



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÕES  
**INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS**

sid.inpe.br/mtc-m21d/2022/04.25.20.33-TDI

## **OTIMIZAÇÃO DE TRAJETÓRIAS DE BAIXO EMPUXO DA TERRA À LUA CONSIDERANDO CONSUMO DE COMBUSTÍVEL E DOSE DE RADIAÇÃO ABSORVIDA**

Rodrigo Nascente Schmitt

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelos Drs. Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado, e Vivian Martins Gomes, aprovada em 04 de março de 2022.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34T/46PGHA2>>

INPE  
São José dos Campos  
2022

**PUBLICADO POR:**

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE  
Coordenação de Ensino, Pesquisa e Extensão (COEPE)  
Divisão de Biblioteca (DIBIB)  
CEP 12.227-010  
São José dos Campos - SP - Brasil  
Tel.:(012) 3208-6923/7348  
E-mail: pubtc@inpe.br

**CONSELHO DE EDITORAÇÃO E PRESERVAÇÃO DA PRODUÇÃO INTELLECTUAL DO INPE - CEPPII (PORTARIA Nº 176/2018/SEI-INPE):**

**Presidente:**

Dra. Marley Cavalcante de Lima Moscati - Coordenação-Geral de Ciências da Terra (CGCT)

**Membros:**

Dra. Ieda Del Arco Sanches - Conselho de Pós-Graduação (CPG)  
Dr. Evandro Marconi Rocco - Coordenação-Geral de Engenharia, Tecnologia e Ciência Espaciais (CGCE)  
Dr. Rafael Duarte Coelho dos Santos - Coordenação-Geral de Infraestrutura e Pesquisas Aplicadas (CGIP)  
Simone Angélica Del Ducca Barbedo - Divisão de Biblioteca (DIBIB)

**BIBLIOTECA DIGITAL:**

Dr. Gerald Jean Francis Banon  
Clayton Martins Pereira - Divisão de Biblioteca (DIBIB)

**REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:**

Simone Angélica Del Ducca Barbedo - Divisão de Biblioteca (DIBIB)  
André Luis Dias Fernandes - Divisão de Biblioteca (DIBIB)

**EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:**

Ivone Martins - Divisão de Biblioteca (DIBIB)  
André Luis Dias Fernandes - Divisão de Biblioteca (DIBIB)



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÕES  
**INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS**

sid.inpe.br/mtc-m21d/2022/04.25.20.33-TDI

## **OTIMIZAÇÃO DE TRAJETÓRIAS DE BAIXO EMPUXO DA TERRA À LUA CONSIDERANDO CONSUMO DE COMBUSTÍVEL E DOSE DE RADIAÇÃO ABSORVIDA**

Rodrigo Nascente Schmitt

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelos Drs. Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado, e Vivian Martins Gomes, aprovada em 04 de março de 2022.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34T/46PGHA2>>

INPE  
São José dos Campos  
2022

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

---

Schmitt, Rodrigo Nascente.

Sc56o Otimização de trajetórias de baixo empuxo da Terra à Lua considerando consumo de combustível e dose de radiação absorvida / Rodrigo Nascente Schmitt. – São José dos Campos : INPE, 2022.

xxx + 117 p. ; (sid.inpe.br/mtc-m21d/2022/04.25.20.33-TDI)

Dissertação (Mestrado em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2022.

Orientadores : Drs. Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado e Vivian Martins Gomes.

1. Cinturão de Van Allen. 2. Cinturão de radiação. 3. Órbita de baixo empuxo. 4. Transferência interplanetária. 5. Otimização de órbita. I.Título.

CDU 521-31:629.78

---



Esta obra foi licenciada sob uma Licença [Creative Commons Atribuição-NãoComercial 3.0 Não Adaptada](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 3.0 Unported License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).



MINISTÉRIO DA  
CIÊNCIA, TECNOLOGIA  
E INOVAÇÕES



## INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

Serviço de Pós-Graduação - SEPGR

### DEFESA FINAL DE DISSERTAÇÃO RODRIGO NASCENTE SCHMITT

**BANCA Nº 037/2022, REG. 708888/2021.**

No dia 04 de março de 2022, às 12h, por teleconferência, o(a) aluno(a) mencionado(a) acima defendeu seu trabalho final (apresentação oral seguida de arguição) perante uma Banca Examinadora, cujos membros estão listados abaixo. O(A) aluno(a) foi APROVADO(A) pela Banca Examinadora, por unanimidade, em cumprimento ao requisito exigido para obtenção do Título de Mestre em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle. O trabalho não precisa de correções.

**Título Novo: "Otimização de trajetórias de baixo empuxo da Terra à Lua considerando consumo de combustível e dose de radiação absorvida".**

#### Membros da Banca:

Dr. Rodolpho Vilhena De Moraes - Presidente- INPE

Dr. Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado - Orientador - INPE

Dra. Vivian Martins Gomes - Orientadora - UNESP/FEG

Dr. Hélio Koiti Kuga - Membro Interno - INPE

Dr. Sylvio Ferraz-Mello - Membro Externo - USP



Documento assinado eletronicamente por **Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado, Chefe do Serviço de Pós-Graduação**, em 08/03/2022, às 09:30 (horário oficial de Brasília), com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Sylvio Ferraz de Mello (E), Usuário Externo**, em 08/03/2022, às 12:55 (horário oficial de Brasília), com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Helio Koiti Kuga (E), Usuário Externo**, em 11/03/2022, às 22:36 (horário oficial de Brasília), com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Rodolpho Vilhena de Moraes (E), Usuário Externo**, em 15/03/2022, às 09:39 (horário oficial de Brasília), com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Vivian Martins gomes (E), Usuário Externo**, em 16/03/2022, às 14:21 (horário oficial de Brasília), com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site <http://sei.mctic.gov.br/verifica.html>, informando o código verificador **9497971** e o código CRC **EDAE2B37**.

---

**Referência:** Processo nº 01340.001324/2022-91

SEI nº 9497971

*“Any sufficiently advanced technology is indistinguishable from magic”.*

ARTHUR C. CLARKE  
em *“Profiles of the Future: An Inquiry into the Limits of  
the Possible”*, 1962





*Aos professores indianos do YouTube*



## AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, ao meu orientador, Antônio Prado Bertachini, uma inspiração que procuro emular na minha carreira científica, por colocar toda a confiança desde o início em terminar o Mestrado em um ano. Tamanha certeza de que o plano daria certo mudou minha própria auto-confiança completamente, e por isso sou eternamente grato.

Em segundo lugar, à minha família. Meu pai Mário, por vir me apoiando tanto na minha jornada desde o início e pelas tantas refeições deliciosas que cozinhou para nós. Minha mãe Inês, pelos inúmeros sacrifícios que me proporcionaram algumas das melhores experiências da minha vida durante estes anos e por me esperar ler capítulo a capítulo de Game of Thrones enquanto assistíamos a série. Minha irmã Juliana, por sempre ter sido uma irmã mais velha gentil, protetora, e pelas inúmeras camisetas espaciais que me deu de presente. E meu irmão Michel, um cientista brilhante com ótimas conversas durante trilhas pelo Grand Canyon e horas a fio dirigindo pelo deserto;

Em terceiro lugar, a todos os demais que me acompanharam ativamente durante esse período de Mestrado e que estiveram presente na minha despedida do Brasil: Night Riders (Fernando, Caiera e Guino); Golden Trio (Mario e Ric); aquele que me introduziu a Rick & Morty (Miller); USParkour Core (Lucas, Gu e Vampi); Role no Sítio (Arthur e Ana); minha falecida ou ex-namorada (Elisa); e meu irmão de outra mãe (Chris);

Ao CNPq, pelo apoio financeiro, sob o projeto nº: 114190/2018-6. À FAPESP, pelo apoio financeiro, sob os projetos nº: 2018/16442-6 e 2020/13557-7. O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Agradeço à MsC Andriana Susana Lopes de Oliveira Campanharo que gentilmente cedeu parte dos textos de sua dissertação para este estilo. O original de sua dissertação encontra-se na Biblioteca Digital do INPE, no endereço <http://urlib.net/sid.inpe.br/MTC-m13@80/2006/11.07.12.37>.



## RESUMO

Este trabalho apresenta uma série de propriedades pertinentes à transferência de uma espaçonave de uma órbita terrestre baixa (LEO) para a órbita da Lua usando um sistema de propulsão elétrica (baixo empuxo). Primeiro, um problema de otimização foi considerado para encontrar as localizações e comprimentos dos arcos de empuxo que maximizam a massa final da espaçonave em órbitas de transferência, limitando assim o escopo das trajetórias às mais eficientes em termos de combustível. Além disso, os cinturões de Van Allen foram modelados de acordo com a densidade de elétrons e prótons em cada ponto do espaço, a fim de medir a radiação total absorvida pela espaçonave através de uma integração da densidade de partículas ao longo do tempo correspondente. As simulações puderam, então, prever a relação entre a fluência das partículas e diversos parâmetros iniciais, como a excentricidade da órbita inicial e as características do sistema de propulsão. Em seguida, uma regressão multilinear e uma Rede Neural Artificial foram ajustadas aos dados através de uma regressão que relaciona a fluência de prótons e elétrons em função dos seguintes parâmetros: tempo de missão, impulso específico, empuxo, massa final (consumo de propelente), altura inicial do perigeu, excentricidade e inclinação. Essa análise se mostrou poderosa devido aos valores expressivos dos testes estatísticos, mostrando uma dependência positiva entre empuxo, tempo de missão e massa final da espaçonave com a fluência de partículas, e uma dependência negativa entre impulso específico, excentricidade inicial da órbita, inclinação e altura do perigeu com a fluência das partículas. Por fim, uma análise de uma manobra Swing-By também foi realizada juntamente com a incidência de radiação, revelando dependências implícitas dos incrementos de energia e velocidade em relação ao consumo de combustível, absorção de radiação, sistema de propulsão e parâmetros da órbita inicial.

Palavras-chave: Cinturão de Van Allen. Cinturão de radiação. Órbita de baixo empuxo. Transferência interplanetária. Otimização de órbita.



# OPTIMIZATION OF LOW-THRUST TRAJECTORIES FROM THE EARTH TO THE MOON CONSIDERING FUEL CONSUMPTION AND ABSORBED RADIATION DOSE

## ABSTRACT

This work presents a handful of underlying properties of a spacecraft's transfer from a Low Earth Orbit (LEO) to the Moon's orbit using an electric propulsion (low thrust) system. First, an optimization problem was considered to find the locations and lengths of the thrust arcs that maximize the final mass of the spacecraft for a number of transfer orbits, thereby limiting the scope of trajectories to the most fuel-efficient ones. In addition to this, the Van Allen belts were modelled according to the density of electrons and protons in each point of space, in order to measure the total radiation absorbed by the spacecraft through an integration of the density of particles over the corresponding time. The simulations could, then, predict the relationship between fluence of particles and several initial parameters, such as the initial orbit's eccentricity and the propulsion system characteristics. Then, a multilinear regression and an Artificial Neural Network were fitted to the data through a regression that relates the fluence of protons and electrons as a function of the following parameters: mission time, specific impulse, thrust, final mass (i.e. propellant consumption) and initial height of perigee, eccentricity and inclination. This analysis was proven powerful due to the expressive values from statistical tests, showing underlying positive correlations between thrust, mission time and final spacecraft mass with the fluence of particles, and negative correlations between specific impulse, initial orbit eccentricity, inclination and height of perigee with the fluence of particles. Finally, an analysis of a Swing-By maneuver was also carried out together with the radiation incidence, revealing hidden dependencies of the increments in energy and velocity with respect to the fuel consumption, radiation absorption, propulsion system and initial orbit parameters.

Keywords: Van Allen belts. Low thrust orbit. Interplanetary transfer. Radiation belts. Orbit optimization.





## LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
1.1 Radiação ionizante no espaço. . . . .	1
1.2 Massa final e tempo no cinturão em função do tempo da missão . . . . .	3
3.1 Função de comutação e controle de impulso versus tempo de transferência. . . . .	8
3.2 Movimento de partículas carregadas interagindo com o campo magnético terrestre. . . . .	11
3.3 Conversão das coordenadas R e $\lambda$ para B e L . . . . .	12
3.4 Modelo discreto adotado para os cinturões de Van Allen . . . . .	13
3.5 Exemplo de modelo contínuo dos cinturões de Van Allen . . . . .	14
3.6 Mapa de contorno de fluxos no cinturão de prótons . . . . .	15
3.7 Mapa de contorno de fluxos no cinturão de elétrons . . . . .	16
3.8 Inclinação máxima e mínima da órbita lunar em relação ao equador celeste da Terra $i_{moon}$ . . . . .	17
3.9 Inclinação da órbita lunar em relação ao equador terrestre de acordo com a data considerada. . . . .	18
3.10 Uso de sucessivos Swing-Bys com a Lua na missão do cometa ISEE-3/ICE. . . . .	19
3.11 A manobra de swing-by e algumas de suas variáveis. . . . .	20
3.12 Soma vetorial envolvida no swing-by. . . . .	23
4.1 Fluência de partículas em função do tempo de missão para diferentes excentricidades, usando o sistema de propulsão <i>NEXT</i> . . . . .	26
4.2 Fluência de partículas em função do tempo de missão para os sistemas de propulsão <i>NEXT</i> , Iônico, <i>BHT-8000</i> e <i>PPS-1500</i> . . . . .	27
4.3 Fluência de partículas em função do tempo total da missão para diferentes inclinações da órbita lunar, usando o sistema de propulsão <i>NEXT</i> . . . . .	28
4.4 Fluência de partículas em função do tempo de missão para diferentes alturas do perigeu, usando o sistema de propulsão <i>NEXT</i> . . . . .	28
4.5 Tempo no cinturão em função do tempo de missão para diferentes excentricidades, usando sistema de propulsão <i>NEXT</i> . . . . .	29
4.6 Tempo no cinturão em função do tempo de missão para os sistemas de propulsão <i>NEXT</i> , Iônico, <i>BHT-8000</i> e <i>PPS-1500</i> . . . . .	30
4.7 Tempo no cinturão em função do tempo de missão para diferentes alturas do perigeu, usando sistema de propulsão <i>NEXT</i> . . . . .	30
4.8 Massa final em função do tempo de missão para diferentes excentricidades, usando sistema de propulsão <i>NEXT</i> . . . . .	31

4.9	Massa final em função do tempo de missão para os sistemas de propulsão <i>NEXT</i> , Iônico, <i>BHT-8000</i> e <i>PPS-1500</i> . É possível perceber que os sistemas Iônico e <i>PPS-1500</i> possuem tempos mínimos de missão maiores por conta de seus empuxos baixos. . . . .	32
4.10	Massa final em função do tempo de missão para diferentes alturas do perigeu, usando sistema de propulsão <i>NEXT</i> . . . . .	33
4.11	Ganho em energia, em suas duas configurações, em função do tempo de missão para os sistemas de propulsão Iônico, <i>NEXT</i> , <i>BHT-8000</i> e <i>PPS-1500</i> . . . . .	34
4.12	Ganho em energia, em suas duas configurações, em função do tempo de missão para diferentes excentricidades, usando o sistema de propulsão Iônico. . . . .	34
4.13	Ganho em energia, em suas duas configurações, em função do tempo de missão para diferentes excentricidades, usando o sistema de propulsão <i>BHT-8000</i> . . . . .	35
4.14	Ganho em energia, em suas duas configurações, em função do tempo de missão para diferentes excentricidades, usando o sistema de propulsão <i>NEXT</i> . . . . .	36
4.15	Ganho em energia, em suas duas configurações, em função do tempo de missão para diferentes excentricidades, usando o sistema de propulsão <i>PPS-1350</i> . . . . .	36
4.16	Ganho em energia, em suas duas configurações, em função do tempo de missão para diferentes alturas do perigeu, usando o sistema de propulsão Iônico. . . . .	37
4.17	Ganho em energia, em suas duas configurações, em função do tempo de missão para diferentes alturas do perigeu, usando o sistema de propulsão <i>BHT-8000</i> . . . . .	38
4.18	Ganho em energia, em suas duas configurações, em função do tempo de missão para diferentes alturas do perigeu, usando o sistema de propulsão <i>NEXT</i> . . . . .	38
4.19	Ganho em energia, em suas duas configurações, em função do tempo de missão para diferentes alturas do perigeu, usando o sistema de propulsão <i>PPS-1350</i> . . . . .	39
4.20	Ganho em energia, em suas duas configurações, em função do tempo de missão para diferentes distâncias de aproximação à Lua, usando o sistema de propulsão Iônico. . . . .	39

4.21	Ganho em energia, em suas duas configurações, em função do tempo de missão para diferentes distâncias de aproximação à Lua, usando o sistema de propulsão <i>BHT-8000</i> . . . . .	40
4.22	Ganho em energia, em suas duas configurações, em função do tempo de missão para diferentes distâncias de aproximação à Lua, usando o sistema de propulsão <i>NEXT</i> . . . . .	40
4.23	Ganho em energia, em suas duas configurações, em função do tempo de missão para diferentes distâncias de aproximação à Lua, usando o sistema de propulsão <i>PPS-1350</i> . . . . .	41
4.24	Ganho em velocidade em função do tempo de missão para os sistemas de propulsão Iônico, <i>NEXT</i> , <i>BHT-8000</i> e <i>PPS-1500</i> . . . . .	42
4.25	Ganho em velocidade em função do tempo de missão para diferentes excentricidades, usando o sistema de propulsão Iônico. . . . .	43
4.26	Ganho em velocidade em função do tempo de missão para diferentes excentricidades, usando o sistema de propulsão <i>BHT-8000</i> . . . . .	43
4.27	Ganho em velocidade em função do tempo de missão para diferentes excentricidades, usando o sistema de propulsão <i>NEXT</i> . . . . .	44
4.28	Ganho em velocidade em função do tempo de missão para diferentes excentricidades, usando o sistema de propulsão <i>PPS-1350</i> . . . . .	45
4.29	Ganho em velocidade em função do tempo de missão para diferentes alturas do perigeu, usando o sistema de propulsão Iônico. . . . .	46
4.30	Ganho em velocidade em função do tempo de missão para diferentes alturas do perigeu, usando o sistema de propulsão <i>BHT-8000</i> . . . . .	46
4.31	Ganho em velocidade em função do tempo de missão para diferentes alturas do perigeu, usando o sistema de propulsão <i>NEXT</i> . . . . .	47
4.32	Ganho em velocidade em função do tempo de missão para diferentes alturas do perigeu, usando o sistema de propulsão <i>PPS-1350</i> . . . . .	48
4.33	Ganho em velocidade em função do tempo de missão para diferentes distâncias de aproximação à Lua, usando o sistema de propulsão Iônico. . . . .	49
4.34	Ganho em velocidade em função do tempo de missão para diferentes distâncias de aproximação à Lua, usando o sistema de propulsão <i>BHT-8000</i> . . . . .	49
4.35	Ganho em velocidade em função do tempo de missão para diferentes distâncias de aproximação à Lua, usando o sistema de propulsão <i>NEXT</i> . . . . .	50
4.36	Ganho em velocidade em função do tempo de missão para diferentes distâncias de aproximação à Lua, usando o sistema de propulsão <i>PPS-1350</i> . . . . .	51

4.37	Ganho em energia, em suas duas configurações, em função da fluência de elétrons para os sistemas de propulsão Iônico, <i>NEXT</i> , <i>BHT-8000</i> e <i>PPS-1500</i> . . . . .	52
4.38	Ganho em energia, em suas duas configurações, em função da fluência de elétrons para diferentes excentricidades, usando o sistema de propulsão Iônico. . . . .	53
4.39	Ganho em energia, em suas duas configurações, em função da fluência de elétrons para diferentes excentricidades, usando o sistema de propulsão <i>BHT-8000</i> . . . . .	53
4.40	Ganho em energia, em suas duas configurações, em função da fluência de elétrons para diferentes excentricidades, usando o sistema de propulsão <i>NEXT</i> . . . . .	54
4.41	Ganho em energia, em suas duas configurações, em função da fluência de elétrons para diferentes excentricidades, usando o sistema de propulsão <i>PPS-1350</i> . . . . .	54
4.42	Ganho em energia, em suas duas configurações, em função da fluência de elétrons para diferentes alturas do perigeu, usando o sistema de propulsão Iônico. . . . .	55
4.43	Ganho em energia, em suas duas configurações, em função da fluência de elétrons para diferentes alturas do perigeu, usando o sistema de propulsão <i>BHT-8000</i> . . . . .	56
4.44	Ganho em energia, em suas duas configurações, em função da fluência de elétrons para diferentes alturas do perigeu, usando o sistema de propulsão <i>NEXT</i> . . . . .	56
4.45	Ganho em energia, em suas duas configurações, em função da fluência de elétrons para diferentes alturas do perigeu, usando o sistema de propulsão <i>PPS-1350</i> . . . . .	57
4.46	Ganho em energia, em suas duas configurações, em função da fluência de elétrons para diferentes distâncias de aproximação à Lua, usando o sistema de propulsão Iônico. . . . .	57
4.47	Ganho em energia, em suas duas configurações, em função da fluência de elétrons para diferentes distâncias de aproximação à Lua, usando o sistema de propulsão <i>BHT-8000</i> . . . . .	58
4.48	Ganho em energia, em suas duas configurações, em função da fluência de elétrons para diferentes distâncias de aproximação à Lua, usando o sistema de propulsão <i>NEXT</i> . . . . .	59

4.49	Ganho em energia, em suas duas configurações, em função da fluência de elétrons para diferentes distâncias de aproximação à Lua, usando o sistema de propulsão <i>PPS-1350</i> . . . . .	59
4.50	Ganho em velocidade em função da fluência de elétrons para os sistemas de propulsão Iônico, <i>NEXT</i> , <i>BHT-8000</i> e <i>PPS-1500</i> . . . . .	60
4.51	Ganho em velocidade em função da fluência de elétrons para diferentes excentricidades, usando o sistema de propulsão Iônico. . . . .	61
4.52	Ganho em velocidade em função da fluência de elétrons para diferentes excentricidades, usando o sistema de propulsão <i>BHT-8000</i> . . . . .	62
4.53	Ganho em velocidade em função da fluência de elétrons para diferentes excentricidades, usando o sistema de propulsão <i>NEXT</i> . . . . .	62
4.54	Ganho em velocidade em função da fluência de elétrons para diferentes excentricidades, usando o sistema de propulsão <i>PPS-1350</i> . . . . .	63
4.55	Ganho em velocidade em função da fluência de elétrons para diferentes alturas do perigeu, usando o sistema de propulsão Iônico. . . . .	64
4.56	Ganho em velocidade em função da fluência de elétrons para diferentes alturas do perigeu, usando o sistema de propulsão <i>BHT-8000</i> . . . . .	64
4.57	Ganho em velocidade em função da fluência de elétrons para diferentes alturas do perigeu, usando o sistema de propulsão <i>NEXT</i> . . . . .	65
4.58	Ganho em velocidade em função da fluência de elétrons para diferentes alturas do perigeu, usando o sistema de propulsão <i>PPS-1350</i> . . . . .	66
4.59	Ganho em velocidade em função da fluência de elétrons para diferentes distâncias de aproximação à Lua, usando o sistema de propulsão Iônico. . . . .	67
4.60	Ganho em velocidade em função da fluência de elétrons para diferentes distâncias de aproximação à Lua, usando o sistema de propulsão <i>BHT-8000</i> . . . . .	67
4.61	Ganho em velocidade em função da fluência de elétrons para diferentes distâncias de aproximação à Lua, usando o sistema de propulsão <i>NEXT</i> . . . . .	68
4.62	Ganho em velocidade em função da fluência de elétrons para diferentes distâncias de aproximação à Lua, usando o sistema de propulsão <i>PPS-1350</i> . . . . .	69
4.63	Ganho em energia, em suas duas configurações, em função da massa final, onde o tamanho dos pontos representa a fluência de elétrons, para os sistemas de propulsão Iônico, <i>NEXT</i> , <i>BHT-8000</i> e <i>PPS-1500</i> . . . . .	70
4.64	Ganho em energia, em suas duas configurações, em função da massa final, onde o tamanho dos pontos representa a fluência de elétrons, para diferentes excentricidades, usando o sistema de propulsão Iônico. . . . .	71
4.65	Ganho em energia, em suas duas configurações, em função da massa final, onde o tamanho dos pontos representa a fluência de elétrons, para diferentes excentricidades, usando o sistema de propulsão <i>BHT-8000</i> . . . . .	71

4.66	Ganho em energia, em suas duas configurações, em função da massa final, onde o tamanho dos pontos representa a fluência de elétrons, para diferentes excentricidades, usando o sistema de propulsão <i>NEXT</i> . . . . .	72
4.67	Ganho em energia, em suas duas configurações, em função da massa final, onde o tamanho dos pontos representa a fluência de elétrons, para diferentes excentricidades, usando o sistema de propulsão <i>PPS-1350</i> . . . . .	72
4.68	Ganho em energia, em suas duas configurações, em função da massa final, onde a cor dos pontos representa a fluência de elétrons, para diferentes alturas do perigeu, usando o sistema de propulsão Iônico. . . . .	73
4.69	Ganho em energia, em suas duas configurações, em função da massa final, onde a cor dos pontos representa a fluência de elétrons, para diferentes alturas do perigeu, usando o sistema de propulsão <i>BHT-8000</i> . . . . .	74
4.70	Ganho em energia, em suas duas configurações, em função da massa final, onde a cor dos pontos representa a fluência de elétrons, para diferentes alturas do perigeu, usando o sistema de propulsão <i>NEXT</i> . . . . .	74
4.71	Ganho em energia, em suas duas configurações, em função da massa final, onde a cor dos pontos representa a fluência de elétrons, para diferentes alturas do perigeu, usando o sistema de propulsão <i>PPS-1350</i> . . . . .	75
4.72	Ganho em energia, em suas duas configurações, em função da massa final para diferentes distâncias de aproximação à Lua, usando o sistema de propulsão Iônico. . . . .	76
4.73	Ganho em energia, em suas duas configurações, em função da massa final para diferentes distâncias de aproximação à Lua, usando o sistema de propulsão <i>BHT-8000</i> . . . . .	76
4.74	Ganho em energia, em suas duas configurações, em função da massa final para diferentes distâncias de aproximação à Lua, usando o sistema de propulsão <i>NEXT</i> . . . . .	77
4.75	Ganho em energia, em suas duas configurações, em função da massa final para diferentes distâncias de aproximação à Lua, usando o sistema de propulsão <i>PPS-1350</i> . . . . .	77
4.76	Ganho em velocidade em função da massa final, onde o tamanho dos pontos representa a fluência de elétrons, para os sistemas de propulsão Iônico, <i>NEXT</i> , <i>BHT-8000</i> e <i>PPS-1500</i> . . . . .	78
4.77	Ganho em velocidade em função da massa final, onde o tamanho dos pontos representa a fluência de elétrons, para diferentes excentricidades, usando o sistema de propulsão Iônico. . . . .	79

4.78	Ganho em velocidade em função da massa final, onde o tamanho dos pontos representa a fluência de elétrons, para diferentes excentricidades, usando o sistema de propulsão <i>BHT-8000</i> . . . . .	80
4.79	Ganho em velocidade em função da massa final, onde o tamanho dos pontos representa a fluência de elétrons, para diferentes excentricidades, usando o sistema de propulsão <i>NEXT</i> . . . . .	81
4.80	Ganho em velocidade em função da massa final, onde o tamanho dos pontos representa a fluência de elétrons, para diferentes excentricidades, usando o sistema de propulsão <i>PPS-1350</i> . . . . .	82
4.81	Ganho em velocidade em função da massa final, onde a cor dos pontos representa a fluência de elétrons, para diferentes alturas do perigeu, usando o sistema de propulsão Iônico. . . . .	83
4.82	Ganho em velocidade em função da massa final, onde a cor dos pontos representa a fluência de elétrons, para diferentes alturas do perigeu, usando o sistema de propulsão <i>BHT-8000</i> . . . . .	84
4.83	Ganho em velocidade em função da massa final, onde a cor dos pontos representa a fluência de elétrons, para diferentes alturas do perigeu, usando o sistema de propulsão <i>NEXT</i> . . . . .	85
4.84	Ganho em velocidade em função da massa final, onde a cor dos pontos representa a fluência de elétrons, para diferentes alturas do perigeu, usando o sistema de propulsão <i>PPS-1350</i> . . . . .	86
4.85	Ganho em velocidade em função da massa final para diferentes distâncias de aproximação à Lua, usando o sistema de propulsão Iônico. . . . .	87
4.86	Ganho em velocidade em função da massa final para diferentes distâncias de aproximação à Lua, usando o sistema de propulsão <i>BHT-8000</i> . . . . .	87
4.87	Ganho em velocidade em função da massa final para diferentes distâncias de aproximação à Lua, usando o sistema de propulsão <i>NEXT</i> . . . . .	88
4.88	Ganho em velocidade em função da massa final para diferentes distâncias de aproximação à Lua, usando o sistema de propulsão <i>PPS-1350</i> . . . . .	89
4.89	Rede neural com duas camadas ocultas de 10 neurônios. . . . .	94
4.90	Comparação entre modelo e dados de simulação para a fluência de elétrons. . . . .	97
4.91	Comparação entre modelo e dados de simulação para a fluência de prótons. . . . .	98





## LISTA DE TABELAS

	<u>Pág.</u>
4.1 Estatísticas de regressão para fluência de elétrons, primeiro considerando todos os parâmetros e em seguida desconsiderando a massa final e o tempo de missão. . . . .	90
4.2 ANOVA para fluência de elétrons. . . . .	90
4.3 Coeficientes de regressão para fluência de elétrons e suas características. .	91
4.4 Estatísticas de regressão para fluência de prótons, primeiro considerando todos os parâmetros e em seguida desconsiderando a massa final e o tempo de missão. . . . .	91
4.5 ANOVA para fluência de prótons. . . . .	91
4.6 Coeficientes de regressão para fluência de prótons e suas características. .	92
4.7 Comparação de normalizadores e de modelos para três métodos de regressão. . . . .	96
4.8 Resumo das melhorias feitas no modelo ANN. . . . .	96
B.1 Recorte dos fluxos obtidos para: $Re = 1.2$ e $1.3$ ; latitude magnética = 0 a 39 graus. . . . .	109
C.1 Resultados para: Propulsor Iônico, $h_p = 600 \text{ km}$ , $e = 0$ . . . . .	113



## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANN	–	Artificial Neural Network
ANOVA	–	Analysis of Variance
CCD	–	Charge-Coupled Device
CEV	–	Constant Exhaust Velocity
gl	–	graus de liberdade
LEO	–	Low Earth Orbit
ML	–	Machine Learning
MSE	–	Mean Squared Error
MQ	–	Média Quadrática
NASA	–	National Aeronautics and Space Administration
NEXT	–	NASA's Evolutionary Xenon Thruster
ReLU	–	Unidade Linear Retificada
SEP	–	Solar Electric Propulsor
SEU	–	Single Event Upset
SOI	–	Sphere of Influence
SQ	–	Soma Quadrática
Tanh	–	Tangente Hiperbólica
TID	–	Total Ionizing Dose



## LISTA DE SÍMBOLOS

$B$	– campo geomagnético
$B_i$	– campo geomagnético principal
$B_0$	– campo geomagnético no equador
$e$	– excentricidade
$f$	– fluência
$f_{pro}$	– fluência de prótons
$f_{el}$	– fluência de elétrons
$f_{tot}$	– fluência total
$h_p$	– altura do perigeu
$i$	– inclinação
$I_{sp}$	– impulso específico do motor
$j_{\geq E}$	– fluxo integral unidirecional
$J$	– fluxo integral omnidirecional
$JD$	– data juliana
$K_{ij}$	– ganho escalar
$L$	– ponto em que a linha de campo magnético analisada cruza o equador magnético
$m$	– massa
$m_P$	– massa de propelente consumido
$M$	– magnitude do dipolo magnético terrestre
$N$	– quantidade de dados
$r_0$	– distância radial em que a linha de campo atravessa o equador magnético
$r_p$	– a distância de máxima aproximação durante o encontro (ponto P) entre M2 e M3
$R_e$	– raio equatorial da Terra
$t$	– tempo total de missão
$t_{belts}$	– tempo total nos cinturões
$t_u$	– tempo universal
$T$	– empuxo do motor
$\vec{V}_0$	– vetor velocidade da nave espacial relativo a M1, depois do encontro
$\vec{V}_2$	– a velocidade de M2 em relação a M1
$\vec{V}_i$	– vetor velocidade da nave espacial relativo a M1, antes do encontro
$\vec{V}_\infty^+$	– vetor velocidade da nave espacial relativa a M2, antes do encontro
$\vec{V}_\infty^-$	– vetor velocidade da nave espacial relativa a M2, depois do encontro
$y_i$	– dado de saída
$\hat{y}_i$	– saída do modelo
$\delta$	– metade do ângulo de curvatura para a manobra de swing-by
$\delta V$	– perda de gravidade
$\Delta V$	– velocidades de transferência por impulso baixo
$\Delta V_i$	– velocidades de transferência por impulso impulsivo
$\epsilon$	– obliquidade da eclíptica
$\kappa$	– função de comutação

- $\lambda$  – latitude magnética
- $\Omega$  – longitude de nodo ascendente
- $\Psi$  – ângulo entre a linha do periapse e a linha entre M1 e M2 em um swing-by

## SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
<b>1 INTRODUÇÃO</b> . . . . .	<b>1</b>
<b>2 OBJETIVOS</b> . . . . .	<b>5</b>
<b>3 DESENVOLVIMENTO TEÓRICO</b> . . . . .	<b>7</b>
3.1 O método de otimização . . . . .	7
3.2 Fluxo integral omnidirecional e fluência . . . . .	9
3.3 Campo magnético terrestre . . . . .	10
3.4 Modelagem discreta dos cinturões de Van Allen . . . . .	12
3.5 Modelagem contínua dos cinturões de Van Allen . . . . .	14
3.6 Dinâmica da inclinação lunar . . . . .	16
3.7 Swing-by lunar . . . . .	18
<b>4 ANÁLISE E RESULTADOS</b> . . . . .	<b>25</b>
4.1 Resultados das simulações . . . . .	25
4.1.1 Radiação x Tempo . . . . .	26
4.1.2 Tempo no cinturão x Tempo . . . . .	29
4.1.3 Massa final x Tempo . . . . .	31
4.1.4 $\Delta E$ x Tempo . . . . .	33
4.1.4.1 Propulsores diferentes . . . . .	33
4.1.4.2 Excentricidades iniciais diferentes . . . . .	34
4.1.4.3 Alturas de perigeu iniciais diferentes . . . . .	37
4.1.4.4 Distâncias de aproximação à Lua diferentes . . . . .	39
4.1.5 $\Delta V$ x Tempo . . . . .	41
4.1.5.1 Propulsores diferentes . . . . .	41
4.1.5.2 Excentricidades iniciais diferentes . . . . .	42
4.1.5.3 Alturas de perigeu iniciais diferentes . . . . .	45
4.1.5.4 Distâncias de aproximação à Lua diferentes . . . . .	48
4.1.6 $\Delta E$ x Fluência de elétrons . . . . .	51
4.1.6.1 Propulsores diferentes . . . . .	51
4.1.6.2 Excentricidades iniciais diferentes . . . . .	52
4.1.6.3 Alturas de perigeu iniciais diferentes . . . . .	55
4.1.6.4 Distâncias de aproximação à Lua diferentes . . . . .	57

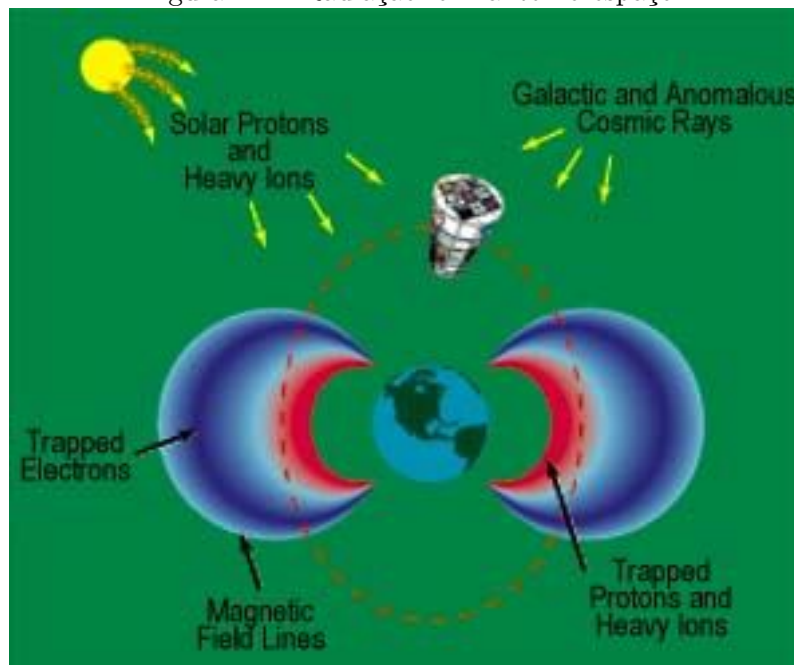
4.1.7	$\Delta V$ x Fluência de elétrons . . . . .	60
4.1.7.1	Propulsores diferentes . . . . .	60
4.1.7.2	Excentricidades iniciais diferentes . . . . .	61
4.1.7.3	Alturas de perigeu iniciais diferentes . . . . .	63
4.1.7.4	Distâncias de aproximação à Lua diferentes . . . . .	66
4.1.8	$\Delta E$ x Massa . . . . .	69
4.1.8.1	Propulsores diferentes . . . . .	69
4.1.8.2	Excentricidades iniciais diferentes . . . . .	70
4.1.8.3	Alturas de perigeu iniciais diferentes . . . . .	73
4.1.8.4	Distâncias de aproximação à Lua diferentes . . . . .	75
4.1.9	$\Delta V$ x Massa . . . . .	78
4.1.9.1	Propulsores diferentes . . . . .	78
4.1.9.2	Excentricidades iniciais diferentes . . . . .	79
4.1.9.3	Alturas de perigeu iniciais diferentes . . . . .	82
4.1.9.4	Distâncias de aproximação à Lua diferentes . . . . .	86
4.2	Análise estatística . . . . .	89
4.3	Regressão com Machine Learning . . . . .	92
4.4	Modelo vs Dados . . . . .	96
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES . . . . .</b>	<b>99</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS . . . . .</b>	<b>103</b>
	<b>APÊNDICE A - PROPULSÃO DE BAIXO EMPUXO X ALTO EMPUXO: ANÁLISE COMPARATIVA . . . . .</b>	<b>107</b>
	<b>APÊNDICE B - EXEMPLO DE RESULTADOS - MODELAGEM DO CINTURÃO . . . . .</b>	<b>109</b>
	<b>APÊNDICE C - EXEMPLO DE RESULTADOS - OTIMIZAÇÃO DE TRAJETÓRIAS . . . . .</b>	<b>113</b>
	<b>ANEXO A - SUBROTINA PARA OS CINTURÕES DE VAN AL- LEN . . . . .</b>	<b>115</b>



# 1 INTRODUÇÃO

Os cinturões de radiação terrestre, também chamados de cinturões de Van Allen, são regiões com alta concentração de partículas energéticas por conta da interação do vento solar com o campo magnético terrestre. São divididos grosseiramente em dois anéis na região equatorial: o externo se situa entre 15.000 e 25.000 km, enquanto o mais interno se estende entre as altitudes de mil e cinco mil quilômetros, sua intensidade máxima ocorrendo em média aos três mil quilômetros. Consiste de prótons e elétrons, cujas origens são o vento solar, os raios cósmicos e a alta atmosfera, variando em fluxo e energia, como esquematizado na Figura 1.1.

Figura 1.1 - Radiação ionizante no espaço.



Fonte: National Research Council (1996).

No contexto de uma transferência interplanetária ou para a Lua partindo da Terra, é preciso fazer um estudo detalhado da quantidade de radiação que uma nave espacial absorve ao passar pelos cinturões, para preservar os equipamentos eletrônicos, que podem ser seriamente danificados com a radiação. A dose total ionizante (TID) é proveniente de prótons e elétrons presos no cinturão, além de fontes secundárias que não serão exploradas neste trabalho, como prótons de explosões solares.

Os efeitos das partículas mencionadas nas componentes da nave espacial são diversos por conta do largo intervalo de energias nos quais essas partículas se encontram.

Elétrons com energia baixa contribuem para o carregamento superficial na espaçonave, enquanto aqueles com alta energia causam carregamento dielétrico interno nas naves de órbitas geossíncronas. Outra contribuição deles é a dose ionizante por deposição direta de energia e efeitos *bremsstrahlung* (radiação de freio).

Os prótons de mais alta energia no cinturão de radiação interior são os principais responsáveis pela dose de radiação ionizante nas componentes protegidas por paredes revestidas e pelos *Single Event Upset (SEU)*, nos quais uma única partícula atinge uma parte sensível de um componente eletrônico e causa uma falha grave em seu funcionamento geral. Prótons de baixa energia, por sua vez, contribuem para perdas de energia não-ionizantes, que afetam CCDs e outros detectores (SPENVIS, 2010).

