z}	2.507736345207874E-01
Saturno			
X	1.399421770426763E+09	\dot{X}	1.866132443550155E+00
Y	-3.601781414276778E+08	\dot{Y}	9.341224111178922E+00
Z	-4.949531400297447E+07	\dot{Z}	-2.365919924427975E-01
Urano			
X	1.718632509938671E+09	\dot{X}	-5.575723521298800E+00
Y	2.370639995091829E+09	\dot{Y}	3.687415162224647E+00
Z	-1.347893517992363E+07	\dot{Z}	8.591334598047297E-02
Netuno			
X	4.468860563847874E+09	\dot{X}	1.374780861750532E-01
Y	-1.508118588334971E+08	\dot{Y}	5.472474529649356E+00
Z	-9.977401616593762E+07	\dot{Z}	-1.164808508829087E-01
Plutão			
X	2.677961630465861E+09	\dot{X}	4.811785416850613E+00
Y	-4.505568985257444E+09	\dot{Y}	1.579185900403548E+00
Z	-2.921775123597092E+08	\dot{Z}	-1.584380591849121E+00
Caronte			
X	2.677948092927786E+09	\dot{X}	4.755684939982404E+00
Y	-4.505583128873088E+09	\dot{Y}	1.646291617050477E+00
Z	-2.921765887386752E+08	\dot{Z}	-1.379066527720802E+00

Tabela A.4 - Parâmetros gravitacionais de todos os corpos considerados no modelo.

Corpo	GM (km^3/s^2)
Sol	132712440041.93938
Mercúrio	22031.78
Vênus	324858.592
Terra	398600.435436
Lua	4902.800066
Marte	42828.375214
Júpiter	126686531.900
Saturno	37931206.159
Urano	5793951.322
Netuno	6835099.97
Plutão	869.96
Caronte	106.17
Ceres	62.6284
Palas	14.3
Vesta	17.8
Fobos	7.208×10^{-4}
Deimos	1.2014×10^{-4}
Apophis	$4.0712017703542098 \times 10^{-9}$

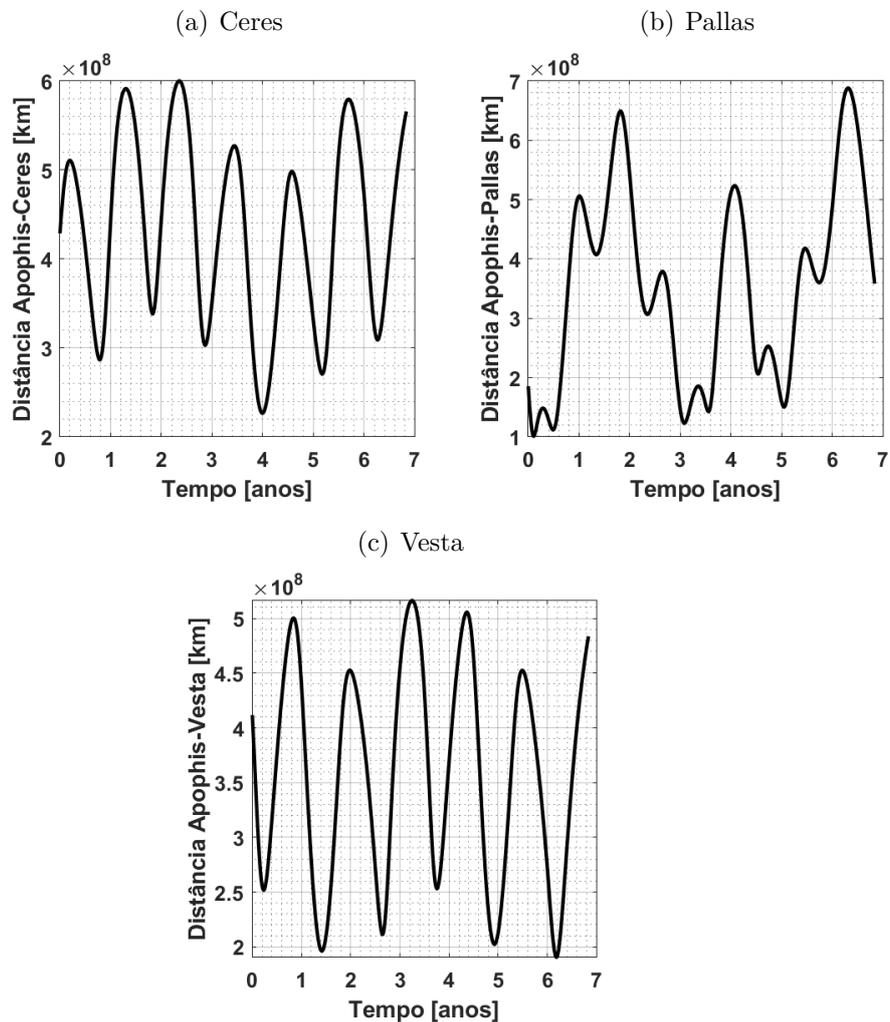
ANEXO A - SIMULAÇÕES EXTRAS

Figura A.1 - Distância entre o (99942) Apophis e os corpos internos do Sistema Solar considerados.



