



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA, INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

**ESTUDO SOBRE A INTERFERÊNCIA DAS MATRIZES
DE COVARIÂNCIAS DO FILTRO DE KALMAN
ESTENDIDO NA ESTIMAÇÃO DA ATITUDE EM
ÂNGULOS DE EULER**

Bruno Gomes Cordeiro

Relatório Final de Projeto
de Iniciação Científica (PI-
BIC/CNPq/INPE), orientado
pela Dra. Roberta Veloso Garcia e
pelo Dr. Helio Koiti Kuga.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/xx/yy>>

INPE
São José dos Campos
2022

PUBLICADO POR:

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

Gabinete do Diretor (GB)

Serviço de Informação e Documentação (SID)

Caixa Postal 515 - CEP 12.245-970

São José dos Campos - SP - Brasil

Tel.:(012) 3945-6923/6921

Fax: (012) 3945-6919

E-mail: pubtc@sid.inpe.br

**COMISSÃO DO CONSELHO DE EDITORAÇÃO E PRESERVAÇÃO
DA PRODUÇÃO INTELECTUAL DO INPE (DE/DIR-544):****Presidente:**

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Membros:

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação Observação da Terra (OBT)

Dr. Amauri Silva Montes - Coordenação Engenharia e Tecnologia Espaciais (ETE)

Dr. André de Castro Milone - Coordenação Ciências Espaciais e Atmosféricas
(CEA)

Dr. Joaquim José Barroso de Castro - Centro de Tecnologias Espaciais (CTE)

Dr. Manoel Alonso Gan - Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos
(CPT)

Dr^a Maria do Carmo de Andrade Nono - Conselho de Pós-Graduação

Dr. Plínio Carlos Alvalá - Centro de Ciência do Sistema Terrestre (CST)

BIBLIOTECA DIGITAL:

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação de Observação da Terra (OBT)

Clayton Martins Pereira - Serviço de Informação e Documentação (SID)

REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:

Simone Angélica Del Ducca Barbedo - Serviço de Informação e Documentação
(SID)

Yolanda Ribeiro da Silva Souza - Serviço de Informação e Documentação (SID)

EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:

Marcelo de Castro Pazos - Serviço de Informação e Documentação (SID)

André Luis Dias Fernandes - Serviço de Informação e Documentação (SID)



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA, INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

**ESTUDO SOBRE A INTERFERÊNCIA DAS MATRIZES
DE COVARIÂNCIAS DO FILTRO DE KALMAN
ESTENDIDO NA ESTIMAÇÃO DA ATITUDE EM
ÂNGULOS DE EULER**

Bruno Gomes Cordeiro

Relatório Final de Projeto
de Iniciação Científica (PI-
BIC/CNPq/INPE), orientado
pela Dra. Roberta Veloso Garcia e
pelo Dr. Helio Koiti Kuga.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/xx/yy>>

INPE
São José dos Campos
2022



Esta obra foi licenciada sob uma Licença [Creative Commons Atribuição-NãoComercial 3.0 Não Adaptada](#).

This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 3.0 Unported License](#).

Informar aqui sobre marca registrada (a modificação desta linha deve ser feita no arquivo publicacao.tex).

“A menos que modifiquemos a nossa maneira de pensar, não seremos capazes de resolver os problemas causados pela forma como nos acostumamos a ver o mundo”.

ALBERT EINSTEIN

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente aos meus familiares, em especial aos meus pais, Marcelo e Milena, meus avós, Francisco e Evanira, além do meu irmão Thiago, que em todos os momentos me deram suporte e me acompanharam durante essa jornada.

Agradeço também à minha orientadora, Dra. Roberta Veloso Garcia, que em todos os momentos sempre se disponibilizou a tirar minhas dúvidas e me ensinar todo o necessário para a pesquisa. Gratidão pelo meu orientador, Dr. Hélio Kuga Koiti, que permitiu essa oportunidade de trabalhar no INPE. Agradeço também pela inspiração que ambos são para mim nessa área.

A todos os meus amigos e amigas que me auxiliaram nesse tempo, em especial aos que moram comigo e ao meu companheiro de iniciação científica, Geovani Augusto Xavier Ribeiro, que incontáveis vezes me deu um suporte e apoio para continuar com a pesquisa.

Ademais, agradeço à CNPq pelo apoio financeiro, que também me auxiliou muito pessoalmente e profissionalmente durante este período.

RESUMO

Visando o controle e supervisão do movimento rotacional de um satélite em órbita, faz-se necessário o estudo e análise da atitude do mesmo. Partindo desta necessidade, o Filtro de Kalman Estendido (FKE), uma das ferramentas mais utilizadas e precisas envolvendo estimação da atitude de um satélite, é aplicado neste trabalho em sistemas não-lineares envolvendo ruídos Gaussianos com o intuito de estimar o vetor de estado composto pelos ângulos de Euler *roll* (ϕ), *pitch* (θ) e *yaw* (ψ), além das três componentes do vetor bias do giroscópio. Assim, a partir de uma modelagem matemática aplicada em algoritmos computacionais baseada em duas fases principais: estimação e atualização, os vetores de estado são estimados em tempo real pelo FKE, tendo seus resultados comparados às medições dos sensores acoplados no satélite, a fim da correção dos valores estimados. Para que as fases de estimação e atualização sejam completas com precisão, é de suma importância ajustes nas matrizes de covariâncias Q (associada ao ruído do processo), P (associada aos ruídos dos estados iniciais) e R (associada aos ruídos das medidas dos sensores), uma vez que o FKE depende dessas variáveis. Com isso, neste trabalho é realizado o ajuste destas matrizes para a realização da estimação da atitude do satélite CBERS. Tomando os resultados obtidos após os ajustes como referência, novos cálculos são feitos variando as matrizes Q , P e R , com o principal objetivo de analisar a interferência das mesmas na estimação do vetor de estado utilizando o FKE. Portanto, após comparações entre os resultados referenciais e os resultados obtidos com as variações das matrizes de covariância, verificou-se que as alterações na matriz Q implicaram em alterações consideráveis apenas no comportamento do ângulo yaw e dos resíduos dos sensores, enquanto as variações nas matrizes P e R geraram alterações consideráveis apenas nos resíduos dos sensores.

Palavras-chave: Filtro de Kalman Estendido. Estimação de atitude. Ângulos de Euler. Dados simulados.

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
2.1 Sistema referencial inercial	2
2.2 Sistema orbital	3
2.3 Sequência de rotações do referencial orbital para o referencial do satélite	4
3.1 Diagrama temporal do modelo FK	12
4.1 Ângulo <i>roll</i> estimado com as condições iniciais	16
4.2 Ângulo <i>pitch</i> estimado com as condições iniciais	16
4.3 Ângulo <i>yaw</i> estimado com as condições iniciais	17
4.4 <i>Bias</i> nas componentes <i>x</i> , <i>y</i> e <i>z</i> estimados com as condições iniciais	18
4.5 Inovação e resíduo do sensor DSS 1	19
4.6 Inovação e resíduo do sensor DSS 2	19
4.7 Inovação e resíduo do sensor IRES 1	20
4.8 Inovação e resíduo do sensor IRES 2	20
4.9 Covariância estimadas em <i>roll</i> , <i>pitch</i> e <i>yaw</i>	22
4.10 Covariâncias estimadas para as componentes <i>x</i> , <i>y</i> e <i>z</i> do <i>bias</i>	22
4.11 Ângulo <i>roll</i> com <i>Q</i> variando	25
4.12 Ângulo <i>yaw</i> com <i>Q</i> variando	25
4.13 Resíduos do IRES 1 para $Q \cdot 500$ e $Q/500$	26
4.14 Resíduos do IRES 2 para $Q \cdot 500$ e $Q/500$	27
4.15 Covariância de <i>roll</i> para $Q \cdot 500$ e $Q/500$	27
4.16 Resíduos do DSS 1 para $P \cdot 500$ e $P/500$	31
4.17 Resíduos do IRES 2 para $P \cdot 500$ e $P/500$	32
4.18 Resíduo do DSS 1 para $R \cdot 500$ e $R/500$	34
4.19 Resíduo do IRES 1 com <i>R</i> variando	35
4.20 Resíduo do IRES 2 com <i>R</i> variando	35
4.21 Ângulo <i>yaw</i> com <i>R</i> variando	36
4.22 Ângulo <i>roll</i> com 50 observações	37
4.23 Ângulo <i>pitch</i> com 50 observações	38
4.24 Ângulo <i>yaw</i> com 50 observações	38
4.25 Componentes <i>x</i> , <i>y</i> e <i>z</i> do <i>bias</i> estimado com 50 observações	39
4.26 Inovação e resíduo do sensor DSS 1 com 50 observações	40
4.27 Inovação e resíduo do sensor DSS 2 com 50 observações	40
4.28 Inovação e resíduo do sensor IRES 1 com 50 observações	40
4.29 Inovação e resíduo do sensor IRES 2 com 50 observações	41

LISTA DE TABELAS

	<u>Pág.</u>
4.1 Dados dos Ângulos de Euler com Q, P e R referenciais	17
4.2 Dados dos resíduos e inovações dos sensores com Q, P e R referenciais . .	21
4.3 Estatística da covariância estimada com Q_0 , P_0 e R_0 referenciais	23
4.4 Dados obtidos com P e R referenciais e $Q \cdot 500$	24
4.5 Dados obtidos com P e R referenciais e $Q/500$	28
4.6 Dados obtidos com Q e R referenciais e $P \cdot 500$	30
4.7 Dados obtidos com Q e R referenciais e $P/500$	31
4.8 Dados obtidos com Q e P referenciais e $R \cdot 500$	33
4.9 Dados obtidos com Q e P referenciais e $R/500$	33
4.10 Resumo das interferências causadas pelas variações das matrizes de co- variância com relação aos parâmetros de referência	42

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

FK	–	Filtro de Kalman
FKE	–	Filtro de Kalman Estendido
CM	–	Centro de massa
CBERS	–	Satélite Sino-Brasileiro de Sensoriamento Remoto
IRES	–	Sensor de Terra Infravermelho (<i>Infrared Earth Sensors</i>)
DSS	–	Sensor Solar Digital (<i>Digital Sun Sensors</i>)

LISTA DE SÍMBOLOS

O	–	Centro de massa da Terra
O'	–	Centro de massa do satélite
$OXYZ$	–	Sistema equatorial centrado na Terra
$O'x_0y_0z_0$	–	Sistema referencial orbital
$O'xyz$	–	Sistema referencial do satélite
$O'x'y'z_0$	–	Sistema intermediário após 1 ^a rotação do sistema referencial do satélite
$O'xy'z''$	–	Sistema intermediário após 2 ^a rotação do sistema referencial do satélite
ϕ	–	Ângulo de Euler (<i>roll</i>)
θ	–	Ângulo de Euler (<i>pitch</i>)
ψ	–	Ângulo de Euler (<i>yaw</i>)
ϕ_H	–	Ângulo <i>roll</i> medido pelo IRES
θ_H	–	Ângulo <i>pitch</i> medido pelo IRES
ν_{ϕ_H}	–	Ruído do IRES na medida de <i>roll</i>
ν_{θ_H}	–	Ruído do IRES na medida de <i>pitch</i>
\mathcal{R}	–	Matriz de rotação
ω_x	–	Componente x da velocidade angular
ω_y	–	Componente y da velocidade angular
ω_z	–	Componente z da velocidade angular
S_x	–	Componente x do versor solar
S_y	–	Componente y do versor solar
S_z	–	Componente z do versor solar
ν_{α_ψ}	–	Ruído do DSS na medida do ângulo acoplado <i>yaw</i>
ν_{α_θ}	–	Ruído do DSS na medida do ângulo acoplado <i>pitch</i>
\mathbf{x}_k	–	Vetor de estado no instante k
\mathbf{x}_{k-1}	–	Vetor de estado no instante $k - 1$
\mathbf{x}_k^-	–	Vetor de estado propagado para o instante k
\mathbf{x}_k^+	–	Vetor de estado atualizado para o instante k
\mathbf{P}_k	–	Vetor de covariância no instante k

- \mathbf{P}_{k-1} – Vetor de covariância no instante $k - 1$
- \mathbf{P}_k^- – Vetor de covariância propagado para o instante k
- \mathbf{P}_k^+ – Vetor de covariância atualizado para o instante k
- φ_{k-1} – Matriz de transição transposta no instante $k - 1$
- φ_{k-1}^T – Matriz de transição no instante $k - 1$
- \mathbf{y}_k – Vetor de medidas do sensor no instante k
- \mathbf{Q}_k – Matriz de covariância associada ao ruído do estado no instante k
- \mathbf{R}_k – Matriz de covariância associada ao ruído das medidas do sensor no instante k
- \mathbf{K}_k – Ganho de Kalman no instante k
- \mathbf{H}_k – Matriz de entrada de controle no instante k
- \mathbf{H}_k^T – Matriz transposta de entrada de controle no instante k
- \mathbf{I} – Matriz identidade

SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Objetivos	1
2 SISTEMAS DE REFERÊNCIA	2
2.1 Sistema equatorial centrado na Terra	2
2.2 Sistema de referência orbital	3
2.3 Sistema de referência do Satélite	3
3 ESTIMAÇÕES DE ATITUDE	5
3.1 Estimativas determinística e estocásticas	5
3.2 Atitude representada por ângulos de Euler	5
3.3 Dinâmica da atitude em ângulos de Euler	7
3.4 Sensores de atitude	8
3.4.1 Giroscópios	8
3.4.2 Sensores de Terra Infravermelho	9
3.4.3 Sensores Solares Digitais	10
3.5 Filtro de Kalman	10
3.6 Filtro de Kalman estendido	12
4 SIMULAÇÕES E RESULTADOS	14
4.1 Dados simulados para 600 observações	14
4.1.1 Resultados para condições iniciais de referência	14
4.1.2 Análise da interferência da matriz Q	23
4.1.3 Análise da interferência da matriz P	29
4.1.4 Análise da interferência da matriz R	32
4.2 Dados simulados para 50 observações	37
4.3 Resumo dos resultados	41
5 Conclusões	42
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	44

1 INTRODUÇÃO

Uma vez que o satélite esteja em órbita, é de extrema importância que seja feita uma supervisão da sua atitude, ou seja, é necessária a avaliação e cálculo da orientação do satélite e de seu movimento rotacional. Devido a isso, este relatório tem como intuito a análise da interferência das matrizes de covariância do Filtro de Kalman Estendido (FKE) na atitude de um satélite, considerando os ângulos de Euler.

Os parâmetros de atitude usualmente utilizados no Filtro de Kalman são os ângulos de Euler, estando esses diretamente relacionados a dois sistemas de coordenadas, um referencial fixo no corpo do satélite, representado neste trabalho por $O'xyz$, e um sistema de coordenadas associado a um sistema inercial $O'x_0y_0z_0$. Os ângulos de Euler são obtidos com três rotações sequenciais e podem ser descritos de 12 maneiras diferentes em sequências assimétricas e simétricas (WERTZ, 2012).

Para a atuação do Filtro de Kalman, é necessário que o sistema analisado seja linear. Entretanto, como os sistemas reais ao nosso redor são dinâmicos e, em geral, são não lineares, é necessário que uma linearização seja aplicada ao sistema. Neste trabalho, considerando um sistema envolvendo a atitude de um satélite, não é diferente, precisa-se realizar uma linearização previamente à aplicação do Filtro de Kalman, conhecida por Filtro de Kalman Estendido (FKE).

1.1 Objetivos

Este relatório tem como objetivo analisar a influência das matrizes de covariância, presentes no FKE, no processo de estimação de atitude, quando dados simulados dos sensores alimentam o estimador. São considerados dados dos sensores de Terra infravermelhos, sensores solar digital e giroscópios. Os dados simulados correspondem a um satélite do tipo CBERS (*China-Brazil Earth Resources Satellite*).