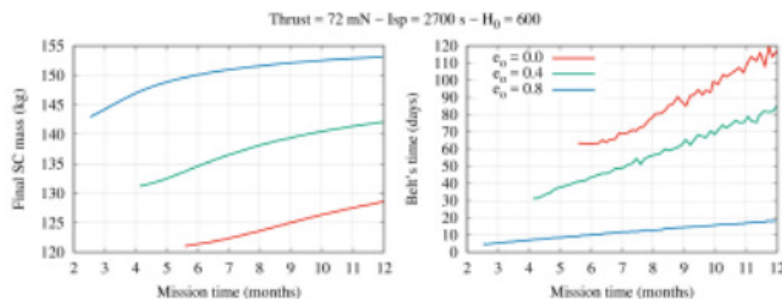
No presente trabalho, é estudada uma transferência de uma nave espacial a partir de uma órbita terrestre baixa (*Low Earth Orbit* ou LEO) para fora da esfera de influência da Terra usando um propulsor elétrico solar (*Solar Electric Propulsor* ou SEP), de baixo empuxo. O impulso específico desse tipo de propulsor é de cinco a dez vezes maior que um propelente químico comum, o que se traduz a uma maior eficiência, permitindo carregar uma massa maior, como demonstrado no Apêndice A. Esse tipo de trajetória circula a Terra repetidas vezes, ou seja, passa diversas vezes pelos cinturões de Van Allen, o que inviabiliza o transporte de carga humana pela alta exposição à radiação. Contudo, o payload eletrônico pode ser preservado se a trajetória escolhida não ultrapassar valores críticos; desse modo, o objetivo deste trabalho é otimizar a trajetória encontrando posições e arcos de empuxo que maximizem a massa final da nave espacial para uma dada transferência orbital e satisfaçam as limitações de radiação absorvida.

O projeto desenvolvido deu continuidade ao trabalho de Sukhanov et al. (2017), no que diz respeito à otimização de trajetórias interplanetárias levando em conta a radiação incidente na nave espacial durante a passagem pelo cinturão de Van Allen. No trabalho citado, o modelo adotado para o cinturão são de duas cascas esféricas concêntricas com radiação homogênea, o primeiro situado entre 7400 e 12800 km, e o segundo entre 24300 e 39500 km, e é computado o tempo total que o veículo atravessa o cinturão. Outros esforços para modelar fisicamente os cinturões de Van Allen também estão presentes na literatura, como a modelagem em regiões discretas em Fortescue, Stark e Swinerd (2003), em que há a divisão dos cinturões em um composto apenas por prótons e outro por elétrons. Esse modelo também foi utilizado por Márki (2018), no esforço de realizar uma estimativa parecida com o que será feito aqui. Modelos "contínuos" para os cinturões também já foram desenvolvidos por

SPENVIS (2010), no qual as regiões são discretizadas em intervalos extremamente pequenos. Já nos trabalhos iniciados pelo proponente, houve enormes avanços no modelo adotado para o cinturão em relação a todos os trabalhos citados.

Em Sukhanov et al. (2017), são fixados os parâmetros da missão, tais como força do empuxo, direção do empuxo, massa do veículo, elementos orbitais da órbita inicial, entre outros, e então é computada uma trajetória utilizando o código desenvolvido pelos pesquisadores (e aprimorado no presente trabalho). Com isso, o cálculo da trajetória espacial foi otimizado de acordo com os seguintes resultados obtidos: duração da missão, consumo de combustível e tempo no cinturão de Van Allen. Outros parâmetros foram variados para estudar as trajetórias ótimas, tais como: excentricidade inicial, altura inicial, impulso específico e empuxo do propulsor. Em termos de resultados esperados, um exemplo de Sukhanov et al. (2017) é apresentado na Figura 1.2 a seguir, em que são mostrados os parâmetros de interesse (massa final e tempo no cinturão) em função do tempo de missão. Nela, as cores vermelho, verde e azul indicam excentricidades iniciais iguais a 0.0, 0.4 e 0.8, respectivamente; o empuxo do propulsor é de 72 mN; o impulso específico é de 2700 s e a altura inicial é de 600 km. Isso é feito na intenção de permitir aos engenheiros de sistema dimensionar propulsores em termos de empuxo e impulso específico, além de antecipar altas doses de radiação acumulada considerando um *trade-off* com o consumo de combustível.

Figura 1.2 - Massa final da espaçonave em função do Tempo total de missão e Tempo no cinturão em função do Tempo total de missão.



Fonte: Sukhanov et al. (2017).



## 2 OBJETIVOS

O objetivo da presente proposta é dar continuidade ao trabalho de [Sukhanov et al. \(2017\)](#) e às pesquisas iniciadas pelo proponente, no que diz respeito à otimização de trajetórias interplanetárias levando em conta a radiação incidente na nave espacial durante a passagem pelo cinturão de Van Allen. Como mencionado, em [Sukhanov et al. \(2017\)](#), o modelo adotado para o cinturão é o de dois anéis esféricos, o primeiro situado entre 7400 e 12800 km, e o segundo entre 24300 e 39500 km. Já nos trabalhos iniciados pelo proponente, houve enormes avanços tanto no modelo adotado para o cinturão quanto no cálculo da fluência de partículas e implementação de parâmetros relevantes no problema.

Com o intuito de estender e aprofundar esse estudo, o presente trabalho pretende, de maneira geral:

- i) Aprimorar o modelo do cinturão de Van Allen, de modo a determinar com maior precisão a quantidade de radiação à qual a nave espacial está submetida durante suas diferentes trajetórias;
- ii) Aprimorar a codificação do método de cálculo de trajetórias levando em conta o modelo acima e assim obter diversas trajetórias possíveis e suas fluências de partículas respectivas;
- iii) Prever quantitativamente, através de algoritmos de regressão, a fluência de prótons e de elétrons em uma nave espacial que realiza uma transferência de baixo empuxo com parâmetros iniciais bem determinados.
- iv) Explorar os resultados em termos das órbitas interplanetárias através de manobras de Swing-By, na qual a gravidade da Lua é utilizada para impulsionar a nave em direção a algum destino escolhido.
- v) Explorar tais missões mais profundamente, agora com uma análise quantitativa da radiação absorvida na trajetória em termos de sua dependência às condições do Swing-By, como o ganho de energia.

Com essas tarefas cumpridas, será possível ampliar o nosso conhecimento sobre esse importante tipo de manobra, bem como obter resultados com potencial de aplicação em manobras reais.



### 3 DESENVOLVIMENTO TEÓRICO

Este capítulo aborda o ferramental necessário para o desenvolvimento da modelagem dos cinturões de Van Allen. Começa-se descrevendo o método de otimização usado para as órbitas de baixo empuxo. Apresenta-se, em seguida, definições a respeito do fluxo de partículas adotadas neste trabalho, e o modelo adotado para o campo magnético terrestre. Depois, usa-se tal embasamento teórico para descrever a modelagem feita dos cinturões. O desenvolvimento é finalizado, então, através da descrição teórica a respeito da dinâmica do eixo magnético da Terra.

#### 3.1 O método de otimização

A maioria dos sistemas de propulsão elétrica existentes está próxima da velocidade constante de exaustão (*Constant Exhaust Velocity*, ou CEV), para a qual a corrente de jato tem uma velocidade constante e a vazão mássica é limitada; ou seja, o valor  $\dot{m}_P$ , onde  $m_P$  é a massa do propelente consumido, é limitado por um valor constante  $\gamma$ :  $0 \leq \dot{m}_P \leq \gamma$ . O baixo empuxo em CEV é considerado neste trabalho. Como o empuxo é muito baixo, a ascensão da espaçonave na esfera de influência (*Sphere of Influence*, ou SOI) da Terra ocorre em uma trajetória espiral com um grande número de revoluções. O problema é otimizar o empuxo baixo, ou seja, encontrar um controle do empuxo em função do tempo resolvendo uma das seguintes tarefas:

- Encontrar um alvo de transferência especificado para um determinado tempo com um consumo mínimo de propelente e, portanto, massa final máxima da nave espacial;
- Minimizar o tempo de transferência com uma determinada quantidade de propelente;
- Maximizar a energia orbital da espaçonave por um determinado tempo de transferência com uma determinada quantidade de propelente.

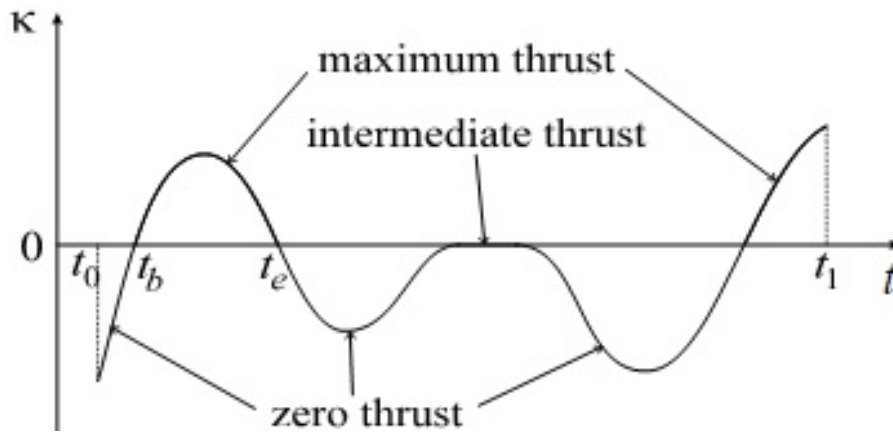
A primeira das tarefas, ligeiramente generalizada, é considerada neste trabalho: encontrar o controle do empuxo fornecendo a massa máxima da espaçonave versus o tempo de transferência para um determinado alvo de transferência.

De acordo com a teoria de otimização (PONTYAGIN, 1962), o controle ótimo do empuxo CEV é definido pela chamada função de comutação  $\kappa = \kappa(t)$  da seguinte maneira:

- se  $\kappa > 0$  então  $\dot{m}_P = \gamma$  (empuxo máximo);
- se  $\kappa < 0$  então  $\dot{m}_P = 0$  (empuxo zero);
- se  $\kappa = 0$  então  $0 \leq \dot{m}_P \leq \gamma$  (empuxo intermediário).

Essa regra é ilustrada pela Figura 3.1.

Figura 3.1 - Função de comutação e controle de impulso versus tempo de transferência.



Na verdade, o impulso intermediário nunca é realizado na prática. Assim, a trajetória de transferência ideal em CEV consiste em arcos de empuxo com valor de empuxo máximo ( $\dot{m}_P = \gamma$ ) e arcos com valor de empuxo zero ( $\dot{m}_P = 0$ ). Se o impulso for impulsivo, os impulsos ideais estão localizados no perigeu para a ascensão na SOI da Terra - ou de outro planeta. Assim, no caso da propulsão elétrica, os arcos de empuxo também estão localizados no perigeu de cada revolução da trajetória. O problema é determinar as posições ideais dos arcos de empuxo em relação ao perigeu e seus comprimentos ideais. Para órbitas não circulares, quanto mais longe a aplicação do empuxo estiver do perigeu, menos eficaz será o empuxo em comparação com o do perigeu. Devido a este fato, se  $\Delta V_i$  e  $\Delta V$  são velocidades características necessárias para transferência entre duas órbitas dadas por meio de impulso impulsivo e baixo, respectivamente, então  $\Delta V > \Delta V_i$ ; valor  $\delta V = \Delta V - \Delta V_i$  é a chamada perda de gravidade.

Agora, o problema é reduzido à minimização da perda total de gravidade  $\delta V$  durante a transferência e, portanto, à maximização da massa final da espaçonave. Os arcos de empuxo são considerados simétricos em relação ao perigeu. Seja  $E$  uma anomalia excêntrica da extremidade do arco de impulso; então, o arco de impulso



está localizado entre  $-E$  e  $E$ . É claro pelo que foi escrito acima que, para um dado  $E$ , a perda de gravidade em cada revolução depende da excentricidade da revolução  $e$ : quanto maior  $e$ , menor deve ser  $E$ . Agora é suficiente encontrar a dependência  $E$  em  $e$  fornecendo comprimentos de impulso ideais para todas as revoluções. Este é um problema complicado; por isso é sugerido usar a seguinte expressão empírica (SUKHANOV; PRADO, 2007; SUKHANOV; PRADO, 2008b; SUKHANOV; PRADO, 2013; SUKHANOV; PRADO, 2012a; SUKHANOV; PRADO, 2012b; SUKHANOV; PRADO, 2008a):

$$E = F(1 - ce^p) \quad (3.1)$$

onde  $F$  é um parâmetro angular variado entre  $10^\circ$  e  $180^\circ$  (correspondendo ao tempo de transferência mais longo e mais curto, respectivamente),  $e$  é a excentricidade da órbita em análise, e  $c$  e  $p$  são parâmetros variados dentro dos limites  $-1 < c < 1$  e  $0 < p < 2$ . Os valores dos parâmetros correspondentes à massa final máxima da espaçonave para o tempo de transferência dado são selecionados. Variando os parâmetros  $F$ ,  $c$ ,  $p$  dentro dos limites dados, seus valores ótimos podem ser encontrados correspondendo ao consumo mínimo de propelente (e, portanto, a massa final máxima da espaçonave) para cada tempo de transferência.

A equação 3.1 foi derivada com base na análise de arcos de empuxo ótimos. Análises numéricas de milhares de trajetórias de transferência com vários dados iniciais mostrou que a massa final da espaçonave está muito próxima daquela que corresponde aos arcos de empuxo ideais.

### 3.2 Fluxo integral omnidirecional e fluência

Há diversas maneiras de se referir a um determinado fluxo de partículas.

Primeiro, temos o fluxo diferencial unidirecional  $j$ , que consiste no número de partículas com uma energia  $E$  que atravessa uma área  $dA$  por intervalo de energia  $dE$  por unidade de tempo e por unidade de ângulo sólido  $d\Omega$ . Sua unidade típica é partículas/( $cm^2.s.keV.sr$ ).

Em seguida, temos o fluxo integral unidirecional, que é obtido integrando o fluxo diferencial em energias maiores que um valor de referência  $E$ :

$$j_{\geq E} = \int_E^{\infty} j dE \quad (3.2)$$

Finalmente, o fluxo integral omnidirecional é obtido integrando o fluxo integral unidirecional em todas as direções, ou seja, no ângulo sólido:

$$J = \int_{4\pi} j_{\geq E} d\Omega \quad (3.3)$$

Este é o fluxo medido no presente trabalho, com unidades de partículas/( $cm^2.s$ ). Ele representa, portanto, a quantidade de partículas com energia maior do que um limite inferior  $E$  que atravessam uma determinada área em um determinado tempo, em todas as direções. A partir dele, obtêm-se a fluência, dada por:

$$f = \int_0^t J dt \quad (3.4)$$

onde  $t$  é o tempo total de missão. Desse modo, a partir da dependência temporal do fluxo omnidirecional integral  $J$  e do tempo, podemos obter a fluência  $f$  de partículas com energia maior que  $E$  que atravessam  $1 cm^2$  de área da nave durante a trajetória dela.

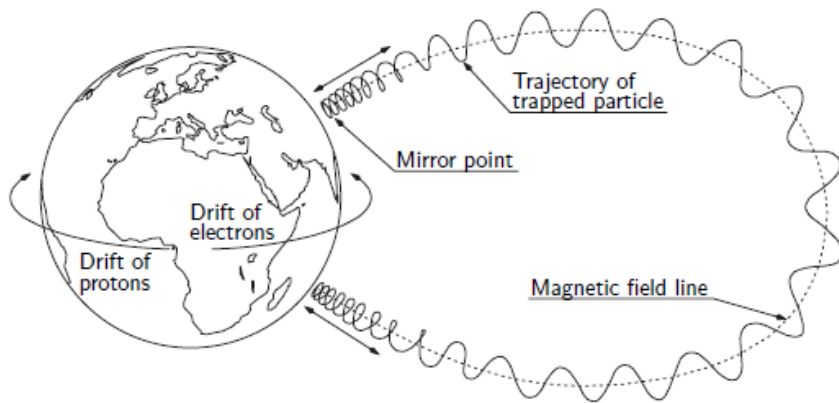
### 3.3 Campo magnético terrestre

Para entender os parâmetros envolvidos na modelagem dos cinturões de Van Allen, é necessário discutir primeiro a interação das suas partículas presas com o campo magnético da Terra.

O campo geomagnético  $B$  é composto por três componentes distintas: o campo nuclear, o campo da crosta e o campo externo. O campo nuclear provém do movimento convectivo de fluidos condutores no núcleo terrestre, enquanto o campo da crosta consiste em anomalias superficiais associadas ao material ferromagnético da crosta terrestre, que sofre movimentos tectônicos e geológicos. Os campos nuclear e da crosta compõem o campo magnético principal,  $B_i$ , correspondente a mais de 99% do campo  $B$  em órbitas terrestres baixas (LEO). Por outro lado, o campo externo  $B_e$  deve-se principalmente a fontes extraterrestres, como o vento solar. O mesmo varia rapidamente com o ciclo solar, de cerca de 11 anos, e está intrinsecamente relacionado à atividade geomagnética e interações solares. Modelos da componente externa do campo geomagnético existem, mas são de importância limitada para os

modelos dos cinturões de Van Allen (OLSON; PFITZER, 1974).

Figura 3.2 - Movimento de partículas carregadas devido à interação com o campo magnético terrestre.



Fonte: Marc-Andre (2015).

O campo geomagnético interno pode ser modelado grosseiramente através de um dipolo magnético inclinado em -11 graus em relação ao norte geográfico, com magnitude  $M = 8 \times 10^{25} G.cm^2$ . O campo interno induzido por M em coordenadas esféricas  $(r, \theta, \phi)$ , onde  $\theta$  é a latitude, é dado por:

$$B_i = -\frac{M}{r^3} \sqrt{3\cos\theta + 1} \quad (3.5)$$

Essa aproximação é refinada utilizando-se a expansão em harmônicos esféricos do potencial escalar magnético.  $B_i$ , então, possui um máximo de 0.6 G na região polar e um valor mínimo de 0.3 G perto do equador (GARRETT, 1999).

Uma partícula carregada sob ação deste campo magnético irá, com isso, seguir uma trajetória helicoidal, também chamada de cíclotron, como ilustrado na Figura 3.2.

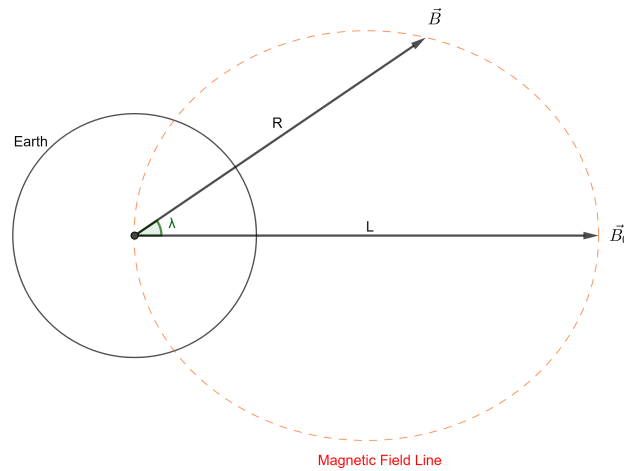
Através da conservação de alguns parâmetros físicos tais como o momento linear da partícula, é possível caracterizar o campo geomagnético através de duas variáveis: o sistema de coordenadas B-L, em que uma população de partículas é descrita em termos do fluxo de partículas em função dos valores de B e L.

A quantidade adimensional L é definida por:

$$L = \frac{r_0}{R_e} \quad (3.6)$$

em que  $r_0$  é a distância radial em que a linha de campo atravessa o equador magnético e  $R_e$  é o raio equatorial terrestre. Desse modo, o valor de  $L$  indica o ponto em que a linha de campo magnético analisada cruza o equador magnético, medida em raios terrestres.

Figura 3.3 - Coordenadas para um determinado ponto, dadas por  $B$  e  $L$  ou  $R$  e  $\lambda$ .



A magnitude  $B$  do campo geomagnético, por sua vez, pode ser calculada em função do módulo do campo magnético no equador,  $B_0 = M/L^3$ , e da latitude magnética,  $\lambda$ :

$$\frac{B}{B_0} = \frac{\sqrt{4 - 3\cos^2\lambda}}{\cos^6\lambda} \quad (3.7)$$

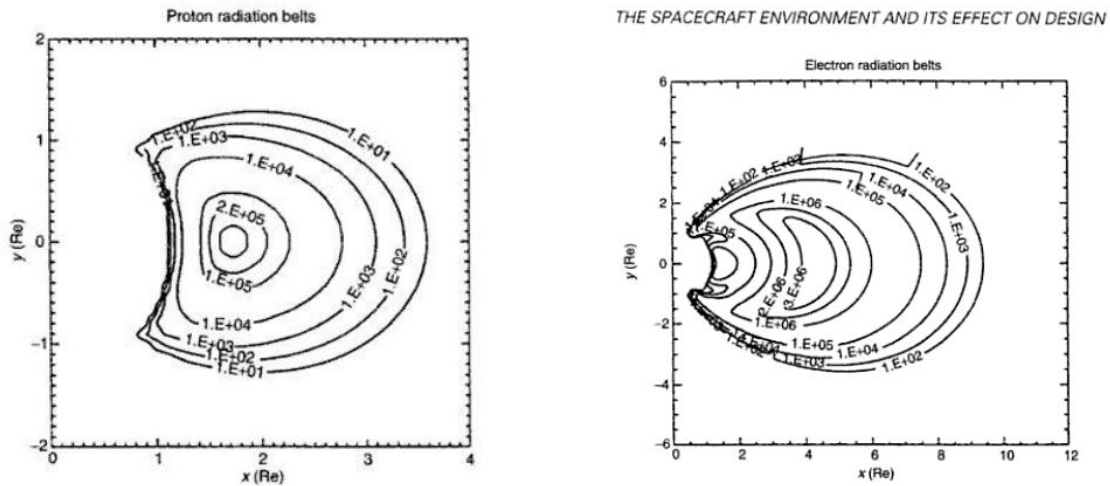
Desse modo, mapeia-se o fluxo de partículas através das duas coordenadas,  $B$  e  $L$ , calculadas a partir das coordenadas espaciais  $R$  e  $\lambda$ , como ilustrado na Figura 3.3.

### 3.4 Modelagem discreta dos cinturões de Van Allen

O presente projeto começou utilizando-se de alguns métodos apresentados em Märki (2018). O modelo adotado por Märki para os cinturões de Van Allen, retirado de Fortescue, Stark e Swinerd (2003), também foi utilizado nesta etapa do trabalho;

nele, os cinturões de Van Allen foram divididos em um cinturão composto apenas por prótons e outro por elétrons (Figura 3.4). O mapa de contorno apresenta o fluxo de partículas (prótons ou elétrons) nas diferentes regiões do espaço ao redor da Terra.

Figura 3.4 - Cinturão de prótons e cinturão de elétrons representando os cinturões de Van Allen; os níveis apresentam o fluxo integral omnidirecional de partículas; Re é o raio equatorial terrestre (6378km).



Fonte: Fortescue, Stark e Swinerd (2003).

O modelo apresentado em Fortescue, Stark e Swinerd (2003), portanto, dividiu os cinturões em 13 regiões, seguindo a ordem de grandeza dos contornos apresentados na Figura 3.4. Cada contorno apresenta uma ordem de grandeza, exceto os três centrais, que são 1, 2 e 3 vezes a maior ordem de grandeza do fluxo de partículas. Tais 13 regiões foram então discretizadas em 10 subregiões cada, totalizando 130 regiões menores. Como temos dados sobre o fluxo de partículas nas 14 divisões das regiões maiores, o fluxo em cada subdivisão pode ser aproximado através de uma interpolação linear entre cada divisão maior. O código deste modelo discreto em Fortran foi um aprimoramento do código desenvolvido por Gerson Barbosa, mestre do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais.

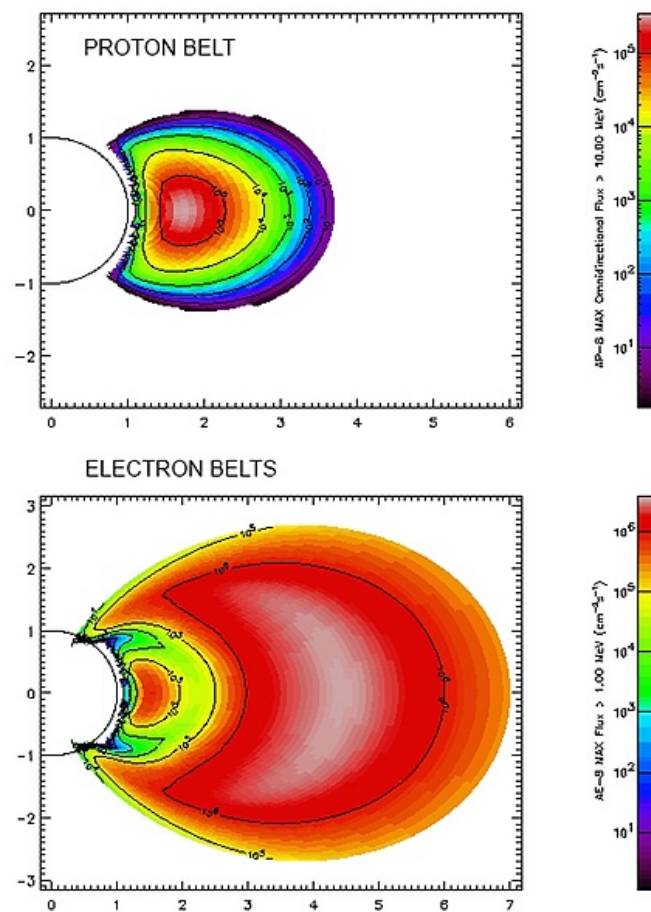
Em seguida, sabendo o tempo em cada uma das 130 regiões, utilizou-se o fluxo médio em cada uma delas (uma média simples entre o fluxo correspondente às duas subdivisões entre as quais a região se situa) multiplicado pelo tempo na respectiva região para obter a quantidade de partículas que a nave absorve, por  $cm^2$ . O código deste cálculo em Fortran foi incluído como parte do programa mais extenso de

determinação e otimização de órbitas desenvolvido por Sukhanov et al. (2017).

### 3.5 Modelagem contínua dos cinturões de Van Allen

Feito o modelo discreto dos cinturões, procurou-se modelá-los continuamente, de modo que cada região também tivesse valores mais precisos de fluxo de partículas correspondente.

Figura 3.5 - Modelo contínuo dos cinturões de Van Allen; os eixos x e y estão em raios terrestres.



Fonte: SPENVIS (2010).

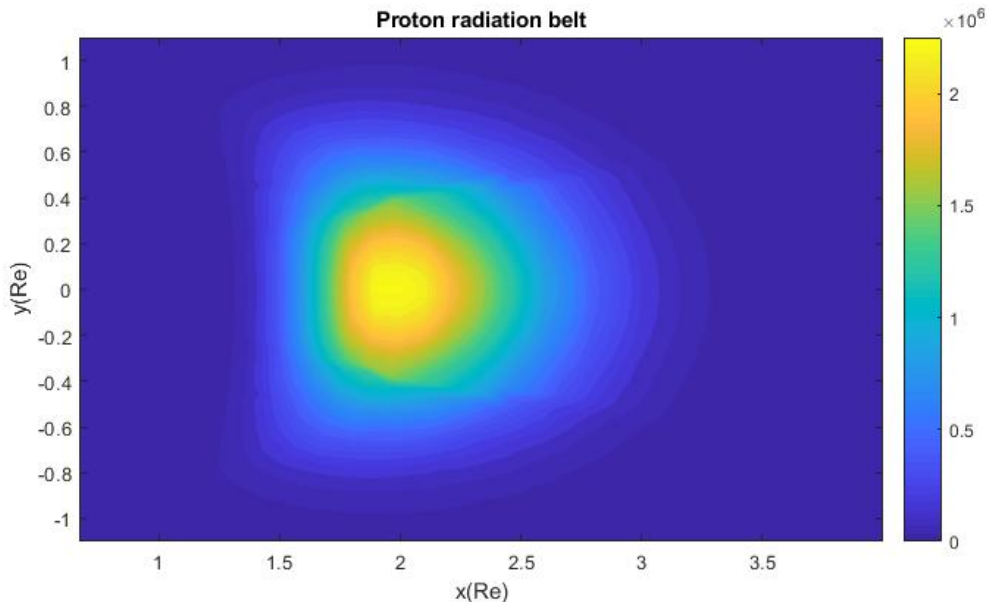
A Figura 3.5 apresenta o modelo de SPENVIS (2010), no qual são utilizados dados obtidos em missões espaciais (AP8 e AE8) para modelar espacialmente o fluxo integral omnidirecional de prótons e elétrons. A energia-limite inferior é de 10 MeV para os prótons e de 1 MeV para os elétrons, como é tipicamente utilizado dada a

sensibilidade aos efeitos das partículas incidentes.

Um modelo análogo a esse foi desenvolvido a partir de um código em C feito pela NASA (LEONARD, 1998), que utilizou dados das missões espaciais para calcular o fluxo omnidirecional integral, com uma energia-limite mínima escolhida, em cada ponto do espaço. O código foi otimizado e permitiu obter os valores de fluxo de prótons, fluxo de elétrons,  $B/B_0$  e  $L$  a partir de um dado ponto no cinturão de Van Allen caracterizado por  $R$ , a distância ao centro da Terra, e  $\lambda$ , a latitude magnética. Os valores de energia-limite utilizados foram valores mais permissivos e que portanto permitem uma análise mais conservadora, visto que partículas de menor energia são levadas em conta na trajetória da espaçonave.

A Figura 3.6 apresenta o mapa de contorno do modelo contínuo desenvolvido para o cinturão de prótons. Nela, são mapeados os fluxos integrais omnidirecionais de prótons, em partículas/ $(cm^2.s)$ , em cada ponto do espaço. A energia-limite utilizada foi de 4 MeV.

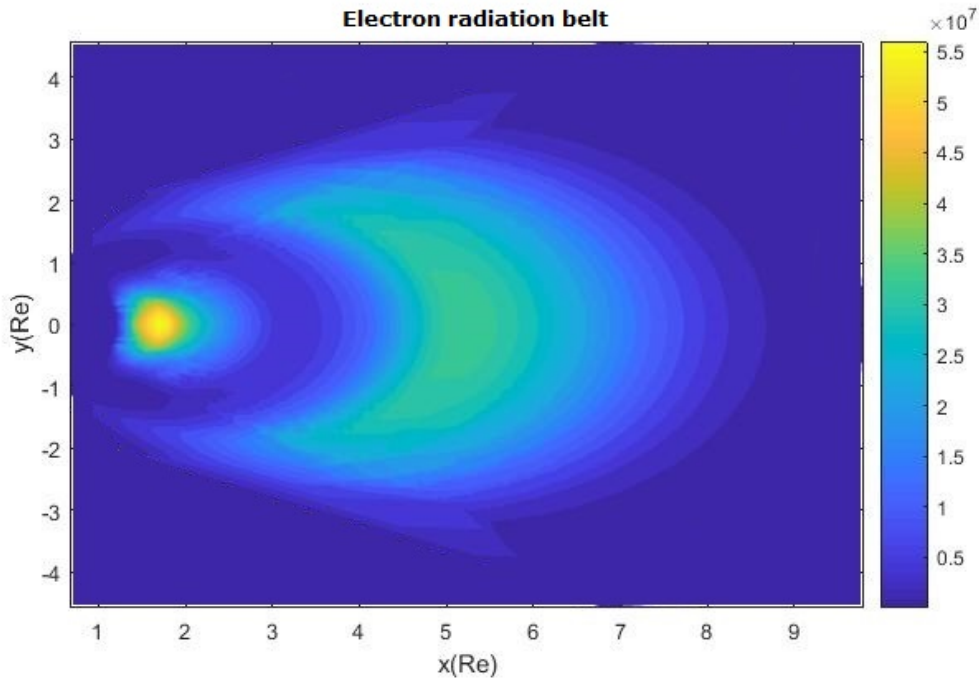
Figura 3.6 - Mapa de contorno do fluxo integral omnidirecional de prótons no espaço, em partículas/ $(cm^2.s)$ ;  $R_e$  é o raio equatorial terrestre, 6378 km.



A Figura 3.7 apresenta o mapa de contorno do modelo contínuo desenvolvido para o cinturão de elétrons. Nela, são mapeados os fluxos integrais omnidirecionais de

elétrons, em partículas/ $(cm^2.s)$ , em cada ponto do espaço. A energia-limite utilizada foi de 0.15 MeV.

Figura 3.7 - Mapa de contorno do fluxo integral omnidirecional de elétrons no espaço, em partículas/ $(cm^2.s)$ ;  $R_e$  é o raio equatorial terrestre, 6378 km.



Utilizando os resultados acima, pôde-se implementar os modelos na otimização de trajetória para obter as fluências de prótons e elétrons em função do tempo de missão. Os códigos referentes a estas partes foram incluídos como parte do programa mais extenso de determinação e otimização de órbitas desenvolvido por Sukhanov et al. (2017).

Um exemplo de resultado obtido usando esse código encontra-se no Apêndice B.

### 3.6 Dinâmica da inclinação lunar

Em seguida, procurou-se explorar o modelo dinâmico do eixo magnético terrestre, de modo a computar órbitas que aproveitassem a menor densidade de partículas nas regiões periféricas do cinturão para minimizar ainda mais a radiação absorvida.

O primeiro passo foi computar a data juliana e utilizá-la no cálculo do tempo uni-



versal  $t_u$ , dado pela quantidade de séculos julianos após o dia primeiro de Janeiro de 2000, 0:00 ET (RONCOLI, 2005):

$$t_u = (JD - 2451545.0)/36525 \quad (3.8)$$

onde JD é a data juliana referente à data escolhida como parâmetro inicial do programa.

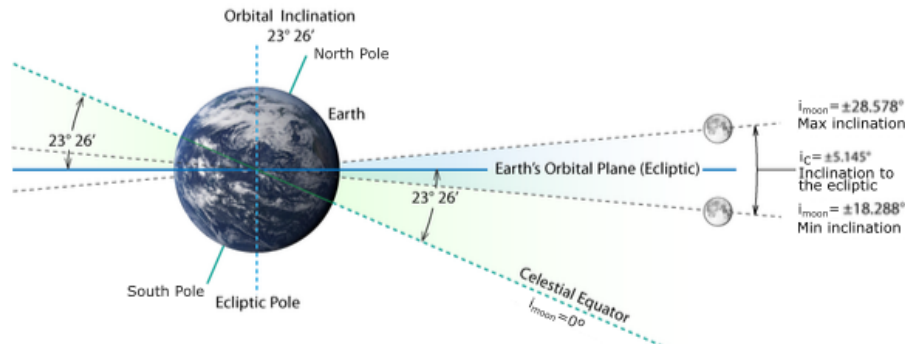
Em seguida, são calculados os parâmetros físicos da Lua e da Terra na data escolhida pelo analista de missão. A longitude de nodo ascendente médio da órbita lunar em relação à eclíptica e a obliquidade da eclíptica em relação ao equador terrestre são obtidos (UNITED STATES NAVAL OBSERVATORY, 1990) como:

$$\Omega_{moon} = 259.1833 - 1934.13626t_u + 0.002t_u^2 + 2.22 \times 10^{-6}t_u^3 \quad (3.9)$$

$$\epsilon_{earth} = 23.4393 - 0.013t_u - 1.64 \times 10^{-7}t_u^2 + 5.04 \times 10^{-7}t_u^3 \quad (3.10)$$

A inclinação da Lua em relação à eclíptica é constante e dada por  $i_c = 5,1453964^\circ$  Felsentreger (1966). A Figura 3.8 ilustra este ângulo juntamente com a inclinação da órbita lunar em relação ao equador da Terra, que será daqui em diante denotado como  $i_{moon}$ .

Figura 3.8 - Inclinação máxima e mínima da órbita lunar em relação ao equador celeste da Terra  $i_{moon}$ .



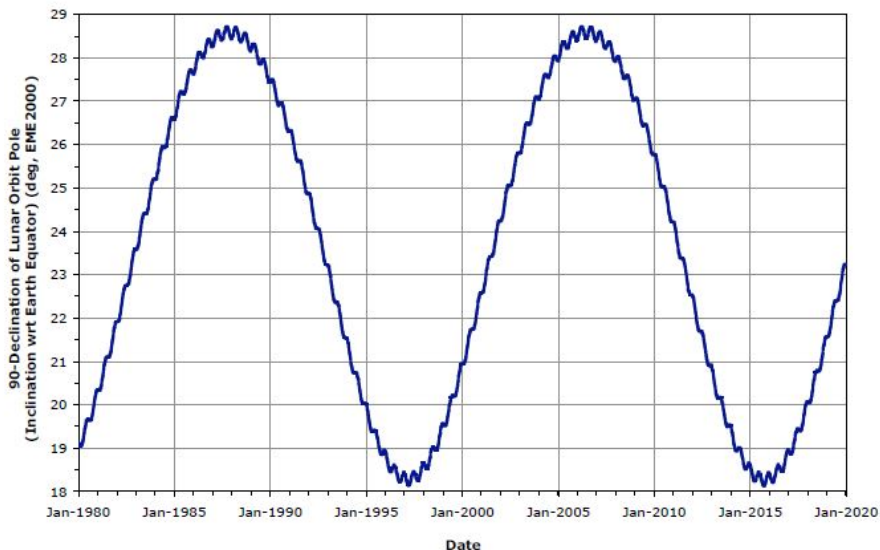
A inclinação da órbita lunar em relação ao equador terrestre é, finalmente, calculada

(FELSENTREGER, 1966) a partir dos três parâmetros acima:

$$\cos(i_{moon}) = \cos(i_c)\cos(\epsilon_{earth}) - \sin(i_c)\sin(\epsilon_{earth})\cos(\Omega_{moon}) \quad (3.11)$$

Os resultados obtidos para a inclinação da órbita da Lua em relação ao equador terrestre se provaram acurados quando comparados com os resultados esperados, apresentados na Figura 3.9.

Figura 3.9 - Inclinação da órbita lunar em relação ao equador terrestre de acordo com a data considerada.



Fonte: Roncoli (2005).

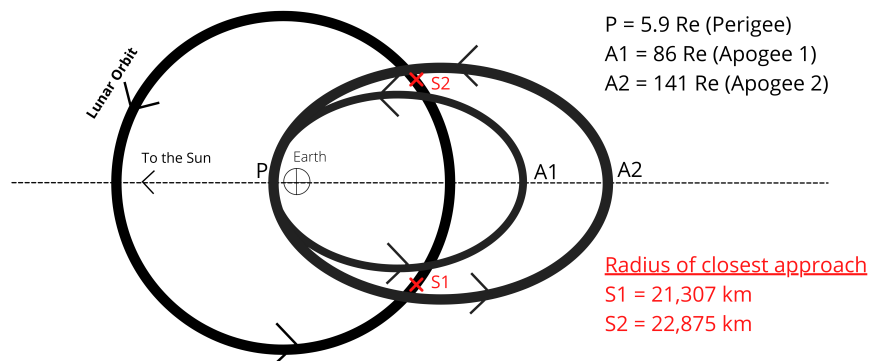
### 3.7 Swing-by lunar

A manobra assistida por gravidade, ou *swing-by*, é uma técnica que vem ganhando espaço progressivamente, o que pode ser evidenciado pelo número de missões que voaram ou estão programadas para voar usando essa técnica. Um exemplo bem sucedido foi o das missões Voyager, que voaram para os planetas exteriores do sistema solar com o uso de swing-bys sucessivos nos planetas visitados, ganhando assim energia para prosseguir com a missão (KOHLHASE; PENZO, 1977).

Em especial, o uso da Lua nas manobras assistidas por gravidade já foi demonstrado inúmeras vezes. No caso mais simples, pode-se utilizar a técnica para lançar uma nave espacial para uma órbita elíptica ou hiperbólica que termine em escape da Terra

(NOCK; UPHOLF, 1979). Outro caso bastante prático é o uso de sucessivos swing-bys com a Lua para obter geometrias desejáveis nas órbitas das naves espaciais ao redor da Terra, tais como os satélites que observam fenômenos solares, conforme visto em Farquhar, Muhonen e Church (1985) e Marsh e Howell (1988). A Figura 3.10 mostra um desses exemplos.

Figura 3.10 - Uso de sucessivos Swing-Bys com a Lua na missão do cometa ISEE-3/ICE.



Fonte: Farquhar, Muhonen e Church (1985).

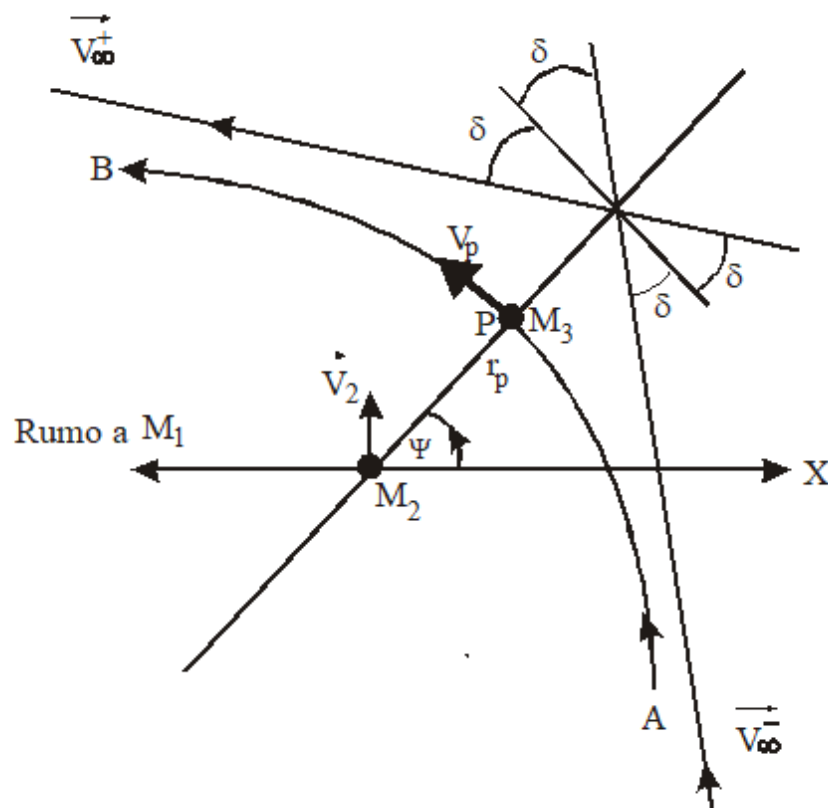
Para um estudo com modelagem simplificada, podemos supor que a missão total pode ser dividida em várias etapas. O modelo simples de dois corpos é utilizado para cada uma dessas etapas, baseado em Broucke (1988) e Prado (1993). Essa abordagem é usualmente chamada de *patched conics*. Considera-se que o sistema é formado por três corpos: M1, um corpo massivo no centro do sistema cartesiano; M2, um corpo menor, um planeta ou satélite de M1 em uma órbita kepleriana em torno de M1; M3, uma nave espacial com massa infinitesimal ou uma partícula que está viajando em uma órbita genérica ao redor de M1, quando faz um encontro com M2. Este encontro altera a órbita de M3. Esse fenômeno é chamado de uma manobra de swing-by. De acordo com estas hipóteses, as órbitas de M1 e M2 não se alteram (PRADO, 2001). No presente caso, temos que M1 é a Terra, M2 é a Lua e M3 é a espaçonave.