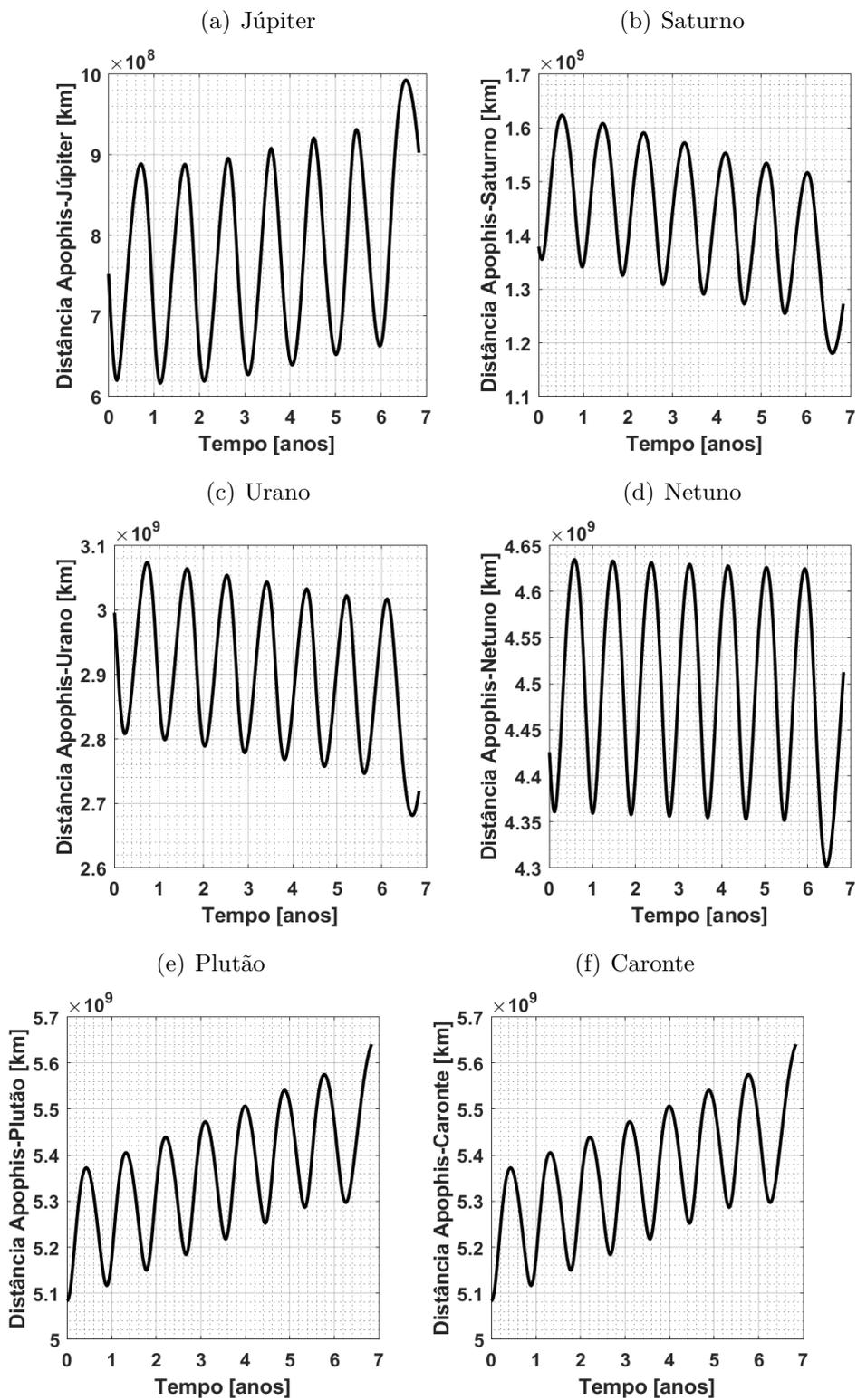
Fonte: Produção do autor.

Figura A.2 - Distância entre o (99942) Apophis e os corpos pertencentes ao Cinturão Principal de Asteróides considerados.



Fonte: Produção do autor.

Figura A.3 - Distância entre o (99942) Apophis e os corpos externos do Sistema Solar considerados.



Fonte: Produção do autor.