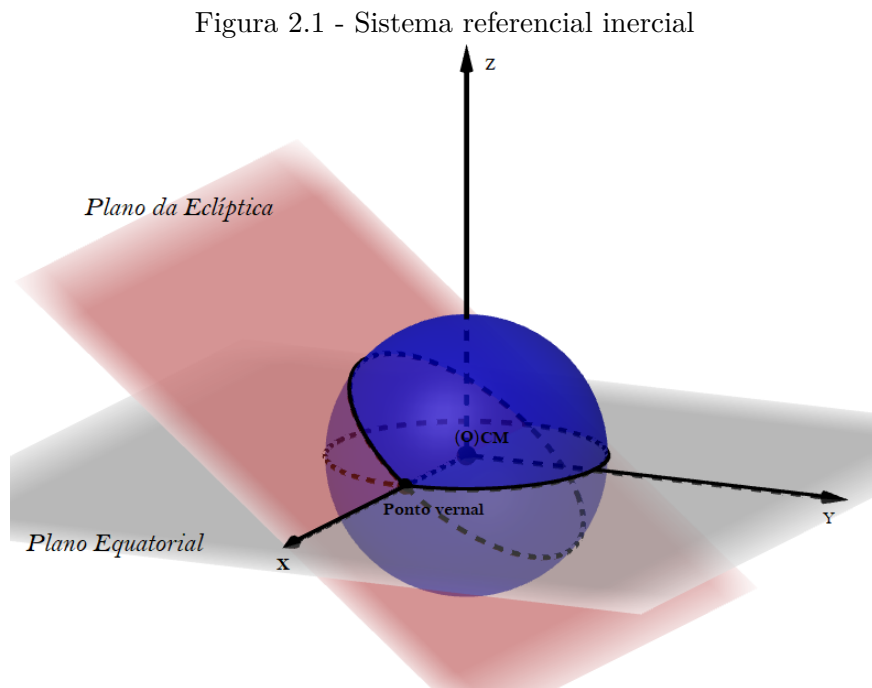
2 SISTEMAS DE REFERÊNCIA

2.1 Sistema equatorial centrado na Terra

O sistema equatorial centrado na Terra ou sistema referencial inercial, representado neste trabalho por $OXYZ$, possui seu ponto de origem no centro de massa (CM) da Terra.

Esse sistema é formado por três eixos ortogonais entre si, sendo eles OX , OY e OZ . O eixo OZ possui sua direção voltada ao norte geográfico da Terra. Por sua vez, o eixo OX é direcionado ao ponto cernal, ponto dado pelo encontro do plano do Equador celeste (plano que corta a Terra na linha do Equador), com o plano da Eclíptica (plano nos quais os planetas do sistema solar orbitam). Completando o sistema dextrógiro, o eixo OY é direcionado ortogonalmente aos outros dois eixos (ALMEIDA, 2003).

O sistema pode ser observado através da ilustração representada pela [Figura 2.1](#).



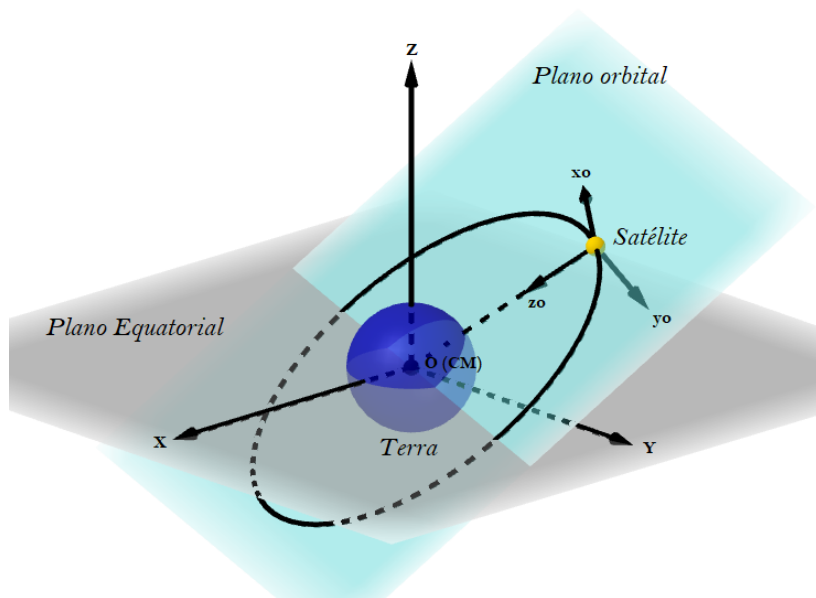
Fonte: Autor

2.2 Sistema de referência orbital

O sistema de referência orbital por sua vez, possui sua origem no centro de massa do satélite e pode ser representado por $O'x_0y_0z_0$.

Os eixos que formam o sistema de referência orbital são: $O'z_0$, que é direcionado ao centro de massa da Terra; $O'y_0$, que é direcionado ortogonalmente ao plano orbital do satélite; $O'x_0$ que completa o sistema dextrógiro, tendo sua direção ortogonal aos outros eixos. O sistema pode ser observado a partir da [Figura 2.2](#).

Figura 2.2 - Sistema orbital



Fonte: Autor

2.3 Sistema de referência do Satélite

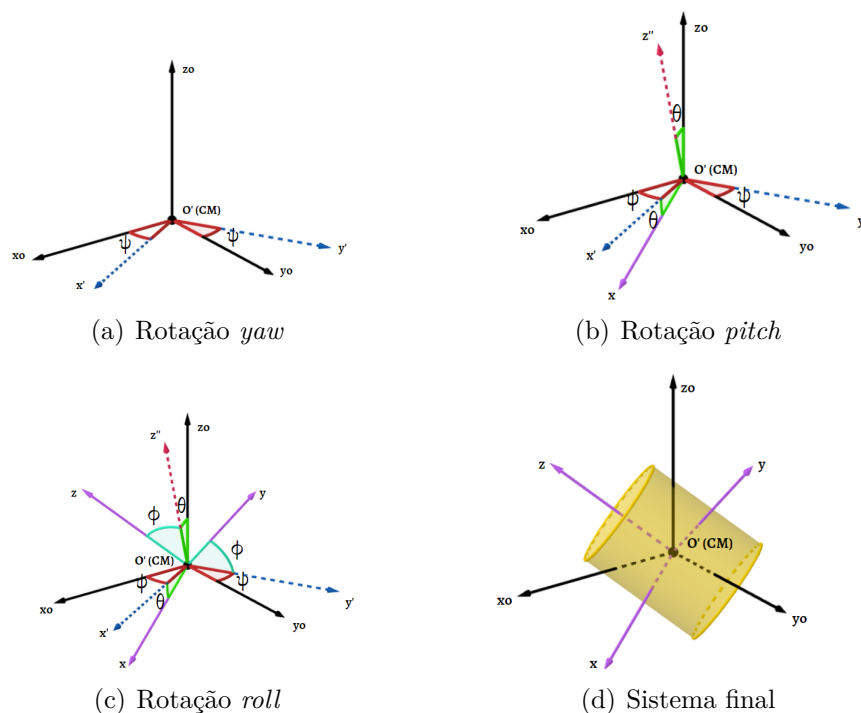
O sistema de referência do satélite é formado a partir de rotações do sistema orbital, descrito na [Seção 2.2](#). Esse sistema se caracteriza pela capacidade de acompanhar o movimento rotacional do satélite, possibilitando analisar a orientação do satélite através dele. Para parametrizar esse sistema, utilizou-se os ângulos de Euler ϕ (*roll*), responsável pelo movimento do satélite na direção da velocidade orbital, θ (*pitch*), responsável pelo movimento direcionado à reta ortogonal ao plano orbital e ψ (*yaw*), que define o movimento do satélite em torno da direção radial (sentido Nadir), ou seja, direcionado ao centro de massa da Terra (GARCIA et al., 2011).

A ordem de rotação adotada neste relatório foi a de 3-2-1, descrita como:

- A partir do sistema de rotação orbital, descrito por $O'x_0y_0z_0$, realiza-se a primeira rotação em torno do eixo $O'z_0$ com um ângulo ψ (*yaw*), gerando assim dois novos eixos intermediários, representados nesse trabalho por x' e y' . Pode ser observada pela 2.4(a).
- Já com um novo sistema intermediário, formado pelos eixos $O'x'$, $O'y'$ e $O'z_0$, realiza-se uma nova rotação de um ângulo θ (*pitch*) em torno no eixo $O'y'$. Com a nova rotação, dois novos eixos são gerados, um eixo intermediário z'' e o eixo x , sendo este último, um dos eixos do sistema final do satélite. Pode ser observada pela 2.4(b).
- Finalizando o processo, realiza-se uma última rotação de um ângulo ϕ (*roll*) no sistema $O'xy'z''$ em torno do eixo $O'x$. Assim, obtém-se os três eixos finais do sistema referencial do satélite, $O'xyz$. Pode ser observada pela 2.4(c).

As rotações em seqüências podem ser observadas pelas ilustrações da 2.3.

Figura 2.3 - Sequência de rotações do referencial orbital para o referencial do satélite



Fonte: Autor

3 ESTIMAÇÕES DE ATITUDE

Para que o satélite possa cumprir sua missão, é de suma importância o estudo e análise de sua posição, trajetória e orientação. Quando se trata da orientação do satélite, existem alguns métodos de estimação da atitude que permitem essa análise de forma precisa e eficiente.

A estimação da atitude nada mais é do que a previsão da orientação do satélite em um instante futuro. Entretanto, apenas a previsão desse valor não é o suficiente para ser considerado como o valor real naquele instante, pois também deve ser considerado um erro na medição por parte do sensor e ruídos decorrentes de perturbações externas.

Os principais métodos de estimação da atitude de um satélite são divididos em determinísticos e estocásticos, que serão abordados com mais detalhes na [Seção 3.1](#). Entretanto, calcular a orientação de um satélite para que ele cumpra sua missão, exige uma estimativa muito precisa e com o menor erro possível da medida estimada em relação à medida dada pelo sensor. Devido a isso, um dos métodos mais utilizados atualmente para estimativas da atitude de um satélite é o Filtro de Kalman Estendido (FKE), um método estocástico que garante resultados precisos através de equações de propagação e de correção que são atualizadas constantemente, evitando uma propagação de erro ao longo do tempo.

3.1 Estimativas determinística e estocásticas

As estimativas da atitude de um satélite podem ser classificadas em sua maioria como determinísticas ou estocásticas. A principal diferença entre elas e motivo pelo qual as estimativas estocásticas são mais utilizadas no setor aeroespacial, é o fato de que as estimativas determinísticas não consideram erros gerados de forma aleatória, além de não corrigirem esses erros. Neste contexto, o FKE é classificado como um método estocástico para estimar estados de um sistema, corrigindo os ruídos a cada instante (MARKLEY; CRASSIDIS, 2014).

3.2 Atitude representada por ângulos de Euler

Para representar e calcular a atitude de um satélite, é necessário a utilização de dois sistemas de referência relacionados por alguns parâmetros. Neste trabalho, serão utilizados o sistema equatorial centrado na Terra ou sistema orbital, descrito na [Seção 2.1](#) e o sistema referencial do satélite, descrito na [Seção 2.2](#).

Por sua vez, para relacionar esses sistemas referenciais, os parâmetros utilizados serão

os ângulos de Euler, *roll* (ϕ), *pitch* (θ) e *yaw* (ψ). Essa relação pode ser melhor observada na [Seção 2.3](#), que descreve com detalhes as três rotações realizadas em sequências para gerar o sistema referencial no satélite $O'xyz$. Para que a primeira, segunda e terceira rotação sejam realizadas em ordem, deve-se seguir as expressões descritas na [Equação 3.1](#), [Equação 3.2](#) e [Equação 3.3](#) respectivamente (GARCIA et al., 2011; SILVA, 2016).

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\psi & \sen\psi & 0 \\ -\sen\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y' \\ z'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & -\sen\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sen\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z_0 \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & \sen\phi \\ 0 & -\sen\phi & \cos\phi \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y' \\ z'' \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

Também podemos escrever as matrizes de rotação descritas pelas [Equações 3.1](#), [3.2](#) e [3.3](#) em uma única matriz de rotação, representada por \mathcal{R} e demonstrada na [Equação 3.4](#).

$$\mathcal{R} = \begin{pmatrix} \cos\theta \cos\psi & \cos\theta \sen\psi & -\sen\theta \\ \sen\phi \sen\theta \cos\psi - \sen\psi \cos\phi & \sen\phi \sen\theta \sen\psi + \cos\phi \cos\psi & \sen\phi \cos\theta \\ \cos\phi \sen\theta \cos\psi + \sen\psi \sen\phi & \cos\phi \sen\theta \sen\psi - \sen\phi \cos\psi & \cos\phi \cos\theta \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

A utilização dos ângulos de Euler como parâmetros garantem algumas vantagens como o fato de utilizarmos apenas três parâmetros, além de possibilitar a visualização geométrica do sistema. Entretanto, a representação por ângulos de Euler também apresenta uma limitação justamente por suas funções dependerem de relações trigonométricas, o que podem apresentar algumas singularidades ligadas a denominadores nulos.

Existem outros parâmetros que podem ser utilizados e que não apresentam essa

limitação, como é o caso dos quatérnions. Entretanto, os quatérnions possuem uma desvantagem em relação aos ângulos de Euler, devido não ser possível os representar geometricamente.

3.3 Dinâmica da atitude em ângulos de Euler

A partir do sistema de coordenadas descrito pelos ângulos de Euler, é possível determinar as equações da cinemática do satélite. Sendo ω_x , ω_y e ω_z as componentes do vetor velocidade angular, podemos escrever que (GARCIA et al., 2011):

$$\begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \text{sen}\phi \tan\theta & \text{cos}\phi \tan\theta \\ 0 & \text{cos}\phi & -\text{sen}\phi \\ 0 & \frac{\text{sen}\phi}{\text{cos}\theta} & \text{cos}\phi \text{cos}\theta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

Entretanto, pode-se definir o vetor da velocidade angular através da [Equação 3.6](#).

$$\begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \widehat{\omega}_x \\ \widehat{\omega}_y \\ \widehat{\omega}_z \end{pmatrix} - \mathcal{R} \left\{ \Omega_e \cdot \begin{pmatrix} \text{cos}\varphi \\ 0 \\ -\text{sen}\varphi \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -\omega_0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\} \quad (3.6)$$

onde φ é a latitude do ambiente, Ω_e é a velocidade angular da Terra, sendo ela muito pequena a ponto de poder desconsiderada na relação ($\cong 10^{-4}$ rad/s). Vale ressaltar que ω_0 representa a componente y da taxa de transporte das coordenadas de navegação em relação à Terra, além de que as componentes $\widehat{\omega}_x$, $\widehat{\omega}_y$ e $\widehat{\omega}_z$ representam as correções referentes ao *bias*, desalinhamentos e outros possíveis fatores que podem influenciar no erro. Ademais, ressalta-se que os ângulos ϕ e θ são muito pequenos (valores menores que 5°).

Por fim, substituindo a [Equação 3.6](#) na [Equação 3.5](#), temos:

$$\begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \widehat{\omega}_x \\ \widehat{\omega}_y \\ \widehat{\omega}_z \end{pmatrix} - \mathcal{R} \begin{pmatrix} 0 \\ -\omega_0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

Desta forma, o vetor de estado x_k^- é composto pelos ângulos de Euler, *roll*, *pitch* e *yaw*, além das três componentes do vetor *bias*.

$$\bar{x}_k = [\phi \quad \theta \quad \psi \quad \varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \varepsilon_z] \quad (3.8)$$

A partir da Equação 3.7 e sabendo que \mathcal{R} é dada pela Equação 3.4, temos as relações que definem a cinemática do satélite em função dos ângulos de Euler. As Equações são definidas por (GARCIA et al., 2011):

$$\begin{cases} \dot{\phi}(t) = \omega_0 \sin\psi + \widehat{\omega}_x + \theta \widehat{\omega}_z \\ \dot{\theta}(t) = \omega_0 \cos\psi + \widehat{\omega}_y + \phi \widehat{\omega}_z \\ \dot{\psi}(t) = \omega_0 (\theta \sin\psi - \phi \cos\psi) + \widehat{\omega}_z + \phi \widehat{\omega}_y \\ \vec{\varepsilon}(t) = 0 \end{cases} \quad (3.9)$$

3.4 Sensores de atitude

Para estimar a atitude de satélites são necessárias observações realizadas por sensores equipados no próprio satélite. Existem diversos tipos de sensores que variam de acordo com sua função, como por exemplo, sensores solares, sensor da Terra ou sensores de estrelas (GARCIA et al., 2011). Esses sensores fazem medições constantes, permitindo que o Filtro de Kalman utilize esses dados para corrigir suas estimativas, como veremos a diante.