Deseja-se, assim, estudar os efeitos de um swing-by lunar na órbita de uma espaçonave que elevou sua trajetória em espiral usando baixo empuxo, passando pelos cinturões de Van Allen no processo. As métricas fundamentais que serão descritas a seguir para quantizar esses efeitos são as seguintes: o incremento em velocidade,

ou  $\Delta V$ , e o incremento em energia, ou  $\Delta E$ . No âmbito da mecânica orbital, o incremento em velocidade  $\Delta V$  é um bom indicativo para o consumo de combustível e portanto o gasto financeiro com a missão, que procura-se minimizar, enquanto o incremento de energia  $\Delta E$  indica também a possível **redução** em energia que a nave pode sofrer, caso a manobra seja feita com o intuito de frear o veículo para entrada atmosférica em outro planeta.

A Figura 3.11 descreve o evento e mostra algumas das variáveis envolvidas.

Figura 3.11 - A manobra de swing-by e algumas de suas variáveis.



Fonte: Prado (2001).

As variáveis são:

- $\vec{V}_2$  = a velocidade de  $M_2$  (Lua) em relação a  $M_1$  (Terra);
- $\vec{V}_{\infty}^+$ ,  $\vec{V}_{\infty}^-$  = vetores velocidade da nave espacial relativa a  $M_2$  (Lua), antes e depois do encontro, respectivamente;

- $\vec{V}_i, \vec{V}_o$  = vetores velocidade da nave espacial relativo a M1 (Terra), antes e depois do encontro, em um referencial inercial, respectivamente;
- $\delta$  = metade do ângulo de curvatura (o ângulo entre  $\vec{V}_\infty^+$  e  $\vec{V}_\infty^-$ );
- $R_p$  = distância do periapse = distância de máxima aproximação durante o encontro (ponto P) entre a nave e M2 (Lua);
- $\psi$  = ângulo de aproximação = ângulo entre a linha do periapse - linha conectando M2 (Lua) a P - e a linha entre M1 (Terra) e M2 (Lua).

Para descrever matematicamente esse problema, é preciso em primeiro lugar usar a teoria das órbitas hiperbólicas, com o objetivo de se obter uma expressão para  $\delta$ . Esta expressão pode ser facilmente encontrada na literatura e é dada por (BROUCKE, 1988):

$$\sin \delta = \frac{1}{1 + \frac{R_p V_\infty^2}{\mu_{moon}}} \quad (3.12)$$

onde  $\mu_{moon} = 4.90487 \times 10^{12} \text{ m}^3/\text{s}^2$  é o parâmetro gravitacional da Lua. A partir desta equação e da Figura 3.11, é possível identificar que as variáveis independentes que descrevem completamente a manobra swing-by são as seguintes:

- a)  $V_\infty$ , a magnitude de velocidade da nave espacial no infinito, antes ou depois da passagem próxima;
- b)  $R_p$ , a distância do periapse;
- c)  $\psi$ , o ângulo de aproximação.

No contexto considerado, a nave espacial acabou a sua trajetória em espiral de baixo empuxo e dirige-se à Lua em uma órbita que escapa da Terra. O estudo consiste, portanto, em extrair trajetórias ótimas para o swing-by lunar, calculando o ganho em energia e o ganho em velocidade ao passar pela Lua. Para tal, é necessário calcular o ângulo de aproximação  $\psi$ , bem como a magnitude  $V_\infty$  da velocidade da nave ao infinito. Outro modo de se obter essas duas informações é através das componentes radial e tangencial da velocidade ao infinito,  $V_r$  e  $V_n$ , respectivamente. Esse será o método utilizado neste trabalho. Por fim, alterando a distância do periapse  $R_p$  como

um input do programa, é possível otimizar o valor dessas duas variáveis e portanto maximizar o aumento em velocidade e energia.

Primeiro, obtêm-se o módulo da velocidade inercial  $V_i$  da espaçonave em relação à Terra na distância Terra-Lua. Para isso, basta isolar a velocidade na equação *vis-viva* de conservação de energia na distância Terra-Lua  $d_{EM}$ , o que nos dá:

$$V_i = \sqrt{\mu_{earth} \left( \frac{2}{d_{EM}} - \frac{1}{a} \right)} \quad (3.13)$$

onde  $a$  é o semi-eixo maior da órbita da espaçonave ao passar pela Lua e  $d_{EM}$  é a distância entre o centro do referencial inercial (Terra) e o ponto em que a espaçonave se encontra ao cruzar com a Lua.

Para a velocidade tangencial  $V_n$ , temos a seguinte expressão (PRADO, 2001):

$$V_n = \frac{\sqrt{\mu_{earth} p}}{R_p} \quad (3.14)$$

onde  $p$  é o semi-latus rectum. E, finalmente, calculamos a velocidade radial  $V_r$  como a complementar da velocidade tangencial  $V_n$  na composição do vetor velocidade  $V_i$ :

$$V_r = \sqrt{V_i^2 - V_n^2} \quad (3.15)$$

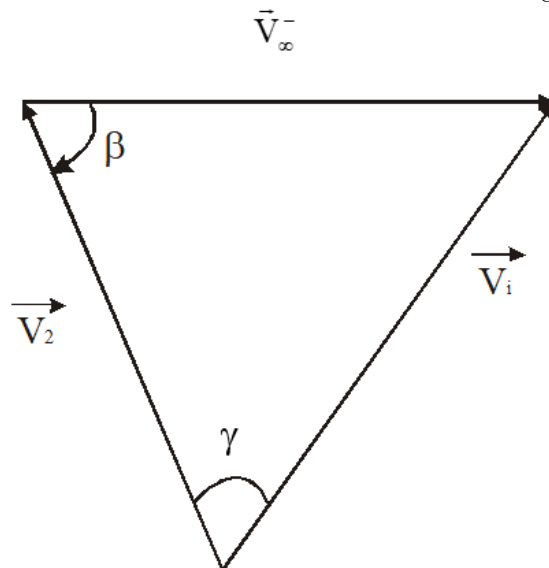
A velocidade no infinito é, enfim, calculada como o módulo da subtração vetorial entre a velocidade da Lua  $\vec{V}_2$  e a velocidade inercial da espaçonave em relação à Terra  $\vec{V}_i$ , como ilustrado na Figura 3.12. Desse modo, temos a seguinte relação:

$$V_\infty = \sqrt{(V_n - V_2)^2 + V_r^2} \quad (3.16)$$

Através da Figura 3.12, também é possível obter o ângulo entre a velocidade inercial  $\vec{V}_i$  do veículo espacial e a velocidade da Lua  $\vec{V}_2$ , chamado aqui de  $\beta$ . Ele pode então ser obtido pela lei dos cossenos, nos dando:

$$\beta = \pm \arccos \frac{-(V_i^2 - V_2^2 - V_\infty^2)}{2V_2 V_\infty} \quad (3.17)$$

Figura 3.12 - Soma vetorial envolvida no swing-by.



Fonte: Prado (2001).

Com essas informações ao nosso dispor, a primeira quantidade importante a ser calculada é a variação de velocidade  $\Delta V$ , que representa a diferença entre as velocidades inerciais antes e depois do swing-by. Através de álgebra vetorial simples, é possível demonstrar a relação a seguir (BROUCKE, 1988):

$$\Delta V = 2V_\infty \sin \delta \quad (3.18)$$

Em seguida, precisamos calcular a variação em energia  $\Delta E$ , o que será feito a partir do cálculo do ângulo de aproximação  $\psi$ . Os dois valores possíveis para  $\psi$  são obtidos através da geometria entre os ângulos  $\beta$  e  $\delta$ , e podem ser expressos matematicamente como (PRADO, 2001):

$$\psi = 180^\circ + \beta + \delta \quad (3.19)$$

$$\psi = 360^\circ + \beta - \delta \quad (3.20)$$

Com o ângulo de aproximação  $\psi$  em suas duas configurações, pode-se calcular a variação de energia respectiva  $\Delta E$ . A seguinte expressão será utilizada sem demonstrações, que podem ser encontradas em Broucke (1988):

$$\Delta E = -2V_2V_\infty \sin \delta \sin \psi \quad (3.21)$$

Utilizando-se de tais modelos, foi implementada a análise de Swing-By para  $\Delta E$  e  $\Delta V$  usando os dados resgatados pelas simulações computacionais para trajetórias de baixo empuxo descritas anteriormente.



## 4 ANÁLISE E RESULTADOS

### 4.1 Resultados das simulações

Variando a data da missão e, portanto, a inclinação relativa do campo magnético da Terra, novos resultados podem ser obtidos usando os cálculos descritos. O programa funcionou com a massa inicial da espaçonave de  $m = 160 \text{ kg}$  e a energia final de  $\epsilon = 0 \text{ km}^2/\text{s}^2$ . As seguintes cinco condições iniciais foram, então, escolhidas: empuxo  $T$  e impulso específico  $I_{sp}$  do sistema de propulsão; altitude do perigeu  $h_p$ ; excentricidade  $e$ ; e inclinação da órbita da Lua em relação ao equador da Terra  $i_{moon}$ , os três últimos em relação à órbita inicial. Para o estudo do Swing-By lunar exclusivamente, outra condição inicial foi considerada: a distância de máxima aproximação durante o encontro entre a nave e a Lua,  $R_p$ .

Primeiramente, a fim de testar variações significativas no parâmetro de inclinação da órbita lunar, as datas escolhidas foram as seguintes: 1° de Janeiro, 2016 ( $i_{moon} = 18^\circ$ ), 1° de Junho, 2012 ( $i_{moon} = 21^\circ$ ), 1° de Janeiro, 2011 ( $i_{moon} = 24^\circ$ ), 1° de Outubro, 2009 ( $i_{moon} = 26^\circ$ ) e 1° de Janeiro, 2006 ( $i_{moon} = 28^\circ$ ).

Em seguida, quatro sistemas de propulsão foram escolhidos: primeiro, o Iônico (Ionic), com  $T = 72 \text{ mN}$  e  $I_{sp} = 2700 \text{ s}$ ; segundo, o *NASA's Evolutionary Xenon Thruster (NEXT)*, com  $T = 236 \text{ mN}$  e  $I_{sp} = 4190 \text{ s}$ ; terceiro, o *BHT-8000* (um propulsor de efeito Hall 8 kW), com  $T = 449 \text{ mN}$  e  $I_{sp} = 2210 \text{ s}$ ; e quarto, o *PPS-1350* (um propulsor de efeito Hall 1350 W), com  $T = 90 \text{ mN}$  e  $I_{sp} = 1660 \text{ s}$ .

Para a órbita inicial, por sua vez, foram escolhidos dois valores para a altitude do perigeu,  $600 \text{ km}$  e  $2209 \text{ km}$ , como mais uma forma de testar a variação dos parâmetros finais. Além disso, cinco excentricidades para a órbita inicial foram escolhidas:  $e = 0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8$ .

Por fim, foram estipulados cinco valores para a distância de aproximação. Esses valores foram escolhidos como 110% a 150% do raio lunar, em incrementos de 10%:  $R_p = 1910.7; 2084.4; 2258.1; 2431.8; 2605.5 \text{ km}$ .

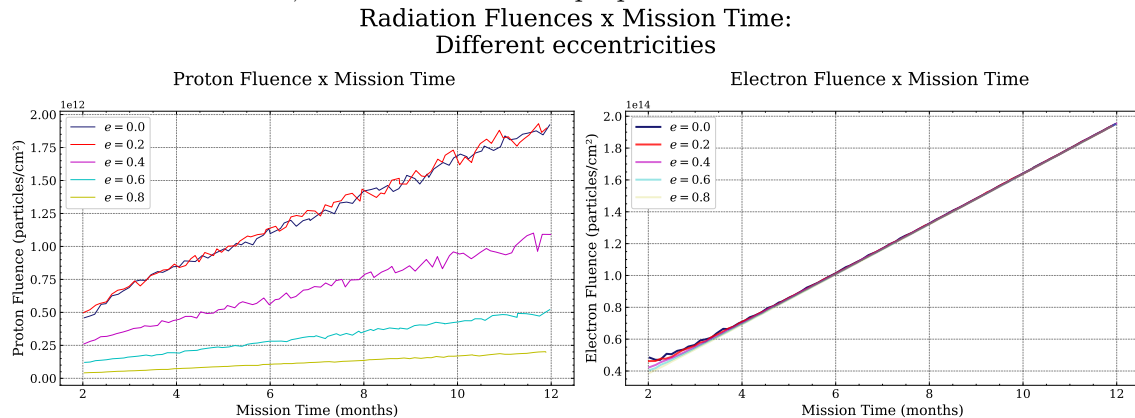
Os parâmetros finais são os seguintes: número total de órbitas  $n_{orbits}$ ; tempo total  $t$  da missão, em meses; massa final  $m$  da espaçonave, em kg; ganho em velocidade após o Swing-By  $\Delta V$ , em km/s; ganho em energia após o Swing-By  $\Delta E$ , em  $\text{km}^2/\text{s}^2$ ; fluência de prótons  $f_{pro}$ , fluência de elétrons  $f_{el}$ , e fluência total de partículas  $f_{tot}$  uma vez que a trajetória esteja completa, em partículas/ $\text{cm}^2$ ; e o tempo dentro do cinturão de elétrons  $t_{belts}$ , em dias. Este último representa o tempo dentro dos

cinturões de Van Allen, já que o modelo do cinturão de elétrons se estende até os limites dos cinturões de Van Allen, ao contrário do cinturão de prótons, que fica na região interna dos cinturões.

#### 4.1.1 Radiação x Tempo

Os gráficos na Figura 4.1 mostram a fluência de prótons e elétrons em função do tempo total de missão, para as cinco excentricidades iniciais escolhidas (0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8) e considerando o sistema de propulsão *NEXT* ( $T = 236\text{ mN}$  e  $I_{sp} = 4190\text{ s}$ ),  $h_p = 600\text{ km}$  e  $i_{moon} = 18^\circ$ . Pode-se evidenciar uma tendência linear para as fluências de prótons e elétrons no que diz respeito ao tempo de missão. Percebe-se, ainda, que a excentricidade da órbita inicial só afeta consideravelmente na fluência de prótons. Isso pode ser explicado fisicamente pelo escape do cinturão de Van Allen interno (prótons) durante a transferência quando a excentricidade da órbita inicial é alta; no caso do cinturão externo (elétrons), esse escape não acontece, portanto a sua fluência não é afetada pela excentricidade inicial.

Figura 4.1 - Fluência de partículas em função do tempo de missão para diferentes excentricidades, usando o sistema de propulsão *NEXT*.

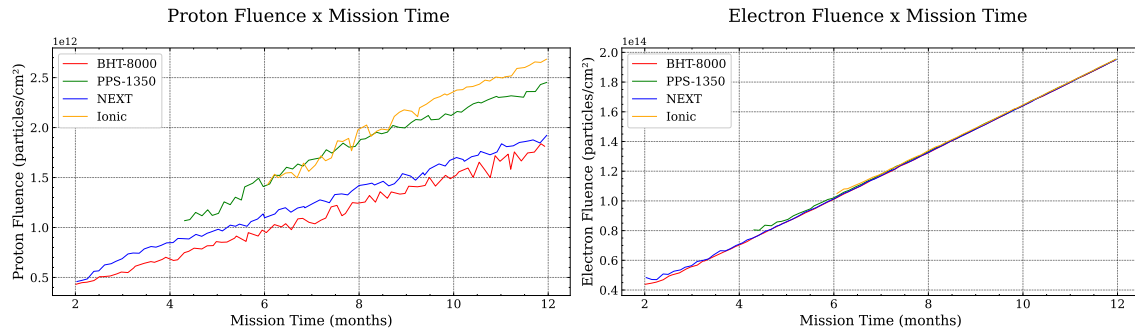


Os gráficos na Figura 4.2 mostram as fluências de elétrons e prótons como funções do tempo total de missão, para os quatro sistemas de propulsão escolhidos - *NEXT*, Iônico, *BHT-8000* e *PPS-1500* - e considerando uma órbita inicial com  $h_p = 600\text{ km}$ ,  $e = 0$  e  $i_{moon} = 18^\circ$ . Percebe-se aqui que a fluência de prótons é minimizada com o uso dos sistemas propulsores *NEXT* e *BHT-8000*, o que pode ser explicado pelos seus maiores empuxos ( $T = 236\text{ mN}$  e  $T = 449\text{ mN}$ , respectivamente), que permitem um escape do cinturão interno mais rapidamente. No caso do cinturão externo, a

mudança de sistema de propulsão praticamente não afeta a fluência de elétrons.

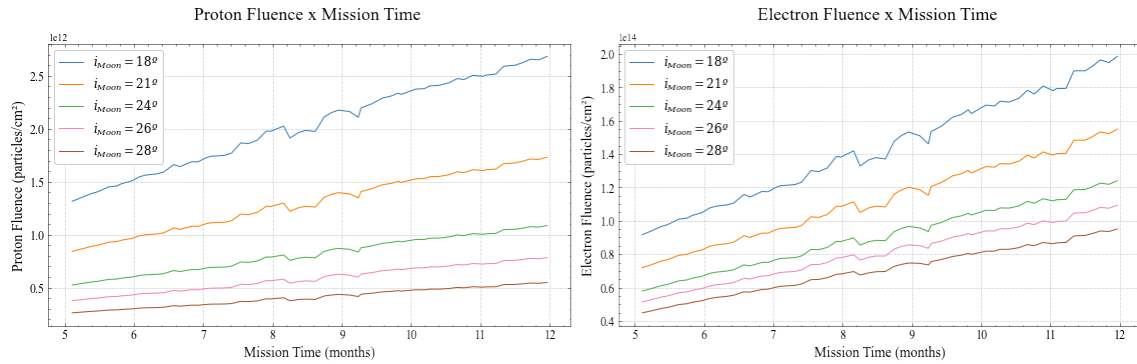
Figura 4.2 - Fluência de partículas em função do tempo de missão para os sistemas de propulsão *NEXT*, Iônico, *BHT-8000* e *PPS-1500*.

Radiation Fluences x Mission Time:  
Different Propulsion



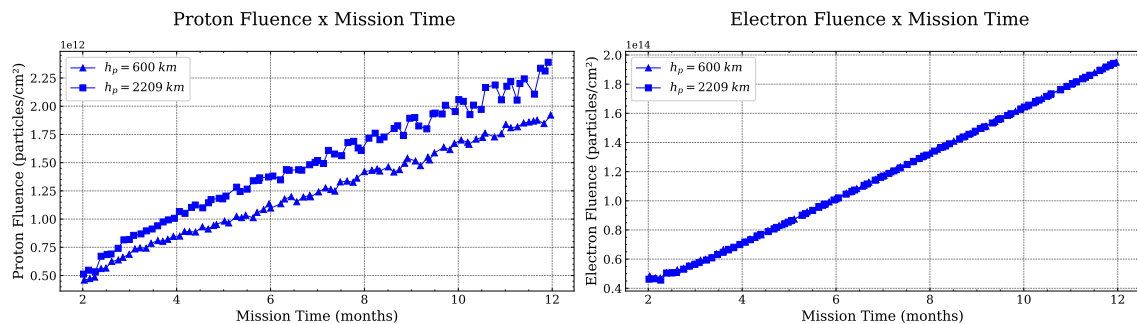
Os gráficos na Figura 4.3 mostram as fluências de elétrons e prótons como funções do tempo total de missão para as cinco inclinações lunares escolhidas ( $i_{moon} = 18^\circ; 21^\circ; 24^\circ; 26^\circ; 28^\circ$ ), considerando um sistema de propulsão *NEXT*,  $h_p = 600 \text{ km}$  e  $e = 0$ . Dessa vez, tanto a fluência de prótons quanto a fluência de elétrons são afetadas por esse parâmetro, o que se dá pelo fato de que quanto maior a inclinação lunar, mais na extremidade dos cinturões de Van Allen, seja a parte interna (prótons) ou externa (elétrons). Como demonstrado nos modelos físicos apresentados nas Figuras 3.7 e 3.6, os fluxos de partículas nas extremidades superior e inferior são bem mais baixos, portanto é de se esperar que o aumento na inclinação minimize a fluência de partículas absorvida durante a trajetória.

Figura 4.3 - Fluência de partículas em função do tempo total da missão para diferentes inclinações da órbita lunar, usando o sistema de propulsão *NEXT*.  
Radiation Fluences x Mission Time - Different inclinations



Os gráficos na Figura 4.4 mostram a fluência de prótons e elétrons em função do tempo total de missão, para as duas alturas de perigeu iniciais escolhidas ( $h_p = 600\text{ km}$  e  $h_p = 2209\text{ km}$ ) e considerando o sistema de propulsão *NEXT* ( $T = 236\text{ mN}$  e  $I_{sp} = 4190\text{ s}$ ), com  $e = 0$  e  $i_{moon} = 18^\circ$ . Novamente, apenas no caso da fluência de prótons há uma diferença considerável com a alteração da altura do perigeu, o que pode ser explicado pelo mesmo motivo dos parâmetros de excentricidade inicial e sistema de propulsão: o eventual escape da espaçonave só é permitido para o cinturão interno.

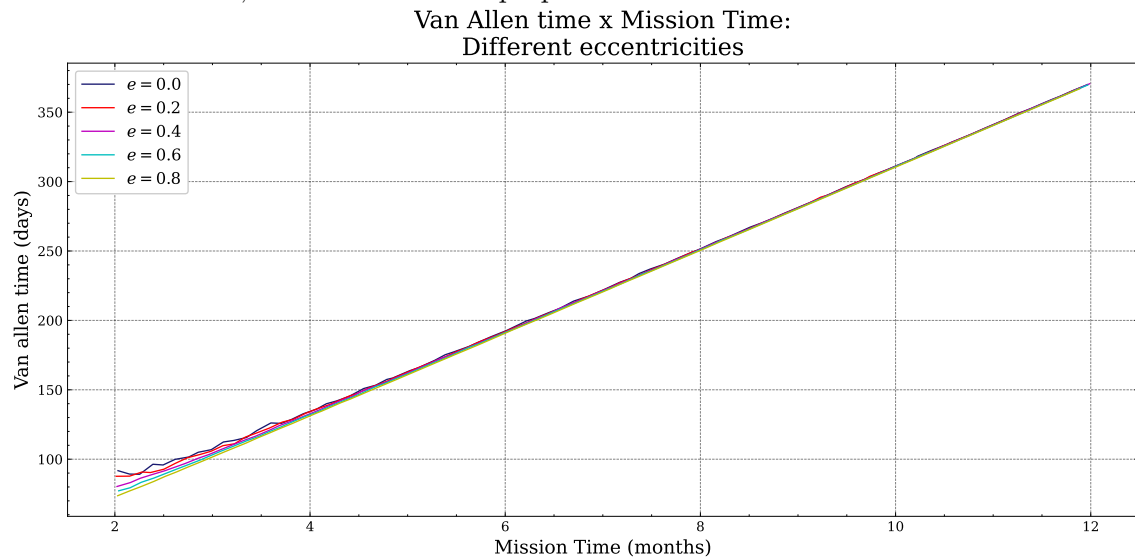
Figura 4.4 - Fluência de partículas em função do tempo de missão para diferentes alturas do perigeu, usando o sistema de propulsão *NEXT*.  
Radiation Fluences x Mission Time:  
Different  $h_p$



### 4.1.2 Tempo no cinturão x Tempo

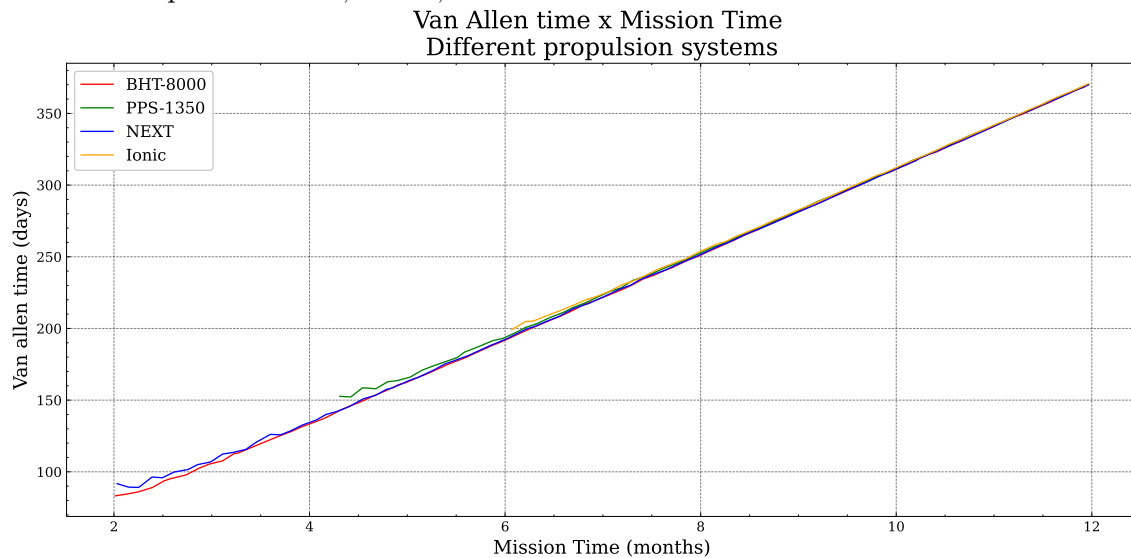
O gráfico na Figura 4.5 mostra o tempo nos cinturões de Van Allen em função do tempo total de missão, para as cinco excentricidades iniciais escolhidas (0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8) e considerando o sistema de propulsão *NEXT* ( $T = 236 mN$  e  $I_{sp} = 4190 s$ ),  $h_p = 600 km$  e  $i_{moon} = 18^\circ$ . O comportamento linear evidenciado neste gráfico é intuitivo, pois quanto maior o tempo de missão, maior também será o tempo que a espaçonave passa dentro dos cinturões. Também é possível perceber a semelhança entre esse gráfico e a Figura 4.1, o que é intuitivo: o tempo que a espaçonave passa dentro do cinturão de elétrons é proporcional à fluência de elétrons que ela absorve dentro dele.

Figura 4.5 - Tempo no cinturão em função do tempo de missão para diferentes excentricidades, usando sistema de propulsão *NEXT*.



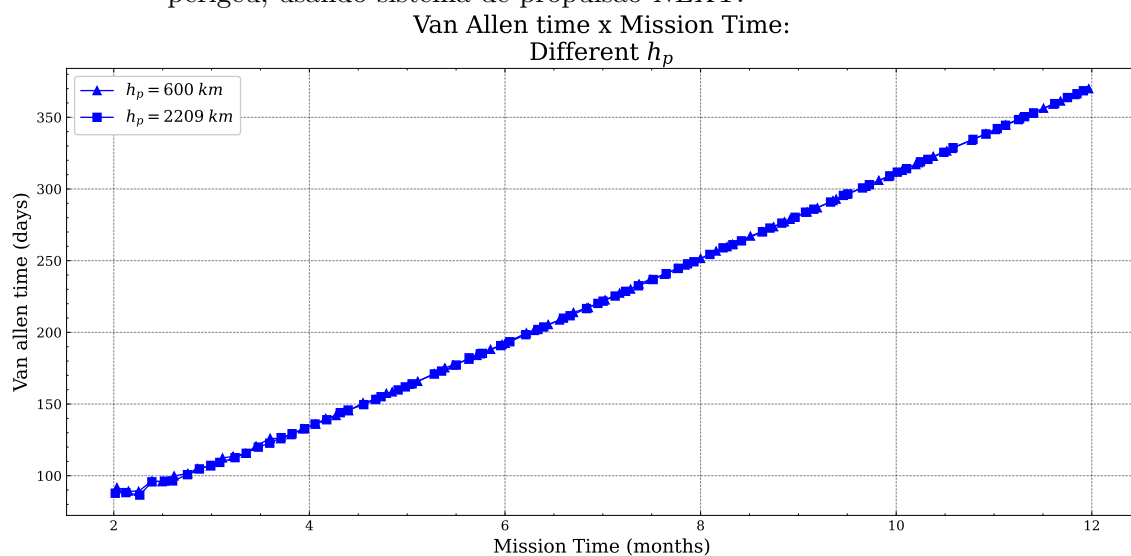
O gráfico na Figura 4.6 mostra o tempo nos cinturões de Van Allen em função do tempo total de missão, para os quatro sistemas de propulsão escolhidos - *NEXT*, Iônico, *BHT-8000* e *PPS-1500* - e considerando uma órbita inicial com  $h_p = 600 km$ ,  $e = 0$  e  $i_{moon} = 18^\circ$ . A mesma tendência que o gráfico da Figura 4.2 pode ser percebida aqui, pelo motivo apontado anteriormente: tempos maiores dentro do cinturão de elétrons significam mais fluência de elétrons na espaçonave.

Figura 4.6 - Tempo no cinturão em função do tempo de missão para os sistemas de propulsão *NEXT*, Iônico, *BHT-8000* e *PPS-1500*.



O gráfico na Figura 4.7 mostra o tempo nos cinturões de Van Allen em função do tempo total de missão, para as duas alturas de perigeu iniciais escolhidas ( $h_p = 600\text{ km}$  e  $h_p = 2209\text{ km}$ ) e considerando o sistema de propulsão *NEXT* ( $T = 236\text{ mN}$  e  $I_{sp} = 4190\text{ s}$ ), com  $e = 0$  e  $i_{moon} = 18^\circ$ . A mesma tendência que o gráfico da Figura 4.4 pode ser percebida aqui, pelo motivo apontado anteriormente: tempos maiores dentro do cinturão de elétrons significam mais fluência de elétrons na espaçonave.

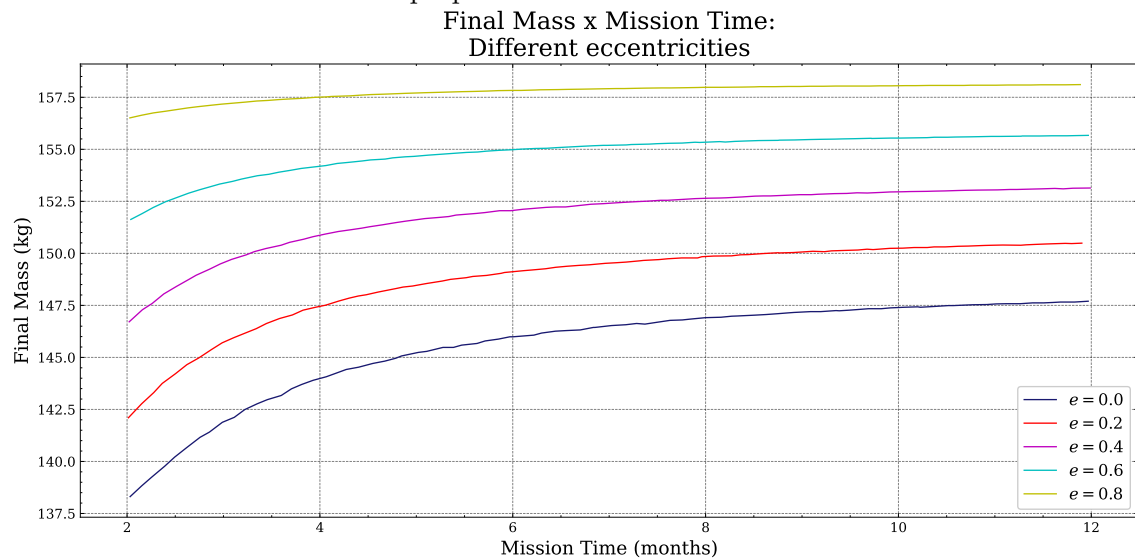
Figura 4.7 - Tempo no cinturão em função do tempo de missão para diferentes alturas do perigeu, usando sistema de propulsão *NEXT*.



### 4.1.3 Massa final x Tempo

O gráfico na Figura 4.8 mostra a massa final em função do tempo total de missão, para as cinco excentricidades iniciais escolhidas (0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8) e considerando o sistema de propulsão *NEXT* ( $T = 236 \text{ mN}$  e  $I_{sp} = 4190 \text{ s}$ ),  $h_p = 600 \text{ km}$  e  $i_{moon} = 18^\circ$ . A tendência de aumento da massa final com a extensão da missão não é linear, mas é previsível: é preciso de mais consumo de propelente para manobras que permitem um tempo menor de missão. Outro aspecto importante é a dependência desse parâmetro com a excentricidade inicial: quanto maior a excentricidade, mais massa é poupada. Isso acontece porque os arcos de empuxo são no perigeu e portanto o seu efeito é principalmente o de aumento no apogeu. Logo, se a órbita inicial já é bastante excêntrica, o apogeu já está bastante elevado, o que reduz o consumo de combustível para atingir tal finalidade.

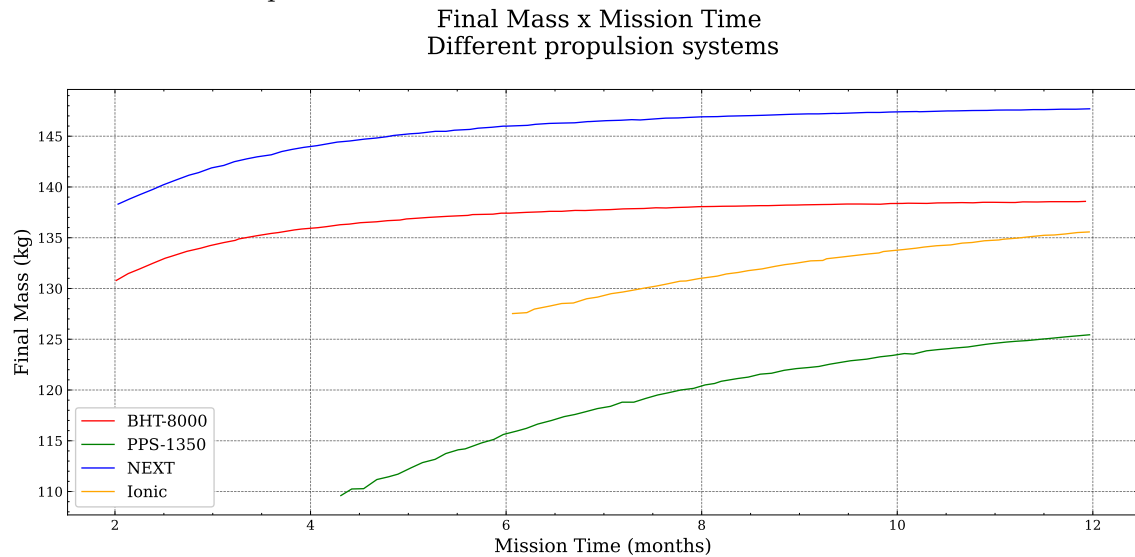
Figura 4.8 - Massa final em função do tempo de missão para diferentes excentricidades, usando sistema de propulsão *NEXT*.



O gráfico na Figura 4.9 mostra a massa final em função do tempo total de missão, para os quatro sistemas de propulsão escolhidos - *NEXT*, Iônico, *BHT-8000* e *PPS-1500* - e considerando uma órbita inicial com  $h_p = 600 \text{ km}$ ,  $e = 0$  e  $i_{moon} = 18^\circ$ . Aqui, novamente os propulsores *NEXT* e *BHT-8000* se destacam, correspondendo às maiores massas finais para os mesmos parâmetros de órbita iniciais. Contudo, ao contrário do gráfico de fluência de prótons versus tempo na Figura 4.2, o propulsor *NEXT* é aquele com melhor desempenho para a massa final, o que pode ser explicado

pelo seu impulso específico bem mais alto que os demais, além de um alto empuxo.

Figura 4.9 - Massa final em função do tempo de missão para os sistemas de propulsão *NEXT*, Iônico, *BHT-8000* e *PPS-1500*. É possível perceber que os sistemas Iônico e *PPS-1500* possuem tempos mínimos de missão maiores por conta de seus empuxos baixos.

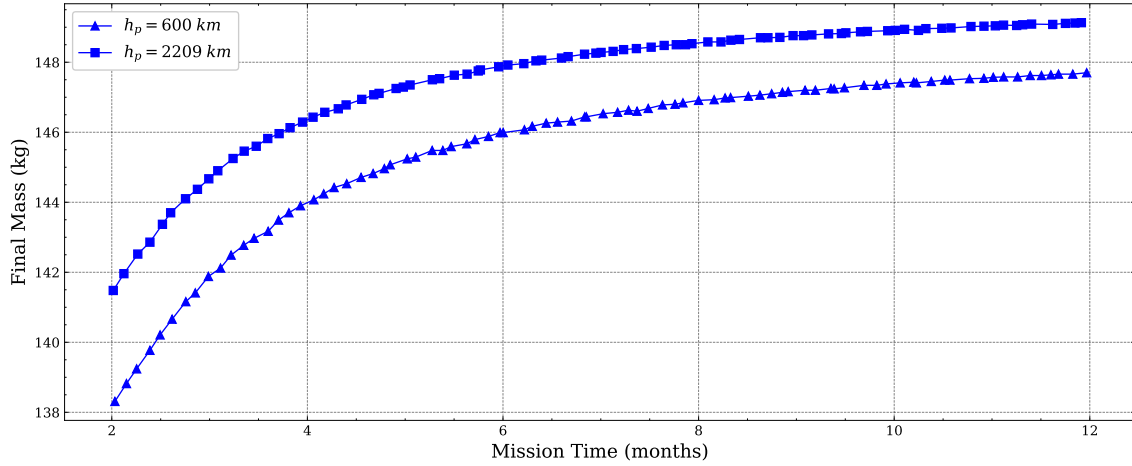


O gráfico na Figura 4.10 mostra a massa final em função do tempo total de missão, para as duas alturas de perigeu iniciais escolhidas ( $h_p = 600 \text{ km}$  e  $h_p = 2209 \text{ km}$ ) e considerando o sistema de propulsão *NEXT* ( $T = 236 \text{ mN}$  e  $I_{sp} = 4190 \text{ s}$ ), com  $e = 0$  e  $i_{moon} = 18^\circ$ . A massa final tem uma dependência direta com a altura de perigeu inicial: quanto maior a altura de perigeu, mais massa é poupada. Semelhante ao caso da Figura 4.8, o consumo de combustível é minimizado conforme o perigeu é mais alto pois dessa forma a órbita inicial possui uma vantagem quanto ao seu objetivo final: atingir a órbita lunar. Como a altura do perigeu é maior, o apogeu também será, logo há menor consumo de combustível para atingir o apogeu final que terá como destino a Lua.



Figura 4.10 - Massa final em função do tempo de missão para diferentes alturas do perigeu, usando sistema de propulsão *NEXT*.

Final Mass x Mission Time:  
Different  $h_p$



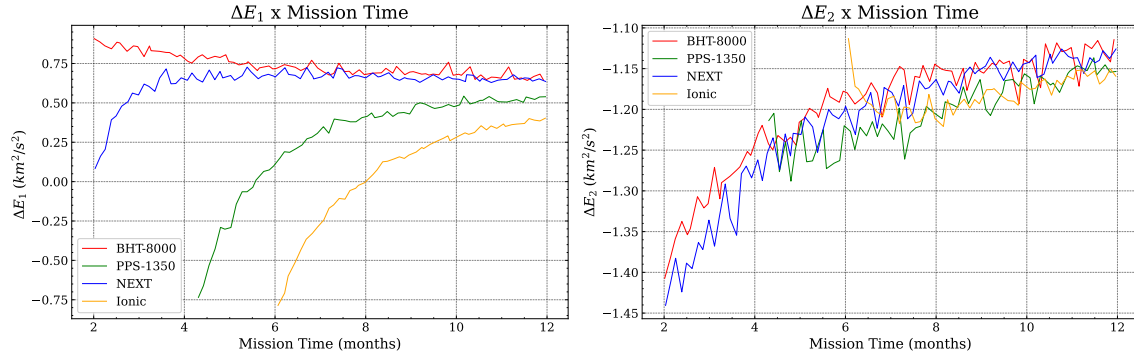
#### 4.1.4 $\Delta E$ x Tempo

##### 4.1.4.1 Propulsores diferentes

O gráfico na Figura 4.11 mostra o incremento em energia  $\Delta E$  em ambas configurações ( $\psi_1$  e  $\psi_2$ ) em função do tempo total de missão, para os quatro sistemas de propulsão escolhidos - Iônico, *NEXT*, *BHT-8000* e *PPS-1500* - e considerando uma órbita inicial com  $h_p = 600 \text{ km}$ ,  $e = 0$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$  e distância de aproximação à Lua  $R_p = 1910.7 \text{ km}$ . Percebe-se que há uma tendência de aumento tanto no ganho em energia ( $\Delta E_1$ ) quanto na perda em energia ( $\Delta E_2$ ), porém não há um padrão linear como foi evidenciado para as fluências de radiação versus tempo. Outro aspecto relevante é o destaque, mais uma vez, dos sistemas de propulsão *NEXT* e *BHT-8000*, desta vez para o ganho em energia  $\Delta E_1$ , dadas as suas propriedades de empuxo e impulso específico.

Figura 4.11 - Ganho em energia, em suas duas configurações, em função do tempo de missão para os sistemas de propulsão Iônico, *NEXT*, *BHT-8000* e *PPS-1500*.

$\Delta E$  x Mission Time:  
Different Propulsion

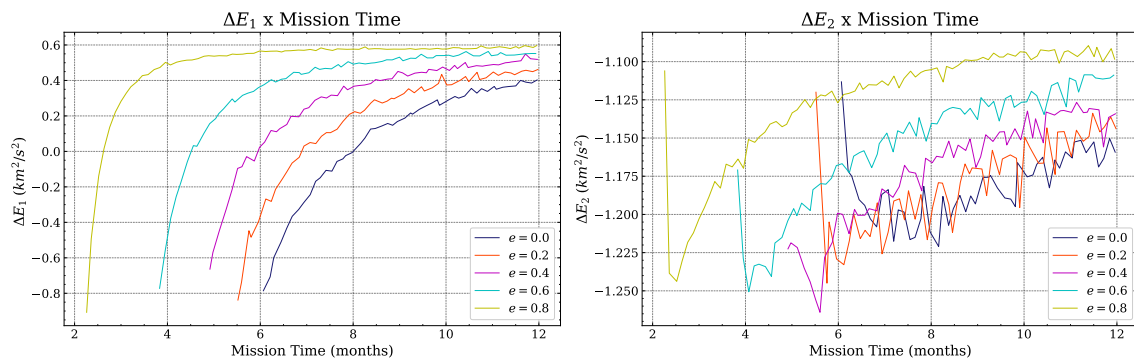


#### 4.1.4.2 Excentricidades iniciais diferentes

O gráfico na Figura 4.12 mostra o incremento em energia  $\Delta E$  em ambas configurações ( $\psi_1$  e  $\psi_2$ ) em função do tempo total de missão, para as cinco excentricidades iniciais escolhidas (0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8) e considerando o sistema de propulsão Iônico,  $h_p = 600 \text{ km}$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$  e  $R_p = 1910.7 \text{ km}$ . Verifica-se que, para o sistema Iônico, o aumento de excentricidade tem um efeito positivo no ganho de energia, maximizando-a; contudo, a perda de energia é reduzida, o que é um efeito indesejado caso o intuito da missão seja uma passagem pela parte da frente da Lua para reduzir energia.

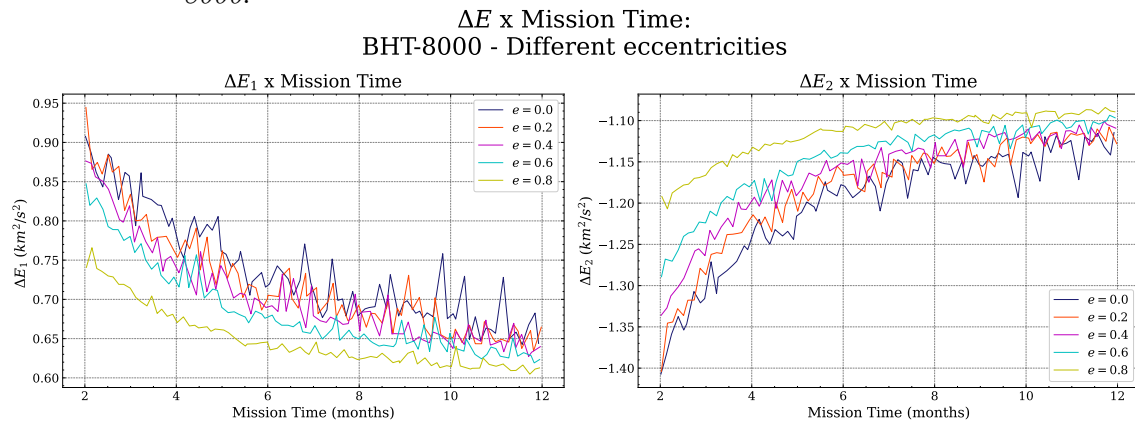
Figura 4.12 - Ganho em energia, em suas duas configurações, em função do tempo de missão para diferentes excentricidades, usando o sistema de propulsão Iônico.

$\Delta E$  x Mission Time:  
Ionic - Different eccentricities



O gráfico na Figura 4.13 mostra o incremento em energia  $\Delta E$  em ambas configurações ( $\psi_1$  e  $\psi_2$ ) em função do tempo total de missão, para as cinco excentricidades iniciais escolhidas (0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8) e considerando o sistema de propulsão *BHT-8000*,  $h_p = 600 \text{ km}$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$  e  $R_p = 1910.7 \text{ km}$ . Para este sistema propulsor, percebe-se que a tendência é contrária aos demais no ganho de energia: um aumento na excentricidade inicial corresponde a ganhos de energia menores. Para a perda de energia  $\Delta E_2$ , a excentricidade maior significa menores reduções, em módulo, nesse parâmetro.

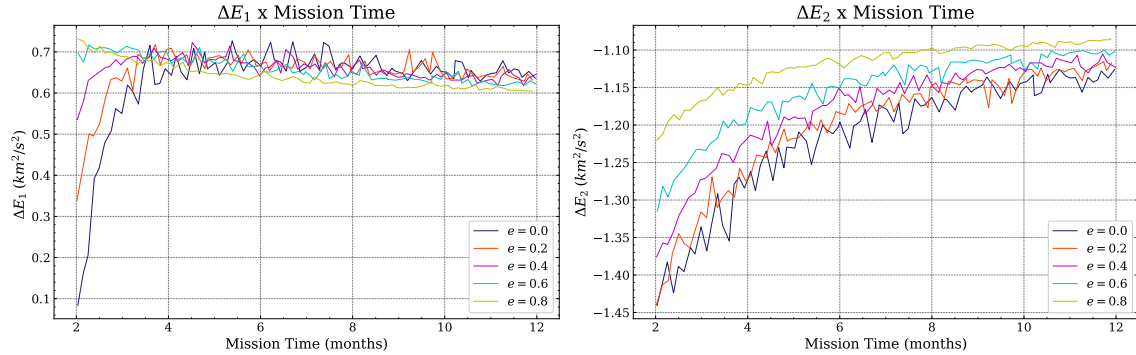
Figura 4.13 - Ganho em energia, em suas duas configurações, em função do tempo de missão para diferentes excentricidades, usando o sistema de propulsão *BHT-8000*.



O gráfico na Figura 4.14 mostra o incremento em energia  $\Delta E$  em ambas configurações ( $\psi_1$  e  $\psi_2$ ) em função do tempo total de missão, para as cinco excentricidades iniciais escolhidas (0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8) e considerando o sistema de propulsão *NEXT*,  $h_p = 600 \text{ km}$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$  e  $R_p = 1910.7 \text{ km}$ . No caso do sistema de propulsão *NEXT*, é verificado que o ganho em energia não depende fortemente da excentricidade da órbita inicial, enquanto a redução de energia é novamente minimizada em módulo conforme a excentricidade aumenta.

Figura 4.14 - Ganho em energia, em suas duas configurações, em função do tempo de missão para diferentes excentricidades, usando o sistema de propulsão *NEXT*.

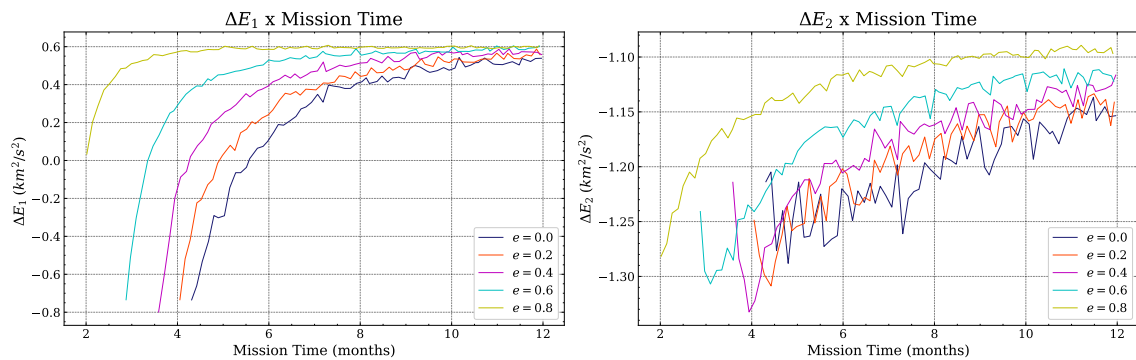
$\Delta E$  x Mission Time:  
NEXT - Different eccentricities



O gráfico na Figura 4.15 mostra o incremento em energia  $\Delta E$  em ambas configurações ( $\psi_1$  e  $\psi_2$ ) em função do tempo total de missão, para as cinco excentricidades iniciais escolhidas (0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8) e considerando o sistema de propulsão *PPS-1350*,  $h_p = 600 \text{ km}$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$  e  $R_p = 1910.7 \text{ km}$ . Assim como o sistema de propulsão Iônico, verifica-se que, para o sistema *PPS-1350*, o aumento de excentricidade tem um efeito positivo no ganho de energia, maximizando-a, enquanto a perda de energia é reduzida com o aumento desse parâmetro.

Figura 4.15 - Ganho em energia, em suas duas configurações, em função do tempo de missão para diferentes excentricidades, usando o sistema de propulsão *PPS-1350*.

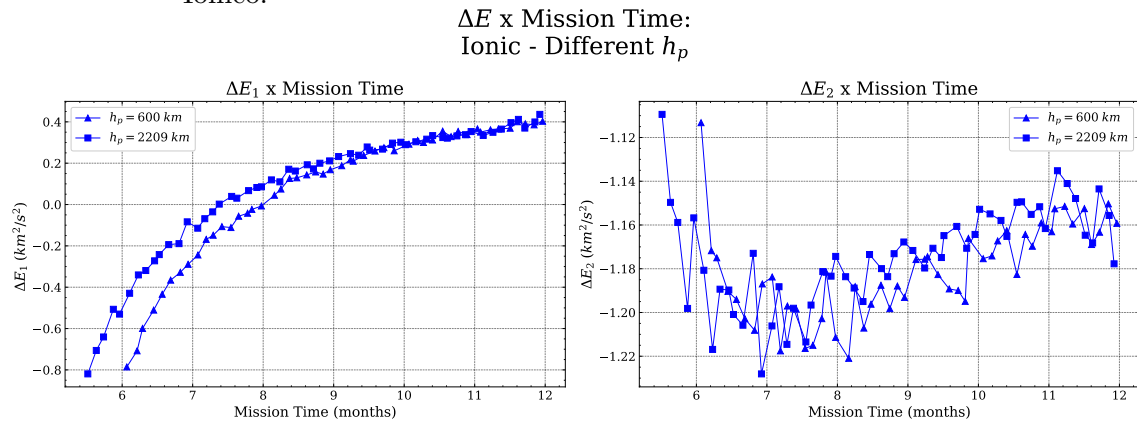
$\Delta E$  x Mission Time:  
PPS-1350 - Different eccentricities



### 4.1.4.3 Alturas de perigeu iniciais diferentes

O gráfico na Figura 4.16 mostra o incremento em energia  $\Delta E$  em ambas configurações ( $\psi_1$  e  $\psi_2$ ) em função do tempo total de missão, para as duas alturas de perigeu iniciais escolhidas ( $h_p = 600 \text{ km}$  e  $h_p = 2209 \text{ km}$ ) e considerando o sistema de propulsão Iônico, com  $e = 0$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$  e  $R_p = 1910.7 \text{ km}$ .

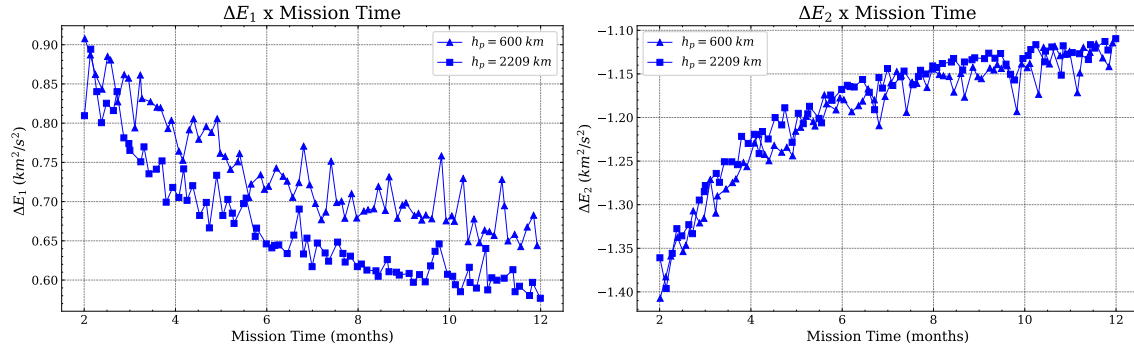
Figura 4.16 - Ganho em energia, em suas duas configurações, em função do tempo de missão para diferentes alturas do perigeu, usando o sistema de propulsão Iônico.



O gráfico na Figura 4.17 mostra o incremento em energia  $\Delta E$  em ambas configurações ( $\psi_1$  e  $\psi_2$ ) em função do tempo total de missão, para as duas alturas de perigeu iniciais escolhidas ( $h_p = 600 \text{ km}$  e  $h_p = 2209 \text{ km}$ ) e considerando o sistema de propulsão *BHT-8000*, com  $e = 0$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$  e  $R_p = 1910.7 \text{ km}$ .

Figura 4.17 - Ganho em energia, em suas duas configurações, em função do tempo de missão para diferentes alturas do perigeu, usando o sistema de propulsão *BHT-8000*.

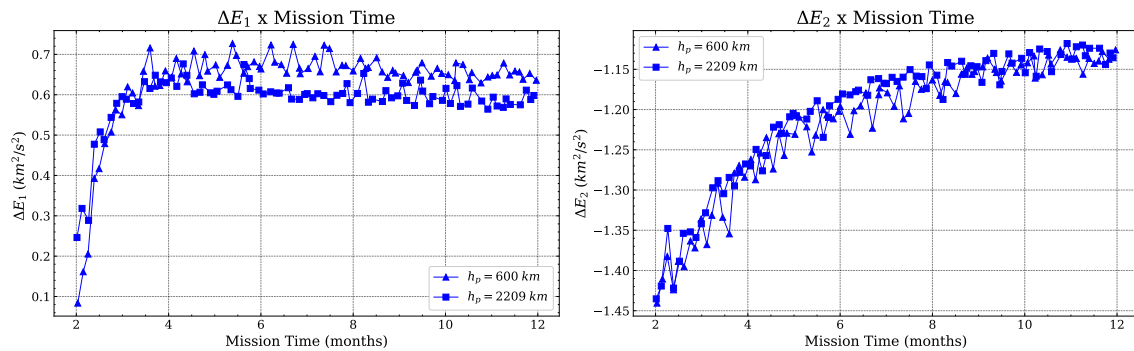
$\Delta E$  x Mission Time:  
BHT-8000 - Different  $h_p$



O gráfico na Figura 4.18 mostra o incremento em energia  $\Delta E$  em ambas configurações ( $\psi_1$  e  $\psi_2$ ) em função do tempo total de missão, para as duas alturas de perigeu iniciais escolhidas ( $h_p = 600 \text{ km}$  e  $h_p = 2209 \text{ km}$ ) e considerando o sistema de propulsão *NEXT*, com  $e = 0$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$  e  $R_p = 1910.7 \text{ km}$ .

Figura 4.18 - Ganho em energia, em suas duas configurações, em função do tempo de missão para diferentes alturas do perigeu, usando o sistema de propulsão *NEXT*.

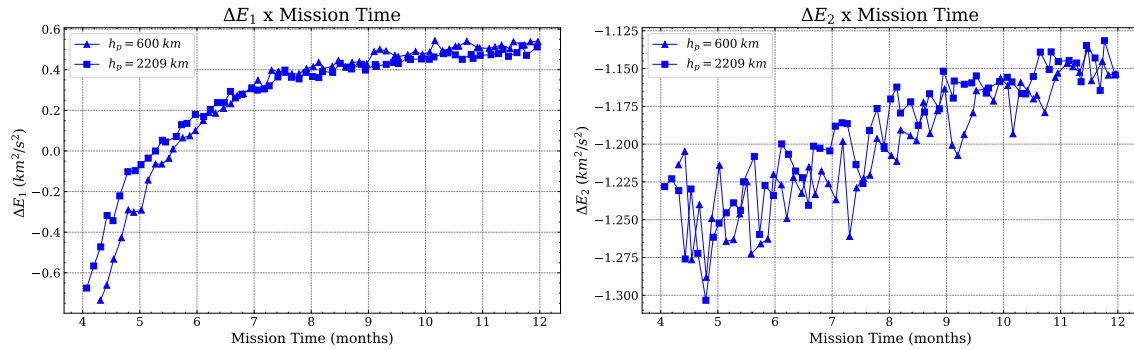
$\Delta E$  x Mission Time:  
NEXT - Different  $h_p$



O gráfico na Figura 4.19 mostra o incremento em energia  $\Delta E$  em ambas configurações ( $\psi_1$  e  $\psi_2$ ) em função do tempo total de missão, para as duas alturas de perigeu iniciais escolhidas ( $h_p = 600 \text{ km}$  e  $h_p = 2209 \text{ km}$ ) e considerando o sistema de propulsão *PPS-1350*, com  $e = 0$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$  e  $R_p = 1910.7 \text{ km}$ .

Figura 4.19 - Ganho em energia, em suas duas configurações, em função do tempo de missão para diferentes alturas do perigeu, usando o sistema de propulsão PPS-1350.

$\Delta E$  x Mission Time:  
PPS-1350 - Different  $h_p$



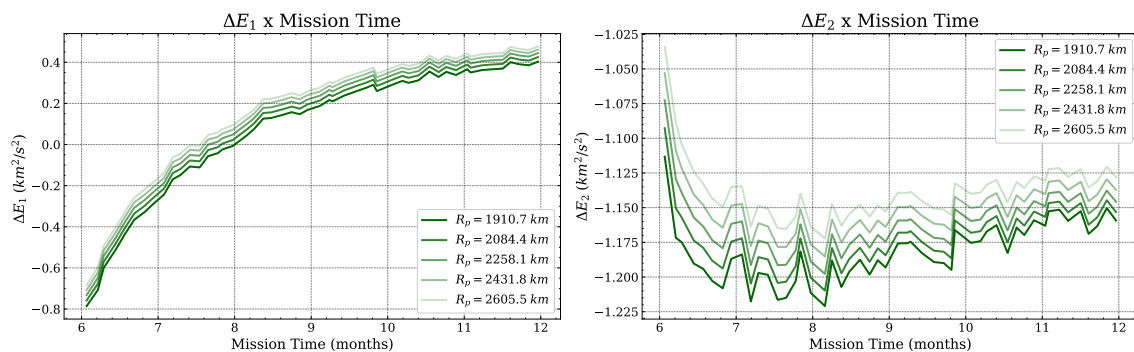
Através das Figuras 4.16 a 4.19, não é possível chegar a conclusões a respeito do efeito da altura do perigeu no ganho e perda de energia com o Swing-By. É provável que não exista uma dependência forte nesse parâmetro com relação ao  $\Delta E$ .

#### 4.1.4.4 Distâncias de aproximação à Lua diferentes

O gráfico na Figura 4.20 mostra o incremento em energia  $\Delta E$  em ambas configurações ( $\psi_1$  e  $\psi_2$ ) em função do tempo total de missão, para as cinco distâncias de aproximação  $R_p$  iniciais escolhidas (1910.7; 2084.4; 2258.1; 2431.8; 2605.5 km) e considerando o sistema de propulsão Iônico,  $h_p = 600$  km,  $e = 0$  km,  $i_{moon} = 18^\circ$ .

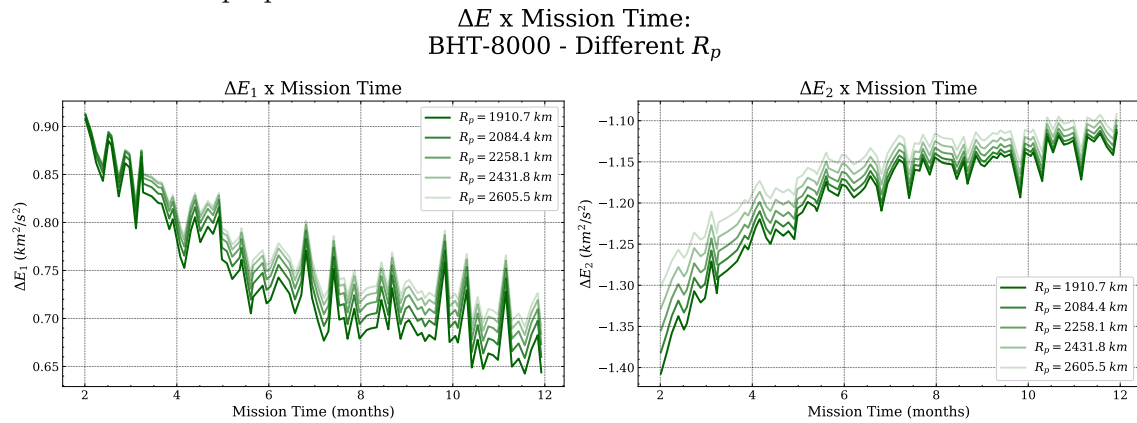
Figura 4.20 - Ganho em energia, em suas duas configurações, em função do tempo de missão para diferentes distâncias de aproximação à Lua, usando o sistema de propulsão Iônico.

$\Delta E$  x Mission Time:  
Ionic - Different  $R_p$



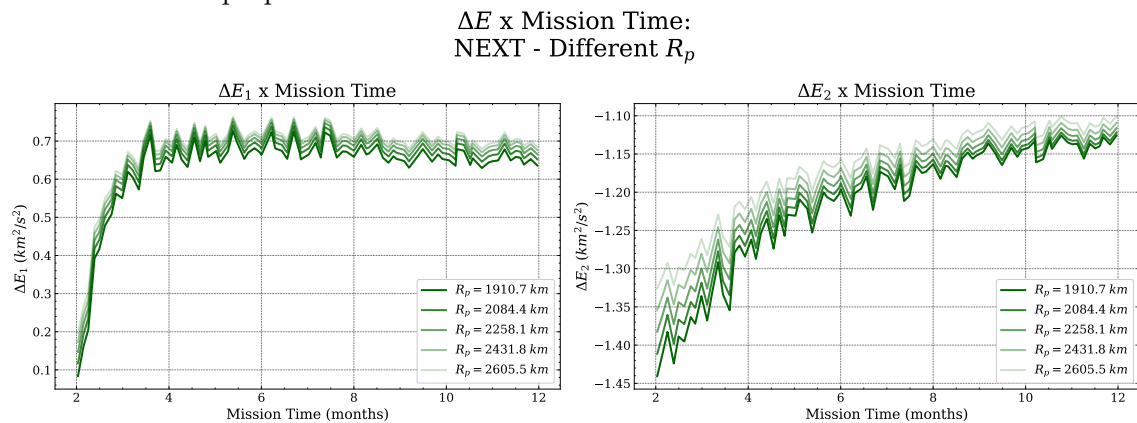
O gráfico na Figura 4.21 mostra o incremento em energia  $\Delta E$  em ambas configurações ( $\psi_1$  e  $\psi_2$ ) em função do tempo total de missão, para as cinco distâncias de aproximação  $R_p$  iniciais escolhidas (1910.7; 2084.4; 2258.1; 2431.8; 2605.5 km) e considerando o sistema de propulsão *BHT-8000*,  $h_p = 600\text{ km}$ ,  $e = 0\text{ km}$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$ .

Figura 4.21 - Ganho em energia, em suas duas configurações, em função do tempo de missão para diferentes distâncias de aproximação à Lua, usando o sistema de propulsão *BHT-8000*.



O gráfico na Figura 4.22 mostra o incremento em energia  $\Delta E$  em ambas configurações ( $\psi_1$  e  $\psi_2$ ) em função do tempo total de missão, para as cinco distâncias de aproximação  $R_p$  iniciais escolhidas (1910.7; 2084.4; 2258.1; 2431.8; 2605.5 km) e considerando o sistema de propulsão *NEXT*,  $h_p = 600\text{ km}$ ,  $e = 0\text{ km}$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$ .

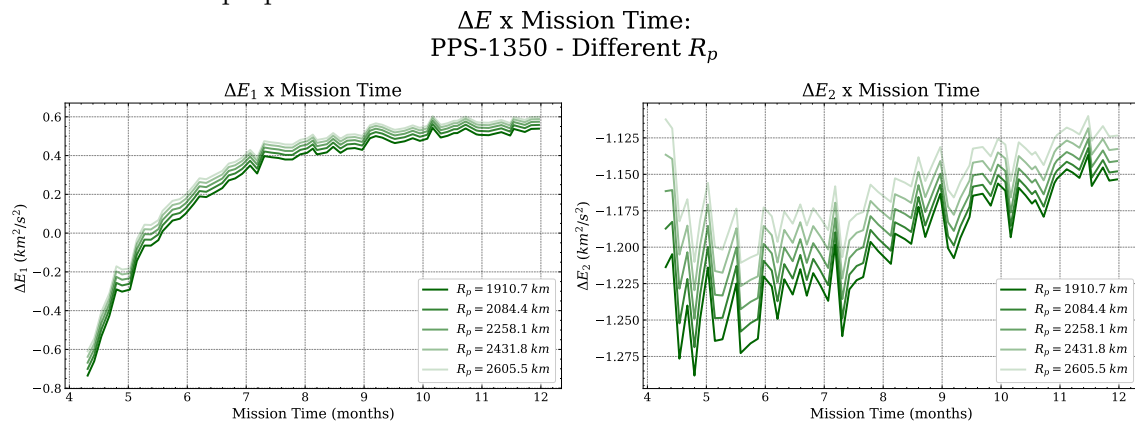
Figura 4.22 - Ganho em energia, em suas duas configurações, em função do tempo de missão para diferentes distâncias de aproximação à Lua, usando o sistema de propulsão *NEXT*.





O gráfico na Figura 4.23 mostra o incremento em energia  $\Delta E$  em ambas configurações ( $\psi_1$  e  $\psi_2$ ) em função do tempo total de missão, para as cinco distâncias de aproximação  $R_p$  iniciais escolhidas (1910.7; 2084.4; 2258.1; 2431.8; 2605.5 km) e considerando o sistema de propulsão *PPS-1350*,  $h_p = 600 \text{ km}$ ,  $e = 0 \text{ km}$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$ .

Figura 4.23 - Ganho em energia, em suas duas configurações, em função do tempo de missão para diferentes distâncias de aproximação à Lua, usando o sistema de propulsão *PPS-1350*.



Através das Figuras 4.20 a 4.23, pode-se perceber uma tendência clara: distâncias de aproximação à Lua *maiores* implicam em um  $\Delta E$  maior. Isso é válido tanto para o ganho de energia  $\Delta E_1$  quanto para a perda de energia  $\Delta E_2$ . Logo, há um benefício em manter-se afastado da Lua no ponto mais próximo de um Swing-By caso se deseje um incremento de energia, enquanto é mais interessante aproximar-se mais dela para o caso de uma redução em energia, pois assim esse parâmetro será minimizado.

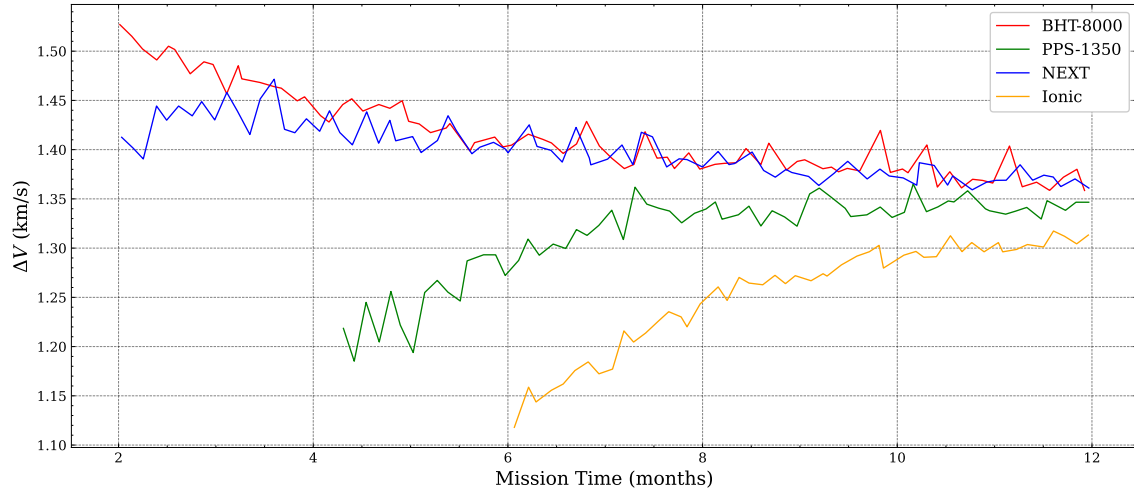
#### 4.1.5 $\Delta V$ x Tempo

##### 4.1.5.1 Propulsores diferentes

O gráfico na Figura 4.24 mostra o incremento em velocidade  $\Delta V$  em função do tempo total de missão, para os quatro sistemas de propulsão escolhidos - Iônico, *NEXT*, *BHT-8000* e *PPS-1500* - e considerando os parâmetros iniciais como:  $h_p = 600 \text{ km}$ ,  $e = 0$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$  e  $R_p = 1910.7 \text{ km}$ .

Figura 4.24 - Ganho em velocidade em função do tempo de missão para os sistemas de propulsão Iônico, *NEXT*, *BHT-8000* e *PPS-1500*.

$\Delta V$  x Mission Time:  
Different Propulsion



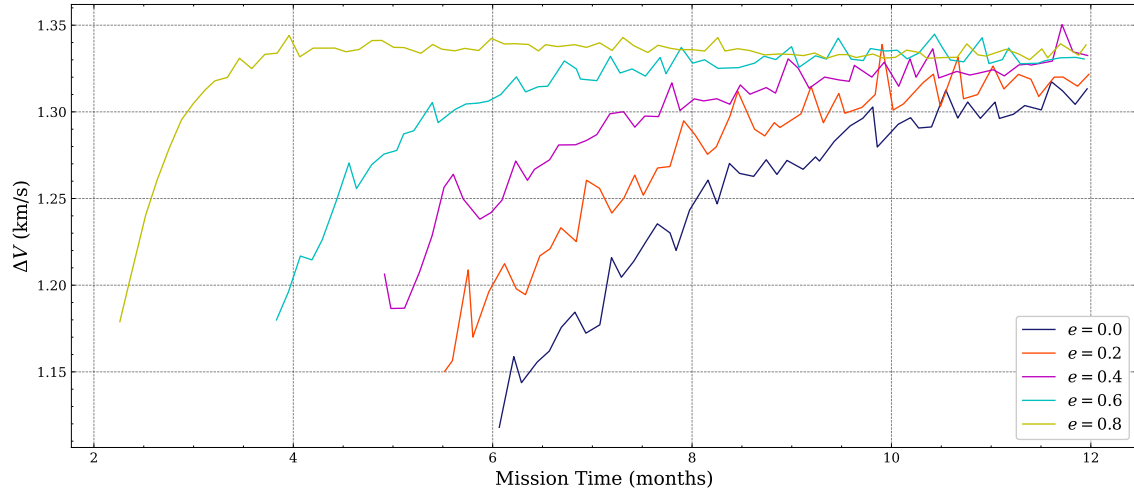
Percebe-se pela Figura 4.24 que a tendência de aumento de velocidade depende fortemente do sistema propulsor escolhido. Outro aspecto relevante é o destaque, mais uma vez, dos sistemas de propulsão *NEXT* e *BHT-8000*, dadas as suas propriedades de empuxo e impulso específico.

#### 4.1.5.2 Excentricidades iniciais diferentes

O gráfico na Figura 4.25 mostra o incremento em velocidade  $\Delta V$  em função do tempo total de missão, para as cinco excentricidades iniciais escolhidas (0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8) e considerando o sistema de propulsão Iônico,  $h_p = 600 \text{ km}$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$  e  $R_p = 1910.7 \text{ km}$ .

Figura 4.25 - Ganho em velocidade em função do tempo de missão para diferentes excentricidades, usando o sistema de propulsão Iônico.

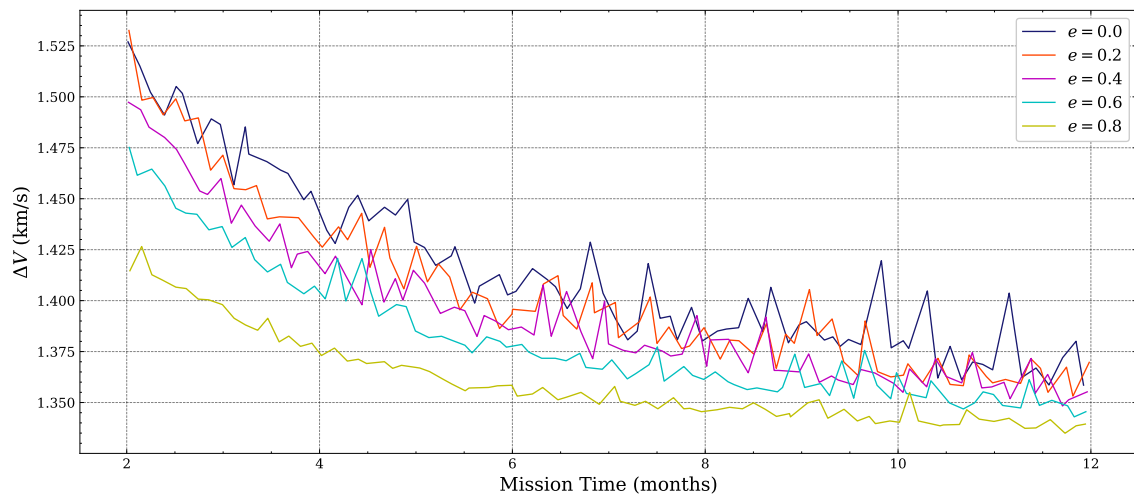
$\Delta V$  x Mission Time:  
Ionic - Different eccentricities



O gráfico na Figura 4.26 mostra o incremento em velocidade  $\Delta V$  em função do tempo total de missão, para as cinco excentricidades iniciais escolhidas (0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8) e considerando o sistema de propulsão *BHT-8000*,  $h_p = 600\text{ km}$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$  e  $R_p = 1910.7\text{ km}$ .

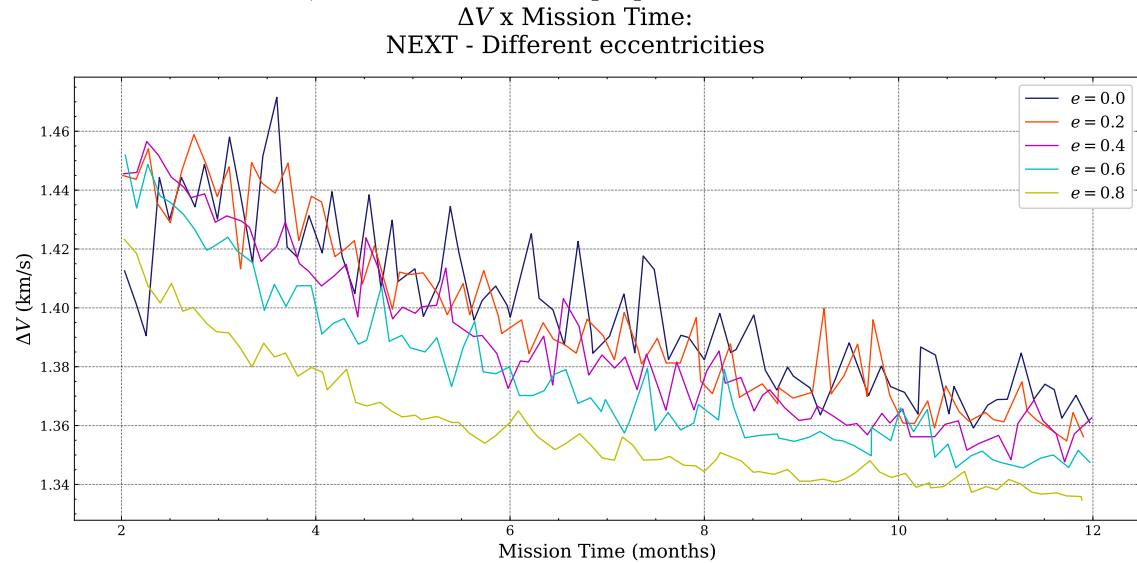
Figura 4.26 - Ganho em velocidade em função do tempo de missão para diferentes excentricidades, usando o sistema de propulsão *BHT-8000*.

$\Delta V$  x Mission Time:  
BHT-8000 - Different eccentricities



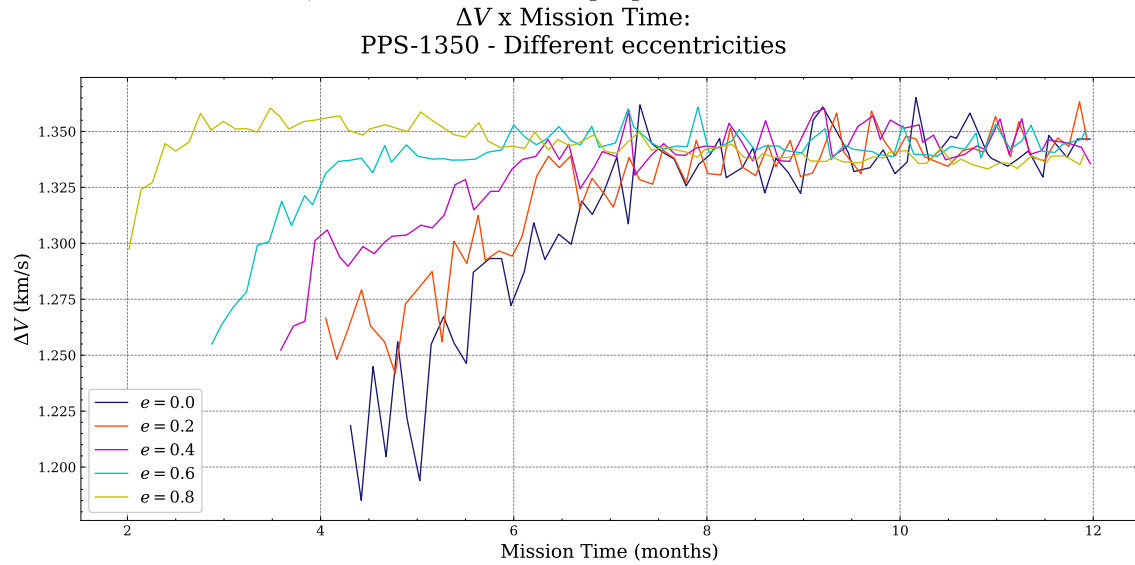
O gráfico na Figura 4.27 mostra o incremento em velocidade  $\Delta V$  em função do tempo total de missão, para as cinco excentricidades iniciais escolhidas (0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8) e considerando o sistema de propulsão *NEXT*,  $h_p = 600 \text{ km}$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$  e  $R_p = 1910.7 \text{ km}$ .

Figura 4.27 - Ganho em velocidade em função do tempo de missão para diferentes excentricidades, usando o sistema de propulsão *NEXT*.



O gráfico na Figura 4.28 mostra o incremento em velocidade  $\Delta V$  em função do tempo total de missão, para as cinco excentricidades iniciais escolhidas (0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8) e considerando o sistema de propulsão *PPS-1350*,  $h_p = 600 \text{ km}$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$  e  $R_p = 1910.7 \text{ km}$ .

Figura 4.28 - Ganho em velocidade em função do tempo de missão para diferentes excentricidades, usando o sistema de propulsão *PPS-1350*.