3.4.1 Giroscópios

O giroscópio é um equipamento acoplado aos satélites de forma que seu eixo de rotação fique na mesma direção do eixo de rotação do satélite. Dessa maneira, o giroscópio possui a capacidade de identificar desvios e alterações na atitude (orientação) do satélite, ao mesmo tempo que consegue corrigir tais desvios utilizando torques gerados pela alta velocidade em que a roda do equipamento gira.

Outra utilidade dos giroscópios é que os mesmos podem fornecer o deslocamento e velocidade angulares do satélite. Entretanto, como qualquer outro equipamento com funções de medição, sua precisão não é perfeita e pode conter pequenos erros e ruídos. No caso do giroscópio, os ruídos associados a ele são denominados de bias e esses valores são incluídos no vetor de estado que será estimado (GARCIA et al., 2011).

Visto que o satélite simulado neste trabalho é o CBERS, o modelo que será utilizado para a medição da velocidade angular dos eixos yaw, pitch e roll será o descrito pelos

RIG's (Rate-Integration Gyros). O modelo é definido pela [Equação 3.10](#): (FUMING; KUGA, 1999)

$$\Delta\Theta_i = \int_0^{\Delta t} (\omega_i + \varepsilon_i) dt, \quad i = x, y, z \quad (3.10)$$

onde $\Delta\Theta_i$ são os deslocamentos angulares do satélite, ω_i são as componentes da velocidade angular nas direções definidas por *yaw*, *pitch* e *roll*, enquanto ε_i são as componentes do *bias* do giroscópio.

As componentes de podem ser representadas pela [Equação 3.11](#). (WERTZ, 2012)

$$\widehat{\omega}_i = \frac{d\Theta_i}{dt} - \widehat{\varepsilon}_i(t) - \eta_i(t) = g_i(t) - \widehat{\varepsilon}(t) - \eta_i(t) \quad (3.11)$$

onde $g_i(t)$ são as componentes do vetor de saída do giroscópio, enquanto $\eta_i(t)$ são as componentes do ruído branco Gaussiano.

3.4.2 Sensores de Terra Infravermelho

Os Sensores de Terra Infravermelho (*Infrared Earth Sensors - IRES*), também conhecidos como sensores de Horizonte, são responsáveis pelas medições dos ângulos que determinam a orientação de um satélite referente à direção do centro da Terra.

Para o caso do CBERS, serão considerados dois sensores de Terra que são acoplados neste satélite, onde um deles possui o intuito de medir o ângulo *roll* (ϕ), enquanto o outro mede o ângulo *pitch* (θ) (GARCIA et al., 2011). Após cada medição dos sensores IRES, os dados são inseridos no FKE durante a fase de atualização, compensando assim os erros e ruídos do processo.

As equações que regem as medidas dos dois sensores IRES são representadas pela [Equação 3.12a](#) e [Equação 3.12b](#) (FUMING; KUGA, 1999).

$$\phi_H = \phi + \nu_{\phi_H} \quad (3.12a)$$

$$\theta_H = \theta + \nu_{\theta_H} \quad (3.12b)$$

onde ν_{ϕ_H} e ν_{θ_H} são ruídos brancos das medições dos sensores IRES, que podem ser provenientes de desalinhamentos no equipamento.

3.4.3 Sensores Solares Digitais

Os Sensores Solares Digitais (*Digital Sun Sensors - DSS*) acoplados no satélite CBERS são utilizados para contornar uma limitação dos sensores de Terra, que consiste em medir o ângulo *yaw* (ψ).

Para realizar essas medições, os sensores DSS identificam a posição do sol e calculam um dos eixos de orientação do satélite de acordo com a direção do sol. Entretanto, eles não conseguem realizar a medição direta do ângulo *yaw*, mas fornecem os ângulos acoplados de *pitch* (α_θ) e *yaw* (α_ψ), que já são o suficiente para determinar a orientação do satélite. (GARCIA et al., 2011)

As Equações 3.13 e 3.14 definem como determinar esses ângulos acoplados.

$$\alpha_\psi = \arctan\left(\frac{-S_y}{S_x \cos(60) + S_z \cos(150)}\right) + \nu_{\alpha_\psi} \quad (3.13)$$

$$\alpha_\theta = 24 - \arctan\left(\frac{S_x}{S_y}\right) + \nu_{\alpha_\theta} \quad (3.14)$$

onde ν_{α_ψ} e ν_{α_θ} são ruídos brancos que também podem ser provenientes de desalinhamentos dos sensores e

$$|S_x \cos(60) + S_z \cos(150)| \geq \cos(60) \quad (3.15)$$

$$\left|24 - \arctan\left(\frac{S_x}{S_y}\right)\right| < 60 \quad (3.16)$$

em que S_x , S_y e S_z são as componentes do vetor unitário associado ao vetor solar do sistema, encontrados em (FUMING; KUGA, 1999).

3.5 Filtro de Kalman

O Filtro desenvolvido por Kalman utiliza de métodos estocásticos para estimar os valores em pontos futuros considerando os erros do sistema, além de utilizar os dados reais medidos pelos sensores para atualizar o valor estimado (MARKLEY; CRASSIDIS, 2014).

O processo por trás do FK pode ser dividido em duas etapas: a etapa da estimativa ou

de propagação e a etapa de atualização ou correção. A etapa da propagação consiste em calcular o vetor de estado \mathbf{x}_k (vetor cujo seus elementos são as incógnitas que irão ser estimadas) no instante seguinte ao atual. Por exemplo, supondo que o sistema esteja em um tempo $k - 1$, são realizados cálculos para a previsão dos valores no instante k . As equações que realizam a propagação são definidas por (KUGA, 2005):

$$\mathbf{x}_k^- = \boldsymbol{\varphi}_{k-1} \mathbf{x}_{k-1} \quad (3.17)$$

$$\mathbf{P}_k^- = \boldsymbol{\varphi}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1} \boldsymbol{\varphi}_{k-1}^T + \boldsymbol{\Gamma}_k \mathbf{Q}_k \boldsymbol{\Gamma}_k^T \quad (3.18)$$

onde \mathbf{x}_k e \mathbf{P}_k são o estado e covariância propagados, respectivamente, enquanto \mathbf{x}_{k-1} e \mathbf{P}_{k-1} são relativos ao instante anterior ao atual. A matriz diagonal \mathbf{Q}_k é a matriz de covariância associada ao ruído branco do estado e $\boldsymbol{\varphi}_{k-1}$ é a matriz de transição.

Após o cálculo de \mathbf{x}_k e de \mathbf{P}_k , representando os valores propagados, é necessário passar para a etapa de atualização ou correção, uma vez que os valores propagados ainda estão ligados a ruídos. Essa fase pode ser resumida nas Equações 3.19, 3.20 e 3.21 (KUGA, 2005).

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \quad (3.19)$$

$$\mathbf{P}_k^+ = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_k^- \quad (3.20)$$

$$\mathbf{x}_k^+ = \mathbf{x}_k^- + \mathbf{K}_k (\mathbf{y}_k - \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k^-) \quad (3.21)$$

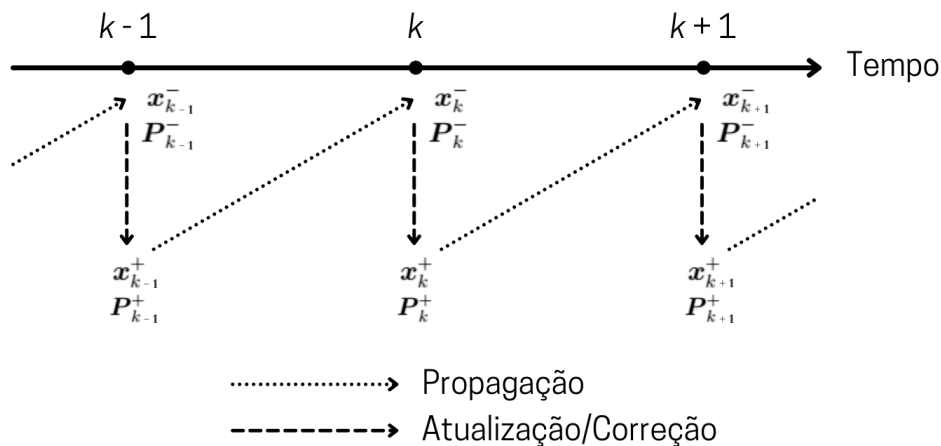
onde \mathbf{K}_k é o ganho de Kalman, cuja função é corrigir o erro do valor propagado com o valor medido pelos sensores, \mathbf{I} é a matriz identidade, \mathbf{H}_k é a matriz relacionada as medidas, \mathbf{R}_k é uma matriz diagonal de covariância associada ao ruído das medidas dos sensores e \mathbf{y}_k é o vetor com as medidas dadas pelos sensores naquele mesmo instante.

A premissa da fase de atualização é comparar os valores propagados para o instante

$k - 1$, com os valores dados pelos sensores no instante k , para assim os corrigir e diminuir o erro entre eles. Outro detalhe importante, é que a cada atualização, os valores iniciais de estado (\mathbf{x}_{k-1}^-) e de propagação (\mathbf{P}_{k-1}^-) utilizados na fase de propagação, também são atualizados, evitando assim uma propagação de erro.

A Figura 3.1 demonstra o processo realizado pelo Filtro de Kalman.

Figura 3.1 - Diagrama temporal do modelo FK



Fonte: Adaptado de (MAYBECK, 1982)

Kalman desenvolveu um modelo de grande impacto para a realização de estimações, entretanto, seu modelo possui uma grande limitação, visto que o FK só pode ser implementado em sistemas lineares (LEFFERTS et al., 1982). Assim, para que o modelo de Kalman possa ser aplicado em um sistema dinâmico real, é necessário que esse sistema seja linearizado. A partir dessa necessidade, é que surge o Filtro de Kalman Estendido (FKE) (GARCIA et al., 2011).

3.6 Filtro de Kalman estendido

O Filtro de Kalman Estendido foi desenvolvido para contornar a condição de linearidade que o Filtro de Kalman impunha sobre um sistema. O FKE é constituído por diversas equações específicas que variam de acordo com o sistema adotado, permitindo a linearização do mesmo. Com o sistema linearizado, o mesmo conceito do FK é aplicado, propagando os valores para um instante futuro e os corrigindo posteriormente, de acordo com as informações fornecidas em tempo real pelos sensores do satélite.

A seguir são apresentadas as etapas de propagação e atualização do FKE:

I. Etapa de propagação

$$\mathbf{x}_k^- = f(\mathbf{x}_{k-1}, \mu_k) \quad (3.22)$$

$$\mathbf{P}_k^- = \boldsymbol{\varphi}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1} \boldsymbol{\varphi}_{k-1}^T + \boldsymbol{\Gamma}_k \mathbf{Q}_k \boldsymbol{\Gamma}_k^T \quad (3.23)$$

onde o termo $\boldsymbol{\Gamma}_k \mathbf{Q}_k \boldsymbol{\Gamma}_k^T$ pode ser representado pela Equação 3.24 e $\boldsymbol{\varphi}_{k-1}$ pode ser encontrado integrando a Equação 3.25.

$$\boldsymbol{\Gamma}_k \mathbf{Q}_k \boldsymbol{\Gamma}_k^T = \int_{k-1}^k G(t) \boldsymbol{\varphi}_t Q(t) \boldsymbol{\varphi}_t^T G(t) dt \quad (3.24)$$

sendo \mathbf{G} uma matriz com elementos contínuos no tempo.

$$\dot{\boldsymbol{\varphi}}_k = F[x_k(t)] \boldsymbol{\varphi}_{k-1} \quad (3.25)$$

sendo $F[x_{k-1}(t)]$ dado pela Equação 3.26.

$$F[x_{k-1}(t)] = \left. \frac{\partial f(t, x)}{\partial x} \right|_{x=x_k^-} \quad (3.26)$$

II. Etapa de atualização

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \quad (3.27)$$

$$\mathbf{P}_k^+ = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_k^- \quad (3.28)$$

$$\mathbf{x}_k^+ = \mathbf{x}_k^- + \mathbf{K}_k [\mathbf{y}_k - h(\mathbf{x}_k^-)] \quad (3.29)$$

em que \mathbf{H}_k e \mathbf{y}_k são representados por:

$$\mathbf{H}_k = \left. \frac{\partial h(t, x)}{\partial x} \right|_{x=x_k^-} \quad (3.30)$$

$$\mathbf{y}_k = h(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k \quad (3.31)$$

4 SIMULAÇÕES E RESULTADOS

Neste capítulo serão apresentados os resultados das simulações realizadas em *Python* para a análise da interferência das matrizes Q, P e R no FKE. Apesar do *software* utilizado para a simulação ter sido o *Python*, alguns dados como as medidas de giro, vetor posição e os valores reais retornados pelos sensores, foram obtidos através de um propagador em MATLAB desenvolvido por Carrara (2015). Assim, esses dados foram anexados à rotina em *Python* para que a estimativa fosse realizada com base nos dados simulados.

4.1 Dados simulados para 600 observações

Nesta seção, são apresentados os resultados do vetor estimado, composto pelos ângulos *roll*, *pitch*, *yaw* e das três componentes do *bias*, os valores de suas respectivas covariâncias, além dos resíduos e inovações de cada um dos sensores considerados (DSS e IRES), para 600 observações, com taxa de amostragem de 1s.

Ressalta-se que as inovações e resíduos calculados são a diferença entre o valor estimado e o valor real que o sensor nos retorna em um determinado instante t . Entretanto, a inovação é calculada anteriormente à atualização do filtro, enquanto o resíduo é calculado posteriormente às atualizações. Dessa forma, como iremos observar nos gráficos, os resíduos terão uma estabilidade maior, com uma curva de menor amplitude quando comparada com a curva da inovação.

4.1.1 Resultados para condições iniciais de referência

Para analisarmos individualmente a interferência das matrizes Q, P e R no FKE, é necessário primeiro gerar os resultados considerando os parâmetros que serão usados como referência para análise. Assim, inicialmente, os ajustes dos parâmetros Q_0 , P_0 , R_0 e x_0 foram realizados até que os gráficos apresentassem resultados satisfatórios, ou seja, os valores estimados estivessem de acordo com os valores reais. Os valores de referência de tais parâmetros são mostrados abaixo:

$$x_0 = \left(1 \quad 0,3 \quad 1,5 \quad 2,7925 \cdot 10^{-5} \quad 2,3416 \cdot 10^{-5} \quad 1,2993 \cdot 10^{-5} \right) \quad (4.1)$$

$$P_0 = \begin{pmatrix} 7,61 \cdot 10^{-7} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 7,61 \cdot 10^{-7} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7,61 \cdot 10^{-7} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2,35 \cdot 10^{-11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2,35 \cdot 10^{-11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2,35 \cdot 10^{-11} \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

$$Q_0 = \begin{pmatrix} 3,04 \cdot 10^{-6} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 7,61 \cdot 10^{-3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,90 \cdot 10^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2,35 \cdot 10^{-17} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2,35 \cdot 10^{-17} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5,87 \cdot 10^{-16} \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

$$R_0 = \begin{pmatrix} 1,09 \cdot 10^{-4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1,09 \cdot 10^{-6} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1,09 \cdot 10^{-6} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,09 \cdot 10^{-6} \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

As unidades são referentes a graus e graus/hora da atitude estimada. Dessa forma, com os parâmetros ajustados, os resultados obtidos da estimação dos ângulos de Euler são mostrados nas Figuras 4.1, 4.2 e 4.3.