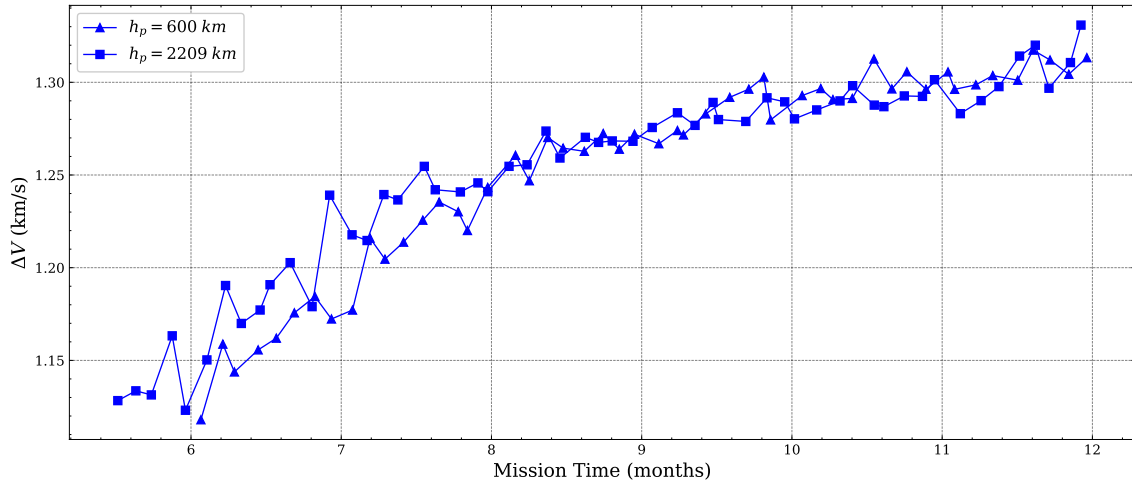
Para a variação em excentricidade, portanto, percebe-se que os propulsores *BHT-8000* e *NEXT* seguem uma tendência semelhante de reduzir o ganho em velocidade conforme a excentricidade da órbita inicial aumenta. Os sistemas Iônico e *PPS-1350*, por outro lado, seguem uma tendência contrária: quanto maior a excentricidade, maior o  $\Delta V$ , principalmente para tempos curtos de missão. Esses resultados demonstram como a dependência no sistema de propulsão é imprevisível, explicitando a necessidade de realizar simulações caso-a-caso conforme a missão.

#### 4.1.5.3 Alturas de perigeu iniciais diferentes

O gráfico na Figura 4.29 mostra o incremento em velocidade  $\Delta V$  em função do tempo total de missão, para as duas alturas de perigeu iniciais escolhidas ( $h_p = 600 \text{ km}$  e  $h_p = 2209 \text{ km}$ ) e considerando o sistema de propulsão Iônico, com  $e = 0$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$  e  $R_p = 1910.7 \text{ km}$ .

Figura 4.29 - Ganho em velocidade em função do tempo de missão para diferentes alturas do perigeu, usando o sistema de propulsão Iônico.

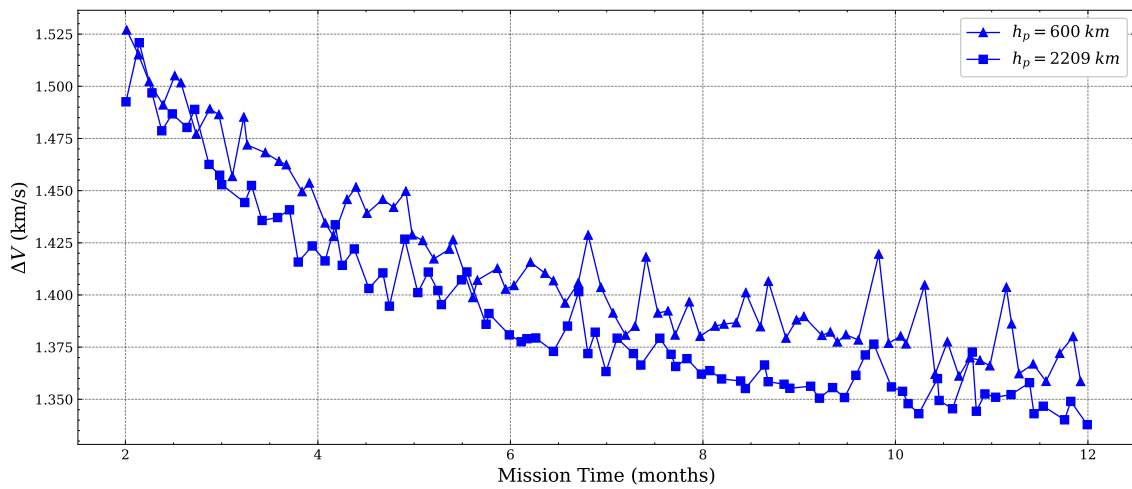
$\Delta V$  x Mission Time:  
Ionic - Different  $h_p$



O gráfico na Figura 4.30 mostra o incremento em velocidade  $\Delta V$  em função do tempo total de missão, para as duas alturas de perigeu iniciais escolhidas ( $h_p = 600$  km e  $h_p = 2209$  km) e considerando o sistema de propulsão *BHT-8000*, com  $e = 0$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$  e  $R_p = 1910.7$  km.

Figura 4.30 - Ganho em velocidade em função do tempo de missão para diferentes alturas do perigeu, usando o sistema de propulsão *BHT-8000*.

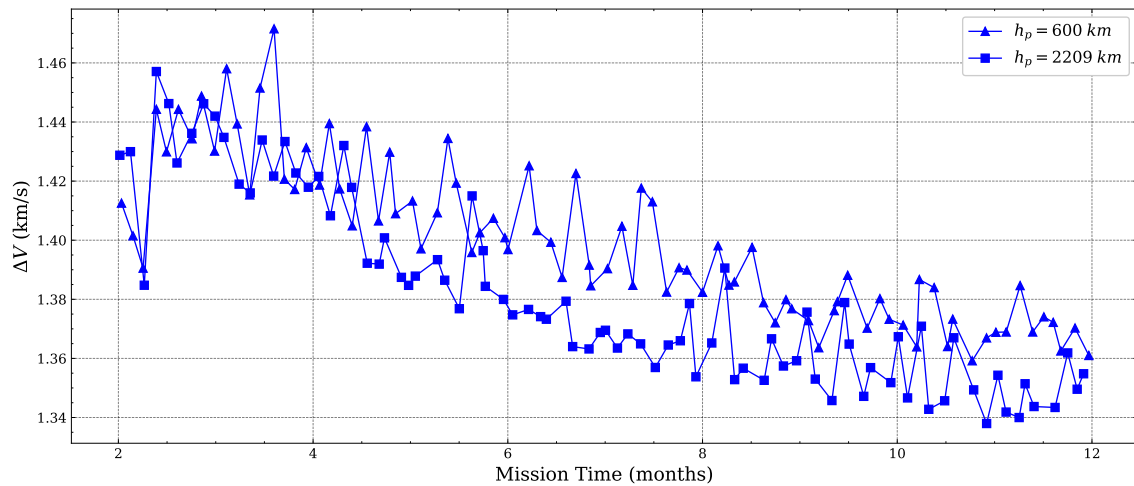
$\Delta V$  x Mission Time:  
*BHT-8000* - Different  $h_p$



O gráfico na Figura 4.31 mostra o incremento em velocidade  $\Delta V$  em função do tempo total de missão, para as duas alturas de perigeu iniciais escolhidas ( $h_p = 600 \text{ km}$  e  $h_p = 2209 \text{ km}$ ) e considerando o sistema de propulsão *NEXT*, com  $e = 0$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$  e  $R_p = 1910.7 \text{ km}$ .

Figura 4.31 - Ganho em velocidade em função do tempo de missão para diferentes alturas do perigeu, usando o sistema de propulsão *NEXT*.

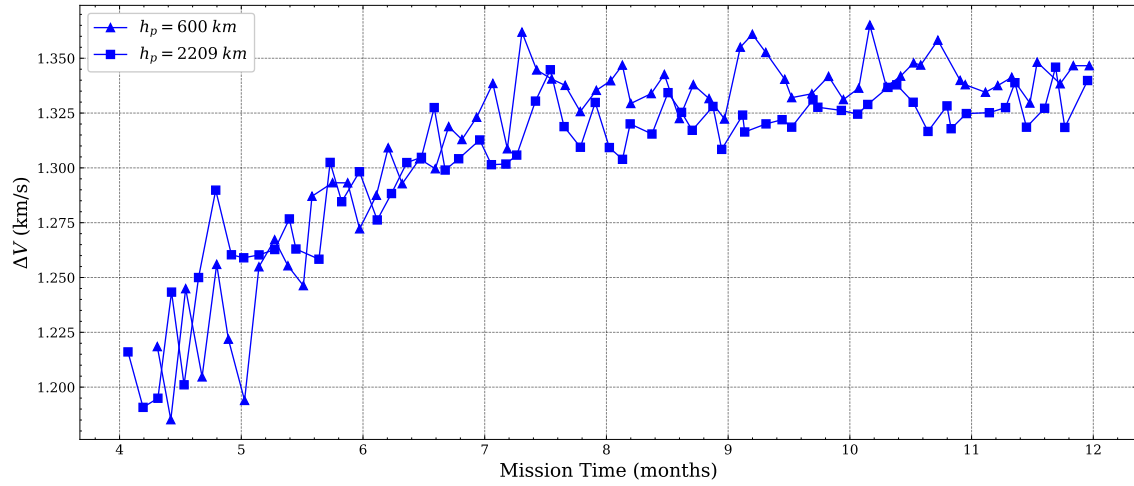
$\Delta V$  x Mission Time:  
NEXT - Different  $h_p$



O gráfico na Figura 4.32 mostra o incremento em velocidade  $\Delta V$  em função do tempo total de missão, para as duas alturas de perigeu iniciais escolhidas ( $h_p = 600 \text{ km}$  e  $h_p = 2209 \text{ km}$ ) e considerando o sistema de propulsão *PPS-1350*, com  $e = 0$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$  e  $R_p = 1910.7 \text{ km}$ .

Figura 4.32 - Ganho em velocidade em função do tempo de missão para diferentes alturas do perigeu, usando o sistema de propulsão *PPS-1350*.

$\Delta V$  x Mission Time:  
PPS-1350 - Different  $h_p$



Assim como no caso do  $\Delta E$ , através das Figuras 4.29 a 4.32, não é possível chegar a conclusões a respeito do efeito da altura do perigeu inicial no ganho de velocidade com o Swing-By. É provável que não exista uma dependência forte nesse parâmetro com relação ao  $\Delta V$ .

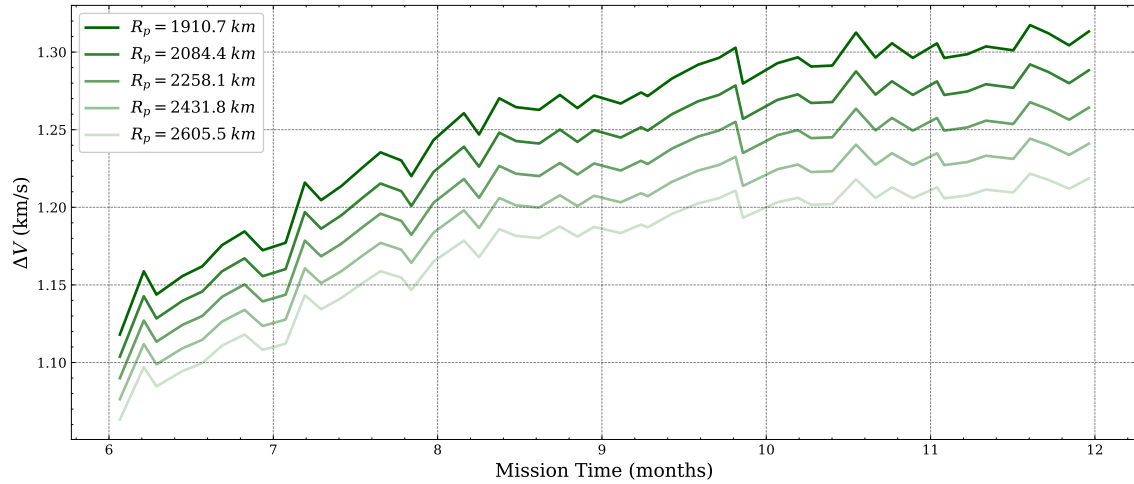
#### 4.1.5.4 Distâncias de aproximação à Lua diferentes

O gráfico na Figura 4.33 mostra o incremento em velocidade  $\Delta V$  em função do tempo total de missão, para as cinco distâncias de aproximação  $R_p$  iniciais escolhidas (1910.7; 2084.4; 2258.1; 2431.8; 2605.5 km) e considerando o sistema de propulsão Iônico,  $h_p = 600$  km,  $e = 0$  km,  $i_{moon} = 18^\circ$ .



Figura 4.33 - Ganho em velocidade em função do tempo de missão para diferentes distâncias de aproximação à Lua, usando o sistema de propulsão Iônico.

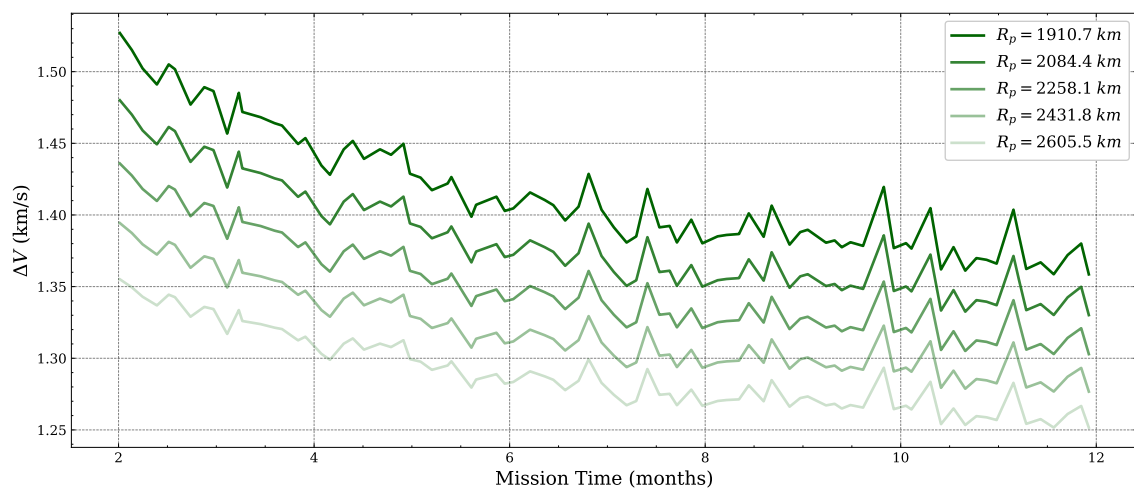
$\Delta V$  x Mission Time:  
Ionic - Different  $R_p$



O gráfico na Figura 4.34 mostra o incremento em velocidade  $\Delta V$  em função do tempo total de missão, para as cinco distâncias de aproximação  $R_p$  iniciais escolhidas (1910.7; 2084.4; 2258.1; 2431.8; 2605.5 km) e considerando o sistema de propulsão *BHT-8000*,  $h_p = 600$  km,  $e = 0$  km,  $i_{moon} = 18^\circ$ .

Figura 4.34 - Ganho em velocidade em função do tempo de missão para diferentes distâncias de aproximação à Lua, usando o sistema de propulsão *BHT-8000*.

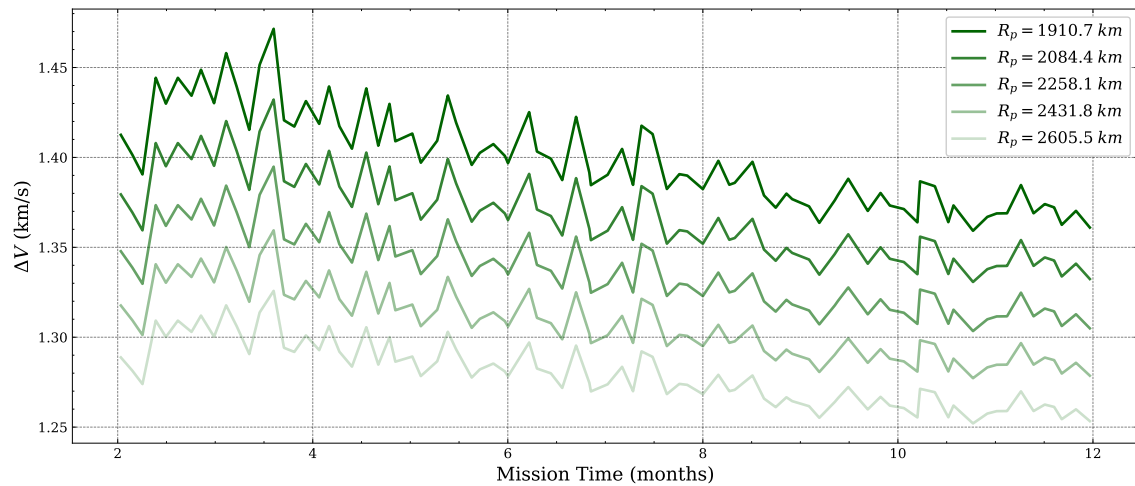
$\Delta V$  x Mission Time:  
*BHT-8000* - Different  $R_p$



O gráfico na Figura 4.35 mostra o incremento em velocidade  $\Delta V$  em função do tempo total de missão, para as cinco distâncias de aproximação  $R_p$  iniciais escolhidas (1910.7; 2084.4; 2258.1; 2431.8; 2605.5 km) e considerando o sistema de propulsão *NEXT*,  $h_p = 600 \text{ km}$ ,  $e = 0 \text{ km}$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$ .

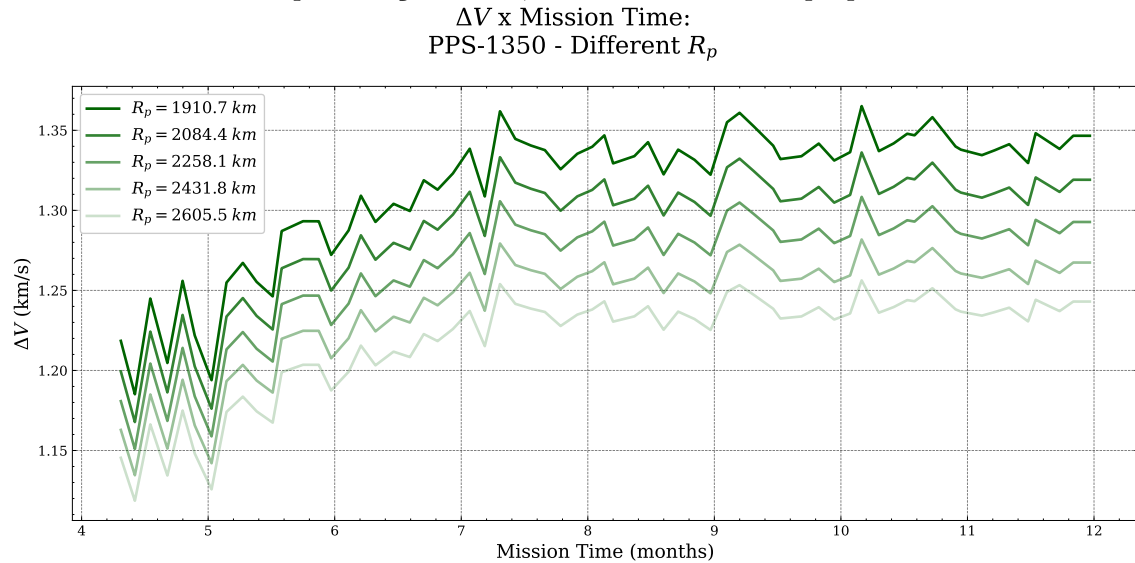
Figura 4.35 - Ganho em velocidade em função do tempo de missão para diferentes distâncias de aproximação à Lua, usando o sistema de propulsão *NEXT*.

$\Delta V$  x Mission Time:  
NEXT - Different  $R_p$



O gráfico na Figura 4.36 mostra o incremento em velocidade  $\Delta V$  em função do tempo total de missão, para as cinco distâncias de aproximação  $R_p$  iniciais escolhidas (1910.7; 2084.4; 2258.1; 2431.8; 2605.5 km) e considerando o sistema de propulsão *PPS-1350*,  $h_p = 600 \text{ km}$ ,  $e = 0 \text{ km}$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$ .

Figura 4.36 - Ganho em velocidade em função do tempo de missão para diferentes distâncias de aproximação à Lua, usando o sistema de propulsão *PPS-1350*.



Através das Figuras 4.33 a 4.36, pode-se perceber uma tendência clara: distâncias de aproximação à Lua *menores* implicam em um  $\Delta V$  maior. Logo, há um benefício em *aproximar-se* mais da Lua no ponto mais próximo de um Swing-By caso se deseje um *incremento* de velocidade, enquanto é mais interessante manter-se mais distante dela para o caso de uma redução em velocidade.

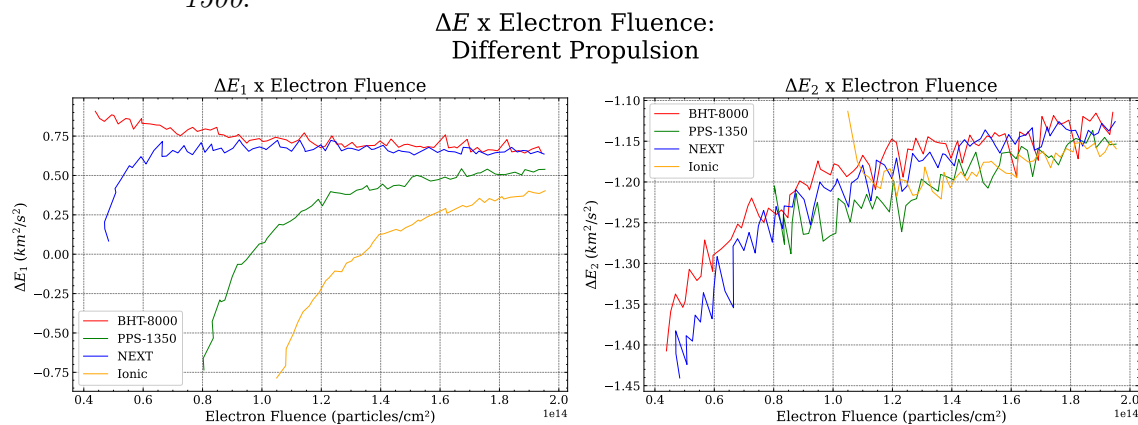
#### 4.1.6 $\Delta E$ x Fluência de elétrons

A análise de ganho de energia e velocidade em relação à fluência de partículas foi feita utilizando-se valores para a fluência de elétrons. Tal abordagem foi adotada tendo em vista que a ordem de grandeza da fluência de elétrons é duas vezes maior que a de prótons, o que significa que a fluência total (prótons + elétrons), em partículas por  $cm^2$ , pode ser representada por tal parâmetro.

##### 4.1.6.1 Propulsores diferentes

O gráfico na Figura 4.37 mostra o incremento em energia  $\Delta E$  em ambas configurações ( $\psi_1$  e  $\psi_2$ ) em função da fluência de elétrons absorvida pela espaçonave, para os quatro sistemas de propulsão escolhidos - Iônico, *NEXT*, *BHT-8000* e *PPS-1500* - e considerando uma órbita inicial com  $h_p = 600$  km,  $e = 0$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$  e distância de aproximação à Lua  $R_p = 1910.7$  km.

Figura 4.37 - Ganho em energia, em suas duas configurações, em função da fluência de elétrons para os sistemas de propulsão Iônico, *NEXT*, *BHT-8000* e *PPS-1500*.

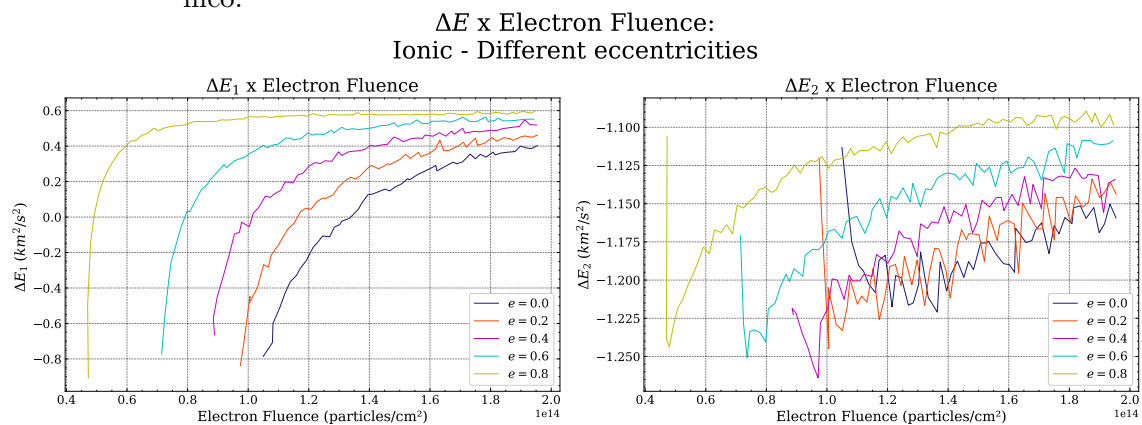


Comparando a Figura 4.37 à Figura 4.11, percebe-se que o efeito da fluência de partículas no ganho e perda de energia com o Swing-By é extremamente semelhante ao efeito do tempo de missão no parâmetro de energia. Esse comportamento é bastante intuitivo dados os resultados para a fluência de elétrons x tempo de missão (Figuras 4.1 a 4.4): como a fluência de elétrons é dependente linearmente do tempo de missão, a dependência de um terceiro parâmetro -  $\Delta E$ , nesse caso - à fluência será proporcional à sua dependência em relação ao tempo de missão. Essa mesma análise pode ser aplicada para os gráficos das Figuras 4.38 a 4.49 a seguir.

#### 4.1.6.2 Excentricidades iniciais diferentes

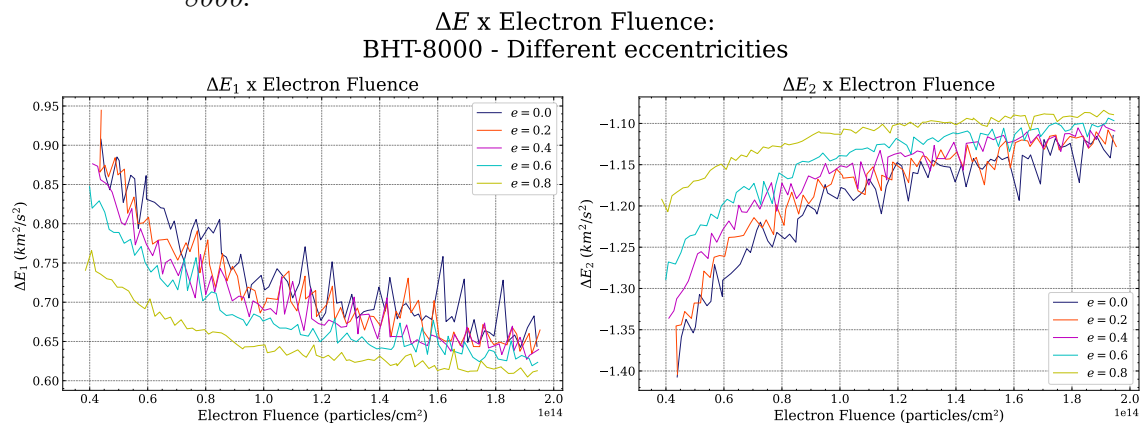
O gráfico na Figura 4.38 mostra o incremento em energia  $\Delta E$  em ambas configurações ( $\psi_1$  e  $\psi_2$ ) em função da fluência de elétrons absorvida pela espaçonave, para as cinco excentricidades iniciais escolhidas (0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8) e considerando o sistema de propulsão Iônico,  $h_p = 600 \text{ km}$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$  e  $R_p = 1910.7 \text{ km}$ .

Figura 4.38 - Ganho em energia, em suas duas configurações, em função da fluência de elétrons para diferentes excentricidades, usando o sistema de propulsão Iônico.



O gráfico na Figura 4.39 mostra o incremento em energia  $\Delta E$  em ambas configurações ( $\psi_1$  e  $\psi_2$ ) em função da fluência de elétrons absorvida pela espaçonave, para as cinco excentricidades iniciais escolhidas (0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8) e considerando o sistema de propulsão *BHT-8000*,  $h_p = 600 \text{ km}$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$  e  $R_p = 1910.7 \text{ km}$ .

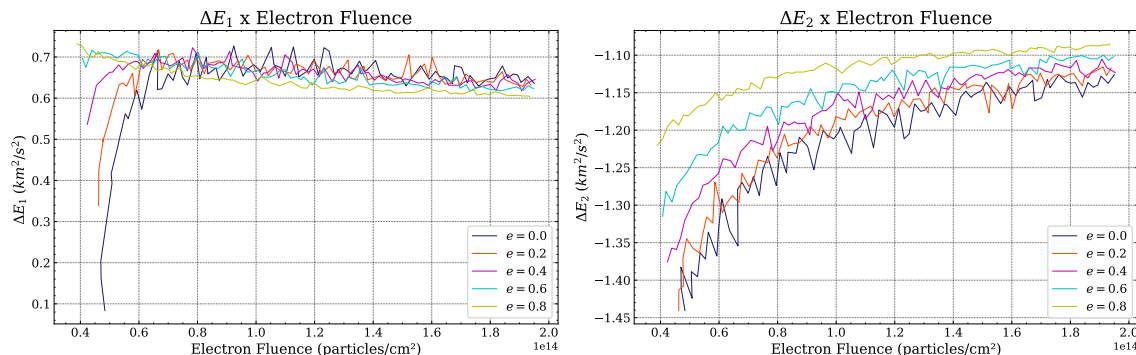
Figura 4.39 - Ganho em energia, em suas duas configurações, em função da fluência de elétrons para diferentes excentricidades, usando o sistema de propulsão *BHT-8000*.



O gráfico na Figura 4.40 mostra o incremento em energia  $\Delta E$  em ambas configurações ( $\psi_1$  e  $\psi_2$ ) em função da fluência de elétrons absorvida pela espaçonave, para as cinco excentricidades iniciais escolhidas (0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8) e considerando o sistema de propulsão *NEXT*,  $h_p = 600 \text{ km}$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$  e  $R_p = 1910.7 \text{ km}$ .

Figura 4.40 - Ganho em energia, em suas duas configurações, em função da fluência de elétrons para diferentes excentricidades, usando o sistema de propulsão *NEXT*.

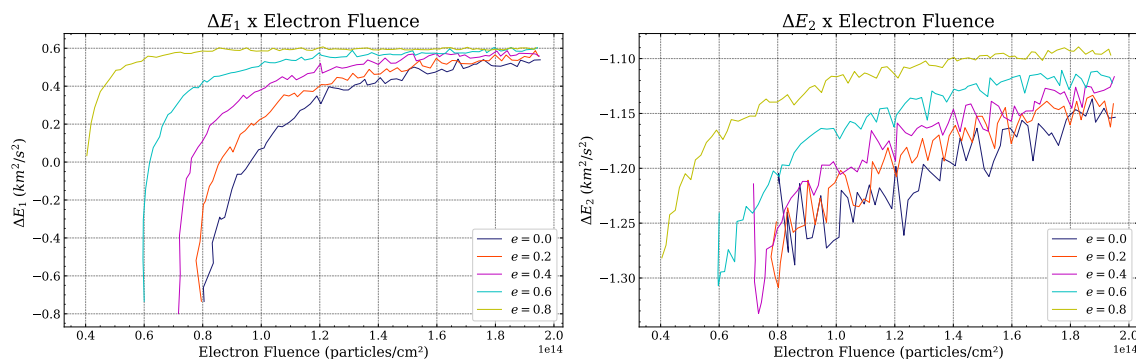
$\Delta E$  x Electron Fluence:  
NEXT - Different eccentricities



O gráfico na Figura 4.41 mostra o incremento em energia  $\Delta E$  em ambas configurações ( $\psi_1$  e  $\psi_2$ ) em função da fluência de elétrons absorvida pela espaçonave, para as cinco excentricidades iniciais escolhidas (0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8) e considerando o sistema de propulsão *PPS-1350*,  $h_p = 600 \text{ km}$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$  e  $R_p = 1910.7 \text{ km}$ .

Figura 4.41 - Ganho em energia, em suas duas configurações, em função da fluência de elétrons para diferentes excentricidades, usando o sistema de propulsão *PPS-1350*.

$\Delta E$  x Electron Fluence:  
PPS-1350 - Different eccentricities



Comparando as Figuras 4.38 a 4.41 às Figuras 4.12 a 4.15, percebe-se que o efeito da fluência de partículas no ganho e perda de energia com o Swing-By é extremamente semelhante ao efeito do tempo de missão no parâmetro de energia. Esse comportamento é bastante intuitivo dados os resultados para a fluência de elétrons x tempo

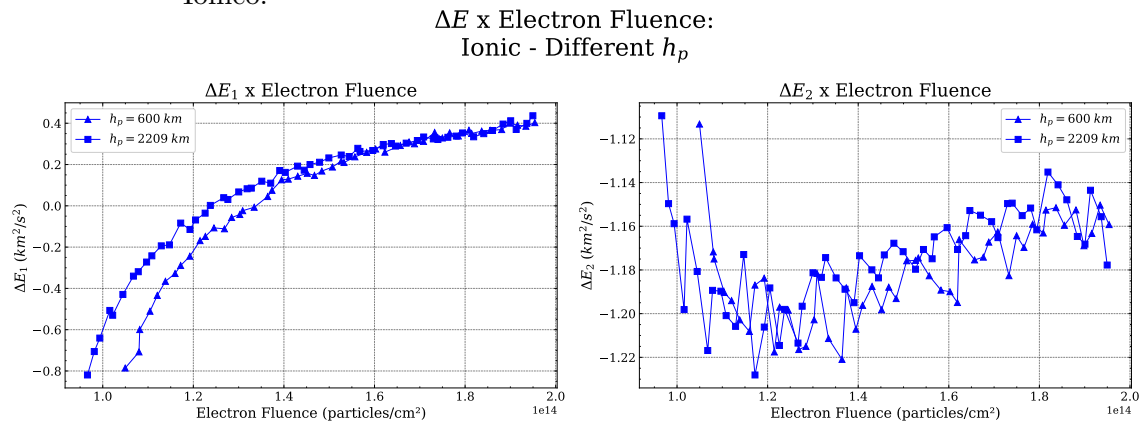
de missão (Figuras 4.1 a 4.4): como a fluência de elétrons é dependente linearmente do tempo de missão, a dependência de um terceiro parâmetro -  $\Delta E$ , nesse caso - à fluência será proporcional à sua dependência em relação ao tempo de missão.

Apesar desse comportamento previsível, uma aplicação que faz uso exclusivo do caráter quantitativo dos gráficos das Figuras 4.38 a 4.41 é na análise de missão. Pode-se, por exemplo, estabelecer trade-offs claros entre fluência de elétrons e o ganho de energia com o Swing-By, limitando a fluência de elétrons para um valor máximo e escolhendo propriedades da órbita inicial que atinjam o  $\Delta E$  desejado.

#### 4.1.6.3 Alturas de perigeu iniciais diferentes

O gráfico na Figura 4.42 mostra o incremento em energia  $\Delta E$  em ambas configurações ( $\psi_1$  e  $\psi_2$ ) em função da fluência de elétrons absorvida pela espaçonave, para as duas alturas de perigeu iniciais escolhidas ( $h_p = 600 \text{ km}$  e  $h_p = 2209 \text{ km}$ ) e considerando o sistema de propulsão Iônico, com  $e = 0$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$  e  $R_p = 1910.7 \text{ km}$ .

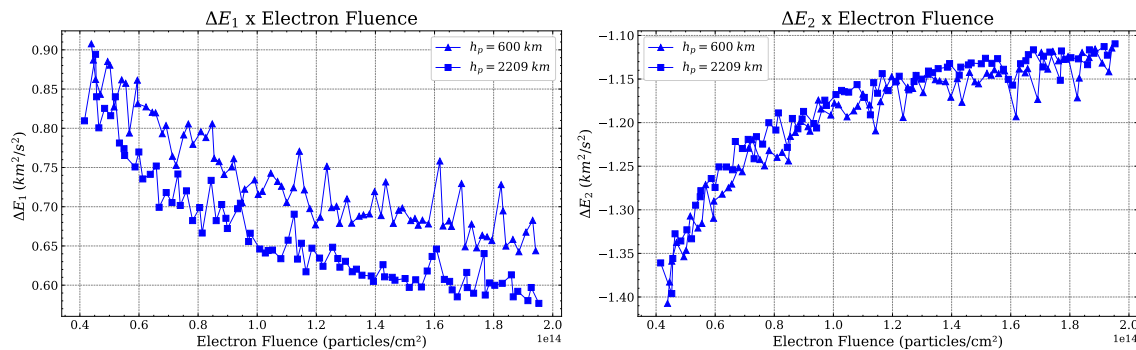
Figura 4.42 - Ganho em energia, em suas duas configurações, em função da fluência de elétrons para diferentes alturas do perigeu, usando o sistema de propulsão Iônico.



O gráfico na Figura 4.43 mostra o incremento em energia  $\Delta E$  em ambas configurações ( $\psi_1$  e  $\psi_2$ ) em função da fluência de elétrons absorvida pela espaçonave, para as duas alturas de perigeu iniciais escolhidas ( $h_p = 600 \text{ km}$  e  $h_p = 2209 \text{ km}$ ) e considerando o sistema de propulsão *BHT-8000*, com  $e = 0$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$  e  $R_p = 1910.7 \text{ km}$ .

Figura 4.43 - Ganho em energia, em suas duas configurações, em função da fluência de elétrons para diferentes alturas do perigeu, usando o sistema de propulsão *BHT-8000*.

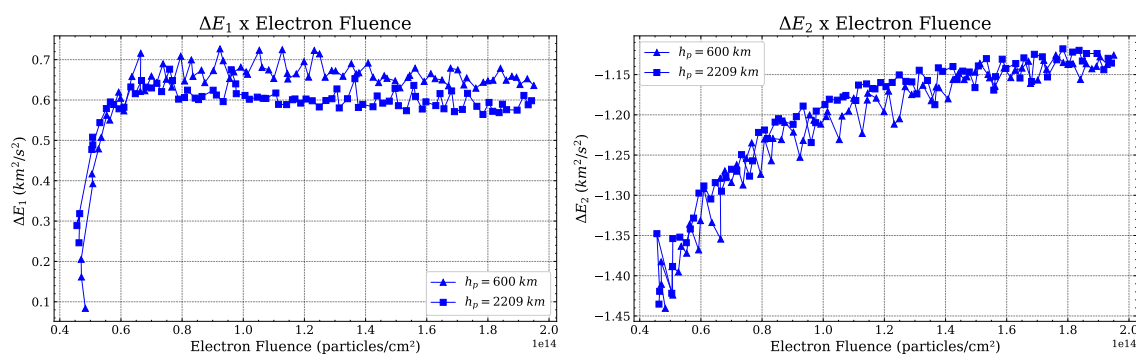
$\Delta E$  x Electron Fluence:  
BHT-8000 - Different  $h_p$



O gráfico na Figura 4.44 mostra o incremento em energia  $\Delta E$  em ambas configurações ( $\psi_1$  e  $\psi_2$ ) em função da fluência de elétrons absorvida pela espaçonave, para as duas alturas de perigeu iniciais escolhidas ( $h_p = 600 \text{ km}$  e  $h_p = 2209 \text{ km}$ ) e considerando o sistema de propulsão *NEXT*, com  $e = 0$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$  e  $R_p = 1910.7 \text{ km}$ .

Figura 4.44 - Ganho em energia, em suas duas configurações, em função da fluência de elétrons para diferentes alturas do perigeu, usando o sistema de propulsão *NEXT*.

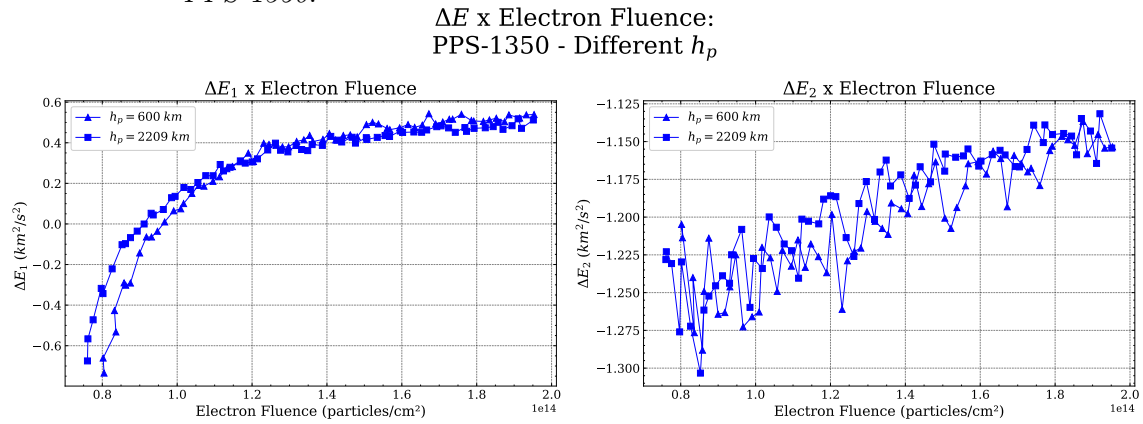
$\Delta E$  x Electron Fluence:  
NEXT - Different  $h_p$



O gráfico na Figura 4.45 mostra o incremento em energia  $\Delta E$  em ambas configurações ( $\psi_1$  e  $\psi_2$ ) em função da fluência de elétrons absorvida pela espaçonave, para as duas alturas de perigeu iniciais escolhidas ( $h_p = 600 \text{ km}$  e  $h_p = 2209 \text{ km}$ ) e considerando o sistema de propulsão *PPS-1350*, com  $e = 0$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$  e  $R_p = 1910.7 \text{ km}$ .



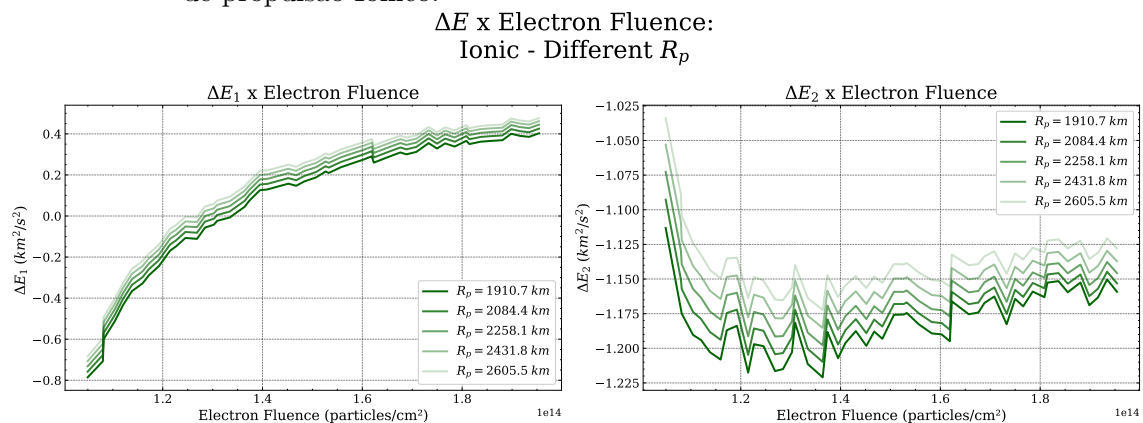
Figura 4.45 - Ganho em energia, em suas duas configurações, em função da fluência de elétrons para diferentes alturas do perigeu, usando o sistema de propulsão PPS-1350.



#### 4.1.6.4 Distâncias de aproximação à Lua diferentes

O gráfico na Figura 4.46 mostra o incremento em energia  $\Delta E$  em ambas configurações ( $\psi_1$  e  $\psi_2$ ) em função da fluência de elétrons absorvida pela espaçonave, para as cinco distâncias de aproximação  $R_p$  iniciais escolhidas (1910.7; 2084.4; 2258.1; 2431.8; 2605.5 km) e considerando o sistema de propulsão Iônico,  $h_p = 600$  km,  $e = 0$  km,  $i_{moon} = 18^\circ$ .

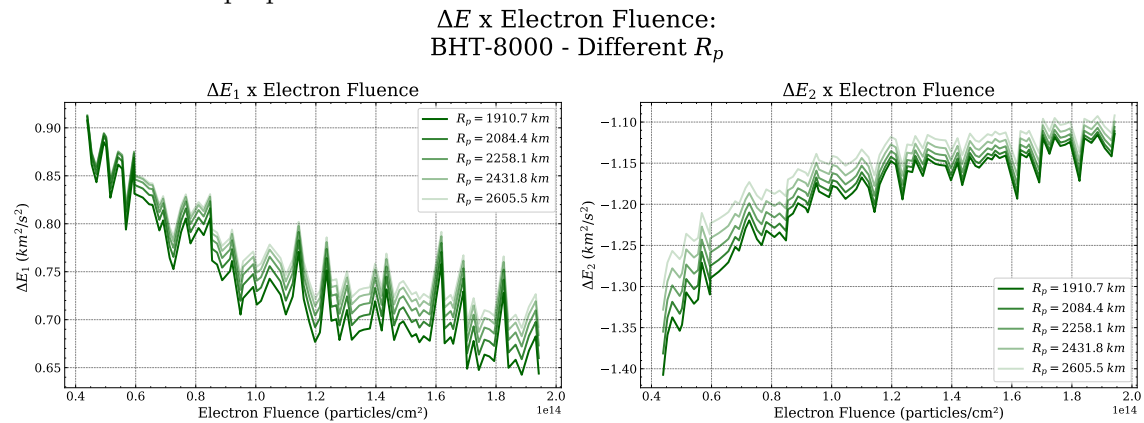
Figura 4.46 - Ganho em energia, em suas duas configurações, em função da fluência de elétrons para diferentes distâncias de aproximação à Lua, usando o sistema de propulsão Iônico.



O gráfico na Figura 4.47 mostra o incremento em energia  $\Delta E$  em ambas configu-

rações ( $\psi_1$  e  $\psi_2$ ) em função da fluência de elétrons absorvida pela espaçonave, para as cinco distâncias de aproximação  $R_p$  iniciais escolhidas (1910.7; 2084.4; 2258.1; 2431.8; 2605.5 km) e considerando o sistema de propulsão *BHT-8000*,  $h_p = 600$  km,  $e = 0$  km,  $i_{moon} = 18^\circ$ .

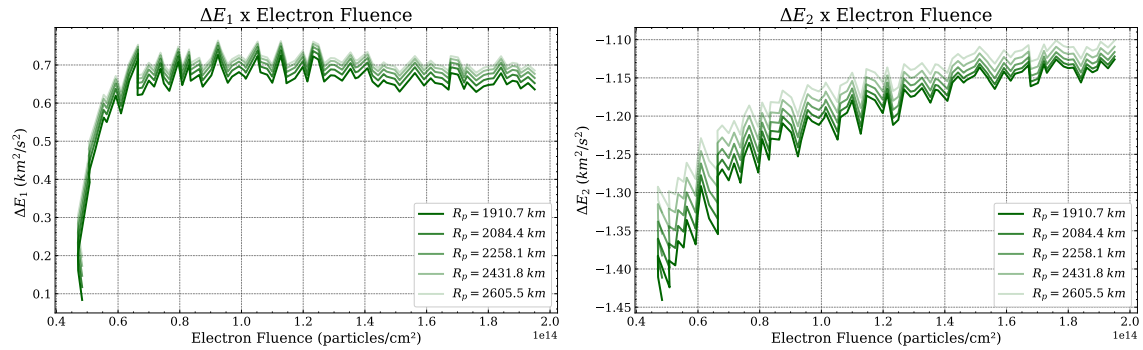
Figura 4.47 - Ganho em energia, em suas duas configurações, em função da fluência de elétrons para diferentes distâncias de aproximação à Lua, usando o sistema de propulsão *BHT-8000*.



O gráfico na Figura 4.48 mostra o incremento em energia  $\Delta E$  em ambas configurações ( $\psi_1$  e  $\psi_2$ ) em função da fluência de elétrons absorvida pela espaçonave, para as cinco distâncias de aproximação  $R_p$  iniciais escolhidas (1910.7; 2084.4; 2258.1; 2431.8; 2605.5 km) e considerando o sistema de propulsão *NEXT*,  $h_p = 600$  km,  $e = 0$  km,  $i_{moon} = 18^\circ$ .

Figura 4.48 - Ganho em energia, em suas duas configurações, em função da fluência de elétrons para diferentes distâncias de aproximação à Lua, usando o sistema de propulsão *NEXT*.

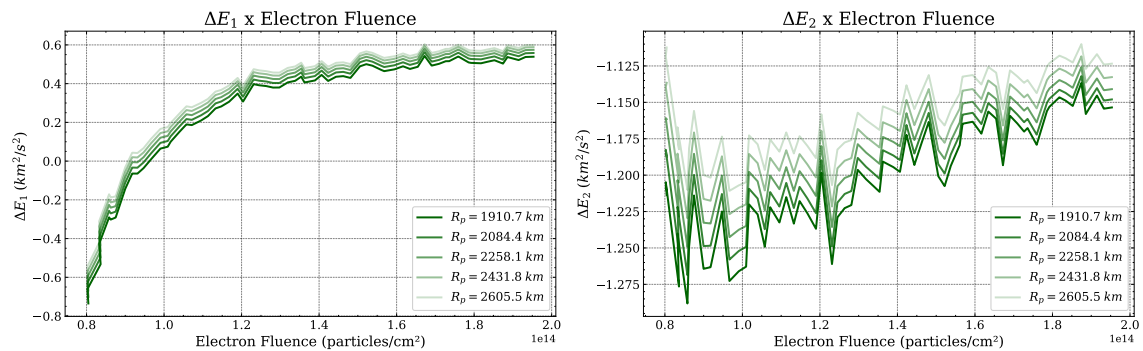
$\Delta E$  x Electron Fluence:  
NEXT - Different  $R_p$



O gráfico na Figura 4.49 mostra o incremento em energia  $\Delta E$  em ambas configurações ( $\psi_1$  e  $\psi_2$ ) em função da fluência de elétrons absorvida pela espaçonave, para as cinco distâncias de aproximação  $R_p$  iniciais escolhidas (1910.7; 2084.4; 2258.1; 2431.8; 2605.5 km) e considerando o sistema de propulsão *PPS-1350*,  $h_p = 600$  km,  $e = 0$  km,  $i_{moon} = 18^\circ$ .

Figura 4.49 - Ganho em energia, em suas duas configurações, em função da fluência de elétrons para diferentes distâncias de aproximação à Lua, usando o sistema de propulsão *PPS-1350*.

$\Delta E$  x Electron Fluence:  
PPS-1350 - Different  $R_p$

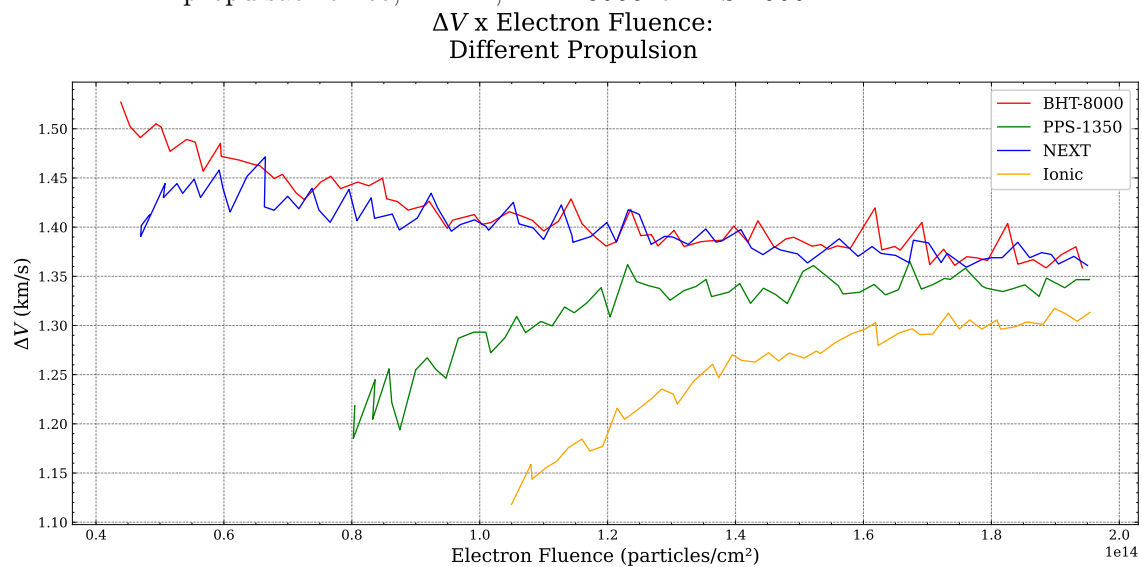


#### 4.1.7 $\Delta V$ x Fluência de elétrons

##### 4.1.7.1 Propulsores diferentes

O gráfico na Figura 4.50 mostra o incremento em velocidade  $\Delta V$  em função da fluência de elétrons absorvida pela espaçonave, para os quatro sistemas de propulsão escolhidos - Iônico, *NEXT*, *BHT-8000* e *PPS-1500* - e considerando os parâmetros iniciais como:  $h_p = 600 \text{ km}$ ,  $e = 0$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$  e  $R_p = 1910.7 \text{ km}$ .

Figura 4.50 - Ganho em velocidade em função da fluência de elétrons para os sistemas de propulsão Iônico, *NEXT*, *BHT-8000* e *PPS-1500*.



Comparando a Figura 4.50 à Figura 4.24, percebe-se que o efeito da fluência de partículas no ganho de velocidade com o Swing-By é extremamente semelhante ao efeito do tempo de missão no parâmetro de velocidade. Esse comportamento é bastante intuitivo dados os resultados para a fluência de elétrons x tempo de missão (Figuras 4.1 a 4.4): como a fluência de elétrons é dependente linearmente do tempo de missão, a dependência de um terceiro parâmetro -  $\Delta V$ , nesse caso - à fluência será proporcional à sua dependência em relação ao tempo de missão. Essa mesma análise pode ser aplicada para os gráficos das Figuras 4.51 a 4.62 a seguir.

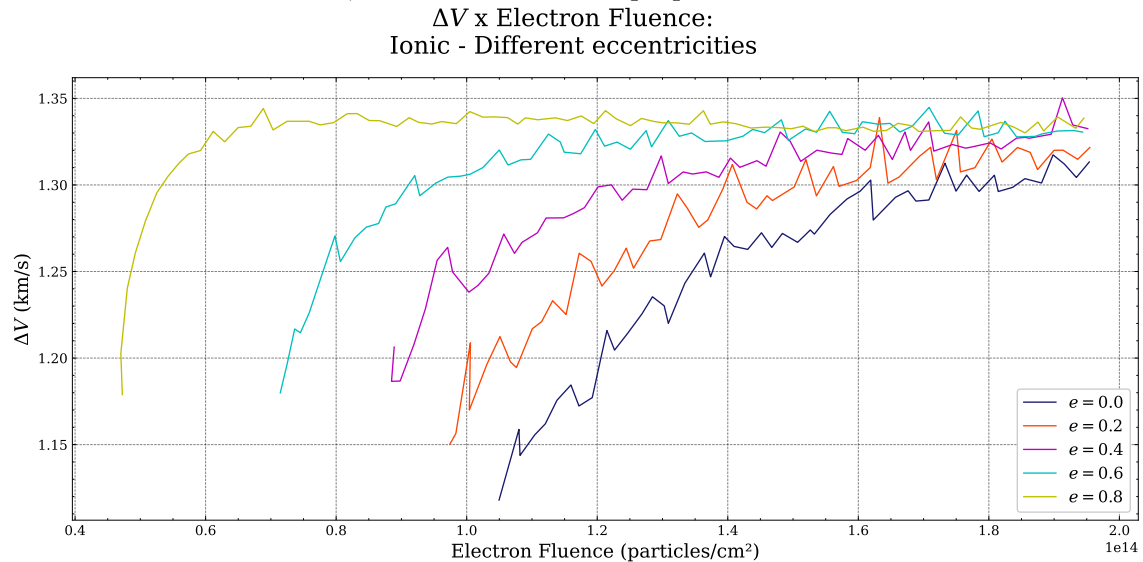
Apesar desse comportamento previsível, uma aplicação que faz uso exclusivo do caráter quantitativo dos gráficos das Figuras 4.51 a 4.54 é na análise de missão. Pode-se, por exemplo, estabelecer trade-offs claros entre fluência de elétrons e o

ganho de velocidade com o Swing-By, limitando a fluência de elétrons para um valor máximo e escolhendo propriedades da órbita inicial que atinjam o  $\Delta V$  desejado.

#### 4.1.7.2 Excentricidades iniciais diferentes

O gráfico na Figura 4.51 mostra o incremento em velocidade  $\Delta V$  em função da fluência de elétrons absorvida pela espaçonave, para as cinco excentricidades iniciais escolhidas (0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8) e considerando o sistema de propulsão Iônico,  $h_p = 600 \text{ km}$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$  e  $R_p = 1910.7 \text{ km}$ .

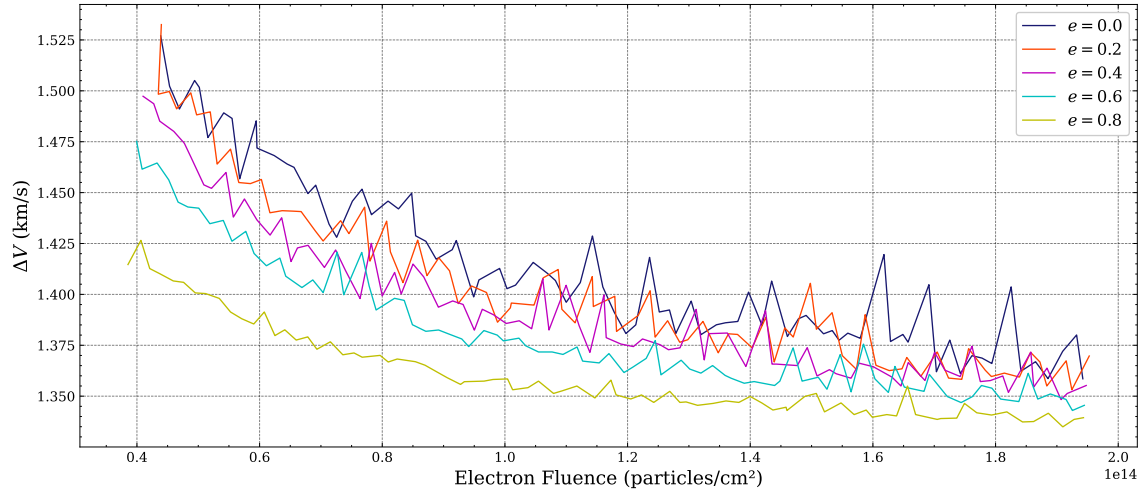
Figura 4.51 - Ganho em velocidade em função da fluência de elétrons para diferentes excentricidades, usando o sistema de propulsão Iônico.



O gráfico na Figura 4.52 mostra o incremento em velocidade  $\Delta V$  em função da fluência de elétrons absorvida pela espaçonave, para as cinco excentricidades iniciais escolhidas (0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8) e considerando o sistema de propulsão *BHT-8000*,  $h_p = 600 \text{ km}$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$  e  $R_p = 1910.7 \text{ km}$ .

Figura 4.52 - Ganho em velocidade em função da fluência de elétrons para diferentes excentricidades, usando o sistema de propulsão *BHT-8000*.

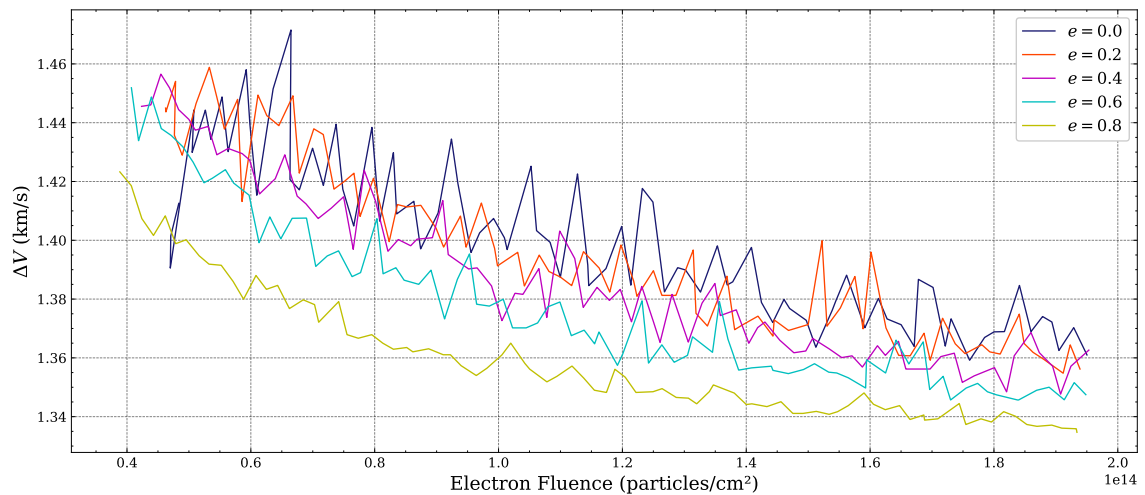
$\Delta V$  x Electron Fluence:  
BHT-8000 - Different eccentricities



O gráfico na Figura 4.53 mostra o incremento em velocidade  $\Delta V$  em função da fluência de elétrons absorvida pela espaçonave, para as cinco excentricidades iniciais escolhidas (0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8) e considerando o sistema de propulsão *NEXT*,  $h_p = 600 \text{ km}$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$  e  $R_p = 1910.7 \text{ km}$ .

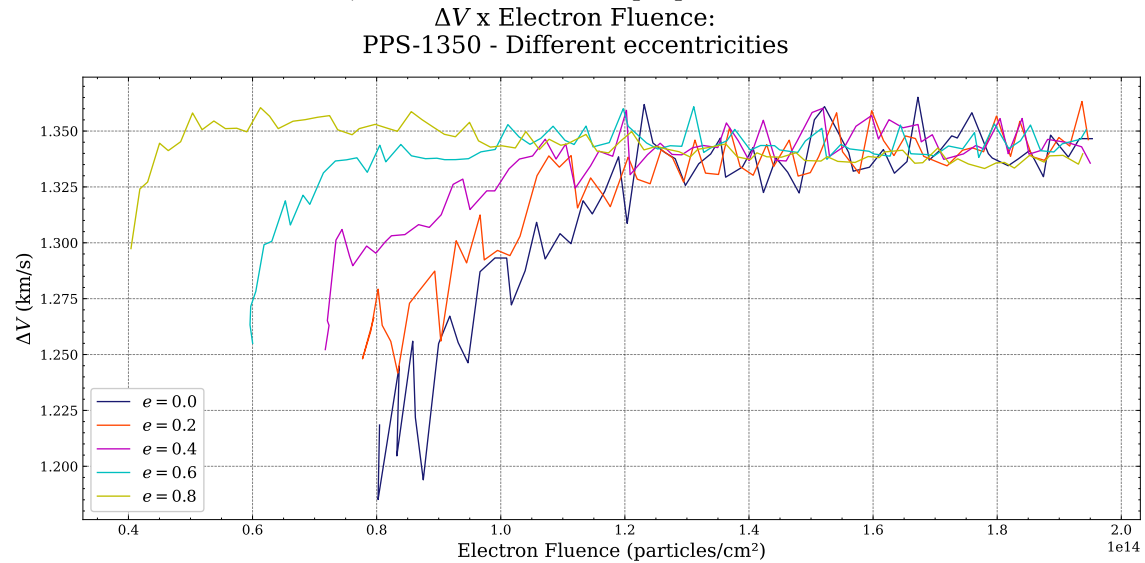
Figura 4.53 - Ganho em velocidade em função da fluência de elétrons para diferentes excentricidades, usando o sistema de propulsão *NEXT*.

$\Delta V$  x Electron Fluence:  
NEXT - Different eccentricities



O gráfico na Figura 4.54 mostra o incremento em velocidade  $\Delta V$  em função da fluência de elétrons absorvida pela espaçonave, para as cinco excentricidades iniciais escolhidas (0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8) e considerando o sistema de propulsão *PPS-1350*,  $h_p = 600 \text{ km}$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$  e  $R_p = 1910.7 \text{ km}$ .

Figura 4.54 - Ganho em velocidade em função da fluência de elétrons para diferentes excentricidades, usando o sistema de propulsão *PPS-1350*.

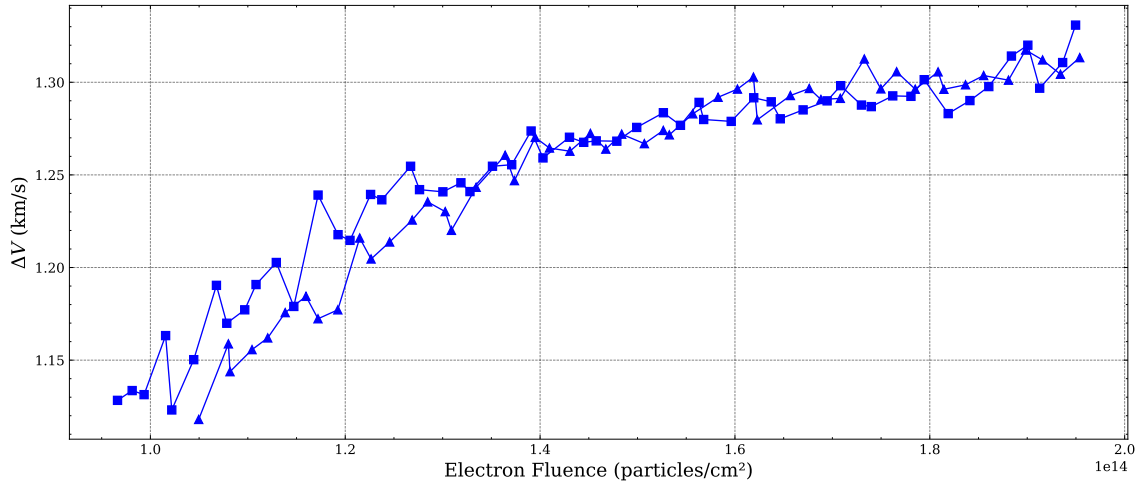


#### 4.1.7.3 Alturas de perigeu iniciais diferentes

O gráfico na Figura 4.55 mostra o incremento em velocidade  $\Delta V$  em função da fluência de elétrons absorvida pela espaçonave, para as duas alturas de perigeu iniciais escolhidas ( $h_p = 600 \text{ km}$  e  $h_p = 2209 \text{ km}$ ) e considerando o sistema de propulsão Iônico, com  $e = 0$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$  e  $R_p = 1910.7 \text{ km}$ .

Figura 4.55 - Ganho em velocidade em função da fluência de elétrons para diferentes alturas do perigeu, usando o sistema de propulsão Iônico.

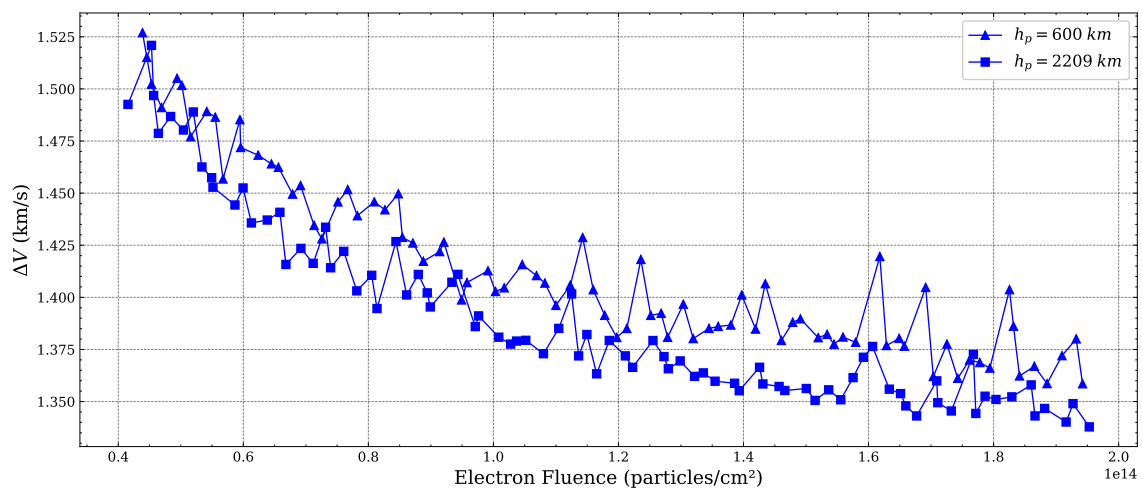
$\Delta V$  x Electron Fluence:  
Ionic - Different  $h_p$



O gráfico na Figura 4.56 mostra o incremento em velocidade  $\Delta V$  em função da fluência de elétrons absorvida pela espaçonave, para as duas alturas de perigeu iniciais escolhidas ( $h_p = 600 \text{ km}$  e  $h_p = 2209 \text{ km}$ ) e considerando o sistema de propulsão *BHT-8000*, com  $e = 0$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$  e  $R_p = 1910.7 \text{ km}$ .

Figura 4.56 - Ganho em velocidade em função da fluência de elétrons para diferentes alturas do perigeu, usando o sistema de propulsão *BHT-8000*.

$\Delta V$  x Electron Fluence:  
*BHT-8000* - Different  $h_p$

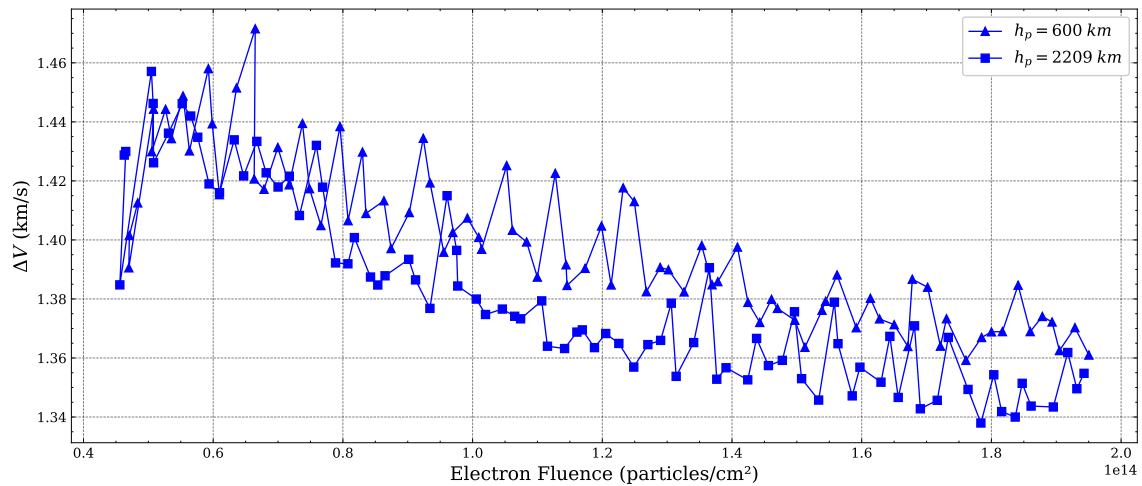




O gráfico na Figura 4.57 mostra o incremento em velocidade  $\Delta V$  em função da fluência de elétrons absorvida pela espaçonave, para as duas alturas de perigeu iniciais escolhidas ( $h_p = 600 \text{ km}$  e  $h_p = 2209 \text{ km}$ ) e considerando o sistema de propulsão *NEXT*, com  $e = 0$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$  e  $R_p = 1910.7 \text{ km}$ .

Figura 4.57 - Ganho em velocidade em função da fluência de elétrons para diferentes alturas do perigeu, usando o sistema de propulsão *NEXT*.

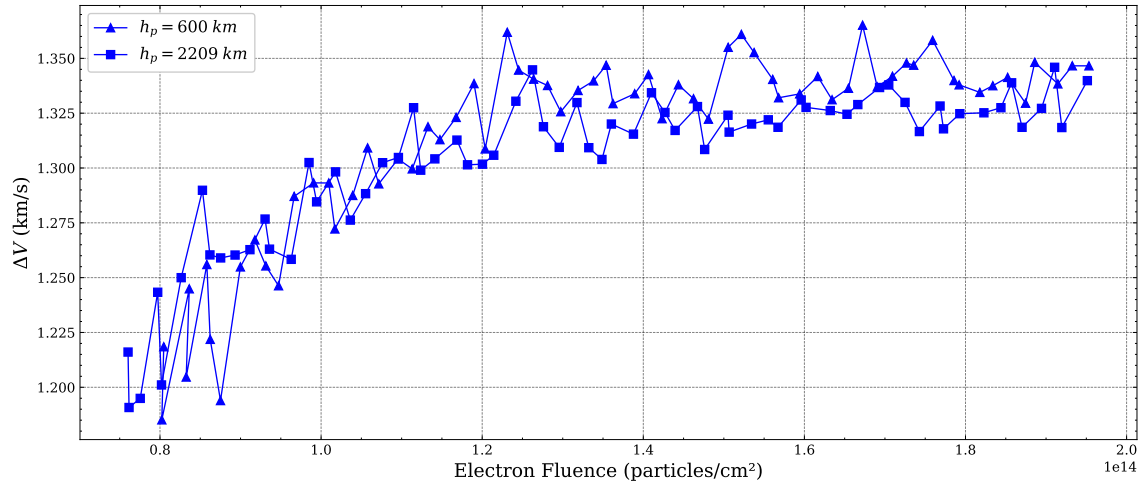
$\Delta V$  x Electron Fluence:  
NEXT - Different  $h_p$



O gráfico na Figura 4.58 mostra o incremento em velocidade  $\Delta V$  em função da fluência de elétrons absorvida pela espaçonave, para as duas alturas de perigeu iniciais escolhidas ( $h_p = 600 \text{ km}$  e  $h_p = 2209 \text{ km}$ ) e considerando o sistema de propulsão *PPS-1350*, com  $e = 0$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$  e  $R_p = 1910.7 \text{ km}$ .

Figura 4.58 - Ganho em velocidade em função da fluência de elétrons para diferentes alturas do perigeu, usando o sistema de propulsão *PPS-1350*.

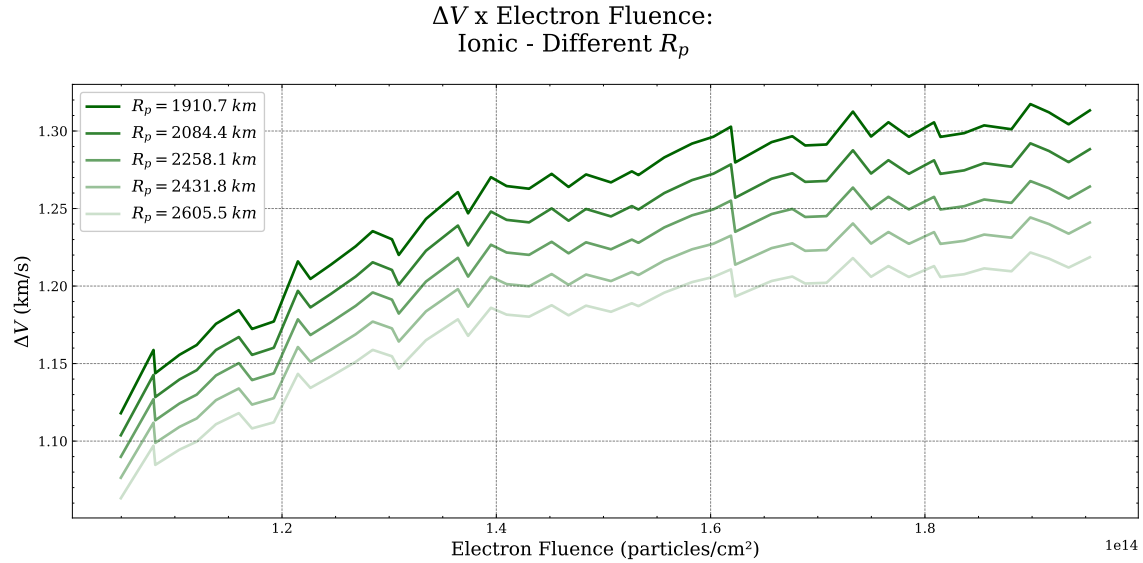
$\Delta V$  x Electron Fluence:  
PPS-1350 - Different  $h_p$



#### 4.1.7.4 Distâncias de aproximação à Lua diferentes

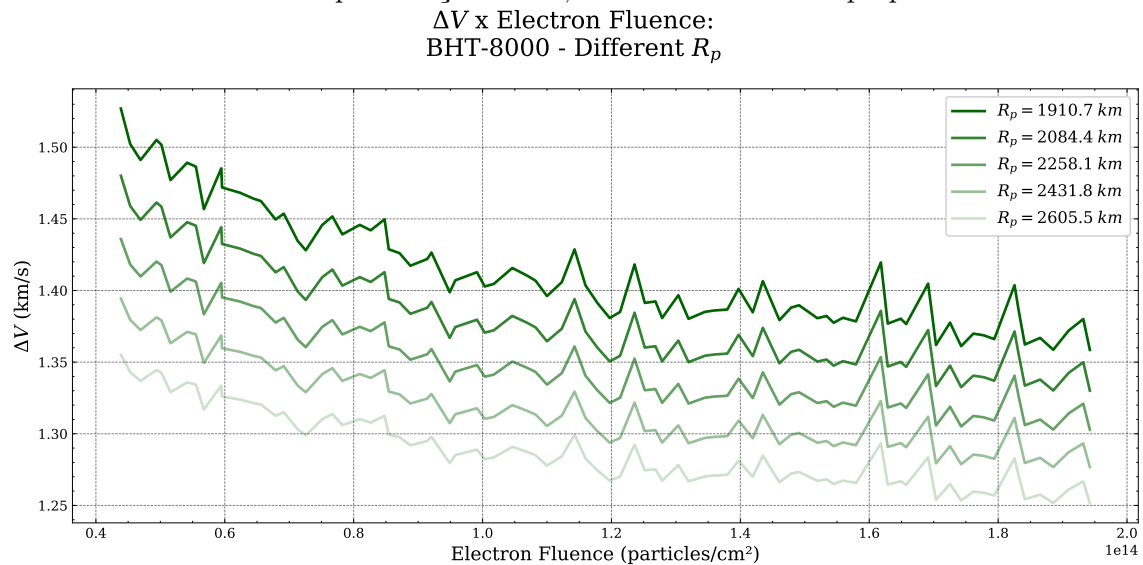
O gráfico na Figura 4.59 mostra o incremento em velocidade  $\Delta V$  em função da fluência de elétrons absorvida pela espaçonave, para as cinco distâncias de aproximação  $R_p$  iniciais escolhidas (1910.7; 2084.4; 2258.1; 2431.8; 2605.5 km) e considerando o sistema de propulsão Iônico,  $h_p = 600$  km,  $e = 0$  km,  $i_{moon} = 18^\circ$ .

Figura 4.59 - Ganho em velocidade em função da fluência de elétrons para diferentes distâncias de aproximação à Lua, usando o sistema de propulsão Iônico.



O gráfico na Figura 4.60 mostra o incremento em velocidade  $\Delta V$  em função da fluência de elétrons absorvida pela espaçonave, para as cinco distâncias de aproximação  $R_p$  iniciais escolhidas (1910.7; 2084.4; 2258.1; 2431.8; 2605.5 km) e considerando o sistema de propulsão *BHT-8000*,  $h_p = 600$  km,  $e = 0$  km,  $i_{moon} = 18^\circ$ .

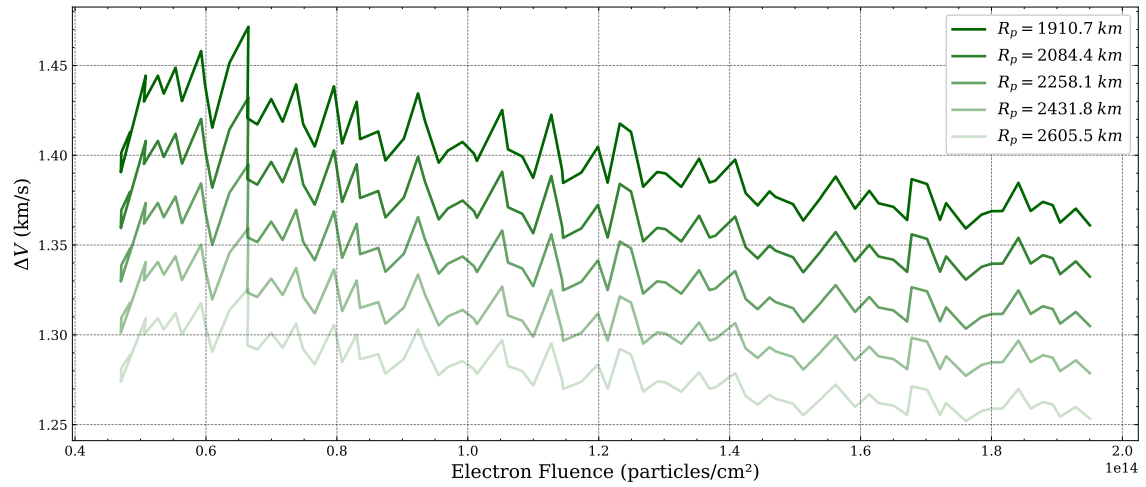
Figura 4.60 - Ganho em velocidade em função da fluência de elétrons para diferentes distâncias de aproximação à Lua, usando o sistema de propulsão *BHT-8000*.



O gráfico na Figura 4.61 mostra o incremento em velocidade  $\Delta V$  em função da fluência de elétrons absorvida pela espaçonave, para as cinco distâncias de aproximação  $R_p$  iniciais escolhidas (1910.7; 2084.4; 2258.1; 2431.8; 2605.5 km) e considerando o sistema de propulsão *NEXT*,  $h_p = 600 \text{ km}$ ,  $e = 0 \text{ km}$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$ .

Figura 4.61 - Ganho em velocidade em função da fluência de elétrons para diferentes distâncias de aproximação à Lua, usando o sistema de propulsão *NEXT*.

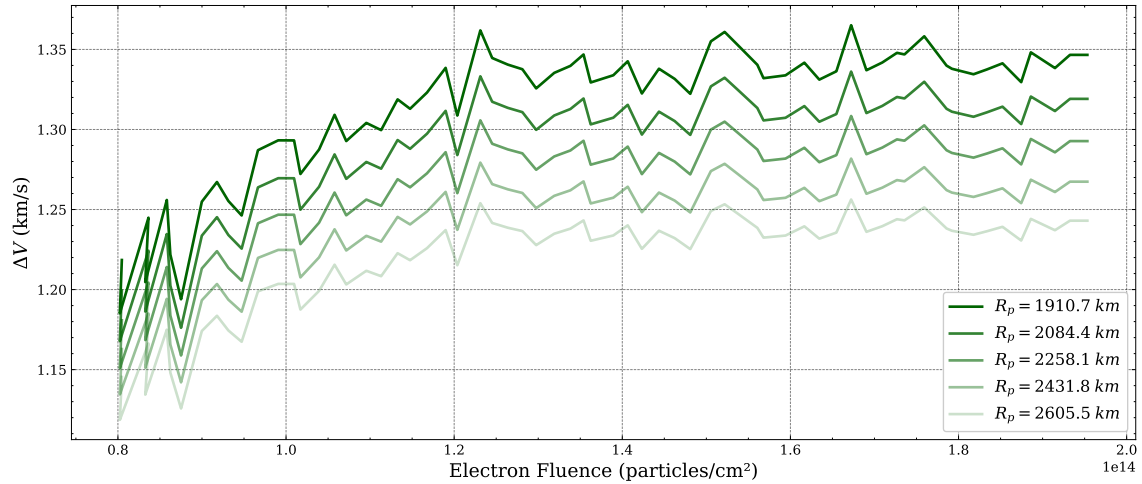
$\Delta V$  x Electron Fluence:  
NEXT - Different  $R_p$



O gráfico na Figura 4.62 mostra o incremento em velocidade  $\Delta V$  em função da fluência de elétrons absorvida pela espaçonave, para as cinco distâncias de aproximação  $R_p$  iniciais escolhidas (1910.7; 2084.4; 2258.1; 2431.8; 2605.5 km) e considerando o sistema de propulsão *PPS-1350*,  $h_p = 600 \text{ km}$ ,  $e = 0 \text{ km}$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$ .