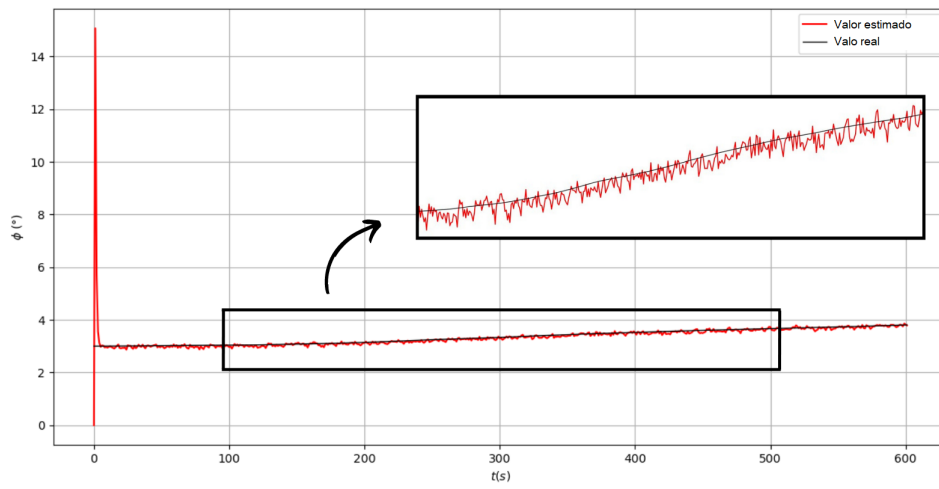


Figura 4.1 - Ângulo *roll* estimado com as condições iniciais

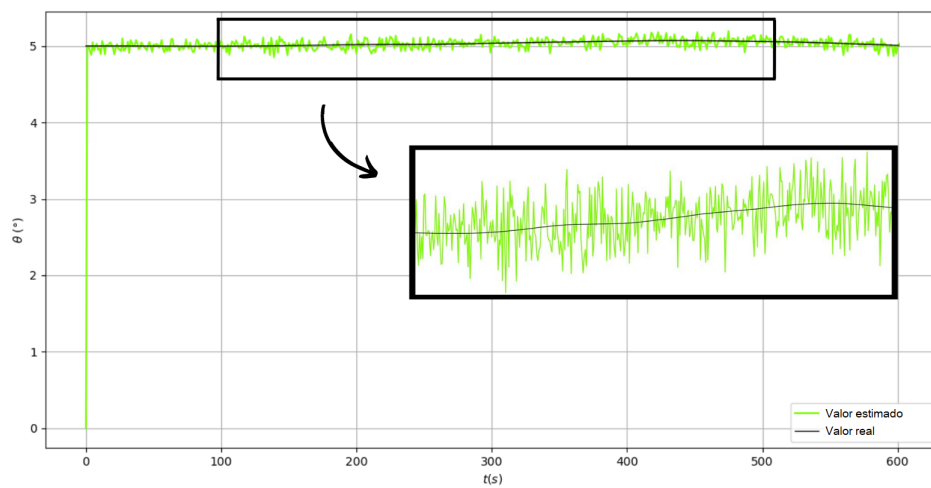


Figura 4.2 - Ângulo *pitch* estimado com as condições iniciais

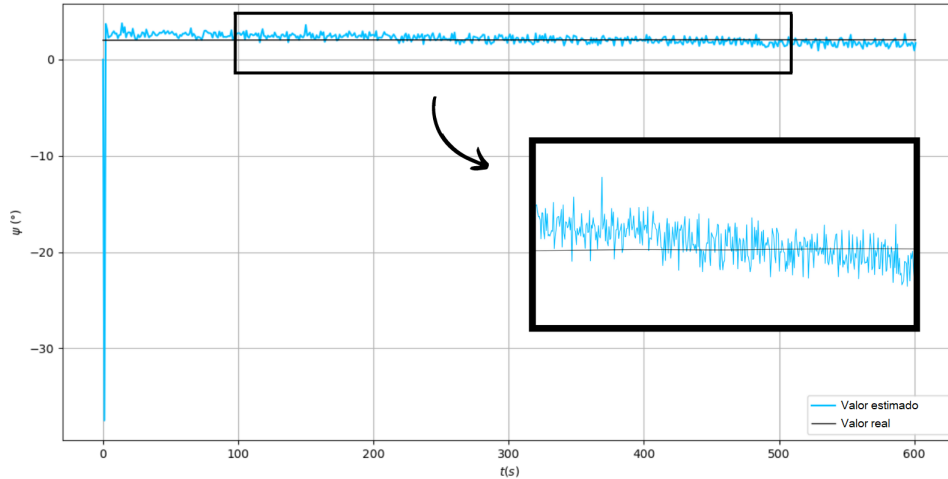


Figura 4.3 - Ângulo *yaw* estimado com as condições iniciais

Pode-se observar que as curvas referentes a atitude estimada, apresentadas nas Figuras 4.1, 4.2 e 4.3, começam em um valor distante da curva das medidas reais, porém estabilizam e acompanham a curva das medidas reais muito rapidamente, o que caracteriza a convergência do filtro.

Para efeito de comparação entre os ângulos de Euler obtidos nas condições de referência e posteriormente, a comparação entre os resultados com as condições iniciais e com as matrizes de atitude variando, a Tabela 4.1 demonstra as médias e desvios-padrão de cada uma das curvas apresentadas acima.

Tabela 4.1 - Dados dos Ângulos de Euler com Q, P e R referenciais

Ângulos de Euler	Média	Desvio padrão
<i>Roll</i> (ϕ)	3,3419	$\pm 0,5748$
<i>Pitch</i> (θ)	5,0203	$\pm 0,2140$
<i>Yaw</i> (ψ)	2,0921	$\pm 1,6790$

Com os resultados apresentados na Tabela 4.1, pode-se observar qual dos ângulos apresentou uma maior aproximação dos valores estimados pelo FKE com os reais retornados pelos sensores do satélite, permitindo uma melhor comparação e análise de influência dos parâmetros sobre o filtro. Assim, entre os três Ângulos de Euler, o

resultado mais coerente com os dados reais foi o ângulo *pitch*, uma vez que possui uma menor amplitude e desvio padrão durante a sua variação, o que indica que os valores estimados estão bem próximos dos valores reais.

Completando as componentes do vetor de estado, as curvas das componentes do *bias* em x , y e z são apresentadas na Figura 4.4.

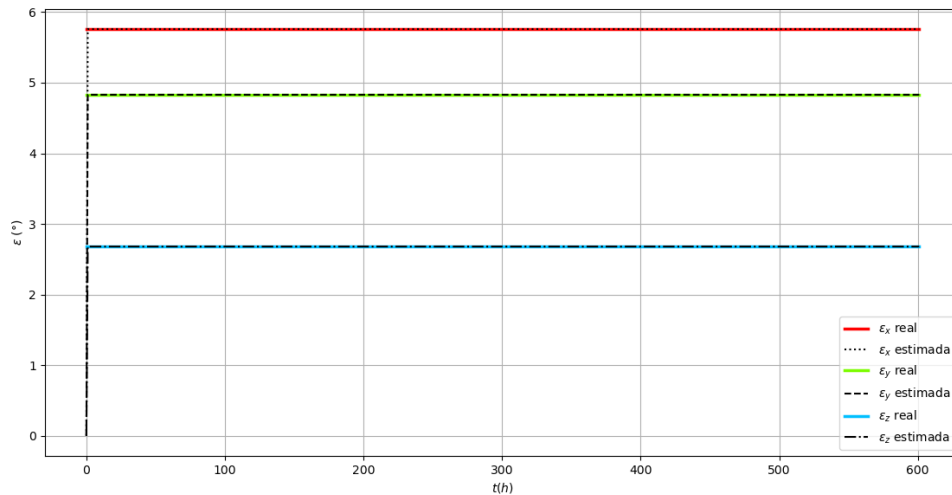


Figura 4.4 - *Bias* nas componentes x , y e z estimados com as condições iniciais

Da Figura 4.4, nota-se que as componentes do *bias* estimado acompanha a curva do *bias* real, o que valida a implementação do filtro.

Como dito anteriormente, os resíduos e inovações são a diferença entre as medidas reais e estimadas em determinado instante. Entretanto, existe uma diferença entre os dois conceitos, onde a inovação é calculada antes da fase de atualização do FKE, enquanto o resíduo é calculado após essa fase.

As Figuras 4.5, 4.6, 4.7 e 4.8 mostram os resultados dos resíduos e inovações dos sensores IRES e DSS.

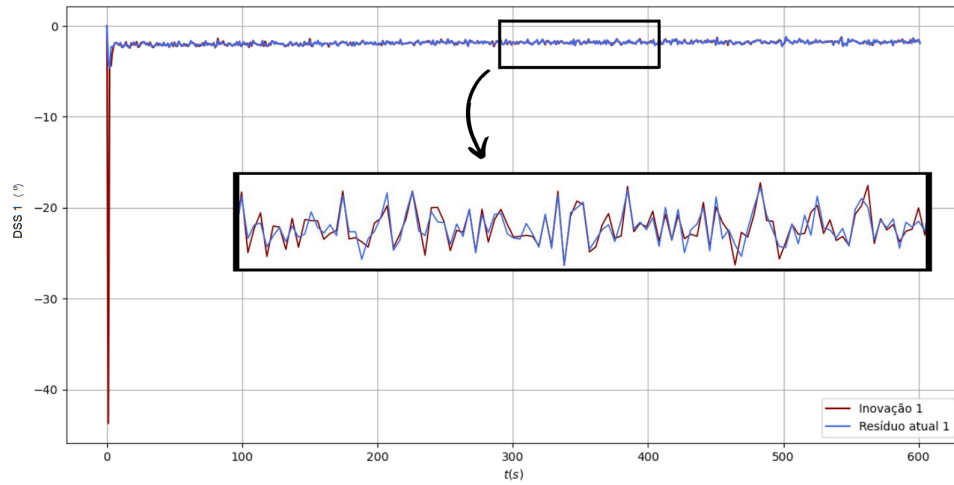


Figura 4.5 - Inovação e resíduo do sensor DSS 1

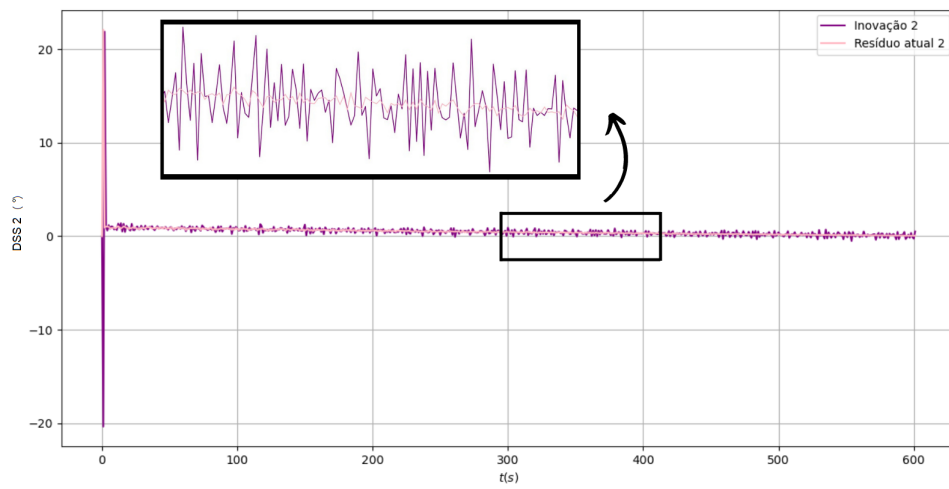


Figura 4.6 - Inovação e resíduo do sensor DSS 2

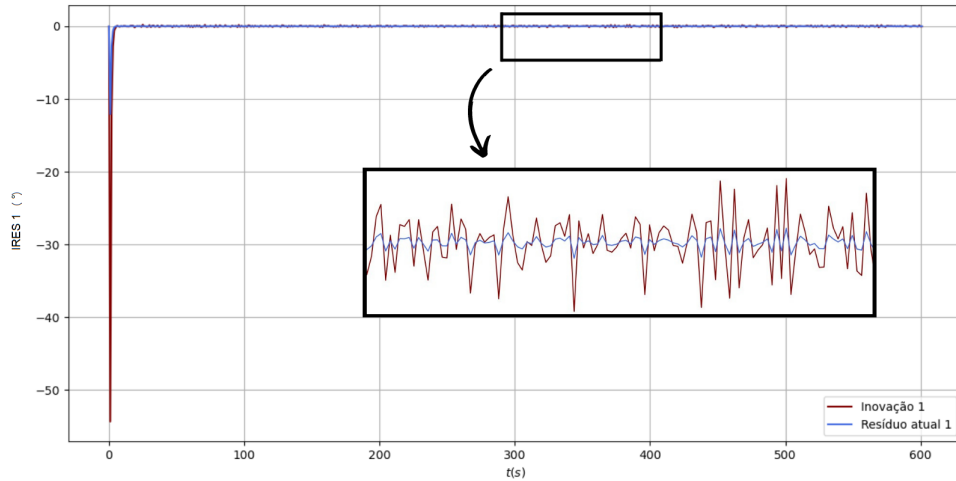


Figura 4.7 - Inovação e resíduo do sensor IRES 1

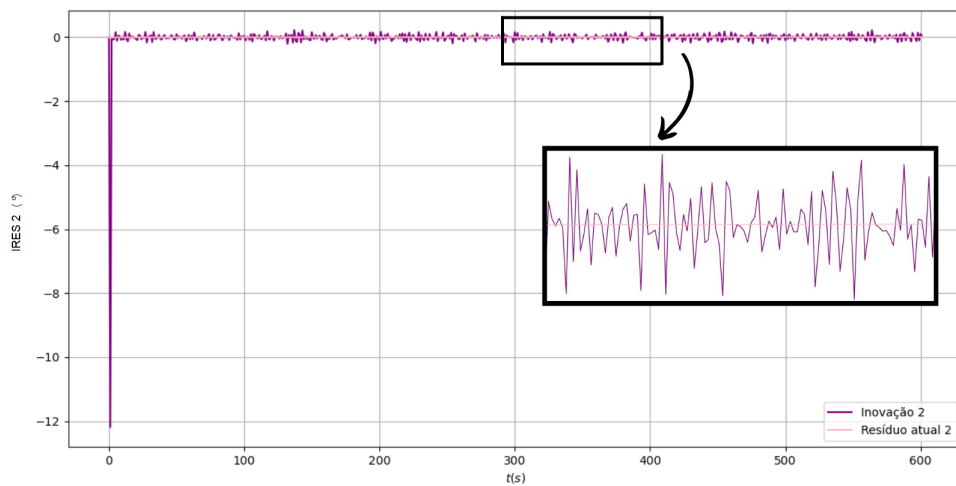


Figura 4.8 - Inovação e resíduo do sensor IRES 2

Pode-se observar da Figura 4.5 à 4.8 que tanto as curvas que representam os resíduos como as curvas das inovações oscilam em torno de zero, o que mostra a convergência do filtro.

Também vale ressaltar que as curvas dos resíduos possuem uma tendência em ter uma amplitude menor em sua variação quando comparadas às inovações, o que indica que a fase de atualização do FKE atuou corrigindo a propagação e fornecendo

resultados mais precisos. Assim, considerando a curva do resíduo como $R(t)$, a da inovação como $I(t)$ e a reta definida por todos os pontos $(t,0)$ onde $0 \leq t \leq 600$, podemos dizer que existe uma tendência para que o módulo da diferença entre cada ponto da curva de resíduos até zero seja menor que o módulo da diferença entre cada ponto da curva de inovação até zero, ou seja, $|R(t) - (t,0)| < |I(t) - (t,0)|$.

Essa observação pode ser visualizada mais facilmente principalmente nas Figuras 4.6, 4.7 e 4.8, visto que para o sensor DSS 1, representado na Figura 4.5, o resíduo e a inovação são similares graficamente, apesar dos resultados obtidos na Tabela 4.2 mostrarem que essa tendência ainda existe.

A Tabela 4.2 apresenta a média e desvio padrão da inovação e resíduos de cada um dos sensores.

Tabela 4.2 - Dados dos resíduos e inovações dos sensores com Q, P e R referenciais

Sensor	Resíduo		Inovação	
	Média	Desvio padrão	Média	Desvio Padrão
DSS 1	-1,8730	$\pm 0,2476$	-1,9438	$\pm 1,7247$
DSS 2	0,4911	$\pm 0,9180$	0,4531	$\pm 1,2621$
IRES 1	-0,0075	$\pm 0,5054$	-0,0980	$\pm 2,2717$
IRES 2	0,0003	$\pm 0,0031$	-0,0227	$\pm 0,5027$

A partir da Tabela 4.2, pode-se observar que entre os quatro sensores, as curvas de resíduos e inovações que mais se aproximam do ponto de convergência em zero, são as dos dois sensores IRES. Isso se deve ao fato do DSS fornecer medidas indiretas da atitude, sendo o IRES, nesta comparação, mais preciso.

Outra constatação que pode ser comentada, é que comparando os valores dos desvios-padrão do resíduo e da inovação para cada um dos sensores, observamos a tendência de maior estabilidade nas curvas dos resíduos como comentado anteriormente, uma vez que os desvios-padrão dos resíduos são todos menores que para as curvas de inovação. Ademais, a média dos resíduos são menores que as das inovações, com exceção do sensor DSS 2 que é levemente maior, demonstrando que normalmente os valores estimados dos resíduos são mais próximos do que se deseja, ou seja, do zero.

Quanto a estimações da covariância do estado, esta é responsável por estimar o

erro que o filtro está cometendo durante o processo de estimações. As covariâncias estimadas podem ser observadas na Figura 4.9 e na Figura 4.10.

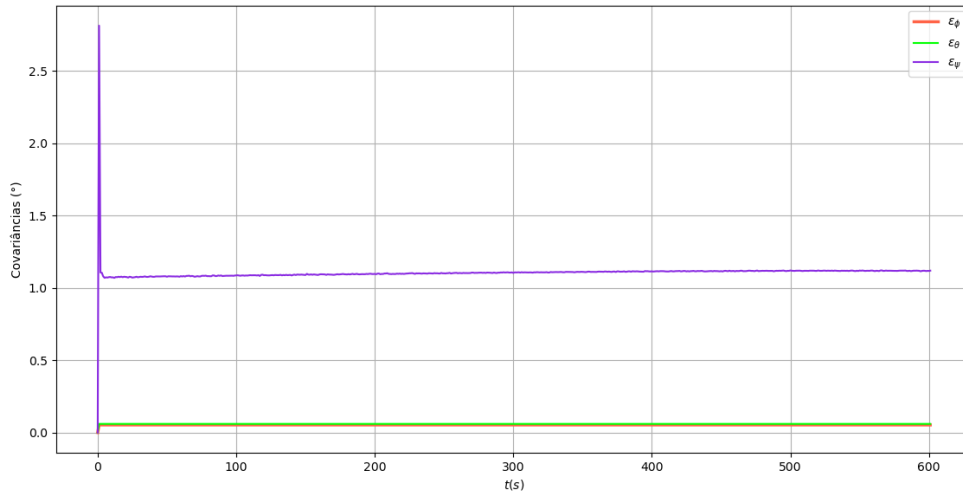


Figura 4.9 - Covariância estimadas em *roll*, *pitch* e *yaw*

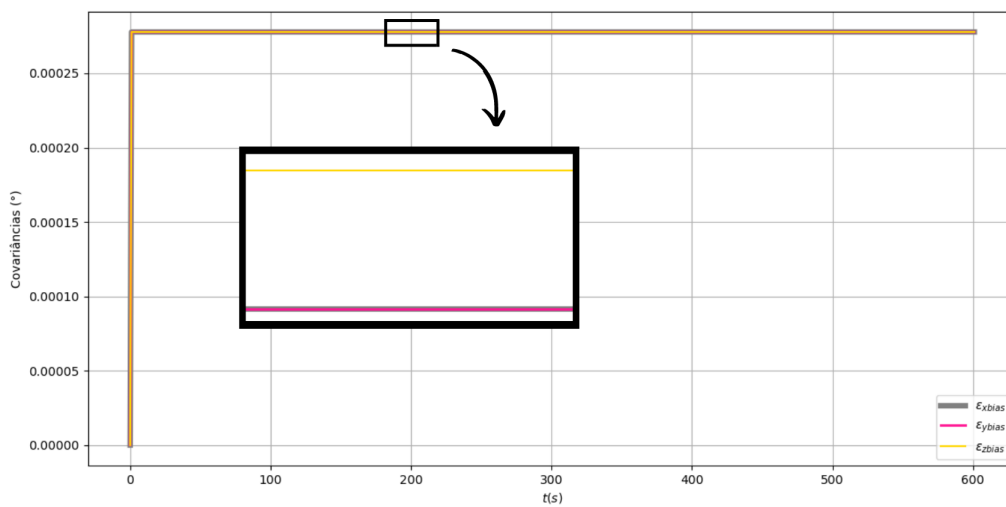


Figura 4.10 - Covariâncias estimadas para as componentes *x*, *y* e *z* do *bias*

Das Figuras 4.9 e 4.10 se observa que o filtro convergiu, uma vez que as covariâncias se estabilizam em torno de um valor. A Tabela 4.3 apresenta a média e o desvio-padrão dos elementos do vetor de estado estimados.

Tabela 4.3 - Estatística da covariância estimada com Q_0 , P_0 e R_0 referenciais

Elemento do vetor de estado	Média	Desvio padrão
<i>Roll</i>	0,0525	$\pm 0,0021$
<i>Pitch</i>	0,0598	± 0.0024
<i>Yaw</i>	1.1040	± 0.0841
<i>bias</i> em x	0,0002	$\pm 1.1311 \cdot 10^{-5}$
<i>bias</i> em y	0.0002	$\pm 1.1311 \cdot 10^{-5}$
<i>bias</i> em z	0.0002	$\pm 1.1312 \cdot 10^{-5}$

A Tabela 4.3 demonstra com mais detalhes o que foi dito anteriormente sobre os valores das covariâncias serem próximos à zero e com um desvio padrão quase mínimo. Além disso, a Tabela 4.3 evidencia que o desvio padrão do ângulo *yaw* é o maior comparado com os demais elementos do vetor de estado, fato que torna coerente o seu gráfico ser o único cuja variação é perceptível.

Obtendo todos esses resultados desta seção como referência, podemos analisar individualmente as interferências das matrizes Q , P e R no FKE nas próximas seções.

4.1.2 Análise da interferência da matriz Q

Para a análise da interferência da matriz Q na atuação do FKE, os parâmetros iniciais do vetor de estado \mathbf{x}_0 , além das matrizes P_0 e R_0 são mantidos como os referenciais, enquanto a matriz Q é alterada. Assim, a medida que Q varia, pode-se observar o comportamento das curvas geradas nos gráficos e assim analisar qual a influência dessas alterações.

Para esta análise, os resultados foram gerados com $Q_0 \cdot 500$ e com $Q_0/500$, dessa forma, a análise poderia ser feita para um aumento e uma diminuição significativo dos valores da matriz Q . Vale ressaltar que a escolha do número 500 como fator de alteração de Q não teve algum motivo especial.

Os resultados obtidos para $Q \cdot 500$ e para $Q/500$ são similares as condições de referência e, por isso, foram omitidos os resultados em formas de figuras para alguns dos elementos calculados, como para o ângulo *roll* e sua covariância, além os resíduos dos sensores DSS. Ressalta-se que neste trabalho, foram consideradas alterações significativas apenas os resultados com uma variação maior que 3% referente ao valor referencial de cada variável. Dessa forma, apenas os gráficos destes elementos que

tiveram uma alteração relevante com o aumento ou diminuição das matrizes serão apresentados, a menos que alguma curva apresente um comportamento diferente, apesar da similaridade nos valores.

Neste caso, os resultados são mostrados na [Tabela 4.4](#). Ademais, esta tabela apresenta a porcentagem que a média de cada variável aumentou ou diminuiu em relação ao valor da média referencial da mesma variável, facilitando a comparação dos resultados para o aumento de Q em relação aos resultados referenciais.

Tabela 4.4 - Dados obtidos com P e R referenciais e $Q \cdot 500$

Variável	Média	Desvio padrão	Porcentagem da referência
<i>Roll</i> (ϕ)	3.3160	± 0.3058	-0,775%
<i>Pitch</i> (θ)	5.0203	± 0.2140	+0,000%
<i>Yaw</i> (ψ)	1.9640	± -0.0992	-6,123%
Resíduo DSS 1	-1.8450	± 0.5377	+1,495%
Resíduo DSS 2	0.4953	± 1.0958	+0,855%
Resíduo IRES 1	0.0184	± 0.0020	+345,3%
Resíduo IRES 2	-0.0003	± 0.0030	-200,0%
σ_ϕ	0.0596	± 0.0024	+13,52%
σ_θ	0.0599	± 0.0024	+0,167%
σ_ψ	1.1052	± 0.0848	+0,109 %
σ_{ϵ_x} do <i>bias</i>	0.0003	± 0.0000	-
σ_{ϵ_y} do <i>bias</i>	0.0003	± 0.0000	-
σ_{ϵ_z} do <i>bias</i>	0.0003	± 0.0000	-

Observando a [Tabela 4.4](#), podemos verificar que em relação aos Ângulos de atitude *roll* e *yaw*, a média de seus valores reduziram com o aumento do valor da matriz Q_0 apesar das mudanças não serem significativas, enquanto para o ângulo *pitch*, verificamos que a média se manteve a mesma. Dessa forma, as Figuras [Figura 4.11](#) e [Figura 4.12](#) apresentadas abaixo, demonstram a variação de *roll* e *yaw* em função do tempo para $Q \cdot 500$ e para $Q/500$.

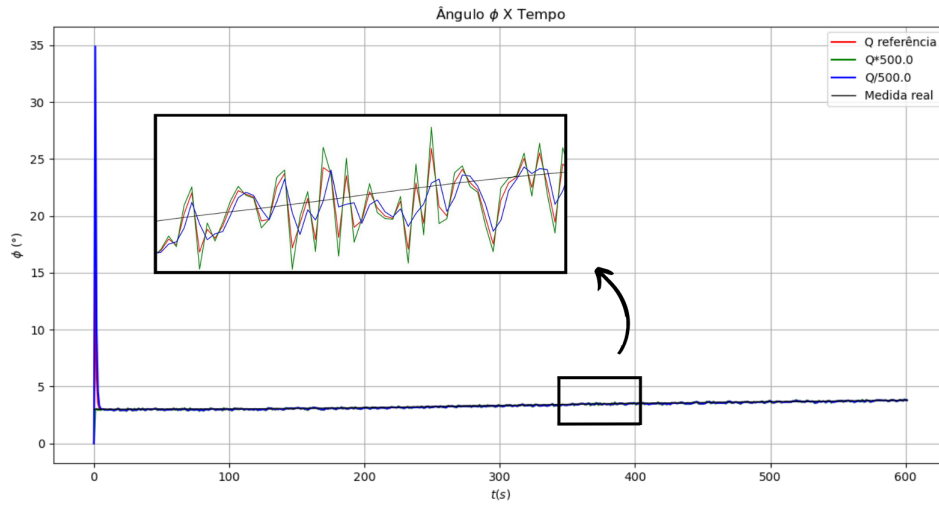


Figura 4.11 - Ângulo *roll* com Q variando

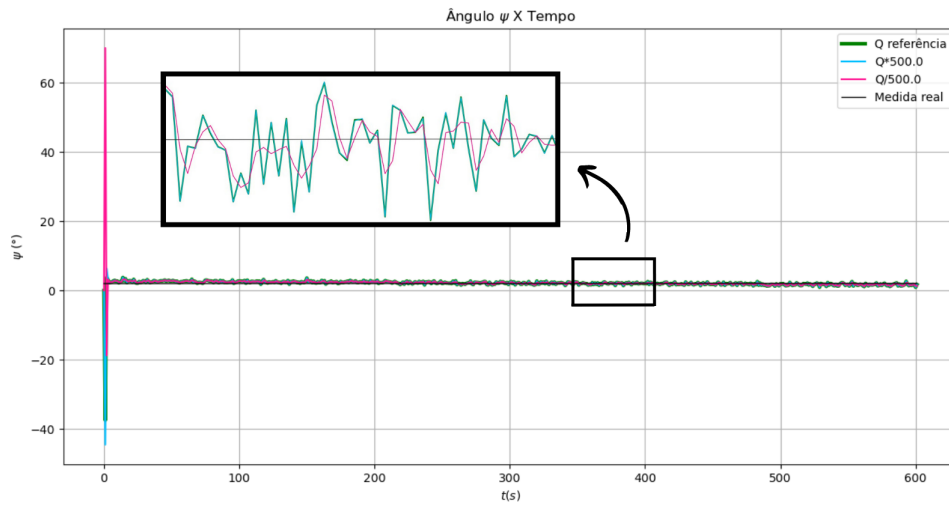


Figura 4.12 - Ângulo *yaw* com Q variando

Dessa forma, observando a Figura 4.11 e a Figura 4.12, percebe-se que o comportamento das curvas dos ângulos *roll* e *yaw* não se alteram muito com o aumento da matriz Q . Entretanto, é possível visualizar que a curva de *roll* para $Q \cdot 500$ possui

uma amplitude levemente maior que da curva de referência, apesar da média de sua curva ser menor que a de referência.

Os resultados apresentados na Tabela 4.4 indicam que as médias dos valores dos resíduos nos sensores DSS 1 e DSS 2, tiveram um aumento muito pequeno com o aumento da matriz Q , enquanto a média dos resíduos dos sensores IRES 1 e IRES 2 tiveram mudanças consideráveis.

No sensor IRES 1, o valor da média obtida com o aumento da matriz Q foi 345,3% o valor obtido com Q referencial, enquanto no sensor IRES 2, houve uma diminuição no valor da média do resíduo de 200% o valor referencial, podendo indicar uma possível perda de precisão com o aumento da matriz Q , uma vez que a média se afastou de zero.

As Figuras 4.13 e 4.14 mostram o comportamento do resíduos para $Q \cdot 500$ e para $Q/500$.