Figura 4.62 - Ganho em velocidade em função da fluência de elétrons para diferentes distâncias de aproximação à Lua, usando o sistema de propulsão *PPS-1350*.

$\Delta V$  x Electron Fluence:  
PPS-1350 - Different  $R_p$

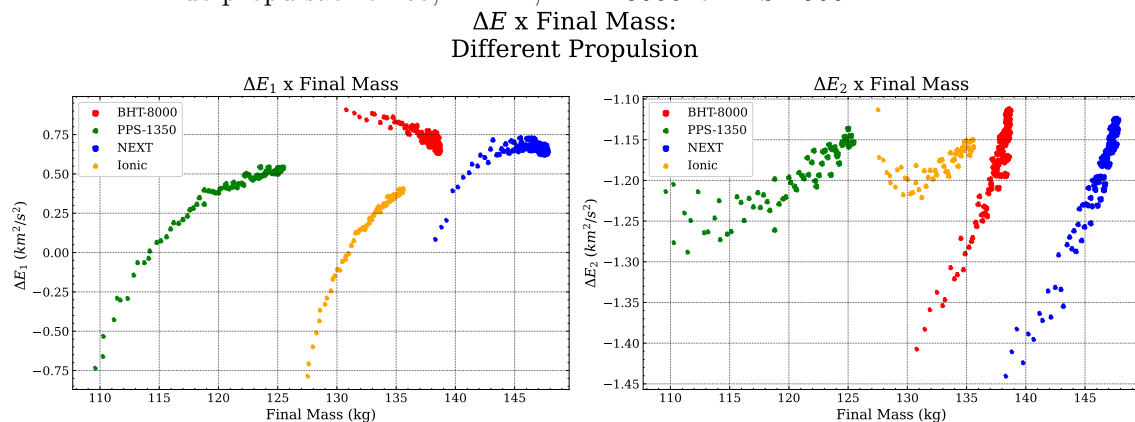


#### 4.1.8 $\Delta E$ x Massa

##### 4.1.8.1 Propulsores diferentes

O gráfico na Figura 4.63 mostra o incremento em energia  $\Delta E$  em ambas configurações ( $\psi_1$  e  $\psi_2$ ) em função da massa final, onde o tamanho dos pontos representa o valor da fluência de elétrons absorvida pela espaçonave, para os quatro sistemas de propulsão escolhidos - Iônico, *NEXT*, *BHT-8000* e *PPS-1500* - e considerando uma órbita inicial com  $h_p = 600 \text{ km}$ ,  $e = 0$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$  e distância de aproximação à Lua  $R_p = 1910.7 \text{ km}$ .

Figura 4.63 - Ganho em energia, em suas duas configurações, em função da massa final, onde o tamanho dos pontos representa a fluência de elétrons, para os sistemas de propulsão Iônico, *NEXT*, *BHT-8000* e *PPS-1500*.

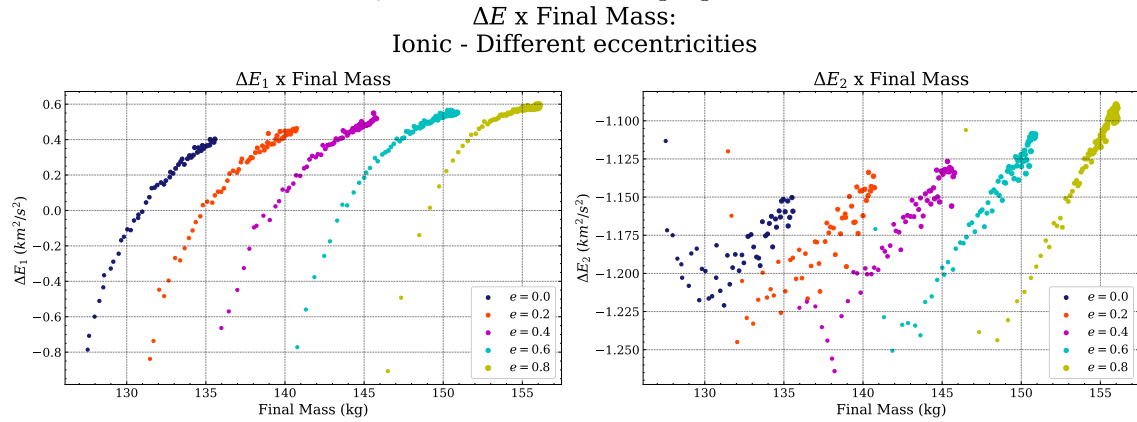


O gráfico da Figura 4.63 nos traz várias informações interessantes. Em primeiro lugar, podemos verificar novamente o resultado das Figuras 4.8 a 4.10: quanto maior a massa final, maior será a radiação absorvida, visto também que esse parâmetro está relacionado positivamente ao tempo de missão. Em segundo lugar, uma tendência clara é o de aumento no ganho de energia com o aumento da massa final, o que é excelente para otimizar ambos parâmetros ao mesmo tempo, sob o custo de uma fluência maior de elétrons. Terceiro, verifica-se mais uma vez que os sistemas propulsores *NEXT* e *BHT-8000* são os destaques, maximizando tanto a massa final quanto o ganho em energia. Através deste gráfico, é possível traçar um panorama geral do Swing-By, escolhendo valores de  $\Delta E$ ,  $m$  e o propulsor, além de ter uma ideia qualitativa da radiação incidente na espaçonave.

#### 4.1.8.2 Excentricidades iniciais diferentes

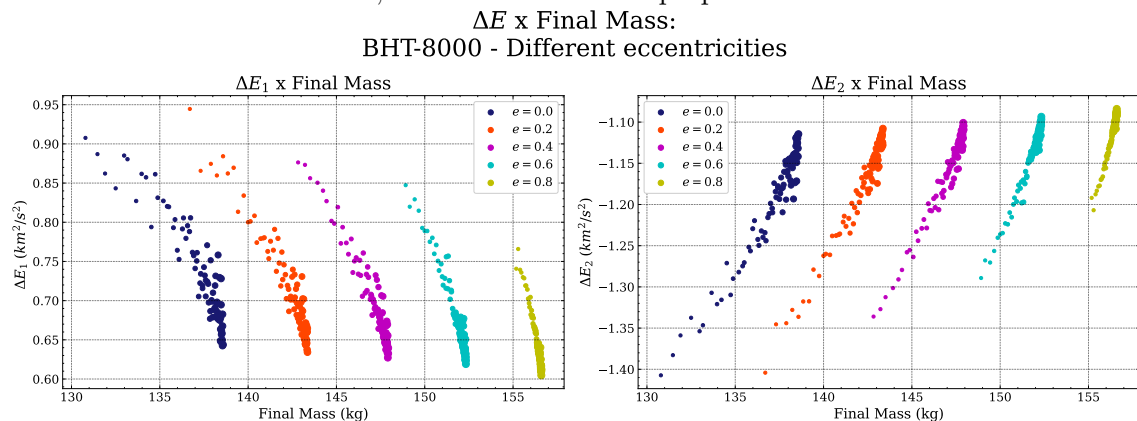
O gráfico na Figura 4.64 mostra o incremento em energia  $\Delta E$  em ambas configurações ( $\psi_1$  e  $\psi_2$ ) em função da massa final, onde o tamanho dos pontos representa o valor da fluência de elétrons absorvida pela espaçonave, para as cinco excentricidades iniciais escolhidas (0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8) e considerando o sistema de propulsão Iônico,  $h_p = 600 \text{ km}$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$  e  $R_p = 1910.7 \text{ km}$ .

Figura 4.64 - Ganho em energia, em suas duas configurações, em função da massa final, onde o tamanho dos pontos representa a fluência de elétrons, para diferentes excentricidades, usando o sistema de propulsão Iônico.



O gráfico na Figura 4.65 mostra o incremento em energia  $\Delta E$  em ambas configurações ( $\psi_1$  e  $\psi_2$ ) em função da massa final, onde o tamanho dos pontos representa o valor da fluência de elétrons absorvida pela espaçonave, para as cinco excentricidades iniciais escolhidas (0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8) e considerando o sistema de propulsão *BHT-8000*,  $h_p = 600 \text{ km}$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$  e  $R_p = 1910.7 \text{ km}$ .

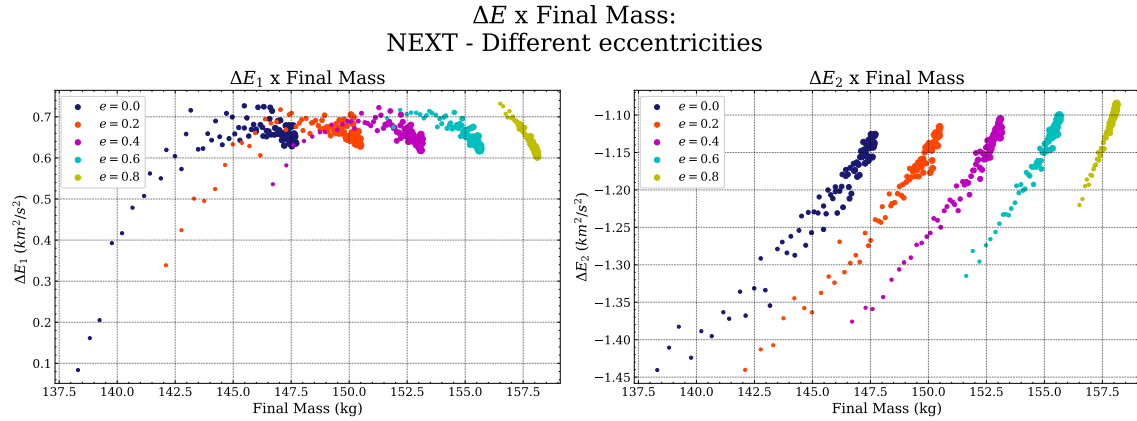
Figura 4.65 - Ganho em energia, em suas duas configurações, em função da massa final, onde o tamanho dos pontos representa a fluência de elétrons, para diferentes excentricidades, usando o sistema de propulsão *BHT-8000*.



O gráfico na Figura 4.66 mostra o incremento em energia  $\Delta E$  em ambas configurações ( $\psi_1$  e  $\psi_2$ ) em função da massa final, onde o tamanho dos pontos representa o

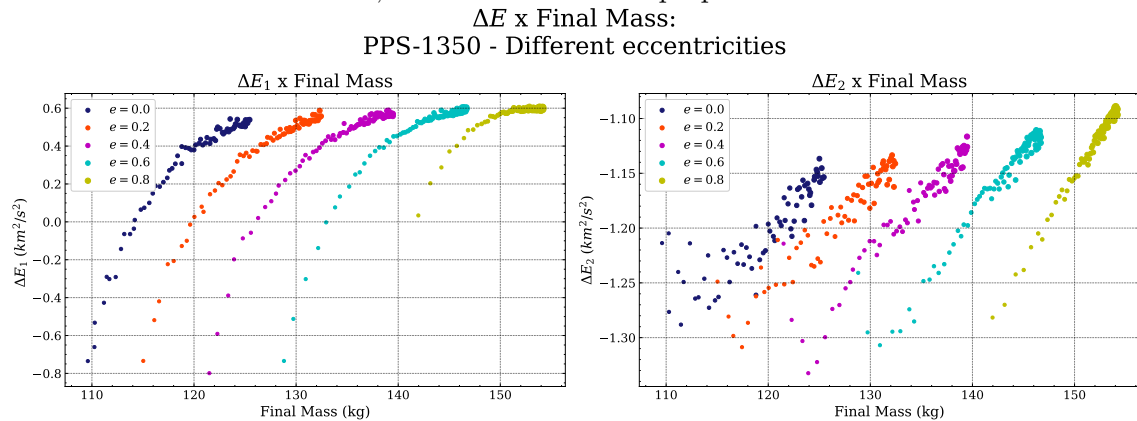
valor da fluência de elétrons absorvida pela espaçonave, para as cinco excentricidades iniciais escolhidas (0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8) e considerando o sistema de propulsão *NEXT*,  $h_p = 600 \text{ km}$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$  e  $R_p = 1910.7 \text{ km}$ .

Figura 4.66 - Ganho em energia, em suas duas configurações, em função da massa final, onde o tamanho dos pontos representa a fluência de elétrons, para diferentes excentricidades, usando o sistema de propulsão *NEXT*.



O gráfico na Figura 4.67 mostra o incremento em energia  $\Delta E$  em ambas configurações ( $\psi_1$  e  $\psi_2$ ) em função da massa final, onde o tamanho dos pontos representa o valor da fluência de elétrons absorvida pela espaçonave, para as cinco excentricidades iniciais escolhidas (0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8) e considerando o sistema de propulsão *PPS-1350*,  $h_p = 600 \text{ km}$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$  e  $R_p = 1910.7 \text{ km}$ .

Figura 4.67 - Ganho em energia, em suas duas configurações, em função da massa final, onde o tamanho dos pontos representa a fluência de elétrons, para diferentes excentricidades, usando o sistema de propulsão *PPS-1350*.



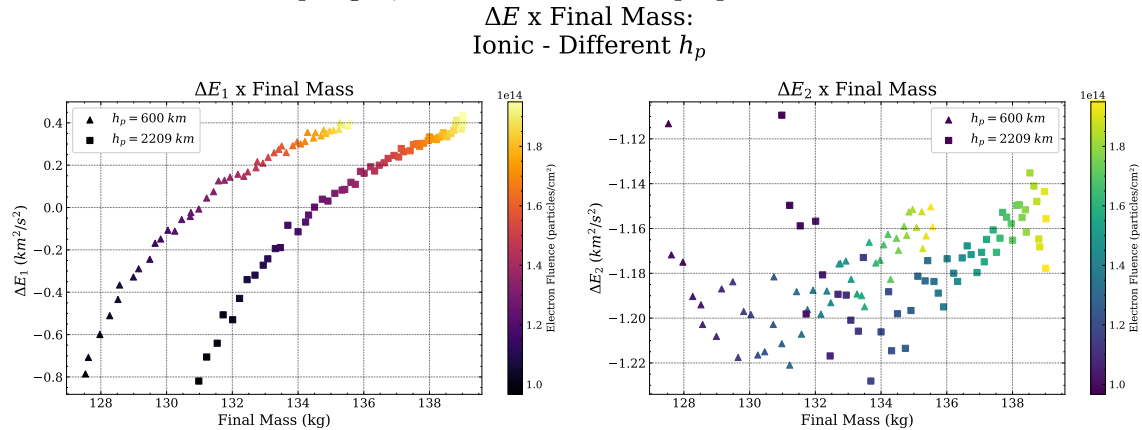


Nas Figuras 4.64 a 4.67, fica evidente que um aumento em excentricidade corresponde a maiores massas finais. Além disso, percebe-se a tendência já apresentada nos gráficos da Figura 4.63: para o ganho em energia, os sistemas de propulsão Iônico e *PPS-1350* apresentam um aumento no  $\Delta E_1$  com o aumento na massa, enquanto o *BHT-8000* apresenta uma redução no  $\Delta E$  com tal aumento e o *NEXT* apresenta ambas tendências mencionadas, a primeira para massas menores e a segunda para massas finais maiores. Já para a perda em energia  $\Delta E_2$ , a tendência dos quatro propulsores é de redução da perda com o aumento da massa final.

#### 4.1.8.3 Alturas de perigeu iniciais diferentes

O gráfico na Figura 4.68 mostra o incremento em energia  $\Delta E$  em ambas configurações ( $\psi_1$  e  $\psi_2$ ) em função da massa final, onde a cor dos pontos representa o valor da fluência de elétrons absorvida pela espaçonave, para as duas alturas de perigeu iniciais escolhidas ( $h_p = 600 \text{ km}$  e  $h_p = 2209 \text{ km}$ ) e considerando o sistema de propulsão Iônico, com  $e = 0$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$  e  $R_p = 1910.7 \text{ km}$ .

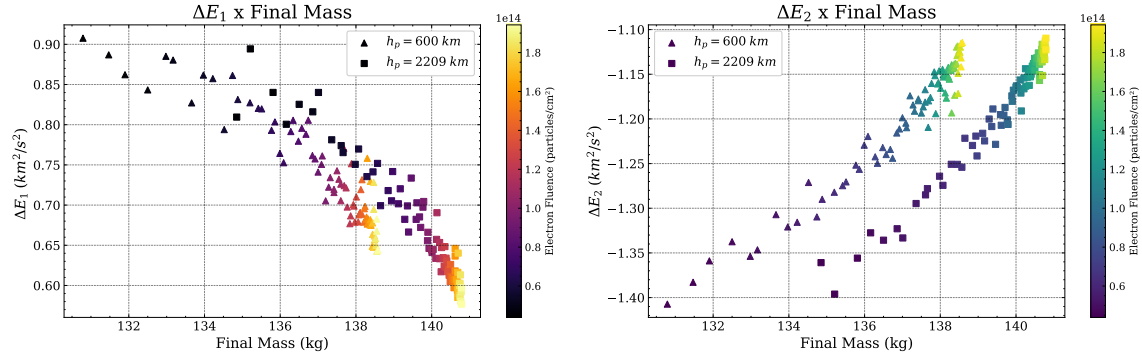
Figura 4.68 - Ganho em energia, em suas duas configurações, em função da massa final, onde a cor dos pontos representa a fluência de elétrons, para diferentes alturas do perigeu, usando o sistema de propulsão Iônico.



O gráfico na Figura 4.69 mostra o incremento em energia  $\Delta E$  em ambas configurações ( $\psi_1$  e  $\psi_2$ ) em função da massa final, onde a cor dos pontos representa o valor da fluência de elétrons absorvida pela espaçonave, para as duas alturas de perigeu iniciais escolhidas ( $h_p = 600 \text{ km}$  e  $h_p = 2209 \text{ km}$ ) e considerando o sistema de propulsão *BHT-8000*, com  $e = 0$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$  e  $R_p = 1910.7 \text{ km}$ .

Figura 4.69 - Ganho em energia, em suas duas configurações, em função da massa final, onde a cor dos pontos representa a fluência de elétrons, para diferentes alturas do perigeu, usando o sistema de propulsão *BHT-8000*.

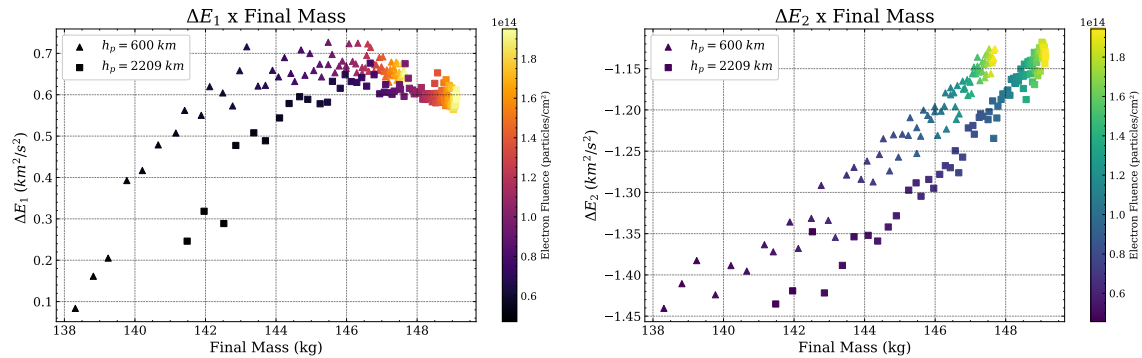
$\Delta E$  x Final Mass:  
BHT-8000 - Different  $h_p$



O gráfico na Figura 4.70 mostra o incremento em energia  $\Delta E$  em ambas configurações ( $\psi_1$  e  $\psi_2$ ) em função da massa final, onde a cor dos pontos representa o valor da fluência de elétrons absorvida pela espaçonave, para as duas alturas de perigeu iniciais escolhidas ( $h_p = 600 \text{ km}$  e  $h_p = 2209 \text{ km}$ ) e considerando o sistema de propulsão *NEXT*, com  $e = 0$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$  e  $R_p = 1910.7 \text{ km}$ .

Figura 4.70 - Ganho em energia, em suas duas configurações, em função da massa final, onde a cor dos pontos representa a fluência de elétrons, para diferentes alturas do perigeu, usando o sistema de propulsão *NEXT*.

$\Delta E$  x Final Mass:  
NEXT - Different  $h_p$

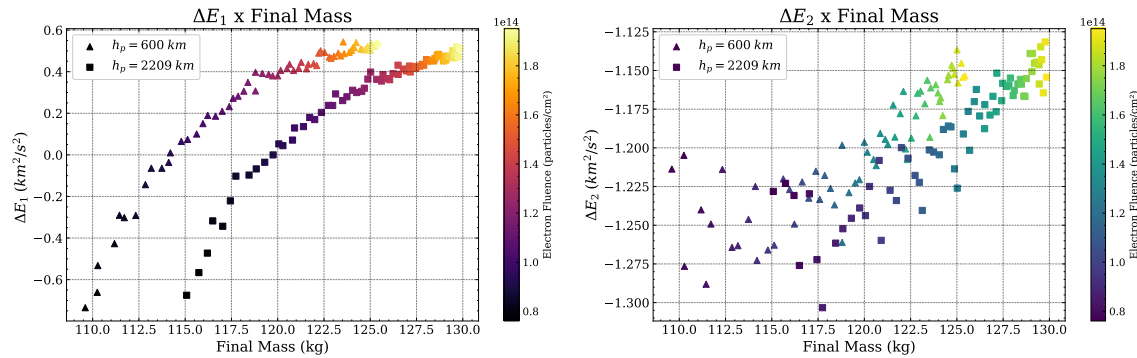


O gráfico na Figura 4.71 mostra o incremento em energia  $\Delta E$  em ambas configurações ( $\psi_1$  e  $\psi_2$ ) em função da massa final, onde a cor dos pontos representa o valor da

fluência de elétrons absorvida pela espaçonave, para as duas alturas de perigeu iniciais escolhidas ( $h_p = 600 \text{ km}$  e  $h_p = 2209 \text{ km}$ ) e considerando o sistema de propulsão *PPS-1350*, com  $e = 0$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$  e  $R_p = 1910.7 \text{ km}$ .

Figura 4.71 - Ganho em energia, em suas duas configurações, em função da massa final, onde a cor dos pontos representa a fluência de elétrons, para diferentes alturas do perigeu, usando o sistema de propulsão *PPS-1350*.

$\Delta E$  x Final Mass:  
PPS-1350 - Different  $h_p$



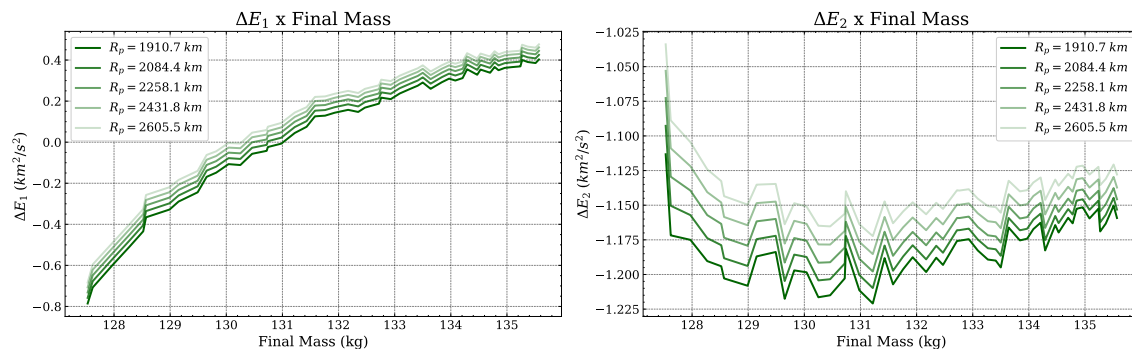
Pelas Figuras 4.68 a 4.71, é possível tirar mais conclusões sobre o efeito da altura do perigeu dependendo do sistema de propulsão. Para os sistemas Iônico e *PPS-1350*, por exemplo, as Figuras 4.68 e 4.71 deixam explícito que um aumento no  $h_p$  inicial corresponde a uma maior massa final, como já havíamos verificado, mas também a um ganho de energia *menor*. Para a perda de energia  $\Delta E_2$ , contudo, nenhuma tendência não é clara para esses dois sistemas propulsores. Para os sistemas *NEXT* e *BHT-8000*, por sua vez, percebe-se que o aumento no  $h_p$  corresponde a um aumento na perda de energia (módulo de  $\Delta E_2$ ), enquanto não se pode dizer nada a respeito do seu efeito no  $\Delta E_1$ .

#### 4.1.8.4 Distâncias de aproximação à Lua diferentes

O gráfico na Figura 4.72 mostra o incremento em energia  $\Delta E$  em ambas configurações ( $\psi_1$  e  $\psi_2$ ) em função da massa final da espaçonave, para as cinco distâncias de aproximação  $R_p$  iniciais escolhidas (1910.7; 2084.4; 2258.1; 2431.8; 2605.5 km) e considerando o sistema de propulsão Iônico,  $h_p = 600 \text{ km}$ ,  $e = 0 \text{ km}$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$ .

Figura 4.72 - Ganho em energia, em suas duas configurações, em função da massa final para diferentes distâncias de aproximação à Lua, usando o sistema de propulsão Iônico.

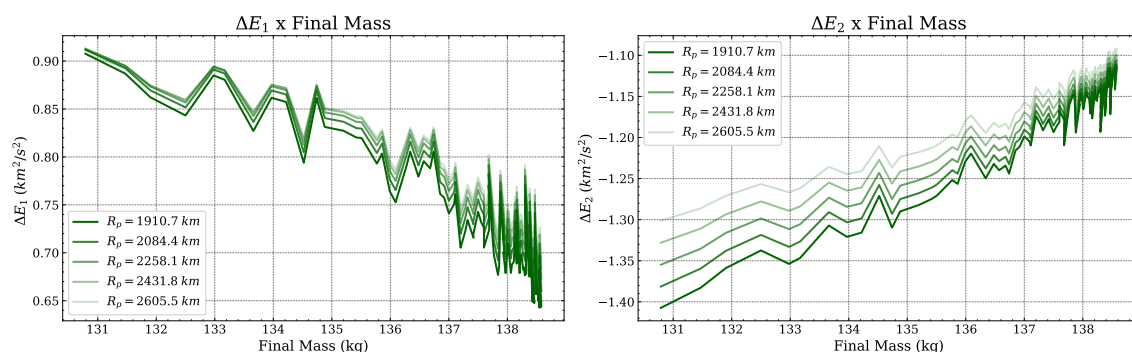
$\Delta E$  x Final Mass:  
Ionic - Different  $R_p$



O gráfico na Figura 4.73 mostra o incremento em energia  $\Delta E$  em ambas configurações ( $\psi_1$  e  $\psi_2$ ) em função da massa final da espaçonave, para as cinco distâncias de aproximação  $R_p$  iniciais escolhidas (1910.7; 2084.4; 2258.1; 2431.8; 2605.5 km) e considerando o sistema de propulsão *BHT-8000*,  $h_p = 600\text{ km}$ ,  $e = 0\text{ km}$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$ .

Figura 4.73 - Ganho em energia, em suas duas configurações, em função da massa final para diferentes distâncias de aproximação à Lua, usando o sistema de propulsão *BHT-8000*.

$\Delta E$  x Final Mass:  
*BHT-8000* - Different  $R_p$

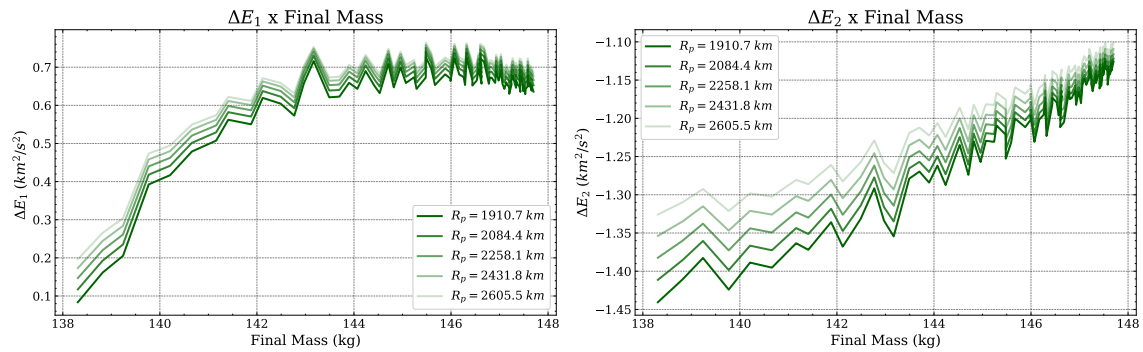


O gráfico na Figura 4.74 mostra o incremento em energia  $\Delta E$  em ambas configurações ( $\psi_1$  e  $\psi_2$ ) em função da massa final da espaçonave, para as cinco distâncias de aproximação  $R_p$  iniciais escolhidas (1910.7; 2084.4; 2258.1; 2431.8; 2605.5 km) e

considerando o sistema de propulsão *NEXT*,  $h_p = 600 \text{ km}$ ,  $e = 0 \text{ km}$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$ .

Figura 4.74 - Ganho em energia, em suas duas configurações, em função da massa final para diferentes distâncias de aproximação à Lua, usando o sistema de propulsão *NEXT*.

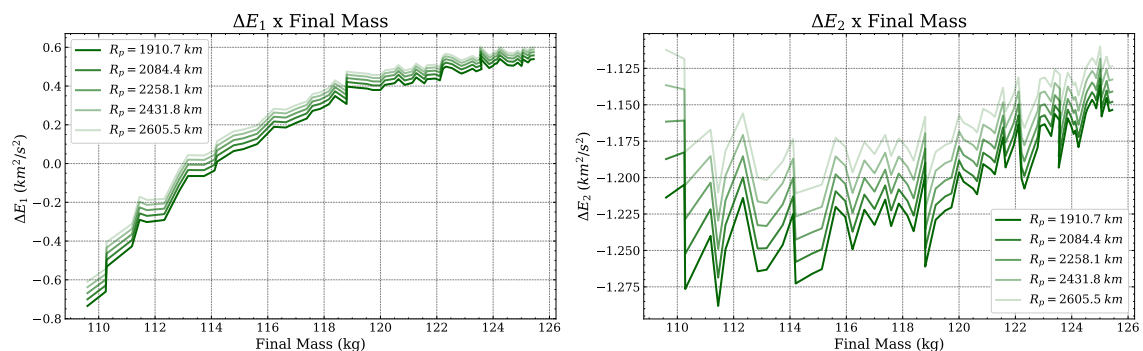
$\Delta E$  x Final Mass:  
NEXT - Different  $R_p$



O gráfico na Figura 4.75 mostra o incremento em energia  $\Delta E$  em ambas configurações ( $\psi_1$  e  $\psi_2$ ) em função da massa final da espaçonave, para as cinco distâncias de aproximação  $R_p$  iniciais escolhidas (1910.7; 2084.4; 2258.1; 2431.8; 2605.5 km) e considerando o sistema de propulsão *PPS-1350*,  $h_p = 600 \text{ km}$ ,  $e = 0 \text{ km}$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$ .

Figura 4.75 - Ganho em energia, em suas duas configurações, em função da massa final para diferentes distâncias de aproximação à Lua, usando o sistema de propulsão *PPS-1350*.

$\Delta E$  x Final Mass:  
PPS-1350 - Different  $R_p$



Verifica-se novamente pelas Figuras 4.72 a 4.75 que um aumento na distância de

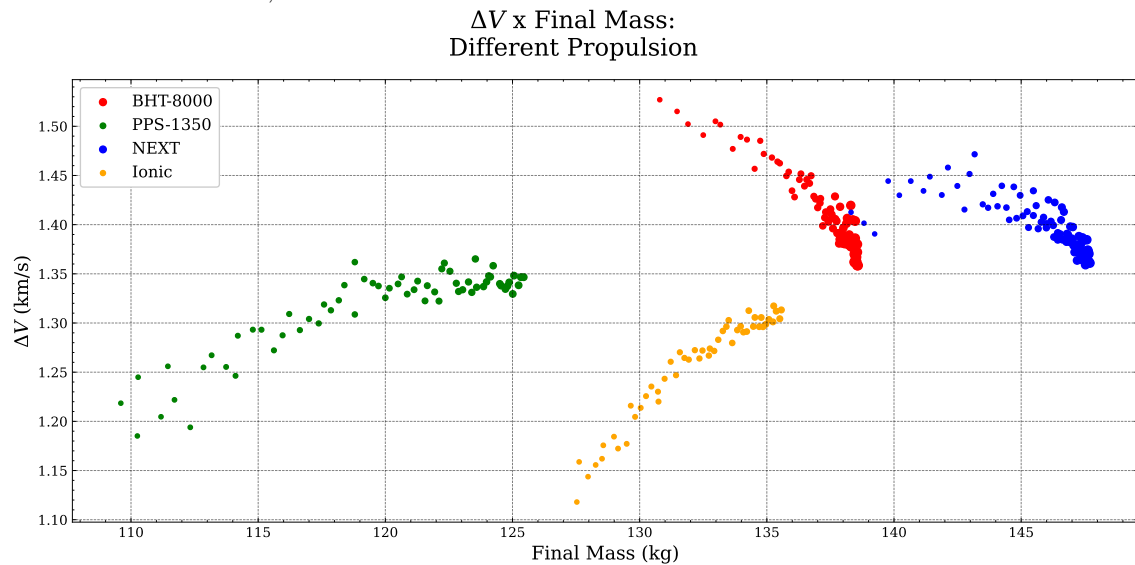
aproximação à Lua aumenta o parâmetro  $\Delta E$ , tanto para a configuração em  $\psi_1$  quanto para  $\psi_2$ .

#### 4.1.9 $\Delta V$ x Massa

##### 4.1.9.1 Propulsores diferentes

O gráfico na Figura 4.76 mostra o incremento em velocidade  $\Delta V$  em função da massa final, onde o tamanho dos pontos representa o valor da fluência de elétrons absorvida pela espaçonave, para os quatro sistemas de propulsão escolhidos - Iônico, *NEXT*, *BHT-8000* e *PPS-1500* - e considerando os parâmetros iniciais como:  $h_p = 600 \text{ km}$ ,  $e = 0$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$  e  $R_p = 1910.7 \text{ km}$ .

Figura 4.76 - Ganho em velocidade em função da massa final, onde o tamanho dos pontos representa a fluência de elétrons, para os sistemas de propulsão Iônico, *NEXT*, *BHT-8000* e *PPS-1500*.



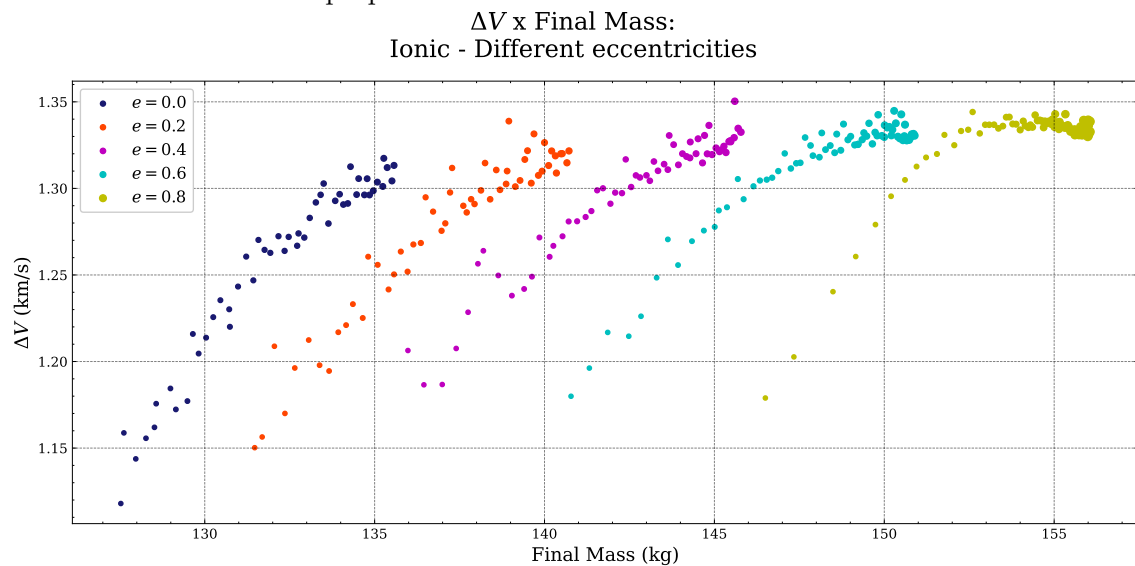
Além das informações obtidas com o gráfico da Figura 4.63 -  $\Delta E$  x Massa com diferentes propulsores - podemos obter conclusões análogas com a Figura 4.76. Em primeiro lugar, podemos verificar novamente o resultado das Figuras 4.8 a 4.10: quanto maior a massa final, maior será a radiação absorvida, visto também que esse parâmetro está relacionado positivamente ao tempo de missão. Em segundo lugar, uma tendência clara é o de aumento no ganho de velocidade com o aumento da massa final, o que é excelente para otimizar ambos parâmetros ao mesmo tempo, sob o custo de uma fluência maior de elétrons. Terceiro, verifica-se mais uma vez

que os sistemas propulsores *NEXT* e *BHT-8000* são os destaques, maximizando tanto a massa final quanto o ganho em velocidade. Através deste gráfico, é possível traçar um panorama geral do Swing-By, desta vez através dos ganhos em velocidade, escolhendo valores de  $\Delta V$ ,  $m$  e o propulsor, além de obter uma noção qualitativa da radiação incidente na espaçonave.

#### 4.1.9.2 Excentricidades iniciais diferentes

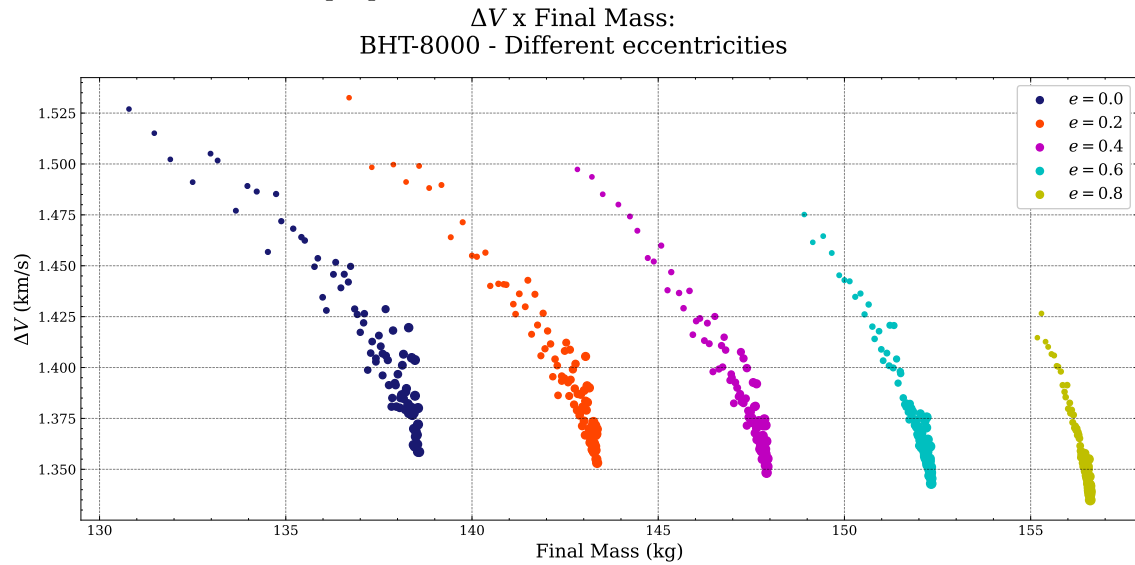
O gráfico na Figura 4.77 mostra o incremento em velocidade  $\Delta V$  em função da massa final, onde o tamanho dos pontos representa o valor da fluência de elétrons absorvida pela espaçonave, para as cinco excentricidades iniciais escolhidas (0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8) e considerando o sistema de propulsão Iônico,  $h_p = 600 km$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$  e  $R_p = 1910.7 km$ .

Figura 4.77 - Ganho em velocidade em função da massa final, onde o tamanho dos pontos representa a fluência de elétrons, para diferentes excentricidades, usando o sistema de propulsão Iônico.



O gráfico na Figura 4.78 mostra o incremento em velocidade  $\Delta V$  em função da massa final, onde o tamanho dos pontos representa o valor da fluência de elétrons absorvida pela espaçonave, para as cinco excentricidades iniciais escolhidas (0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8) e considerando o sistema de propulsão *BHT-8000*,  $h_p = 600 km$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$  e  $R_p = 1910.7 km$ .