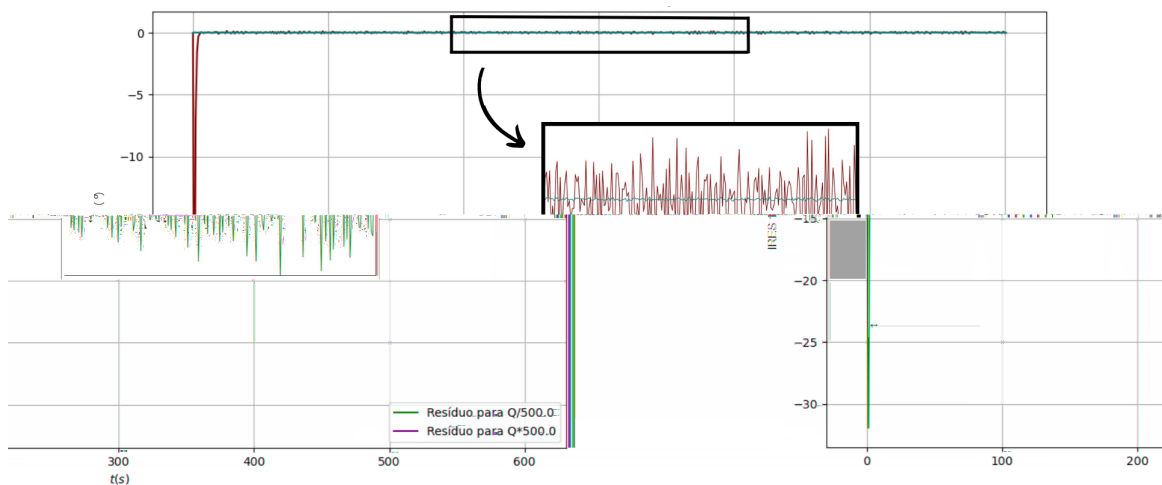


Figura 4.13 - Resíduos do IRES 1 para $Q \cdot 500$ e $Q/500$

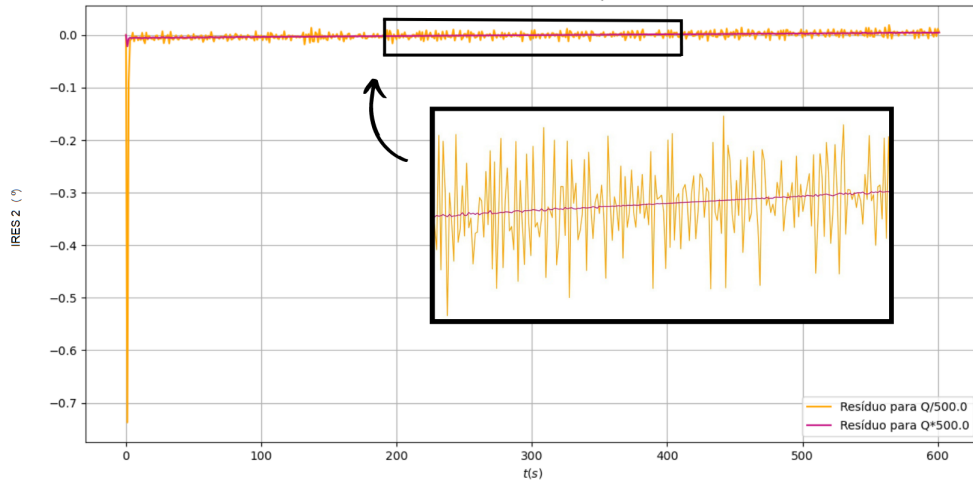


Figura 4.14 - Resíduos do IRES 2 para $Q \cdot 500$ e $Q/500$

Por fim, comparando as covariâncias da Tabela 4.4 com os dados da Tabela 4.3, observa-se que com o aumento da matriz Q , as covariâncias dos Ângulos de atitude *roll* e *yaw* tiveram uma diminuição significativa em suas médias, enquanto *pitch* se manteve muito similar ao valor da referência. Por sua vez, as covariâncias das componentes do *bias* se mantiveram muito próximas ao valor referencial, entretando, na Tabela 4.4 esses valores foram aproximados.

O gráfico da covariância dos ângulo *roll* pode ser observado nas Figuras Figura 4.15.

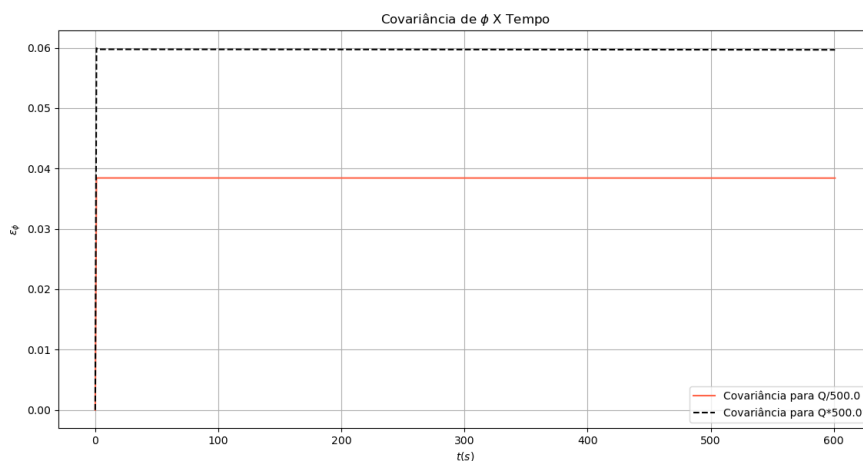


Figura 4.15 - Covariância de *roll* para $Q \cdot 500$ e $Q/500$

Pode-se observar no gráfico acima que o erro estimado é menor para o caso em que Q_0 é diminuída ($Q/500$). Porém, é visível que ainda há a convergência por parte do filtro.

Na Tabela 4.5 são apresentados os resultados estatísticos obtidos para $Q/500$.

Tabela 4.5 - Dados obtidos com P e R referenciais e $Q/500$

Variável	Média	Desvio padrão	Porcentagem da referência
<i>Roll</i> (ϕ)	3.3844	± 1.3515	+1,272%
<i>Pitch</i> (θ)	5.0218	± 0.2149	+0,030%
<i>Yaw</i> (ψ)	2.2341	± 2.9241	+6,787%
Resíduo DSS 1	-1.9249	± 1.3674	-2,771%
Resíduo DSS 2	0.4421	± 0.9754	-9,978%
Resíduo IRES 1	-0.0500	± 1.3349	-566,6%
Resíduo IRES 2	-0.0018	± 0.0308	-700,0%
σ_ϕ	0.0384	± 0.0016	-26,85%
σ_θ	0.0578	± 0.0024	3,344%
σ_ψ	0.7849	± 0.0341	-28,90%
σ_{ϵ_x}	0.0003	0.0000	-
σ_{ϵ_y}	0.0003	0.0000	-
σ_{ϵ_z}	0.0003	0.0000	-

Analisando os Ângulos de atitude obtidos com a redução da matriz Q_0 , observa-se que as médias dos três ângulos aumentam quando comparadas com as médias referenciais e com as médias obtidas para $Q \cdot 500$. Observando as Figuras 4.11 e 4.12, verifica-se que para as curvas obtidas dos ângulos *roll* e *yaw* com a redução de Q , existe uma mudança no comportamento dos mesmos, onde a amplitude da curva de *roll* diminui, o que pode indicar uma maior estabilidade do filtro, enquanto existe um pico no início da curva de *yaw* antes da estabilização, fato que pode mostrar que nessas condições, o tempo de estabilização do ângulo *yaw* é maior.

Por sua vez, para o ângulo *pitch*, assim como com no aumento da matriz Q , não existe uma variação significativa, tanto na alteração da média quanto graficamente, mantendo o mesmo comportamento referencial, mostrado na Figura 4.2.

Quanto aos resíduos, os resultados mostram que houve uma redução no valor das médias em todos os sensores para $Q/500$, entretanto, para os sensores DSS 1 e DSS

2 as reduções são muito menores quando comparadas com as reduções nos sensores IRES 1 e IRES 2.

Vale ressaltar também que analisando as Figuras 4.13, 4.14 e a Tabela 4.5, é possível verificar que existe uma grande interferência nas alterações dos valores de Q nos resíduos dos sensores IRES, porém, os resultados apresentados para $Q \cdot 500$ são muito mais estáveis do que os resultados para $Q/500$, uma vez que as curvas dos resíduos do IRES com a redução de Q demonstram uma amplitude e desvio padrão maiores que das curvas com o aumento de Q .

Por sua vez, as curvas dos resíduos dos sensores DSS são muito similares a curva referencial, sendo difícil de verificar alguma mudança significativa nos gráficos. Entretanto, é possível observar que o desvio padrão dos resíduos de DSS para $Q/500$ são menores do que os resíduos para $Q \cdot 500$, o que pode indicar maior estabilidade nos resíduos dos sensores quando existe uma redução de Q .

Quanto às covariâncias dos Ângulos de atitude, destaca-se que houve uma redução em suas médias comparadas aos valores referenciais. Quando comparadas com os valores obtidos para $Q \cdot 500$, percebe-se que as médias de *roll* e *yaw* são menores, enquanto *pitch* é maior, apesar de nenhuma dessas diferenças serem de consideravelmente grandes. Em relação às covariâncias das componentes de *bias*, os valores obtidos com a redução da matriz Q são muito similares aos referenciais, porém, assim como na Tabela 4.4, estes valores também se encontram aproximados na Tabela 4.5.

4.1.3 Análise da interferência da matriz P

Assim como foi feito durante a análise da matriz Q , para verificar a interferência da matriz P no FKE, os valores iniciais de Q_0 , R_0 e \mathbf{x}_0 foram mantidas como os da referência. Assim, pôde-se analisar o comportamento de cada uma das variáveis durante a o aumento e diminuição da matriz P . Ademais, o fator de variação da matriz também foi 500, ou seja, analisamos a interferência para $P \cdot 500$ e para $P/500$.

A Tabela 4.6 mostra os resultados obtidos para $P \cdot 500$, evidenciando a média, desvio padrão e a porcentagem de variação de cada variável em relação ao valor referencial.

Tabela 4.6 - Dados obtidos com Q e R referenciais e $P \cdot 500$

Variável	Média	Desvio padrão	Porcentagem da referência
<i>Roll</i> (ϕ)	3.3162	± 0.3055	-0.769%
<i>Pitch</i> (θ)	5.0203	± 0.2140	+0,000%
<i>Yaw</i> (ψ)	2.0881	± 1.8967	-0.191%
Resíduo DSS 1	-1.8460	± 0.5148	+1.442%
Resíduo DSS 2	0.4939	± 1.0600	+0.570%
Resíduo IRES 1	0.0181	± 0.0045	+341.3%
Resíduo IRES 2	-0.0003	± 0.0030	-200,0%
σ_ϕ	0.0595	± 0.0024	+13.33%
σ_θ	0.0599	± 0.0024	+0.167%
σ_ψ	1.1041	± 0.0842	+0.009%
σ_{ϵ_x}	0.0062	± 0.0003	-
σ_{ϵ_y}	0.0062	± 0.0003	-
σ_{ϵ_z}	0.0062	± 0.0003	-

Analisando a [Tabela 4.6](#), verifica-se que o aumento da matriz P não causa uma alteração significativa nos Ângulos de atitude, visto que a porcentagem de variação dos ângulos em relação aos valores referenciais, demonstrados na [Tabela 4.1](#), são próximas de zero. Por sua vez, a [Tabela 4.7](#) demonstra os resultados obtidos para $P/500$ com os mesmos parâmetros da [Tabela 4.6](#).

A [Tabela 4.7](#) também evidencia que a diminuição da matriz P não interfere de forma que seja perceptível os ângulos de atitude ou as covariâncias. Entretanto, é perceptível nas duas tabelas uma grande diferença nas médias obtidas dos resíduos em ambos sensores IRES, embora seja visível graficamente essa variação apenas no comportamento do sensor IRES 2, uma vez que o mesmo teve a maior diferença de valores.

Dessa forma, para a análise da interferência da matriz P nos cálculos do FKE, destacam-se variações principais no comportamento de duas variáveis: o resíduo do sensor DSS 1 e o resíduo do sensor IRES 2. As [Figuras 4.16](#) e [4.17](#) demonstram o comportamento de ambas variáveis após as alterações aplicadas na matriz P .

Tabela 4.7 - Dados obtidos com Q e R referenciais e $P/500$

Variável	Média	Desvio padrão	Porcentagem da referência
<i>Roll</i> (ϕ)	3.3467	0.6556	+0.144%
<i>Pitch</i> (θ)	5.0203	0.2140	+0,000%
<i>Yaw</i> (ψ)	2.0929	1.6393	+0.038%
Resíduo DSS 1	-1.8779	0.3052	-0.262%
Resíduo DSS 2	0.4907	0.8952	-0.081%
Resíduo IRES 1	-0.0122	0.5986	-62.66%
Resíduo IRES 2	-0.0003	0.0031	-200,0%
σ_ϕ	0.0512	0.0021	-2.476%
σ_θ	0.0599	0.0024	+0.167%
σ_ψ	1.1041	0.0842	+0.009%
σ_{ϵ_x}	0.0000	0.0000	-
σ_{ϵ_y}	0.0000	0.0000	-
σ_{ϵ_z}	0.0000	0.0000	-

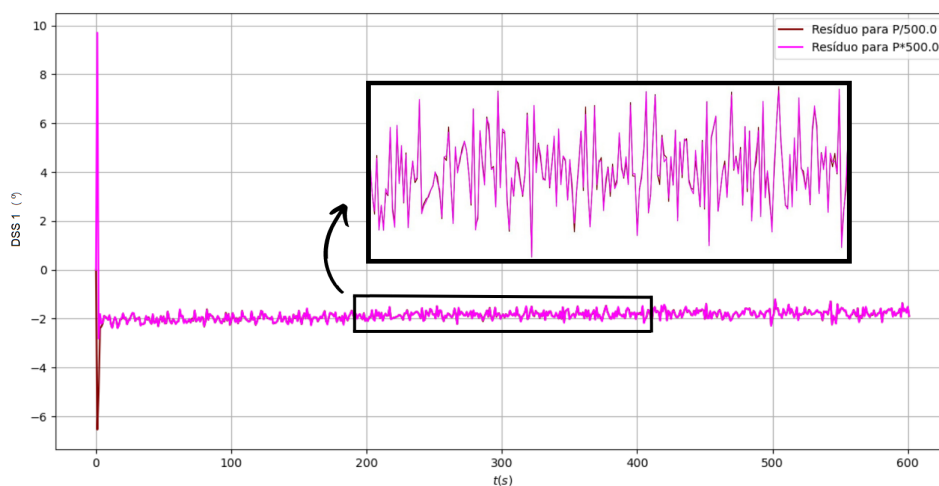


Figura 4.16 - Resíduos do DSS 1 para $P \cdot 500$ e $P/500$

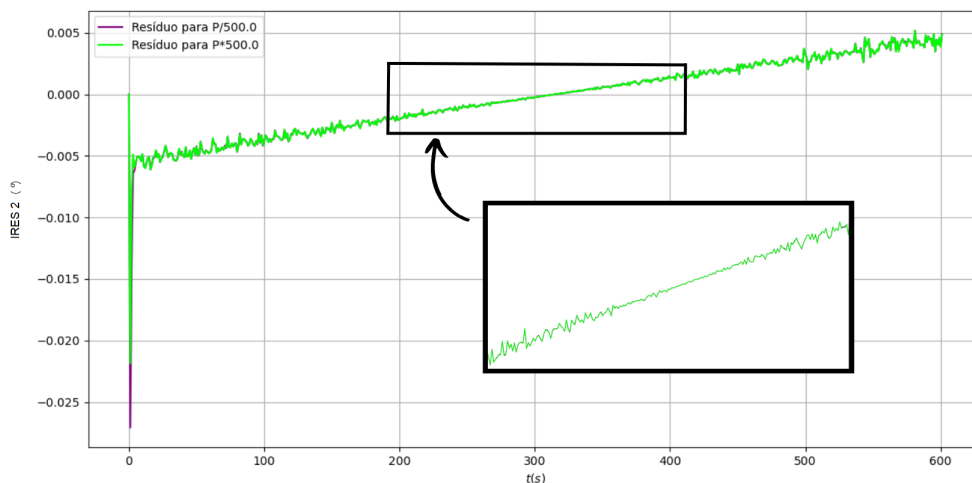


Figura 4.17 - Resíduos do IRES 2 para $P \cdot 500$ e $P/500$

Observando a Figura 4.16 e a comparando com o comportamento da curva do resíduo do sensor DSS 1 com os dados referenciais, demonstrado na Figura 4.5, pode-se observar que ao aumentarmos o valor da matriz P em 500 vezes, a curva residual do sensor tem uma grande variação logo em seu início, onde seu ponto máximo passa a ser próximo a 10 (muito maior do que o resultado obtido com os dados referenciais).

Por sua vez, a alteração no comportamento do resíduo no sensor IRES 2 é ainda mais visível, uma vez que sua estabilização é muito comprometida no aumento e na diminuição da matriz P . Comparando a Figura 4.8 com a curva demonstrada na Figura 4.17, vemos que o resíduo apresentado nos resultados após a variação de P não possui o comportamento esperado de variar em torno de zero, uma vez que seus valores iniciais e finais estão distantes de zero.

4.1.4 Análise da interferência da matriz R

A matriz R é a matriz de covariância relacionada as incertezas das observações feitas pelos sensores dos satélites, sendo assim uma das matrizes de maior relevância nesses estudos, visto que os sensores são de suma importância para a fase de atualização do FKE.

Por isso, assim que a análise das demais matrizes foram feitas, iniciou-se os estudos sobre a interferência que a matriz R poderia causar nos resultados do FKE em caso de variações. Dessa forma, o mesmo procedimento anterior foi adotado, as matrizes P_0 e Q_0 foram mantidas constantes e com os mesmos dados utilizados

nos resultados referenciais, enquanto a matriz R foi multiplicada e dividida por 500, ou seja, $R \cdot 500$ e $R/500$.

Com os cálculos realizados para o aumento da matriz em 500 vezes, obteve-se os dados demonstrados na Tabela 4.8. Ademais, os dados obtidos para a diminuição da matriz R em 500 vezes podem ser observados na Tabela 4.9.

Tabela 4.8 - Dados obtidos com Q e P referenciais e $R \cdot 500$

Variável	Média	Desvio padrão	Porcentagem da referência
<i>Roll</i> (ϕ)	3.4316	2.2583	-0.009%
<i>Pitch</i> (θ)	5.0219	0.2152	+0.032%
<i>Yaw</i> (ψ)	2.2318	3.0060	+6.678%
Resíduo DSS 1	-1.9506	1.7882	-4.143%
Resíduo DSS 2	0.4506	0.8953	-8.247%
Resíduo IRES 1	-0.0972	2.2559	-1196%
Resíduo IRES 2	-0.0019	0.0328	-733.3%
σ_ϕ	0.0595	0.0024	+13.33%
σ_θ	0.0599	0.0024	+0.167%
σ_ψ	1.1041	0.0842	+0.009%

Tabela 4.9 - Dados obtidos com Q e P referenciais e $R/500$

Variável	Média	Desvio padrão	Porcentagem da referência
<i>Roll</i> (ϕ)	3.3160	0.3058	-0.775%
<i>Pitch</i> (θ)	5.0203	0.2140	+0,000%
<i>Yaw</i> (ψ)	2.0854	1.9642	-0.320%
Resíduo DSS 1	-1.8450	0.5380	-+1.495%
Resíduo DSS 2	0.4953	1.0959	+0.855%
Resíduo IRES 1	0.0184	0.0022	+345.3%
Resíduo IRES 2	-0.0003	0.0030	-200,0%
σ_ϕ	0.0512	0.0021	-2.476%
σ_θ	0.0599	0.0024	+0.167%
σ_ψ	1.1041	0.0842	+0.009%

Com os resultados do FKE após as variações da matriz R , pode-se destacar algumas

principais mudanças analisando as Tabelas 4.8 e 4.9, como os resíduos nos sensores DSS 1, IRES 1 e IRES 2, além da leve variação nos resultados obtidos no ângulo *yaw*.

A Figura 4.18 mostra o comportamento da curva residual para $R \cdot 500$ e para $R/500$.

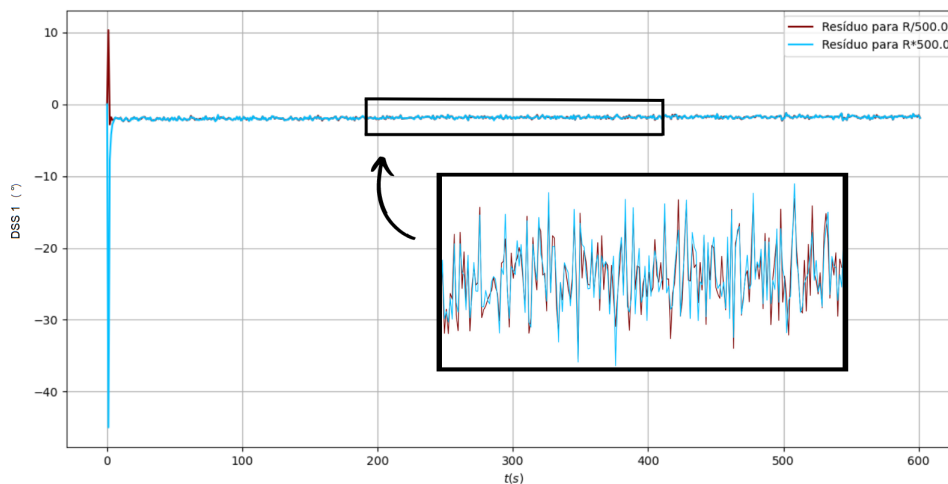


Figura 4.18 - Resíduo do DSS 1 para $R \cdot 500$ e $R/500$

A partir da Figura 4.18 é possível verificar que existe uma pequena diferença na curva dos resíduos deste sensor quando houve uma diminuição no valor da matriz R . Essa variação, assim como ocorreu no mesmo sensor quando a matriz P variou, demonstra que a curva demorou um certo tempo a mais para estabilizar, uma vez que seu ponto máximo é próximo a 10, muito maior do que a curva residual referencial. Por sua vez, a curva do resíduo para o aumento na matriz R permaneceu similar aos resultados referenciais.

Outras alterações relevantes de serem comentadas são em relação aos resíduos dos dois sensores IRES. Assim, as Figuras 4.19 e 4.20 demonstram os comportamentos residuais de tais sensores.

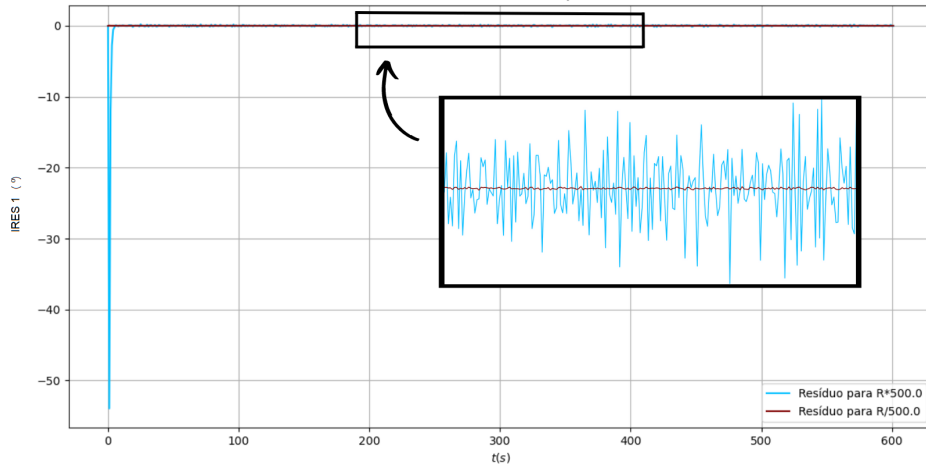


Figura 4.19 - Resíduo do IRES 1 com R variando

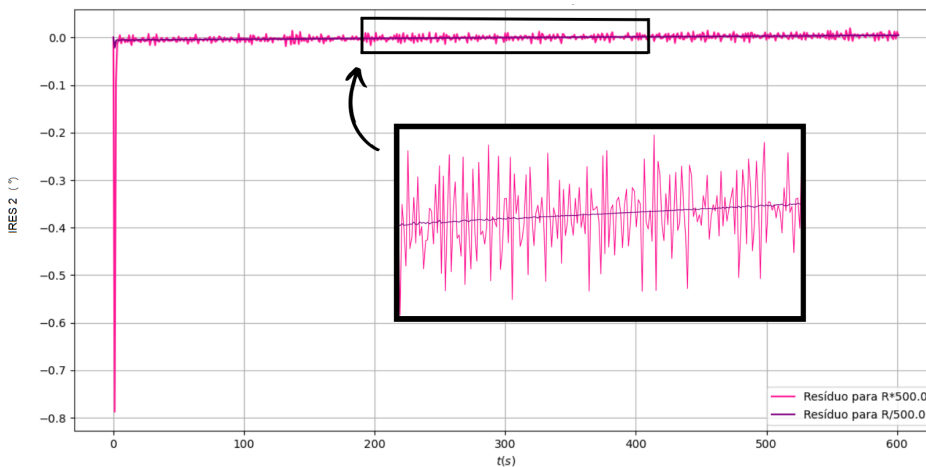


Figura 4.20 - Resíduo do IRES 2 com R variando

Observando as Figuras 4.19 e 4.20 e as comparando com as Figuras 4.7 e 4.8, verifica-se que ambos os comportamentos são similares. Entretanto, as Tabelas 4.8 e 4.9 demonstram que existe uma grande variação nos valores dos resíduos nos dois sensores, fato que contradiz a similaridade das curvas com as versões referenciais.

Porém, é possível observar que após o aumento da matriz R , o número de oscilações da curva dos resíduos é muito maior, ou seja, é possível dizer que a frequência da curva é maior, ainda que os valores fiquem em torno de zero, como esperado de um

ruído gaussiano branco. Por sua vez, quando a matriz R é diminuída, percebe-se que as curvas residuais em ambos os gráficos têm suas amplitudes diminuídas, tendo uma menor variação de um ponto a outro, ou seja, os resultados estão muito mais próximos de zero. Esses acontecimentos possivelmente podem explicar os resultados demonstrados nas Tabelas 4.8 e 4.9.

Por fim, resalta-se a variação nos valores do ângulo ψ . Observando todas as tabelas apresentadas nesta seção, percebe-se que os ângulos de Euler variam muito pouco em relação aos valores referenciais, devido a isso, pouco foi comentado sobre tais ângulos durante as análises das interferências das matrizes. Dessa forma, como foi feito para a análise da interferência da matriz Q , onde o ângulo yaw teve uma variação um pouco maior do que as demais, será comentado sobre as mudanças do mesmo após o aumento e diminuição da matriz R , uma vez que nestes casos, o ângulo yaw também variou um pouco mais do que os demais. Assim, a Figura 4.21 demonstra as curvas do ângulo yaw com as variações da matriz R .

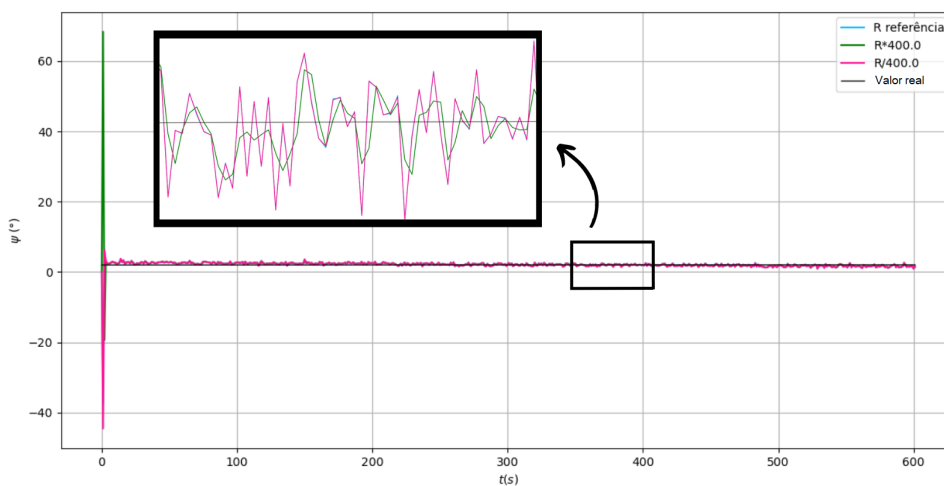


Figura 4.21 - Ângulo yaw com R variando

Observando a [Figura 4.21](#), é visível que existe uma grande variação no início de sua curva para $R \cdot 500$. Entretanto, uma vez que as curvas apresentadas estejam estabilizadas, é possível observar que a para $R \cdot 500$, os valores calculados são muito mais similares do que os valores referenciais quando comparados aos valores para $R/500$, visto que a curva obtida com a diminuição da matriz R possui uma maior amplitude que a curva referencial, indicando que a precisão dos resultados foi afetada.

4.2 Dados simulados para 50 observações

Além das análises realizadas nas seções anteriores, onde as matrizes Q_0 , P_0 e R_0 foram variadas uma por vez, sempre mantendo as demais constantes enquanto a matriz em questão era alterada, fez-se também um estudo a respeito do número de observações seria considerado no FKE.

Todos os cálculos realizados até aqui neste relatório foram feitos para um total de 600 observações. Dessa forma, para analisar a interferência que o número de observações pode causar no filtro, a quantidade de observações foi reduzida para apenas 50 observações. Assim, foi possível observar se houve mudanças nos valores e comportamentos das curvas de cada uma das variáveis estimadas pelo FKE, apenas com a redução no número de observações, mantendo as matrizes Q_0 , P_0 e R_0 com seus valores referenciais.

Os resultados observados foram os ângulos de atitude *roll*, *pitch* e *yaw*. As Figuras 4.22, 4.23 e 4.24 demonstram as variações destes ângulos no tempo.

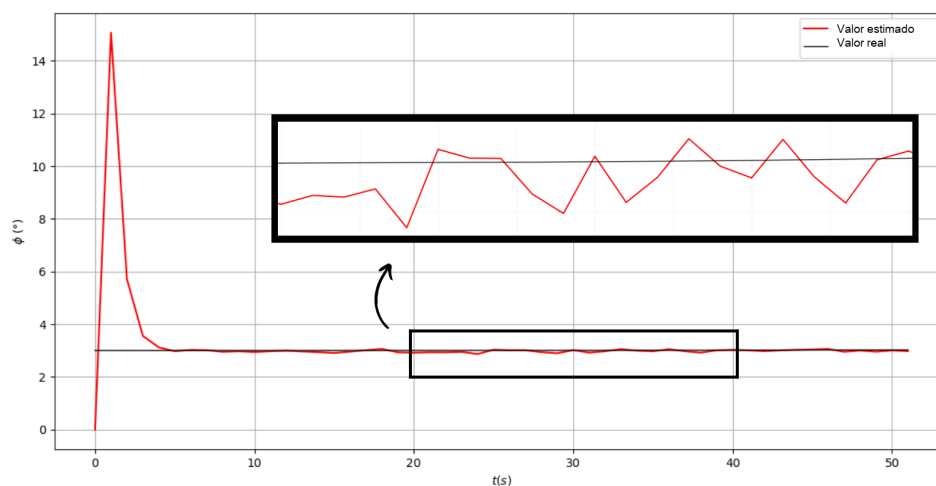


Figura 4.22 - Ângulo *roll* com 50 observações

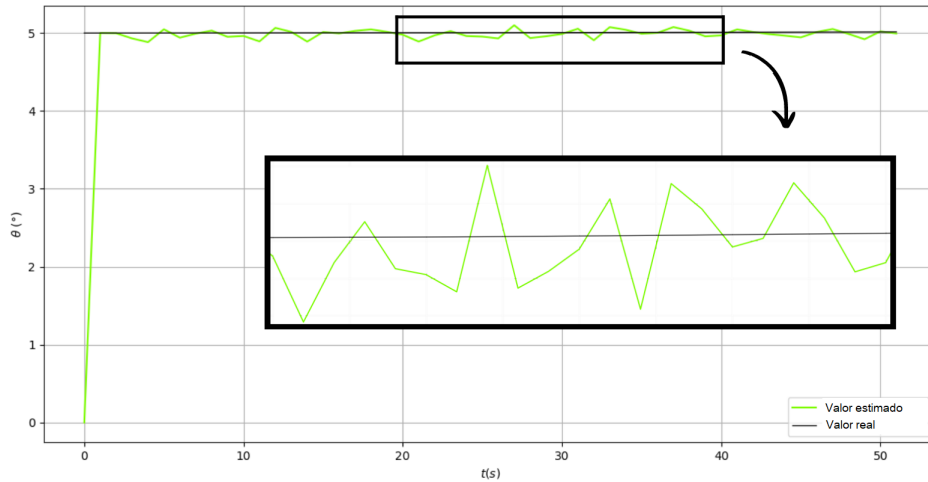


Figura 4.23 - Ângulo *pitch* com 50 observações

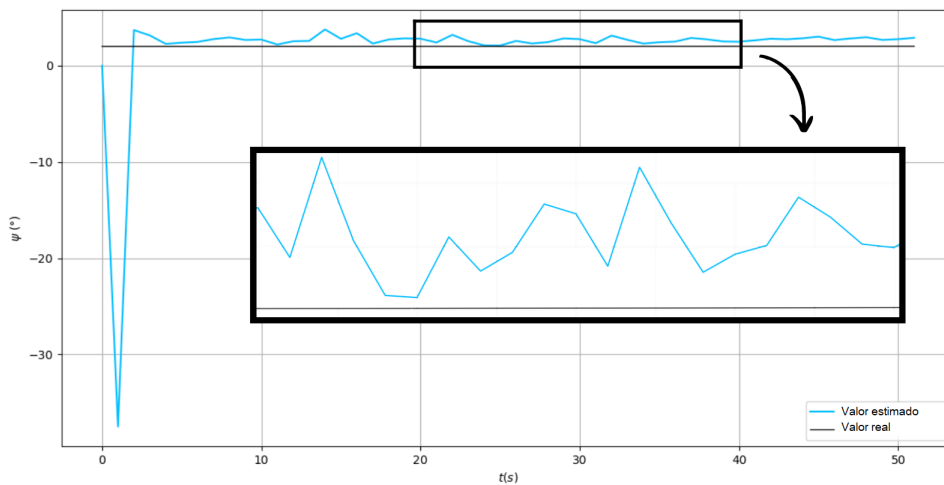


Figura 4.24 - Ângulo *yaw* com 50 observações

Observando os comportamentos dos ângulos de Euler para 50 medições representados nas Figuras 4.22, 4.23 e 4.24, pode-se as comparar com as Figuras 4.1, 4.2 e 4.3 respectivamente, onde é possível verificar que o comportamento de tais curvas são muito similares. Entretanto, a diferença que existe entre estes gráficos é o número de oscilações da curva, uma vez que o número de observações foi reduzido.

É visível que as curvas com menor número de observações possuem um maior tempo para se estabilizarem, oscilando entre a curva das medidas reais do satélite. Ainda

assim, pode-se concluir que o comportamento e valores dos resultados obtidos para esta análise mostram a convergência do FKE.

Além dos ângulos de atitude, também foram estimados os *bias* do giro. A Figura 4.25 mostra o comportamento de tais componentes no tempo.

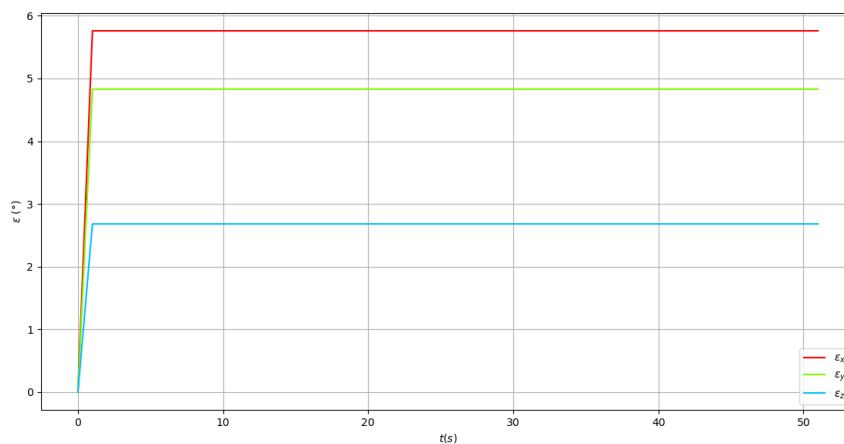


Figura 4.25 - Componentes x , y e z do *bias* estimado com 50 observações

Em relação às componentes x , y e z do vetor *bias*, percebe-se que não há mudanças nos valores ou no comportamento dos gráficos, pois quando comparadas a Figura 4.25 referente aos resultados com 50 observações, com a Figura 4.4, relacionadas aos valores referenciais, percebe-se que os gráficos são muito similares. Assim, concluímos que para todos os elementos dos vetores de estados estimados, o número de observações não interfere nos resultados do filtro.

Por fim, vale ressaltar os resultados obtidos para a inovação e resíduos dos sensores do satélite, visto que os comportamentos apresentados demonstraram certas diferenças em relação aos dados referenciais para 50 observações. As Figuras 4.26, 4.27, 4.28 e 4.29 apresentam as curvas dos resíduos e inovações dos sensores para 50 observações.

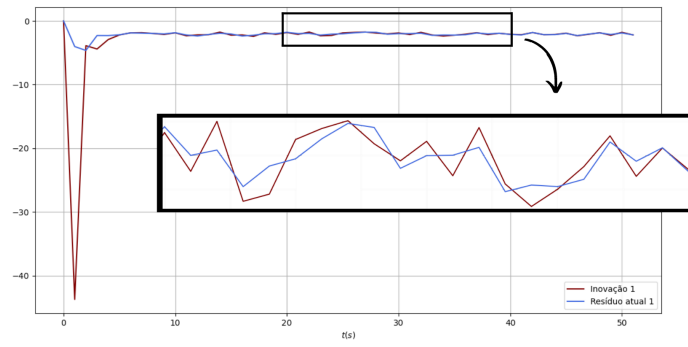


Figura 4.26 - Inovação e resíduo do sensor DSS 1 com 50 observações

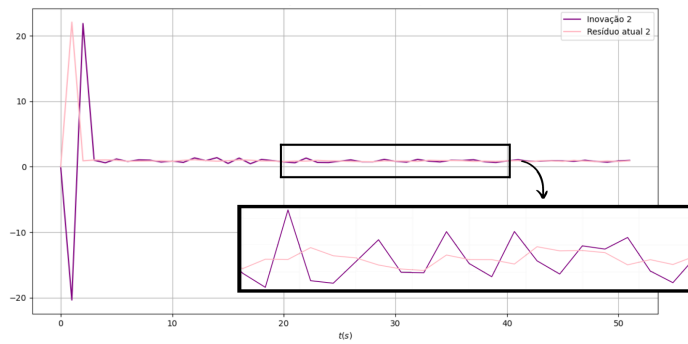


Figura 4.27 - Inovação e resíduo do sensor DSS 2 com 50 observações

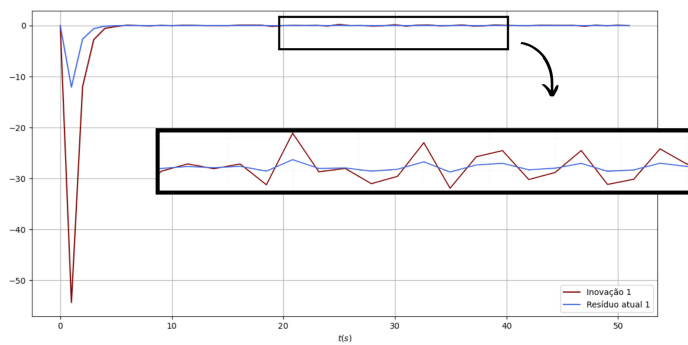


Figura 4.28 - Inovação e resíduo do sensor IRES 1 com 50 observações

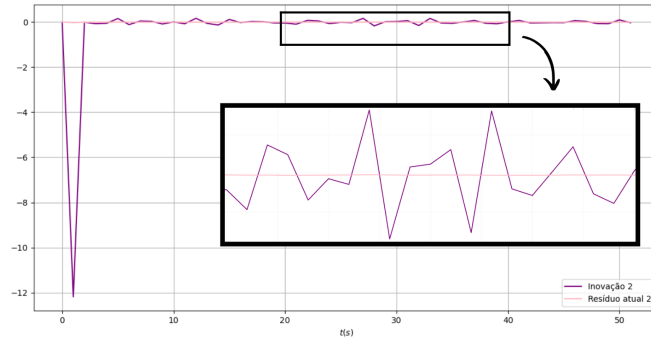


Figura 4.29 - Inovação e resíduo do sensor IRES 2 com 50 observações

Observando as Figuras 4.26, 4.27, 4.28 e 4.29, verifica-se que os resíduos e inovações possuem comportamento parecidos aos resultados referenciais.

Entretanto, estes gráficos evidenciam ainda mais o que foi concluído com os resultados referenciais, onde as curvas residuais possuem uma amplitude muito menor quando comparadas às curvas das inovações, uma vez que o resíduo é a diferença entre a medida real e o valor que já passou pela etapa de atualização do FKE, enquanto a inovação são os valores que apenas passaram pela etapa da propagação.

Portanto, conclui-se também que até para os resíduos, que costumam demonstrar maiores variações com mudanças no sistema, os comportamentos e valores são similares quando houve uma redução no número de observações para 50.

4.3 Resumo dos resultados

Nesta seção é apresentada a Tabela 4.10, que demonstra de forma mais evidente as interferências que o aumento e diminuição das matrizes de covariância causaram no FKE.

Ressalta-se que serão destacadas na Tabela 4.10 todas as variáveis obtidas com os cálculos do FKE, tanto as que demonstraram variações e alterações significativas referentes aos resultados referenciais, que foram explicadas nas seções anteriores, quanto as que permaneceram similares aos dados referenciais. Assim, é apresentado o que ocorreu com cada uma das variáveis em cada uma das análises feitas com as matrizes, podendo ser indicado que a variável aumentou (\uparrow), diminuiu (\downarrow) ou que continuou com resultados muito próximos (\simeq), sem uma interferência relevante.

Vale comentar que os resultados obtidos com a diminuição do número de observa-

Tabela 4.10 - Resumo das interferências causadas pelas variações das matrizes de covariância com relação aos parâmetros de referência

Variável	$Q \cdot 500$	$Q/500$	$P \cdot 500$	$P/500$	$R \cdot 500$	$R/500$
ϕ	\simeq	\simeq	\simeq	\simeq	\simeq	\simeq
θ	\simeq	\simeq	\simeq	\simeq	\simeq	\simeq
ψ	\downarrow	\uparrow	\simeq	\simeq	\uparrow	\simeq
Resíduo DSS 1	\simeq	\simeq	\simeq	\simeq	\downarrow	\simeq
Resíduo DSS 2	\simeq	\downarrow	\simeq	\simeq	\downarrow	\simeq
Resíduo IRES 1	\uparrow	\downarrow	\uparrow	\downarrow	\downarrow	\uparrow
Resíduo IRES 2	\downarrow	\downarrow	\downarrow	\downarrow	\downarrow	\downarrow

ções para 50 não foram colocados na Tabela 4.10, uma vez que todas as variáveis apresentaram comportamento e valores muito similares aos referenciais.

5 Conclusões

Foi proposto neste trabalho, uma análise das interferências das matrizes de covariância Q , P e R na atuação do FKE, quando alteradas. Assim, primeiramente foram obtidos resultados com os parâmetros referenciais até que o filtro fosse ajustado de modo satisfatório, para que dessa forma, novos resultados fossem obtidos com alterações nas matrizes de covariância, sempre mantendo duas matrizes constantes e iguais aos valores referenciais e se alterando a terceira. Com isso, fez-se as análises através de comparações das médias e desvios-padrão entre os resultados obtidos utilizando os dados referenciais e os resultados obtidos à cada alteração nas matrizes.

Tais comparações permitiram concluir que apesar do aumento das matrizes referenciais Q_0 , P_0 e R_0 em 500 vezes, a grande maioria dos parâmetros estimados pelo filtro não tiveram alterações significativas, uma vez que neste trabalho, apenas foram consideradas como uma interferência significativa os resultados que variaram 3% em relação ao seu resultado referencial, ou aqueles que apresentaram uma variação visível graficamente. Ainda assim, houverem algumas alterações relevantes com os aumentos e diminuições das matrizes, principalmente em relação aos resíduos dos sensores e ao ângulo *yaw*.

Avaliando todas as comparações feitas, resumidas na Tabela 4.10, além de todos os gráficos obtidos, é factível dizer que houveram duas principais interferências das

alterações das matrizes: na convergência das curvas e na precisão dos dados.

Em relação ao tempo de estabilização, verificou-se em alguns resultados estimados pelo filtro após as variações nas matrizes, que a curva demorou mais tempo para estabilizar comparado aos resultados referenciais. Tal consequência pôde ser observada nos resíduos do sensor DSS 1 para o aumento da matriz P_0 e na diminuição da matriz R_0 , além do ângulo *yaw* para o aumento da matriz R_0 .

As alterações das matrizes deveriam impactar diretamente na convergência ou divergência dos parâmetros estimados. Entretanto, após todos os resultados, verificou-se que o único parâmetro que divergiu após uma alteração, foi o resíduo do sensor IRES 2 para $P \cdot 500$ e $P/500$, indicando que a alteração na matriz P resultou em uma perda de estabilidade do filtro.

Entretanto, a principal consequência causada pelas variações das matrizes foi em relação à precisão dos resultados obtidos, onde foi demonstrado nos gráficos dos resíduos dos sensores IRES que o aumento de Q_0 e a diminuição de R_0 , implicaram diretamente no aumento da precisão da estimação quando comparado com os resultados obtidos através das condições referenciais, visto que a amplitude e desvios-padrão dessas curvas foram muito menores quando comparadas aos resultados referenciais.

Pode-se concluir assim, que as matrizes Q , P e R possuem uma grande influência nos resultados de estimação do filtro, por isso seus ajustes são necessários para que o filtro apresente um resultado satisfatório. Porém, quando a interferência de cada uma das matrizes foi analisada individualmente, verificou-se que as principais alterações foram referentes aos resíduos dos sensores do satélite e ao ângulo *yaw*. Ademais, como os resíduos estão diretamente ligados às medições dos sensores, as alterações nas matrizes Q e R foram as que mais influenciaram nestes resultados, enquanto a matriz P mostrou consequências maiores na estabilidade dos resultados.

Por fim, é perceptível através dos resultados das estimações do ângulo *yaw*, que dentre os ângulos de atitude, ψ é o que mais sofreu interferências. Tal diferença deste ângulo para os demais pode ser explicada pelo fato de ψ ser medido pelos sensores DSS, enquanto ϕ e θ são medidos pelos sensores IRES, que por sua vez são mais precisos do que os sensores DSS.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

DE ALMEIDA, Marta Pudwell Chaves. **Modelamento de Efeitos de Propagação em Enlaces Satélite de Órbita Baixa**. 2003. Tese de Doutorado. PUC-Rio.

FUMING, H.; KUGA, H. Cbers simulator mathematical models. **CBTT Project, CBTT/2000/MM/001**, 1999.

GARCIA, Roberta Veloso; KUGA, H. K.; ZANARDI, M. C. Filtro Não-Linear de Kalman Sigma-Ponto com Algoritmo Unscented Aplicado a Estimativa Dinâmica da Atitude de Satélites Artificiais. **Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais. São José dos Campos/SP**, 2011.

KUGA, H. K. Noções práticas de técnicas de estimação. **Class Notes of Optimization on Dynamical Systems II**", INPE, São José dos Campos, Brazil, 2005.

LEFFERTS, Ern J.; MARKLEY, F. Landis; SHUSTER, Malcolm D. Kalman filtering for spacecraft attitude estimation. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 5, n. 5, p. 417-429, 1982.

MARKLEY, F. Landis; CRASSIDIS, John L. **Fundamentals of spacecraft attitude determination and control**. New York, NY, USA:: Springer New York, 2014.

MAYBECK, Peter S. **Stochastic models, estimation, and control**. Academic press, 1982.

SCHAUB, Hanspeter; JUNKINS, John L. **Analytical mechanics of space systems**. Aiaa, 2003.

SILVA, William Reis. **FILTRO H-INFINITO ESTENDIDO DE SEGUNDA ORDEM E FILTRO DE PARTÍCULAS REGULARIZADO COM "ROUGHENING" APLICADOS NA ESTIMAÇÃO DE ATITUDE DE SATÉLITES ARTIFICIAIS**. 2016.

WERTZ, James R. (Ed.). **Spacecraft attitude determination and control**. Springer Science Business Media, 2012.