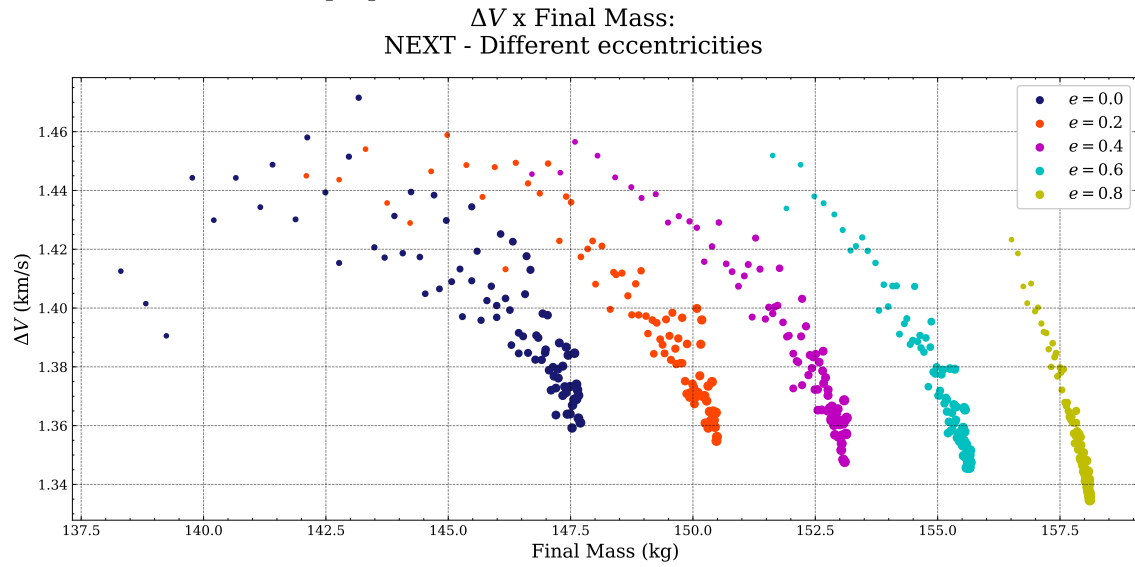
Figura 4.78 - Ganho em velocidade em função da massa final, onde o tamanho dos pontos representa a fluência de elétrons, para diferentes excentricidades, usando o sistema de propulsão *BHT-8000*.



O gráfico na Figura 4.79 mostra o incremento em velocidade  $\Delta V$  em função da massa final, onde o tamanho dos pontos representa o valor da fluência de elétrons absorvida pela espaçonave, para as cinco excentricidades iniciais escolhidas (0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8) e considerando o sistema de propulsão *NEXT*,  $h_p = 600 km$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$  e  $R_p = 1910.7 km$ .

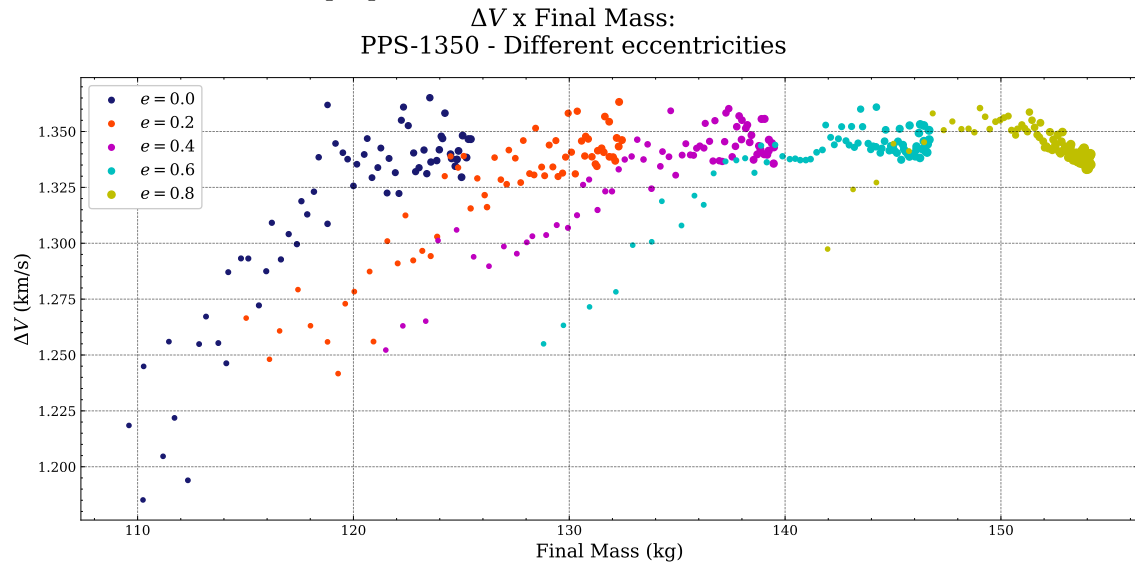


Figura 4.79 - Ganho em velocidade em função da massa final, onde o tamanho dos pontos representa a fluência de elétrons, para diferentes excentricidades, usando o sistema de propulsão *NEXT*.



O gráfico na Figura 4.80 mostra o incremento em velocidade  $\Delta V$  em função da massa final, onde o tamanho dos pontos representa o valor da fluência de elétrons absorvida pela espaçonave, para as cinco excentricidades iniciais escolhidas (0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8) e considerando o sistema de propulsão *PPS-1350*,  $h_p = 600 \text{ km}$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$  e  $R_p = 1910.7 \text{ km}$ .

Figura 4.80 - Ganho em velocidade em função da massa final, onde o tamanho dos pontos representa a fluência de elétrons, para diferentes excentricidades, usando o sistema de propulsão *PPS-1350*.



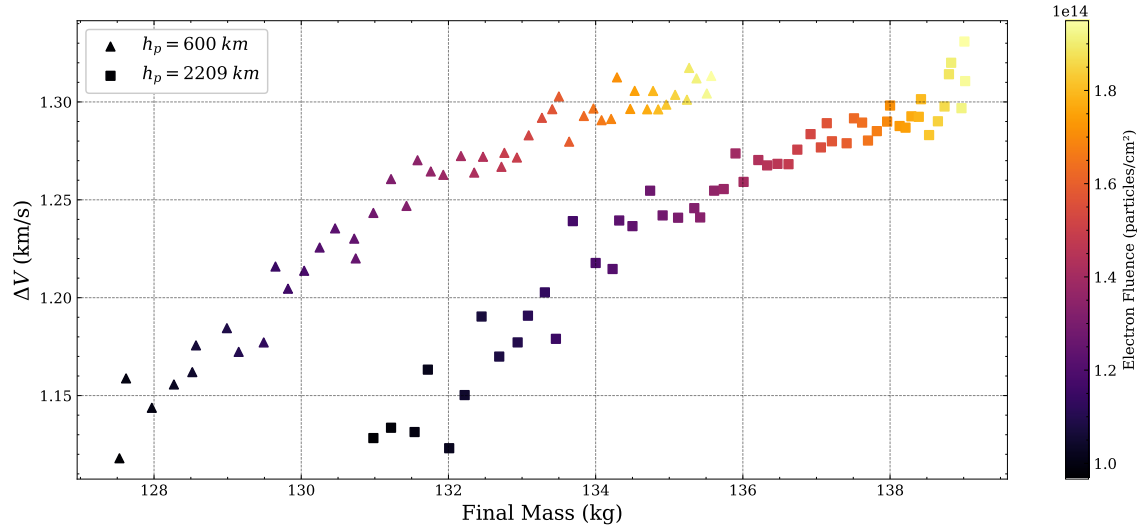
Nas Figuras 4.77 a 4.80, fica evidente mais uma vez que um aumento em excentricidade corresponde a maiores massas finais. Além disso, percebe-se a tendência já apresentada nos gráficos da Figura 4.76: para o ganho em energia, os sistemas de propulsão Iônico e *PPS-1350* apresentam um aumento no  $\Delta V$  com o aumento na massa, enquanto o *BHT-8000* e o *NEXT* apresentam uma redução no  $\Delta V$  com tal aumento.

#### 4.1.9.3 Alturas de perigeu iniciais diferentes

O gráfico na Figura 4.81 mostra o incremento em velocidade  $\Delta V$  em função da massa final, onde a cor dos pontos representa o valor da fluência de elétrons absorvida pela espaçonave, para as duas alturas de perigeu iniciais escolhidas ( $h_p = 600 \text{ km}$  e  $h_p = 2209 \text{ km}$ ) e considerando o sistema de propulsão Iônico, com  $e = 0$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$  e  $R_p = 1910.7 \text{ km}$ .

Figura 4.81 - Ganho em velocidade em função da massa final, onde a cor dos pontos representa a fluência de elétrons, para diferentes alturas do perigeu, usando o sistema de propulsão Iônico.

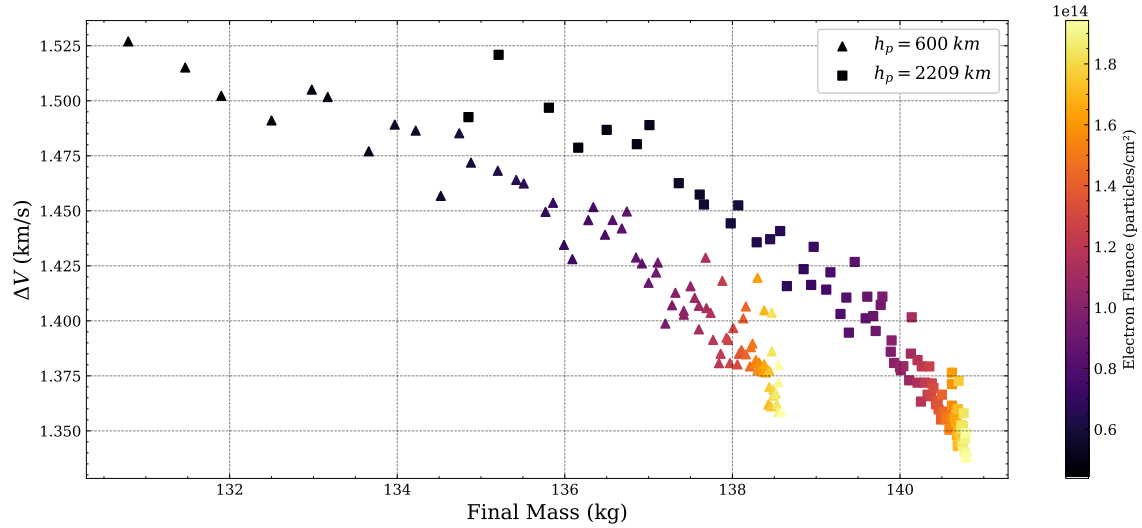
$\Delta V$  x Final Mass:  
Ionic - Different  $h_p$



O gráfico na Figura 4.82 mostra o incremento em velocidade  $\Delta V$  em função da massa final, onde a cor dos pontos representa o valor da fluência de elétrons absorvida pela espaçonave, para as duas alturas de perigeu iniciais escolhidas ( $h_p = 600$  km e  $h_p = 2209$  km) e considerando o sistema de propulsão *BHT-8000*, com  $e = 0$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$  e  $R_p = 1910.7$  km.

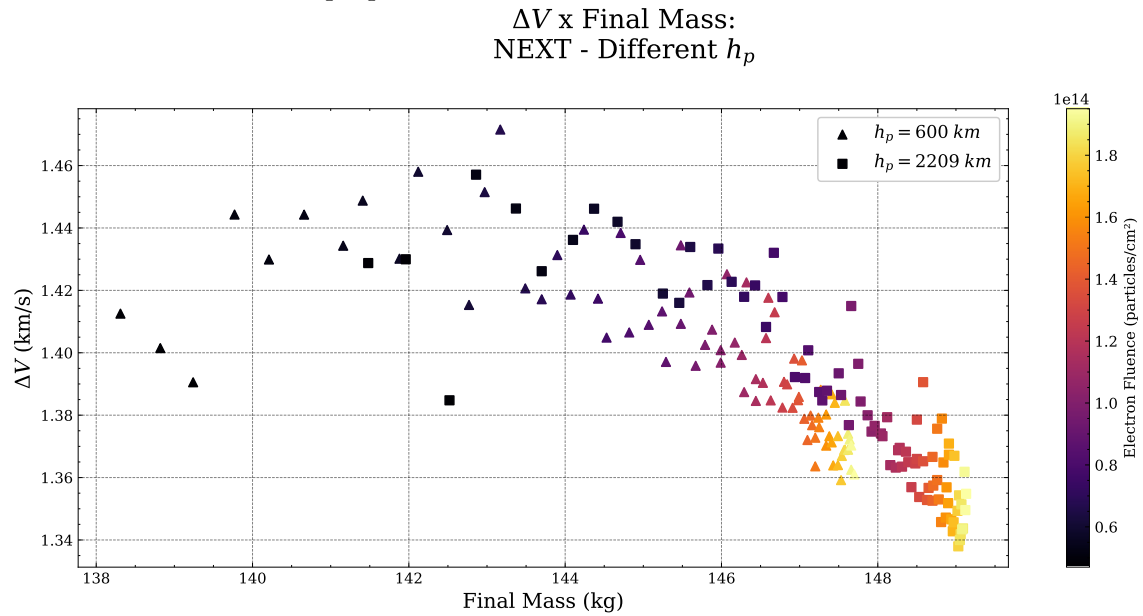
Figura 4.82 - Ganho em velocidade em função da massa final, onde a cor dos pontos representa a fluência de elétrons, para diferentes alturas do perigeu, usando o sistema de propulsão *BHT-8000*.

$\Delta V$  x Final Mass:  
BHT-8000 - Different  $h_p$



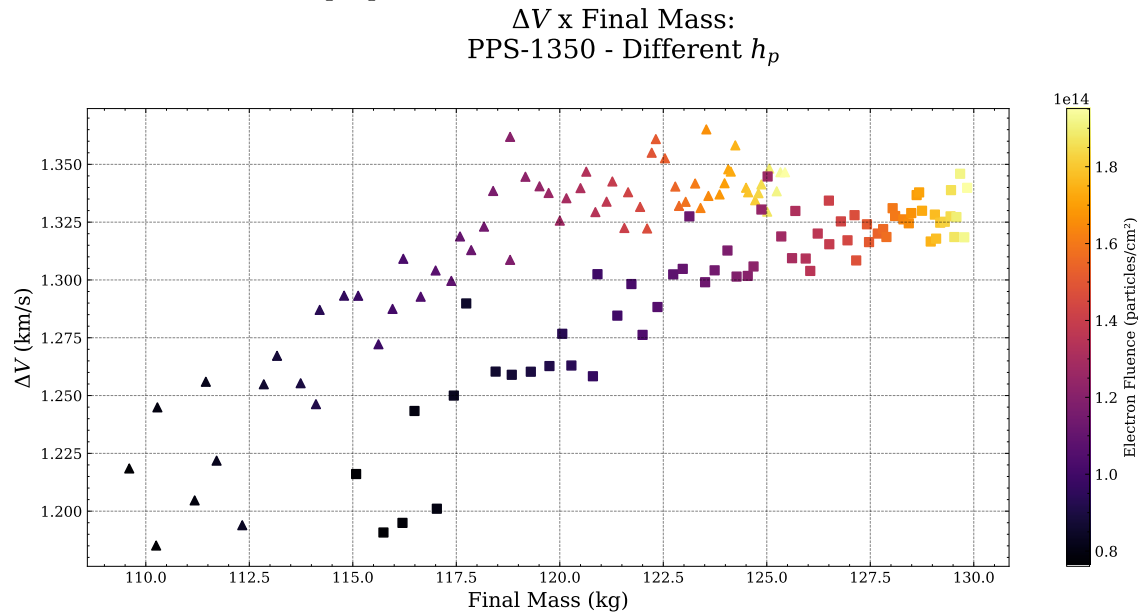
O gráfico na Figura 4.83 mostra o incremento em velocidade  $\Delta V$  em função da massa final, onde a cor dos pontos representa o valor da fluência de elétrons absorvida pela espaçonave, para as duas alturas de perigeu iniciais escolhidas ( $h_p = 600 \text{ km}$  e  $h_p = 2209 \text{ km}$ ) e considerando o sistema de propulsão *NEXT*, com  $e = 0$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$  e  $R_p = 1910.7 \text{ km}$ .

Figura 4.83 - Ganho em velocidade em função da massa final, onde a cor dos pontos representa a fluência de elétrons, para diferentes alturas do perigeu, usando o sistema de propulsão *NEXT*.



O gráfico na Figura 4.84 mostra o incremento em velocidade  $\Delta V$  em função da massa final, onde a cor dos pontos representa o valor da fluência de elétrons absorvida pela espaçonave, para as duas alturas de perigeu iniciais escolhidas ( $h_p = 600$  km e  $h_p = 2209$  km) e considerando o sistema de propulsão *PPS-1350*, com  $e = 0$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$  e  $R_p = 1910.7$  km.

Figura 4.84 - Ganho em velocidade em função da massa final, onde a cor dos pontos representa a fluência de elétrons, para diferentes alturas do perigeu, usando o sistema de propulsão *PPS-1350*.



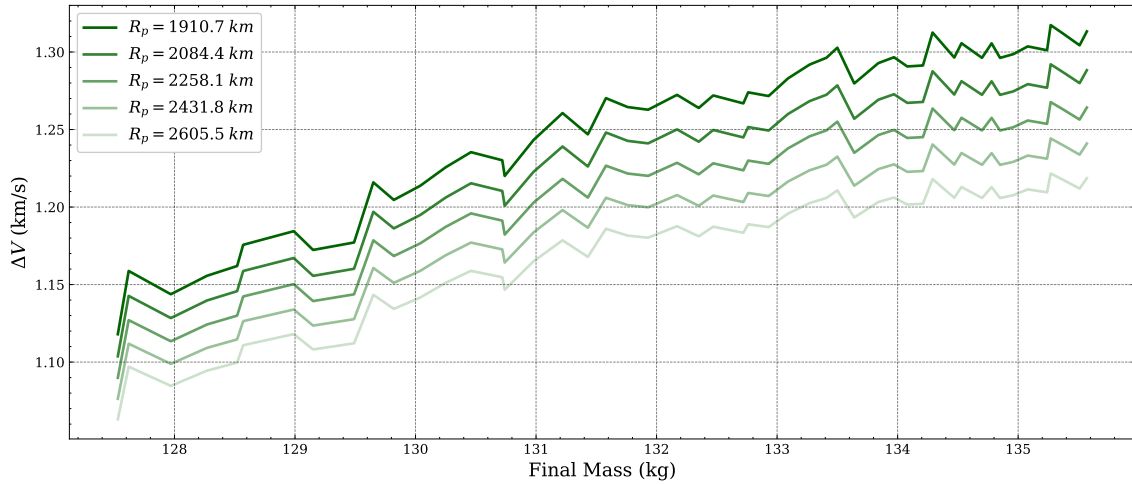
Pelas Figuras 4.81 a 4.84, é possível tirar mais conclusões sobre o efeito da altura do perigeu dependendo do sistema de propulsão. Para os sistemas Iônico e *PPS-1350*, por exemplo, as Figuras 4.81 e 4.84 deixam explícito que um aumento no  $h_p$  inicial corresponde a uma maior massa final, como já havíamos verificado, mas também a um ganho de velocidade *maior*. Para o sistema *BHT-8000*, por sua vez, percebe-se que o aumento no  $h_p$  corresponde a um *aumento* no  $\Delta V$ . Já para o sistema *NEXT*, as curvas se assemelham bastante ao *BHT-8000*, mas a redução no  $\Delta V$  com o aumento no  $h_p$  não é tão explícita.

#### 4.1.9.4 Distâncias de aproximação à Lua diferentes

O gráfico na Figura 4.85 mostra o incremento em velocidade  $\Delta V$  em função da massa final da espaçonave, para as cinco distâncias de aproximação  $R_p$  iniciais escolhidas (1910.7; 2084.4; 2258.1; 2431.8; 2605.5 km) e considerando o sistema de propulsão Iônico,  $h_p = 600$  km,  $e = 0$  km,  $i_{moon} = 18^\circ$ .

Figura 4.85 - Ganho em velocidade em função da massa final para diferentes distâncias de aproximação à Lua, usando o sistema de propulsão Iônico.

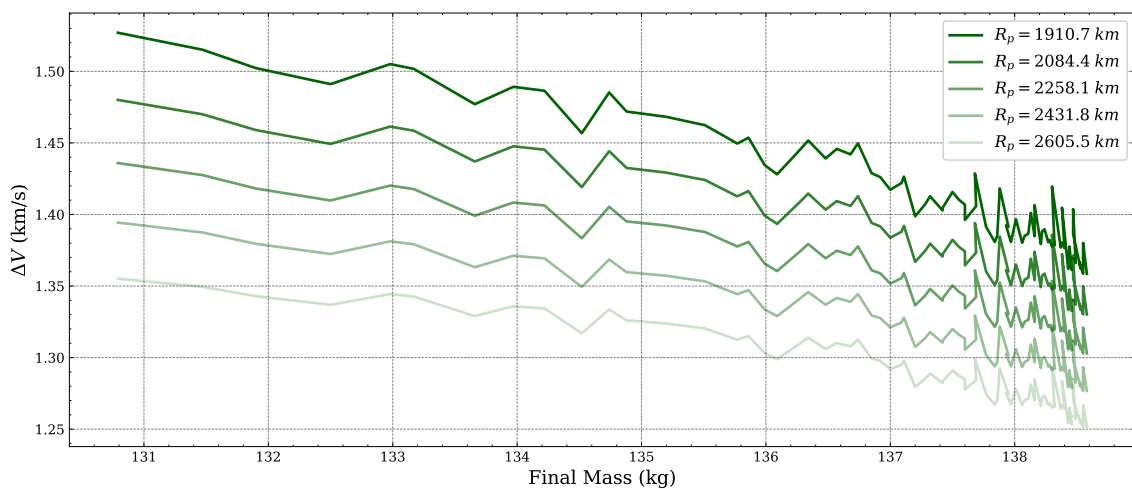
$\Delta V$  x Final Mass:  
Ionic - Different  $R_p$



O gráfico na Figura 4.86 mostra o incremento em velocidade  $\Delta V$  em função da massa final da espaçonave, para as cinco distâncias de aproximação  $R_p$  iniciais escolhidas (1910.7; 2084.4; 2258.1; 2431.8; 2605.5 km) e considerando o sistema de propulsão *BHT-8000*,  $h_p = 600$  km,  $e = 0$  km,  $i_{moon} = 18^\circ$ .

Figura 4.86 - Ganho em velocidade em função da massa final para diferentes distâncias de aproximação à Lua, usando o sistema de propulsão *BHT-8000*.

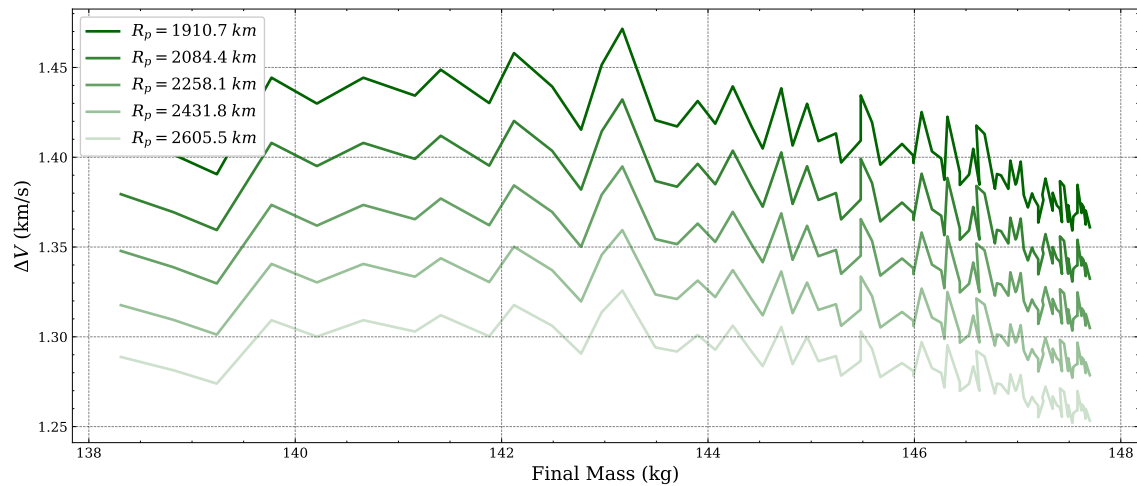
$\Delta V$  x Final Mass:  
*BHT-8000* - Different  $R_p$



O gráfico na Figura 4.87 mostra o incremento em velocidade  $\Delta V$  em função da massa final da espaçonave, para as cinco distâncias de aproximação  $R_p$  iniciais escolhidas (1910.7; 2084.4; 2258.1; 2431.8; 2605.5 km) e considerando o sistema de propulsão *NEXT*,  $h_p = 600 \text{ km}$ ,  $e = 0 \text{ km}$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$ .

Figura 4.87 - Ganho em velocidade em função da massa final para diferentes distâncias de aproximação à Lua, usando o sistema de propulsão *NEXT*.

$\Delta V$  x Final Mass:  
NEXT - Different  $R_p$

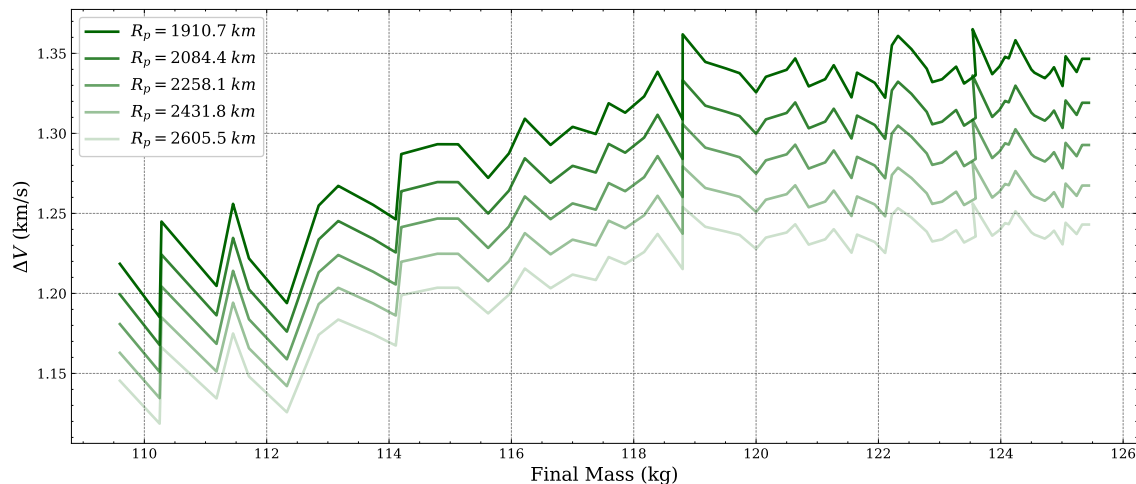


O gráfico na Figura 4.88 mostra o incremento em velocidade  $\Delta V$  em função da massa final da espaçonave, para as cinco distâncias de aproximação  $R_p$  iniciais escolhidas (1910.7; 2084.4; 2258.1; 2431.8; 2605.5 km) e considerando o sistema de propulsão *PPS-1350*,  $h_p = 600 \text{ km}$ ,  $e = 0 \text{ km}$ ,  $i_{moon} = 18^\circ$ .



Figura 4.88 - Ganho em velocidade em função da massa final para diferentes distâncias de aproximação à Lua, usando o sistema de propulsão *PPS-1350*.

$\Delta V$  x Final Mass:  
PPS-1350 - Different  $R_p$



Verifica-se novamente pelas Figuras 4.85 a 4.88 que aumentos na distância de aproximação à Lua diminuem o parâmetro  $\Delta V$ , ao contrário do o caso do  $\Delta E$ .

## 4.2 Análise estatística

Utilizando os resultados obtidos, foi possível realizar uma regressão multilinear usando análise de variância (ANOVA), para relacionar os dois parâmetros finais de interesse (fluência de prótons e fluência de elétrons) com os parâmetros iniciais: altura do perigeu  $h_p$ , excentricidade  $e$ , tipo de propulsor e inclinação da órbita lunar  $i_{moon}$ . Foi ainda feita uma segunda análise tanto para prótons quanto para elétrons incluindo dois dos parâmetros finais computados pelo programa - massa final da espaçonave  $m$  e tempo total de missão  $t$  - na regressão multilinear, visto que pode ser do interesse do analista de missão prever como o tempo e o custo da missão afetam os seus índices de segurança (fluência de partículas).

Começando pela fluência de elétrons, as estatísticas de regressão estão apresentadas na Tabela 4.1, primeiro incluindo os parâmetros finais (massa e tempo) e depois excluindo-os. Percebe-se que tanto o R-quadrado quanto o R-quadrado ajustado aumentam com a inclusão dos dois parâmetros, o que justifica continuar a análise com eles inclusos. Os resultados da análise de variância incluindo esses parâmetros é mostrada na Tabela 4.2, e pode-se reparar na significância do teste devido ao alto valor da estatística F.

Tabela 4.1 - Estatísticas de regressão para fluência de elétrons, primeiro considerando todos os parâmetros e em seguida desconsiderando a massa final e o tempo de missão.

<i>Estatística de regressão</i>	<i>7 parâmetros</i>	<i>5 parâmetros</i>
<i>R múltiplo</i>	0.90	0.86
<i>R-Quadrado</i>	0.81	0.75
<i>R-quadrado ajustado</i>	0.80	0.75
<i>Desvio padrão</i>	2.9E+11	3.3E+11
<i>Observações</i>	928	928

Tabela 4.2 - ANOVA para fluência de elétrons.

	<i>gl</i>	<i>SQ</i>	<i>MQ</i>	<i>F</i>
<i>Regressão</i>	7	3.2E+26	4.6E+25	545.0
<i>Resíduo</i>	920	7.7E+25	8.4E+22	
<i>Total</i>	927	4.0E+26		

Em seguida, foi realizada a regressão multilinear com os sete parâmetros, a qual resultou na seguinte equação com coeficientes  $a_0$  a  $a_7$ :

$$f_{el} = a_0 + a_1T + a_2I_{sp} + a_3h_p + a_4e + a_5i_{moon} + a_6t + a_7m \quad (4.1)$$

onde  $T$  é o empuxo do propulsor,  $I_{sp}$  é o impulso específico do propulsor,  $h_p$  é a altura do perigeu da órbita inicial,  $e$  é a excentricidade da órbita inicial,  $i_{moon}$  é a inclinação da órbita lunar em relação ao equador terrestre na data escolhida,  $t$  é o tempo total de missão e  $m$  é a massa final da espaçonave.

As incertezas referentes a cada coeficiente e seus testes de significância são apresentados na Tabela 4.3. A estatística  $t$  (*Stat t*) representa o tamanho da diferença em relação à variação em seus dados amostrais (ou, em outras palavras, a diferença calculada representada em unidades de desvio padrão). Já o valor-p é um indicativo da significância do coeficiente: quanto menor o valor-p, mais importante é incluir o coeficiente no modelo. Pode-se reparar que todos os parâmetros apresentaram valor-p inferior a 0.01, com exceção da massa final. Apesar dos altos valores de erro padrão - uma ordem de grandeza a menos que o coeficiente em si - os valores-p são bons indicativos de que os coeficientes estão bem representados no modelo, a limitar-se apenas pela linearidade intrínseca da regressão linear.

Tabela 4.3 - Coeficientes de regressão para fluência de elétrons e suas características.

	<i>Coefficiente</i>	<i>Desvio padrão</i>	<i>Stat t</i>	<i>valor-P</i>
<i>Interseção</i>	5.6E+12	3.7E+11	15.4	1.3E-47
<i>Empuxo (mN)</i>	1.0E+10	2.3E+09	4.5	6.4E-06
<i>Impulso específico (s)</i>	-1.6E+09	3.5E+08	-4.6	5.5E-06
<i>Altura do perigeu (km)</i>	-1.3E+08	1.4E+07	-9.4	5.8E-20
<i>Excentricidade</i>	-2.0E+12	2.5E+11	-8.3	5.3E-16
<i>Inclinação da órbita lunar (graus)</i>	-1.2E+11	3.2E+09	-36.8	2.6E-183
<i>Tempo de missão (meses)</i>	6.5E+10	1.1E+10	5.8	7.0E-09
<i>Massa final (kg)</i>	1.0E+10	7.6E+09	1.3	1.9E-01

Tabela 4.4 - Estatísticas de regressão para fluência de prótons, primeiro considerando todos os parâmetros e em seguida desconsiderando a massa final e o tempo de missão.

<i>Estatística de regressão</i>	<i>7 parâmetros</i>	<i>5 parâmetros</i>
<i>R múltiplo</i>	0.92	0.82
<i>R-Quadrado</i>	0.84	0.68
<i>R-quadrado ajustado</i>	0.84	0.67
<i>Desvio padrão</i>	1.6E+13	2.2E+13
<i>Observações</i>	928	928

Tabela 4.5 - ANOVA para fluência de prótons.

	<i>gl</i>	<i>SQ</i>	<i>MQ</i>	<i>F</i>
<i>Regressão</i>	7.00	1.2E+30	1.7E+29	697.8
<i>Resíduo</i>	920.00	2.3E+29	2.5E+26	
<i>Total</i>	927.00	1.4E+30		

Prosseguindo para a fluência de prótons, as estatísticas de regressão estão apresentadas na Tabela 4.4, primeiro incluindo os parâmetros finais (massa e tempo) e depois excluindo-os. Percebe-se que tanto o R-quadrado quanto o R-quadrado ajustado aumentam com a inclusão dos dois parâmetros, assim como no caso dos elétrons, o que justifica continuar a análise com eles inclusos.

Os resultados da análise de variância incluindo esses parâmetros é mostrada na Tabela 4.5, e pode-se reparar na significância do teste devido ao alto valor da estatística F, que representa a razão entre o modelo e seu erro. Nessa tabela, também são mostrados os graus de liberdade (*gl*), soma dos desvios quadráticos (*SQ*), média dos desvios quadráticos (*MQ*), e resíduos (diferença entre modelo e dados).

Tabela 4.6 - Coeficientes de regressão para fluência de prótons e suas características.

	<i>Coeficiente</i>	<i>Desvio padrão</i>	<i>Stat t</i>	<i>valor-P</i>
<i>Interseção</i>	2.0E+14	2.0E+13	10.0	2.7E-22
<i>Empuxo (mN)</i>	8.1E+11	1.2E+11	6.6	9.2E-11
<i>Impulso específico (s)</i>	-1.3E+11	1.9E+10	-6.6	5.4E-11
<i>Altura do perigeu (km)</i>	-9.3E+09	7.7E+08	-12.1	2.2E-31
<i>Excentricidade</i>	-1.7E+14	1.3E+13	-12.6	1.2E-33
<i>Inclinação da órbita lunar (graus)</i>	-3.8E+12	1.7E+11	-21.7	6.3E-85
<i>Tempo de missão (meses)</i>	5.6E+12	6.0E+11	9.3	1.0E-19
<i>Massa final (kg)</i>	1.8E+12	4.1E+11	4.2	2.4E-05

Em seguida, foi realizada a regressão multilinear com os sete parâmetros, a qual resultou na seguinte equação com coeficientes  $b_0$  a  $b_7$ :

$$f_{pro} = b_0 + b_1T + b_2I_{sp} + b_3h_p + b_4e + b_5i_{moon} + b_6t + b_7m \quad (4.2)$$

onde  $T$  é o empuxo do propulsor,  $I_{sp}$  é o impulso específico do propulsor,  $h_p$  é a altura do perigeu da órbita inicial,  $e$  é a excentricidade da órbita inicial,  $i_{moon}$  é a inclinação da órbita lunar em relação ao equador terrestre na data escolhida,  $t$  é o tempo total de missão e  $m$  é a massa final da espaçonave.

As incertezas referentes a cada coeficiente e seus testes de significância são apresentados na Tabela 4.6. Pode-se reparar que todos os parâmetros apresentaram valor-p inferior a 0.01.

### 4.3 Regressão com Machine Learning

Para melhorar a eficiência do modelo, uma abordagem de Aprendizado de Máquina (*Machine Learning*, ou ML) usando algoritmos supervisionados também foi realizada em conjunto com a regressão linear. Além de incrementar a eficiência, procurava-se utilizar uma regressão mais robusta para minimizar o erro nas previsões do modelo, que ainda é significativamente alto no caso da regressão linear. A abordagem de ML é modelada como um problema de aprendizado supervisionado, ou seja, uma estrutura adaptada para explorar e extrair relações potenciais entre as variáveis de entrada e as variáveis de destino de saída, usando um subconjunto de nossos dados para aprender a partir de si mesmo. Normalmente, essa relação é não linear e não pode ser formulada explicitamente.

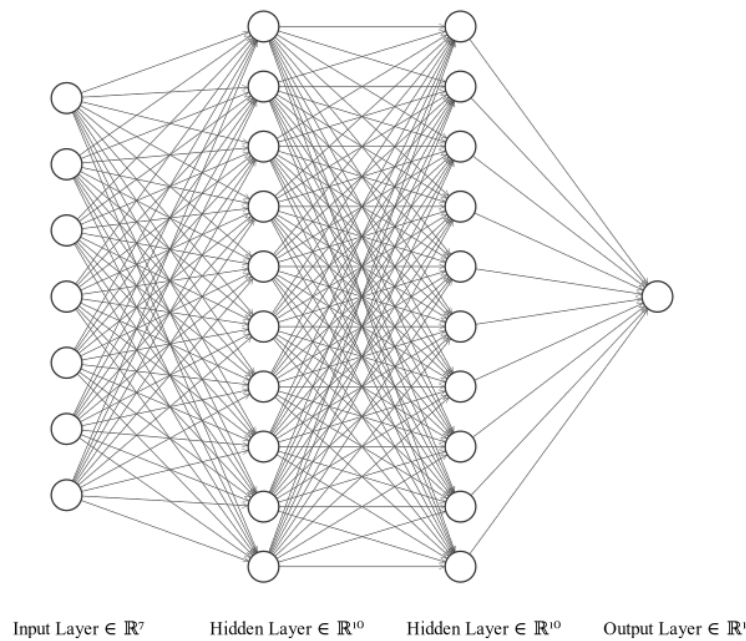
No fundo, o aprendizado de máquina é essencialmente um tipo especial de modelagem estatística. Ambas as variáveis de recurso (entrada) e variáveis de destino (saída) são consideradas como tendo ruído com distribuições específicas, o que pode fornecer previsões menos precisas do que um modelo físico preciso. No entanto, sua vantagem é que pode evitar muitas suposições feitas durante a modelagem analítica, uma vez que aprende diretamente dos dados de treinamento fornecidos. Assim, a escolha das variáveis de aprendizagem e a qualidade dos dados são de extrema importância para o desempenho dos modelos de ML treinados. Teoricamente, se uma certa relação entre as entradas e saídas é conhecida, todos os algoritmos de ML com arquiteturas e hiperparâmetros (parâmetros de entrada do modelo, tais como o número de neurônios em uma rede neural) bem projetadas podem ajustar a função não linear com dados de treinamento adequados. Porém, se a existência de relação entre as variáveis de aprendizagem e as variáveis alvo for desconhecida, não haverá garantia teórica de bom desempenho. Nessa circunstância, o algoritmo de ML é usado para explorar e recuperar informações ocultas no conjunto de dados.

Especificamente, a própria Rede Neural Artificial (*Artificial Neural Network*, ou ANN) é um algoritmo de ML capaz de aproximar funções suaves para uma regressão usando *neurônios* e *camadas* adequadas. Como sugerido pelo nome, vários neurônios estão ligados em uma rede, conforme ilustrado na Figura 4.89; cada um dos quais é chamado de nó, que atua sobre o próximo conjunto de neurônios, chamado de camada. A camada de entrada compreende nossos dados de entrada de  $x$  variáveis ( $h_p, e, T, I_{sp}, i_{moon}, t, m$ ), enquanto a camada de saída é uma única variável  $y$  ( $f_{el}$  ou  $f_{pro}$ ). Ganhos escalares,  $K_{ij}$ , são colocados entre cada saída de neurônio e entrada de neurônio, que são otimizados pelo algoritmo após fornecer os dados de treinamento (entrada  $x$  e saída  $y$  para aprendizagem supervisionada) e minimizando a função de custo definida como o erro quadrático médio (MSE):

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (4.3)$$

onde  $N$  é a quantidade de dados de treinamento,  $\hat{y}_i$  é a  $i$ -ésima saída da ANN e  $y_i$  são os dados de saída em si.

Figura 4.89 - Rede neural com duas camadas ocultas de 10 neurônios.



Por fim, as camadas ocultas adicionam complexidade extra ao sistema, não apenas por meio de mais parâmetros de ganho entre elas, mas pelo uso de *funções de ativação* em cada uma delas, que podem ser pensadas como filtros matemáticos entre as camadas de entrada e saída. Duas funções de ativação populares são, por exemplo, a Função Tangente Hiperbólica (Tanh) e a Unidade Linear Retificada (ReLU). À medida que o sistema cresce em camadas e neurônios, a complexidade da rede cresce exponencialmente, portanto, cada um desses hiperparâmetros, junto com a função de ativação e o número de iterações (número de vezes que o algoritmo se treinará), deve ser cuidadosamente escolhido para atingir um valor ótimo.

Depois que o modelo de ML é treinado, se o desempenho generalizado (para testar modelos treinados em dados de teste) é bom, é possível que tenhamos encontrado uma relação escondida. No entanto, não podemos concluir que não existe tal relação se a generalização não for tão boa como esperado (PENG; X., 2019). Portanto, ao trabalhar com algoritmos de ML, alguns passos importantes devem ser levados em consideração para ajustar o melhor modelo aos nossos dados, a saber:

1. Normalização das variáveis de entrada, que evita que nosso modelo superestime

uma variável específica devido à sua ordem de magnitude;

2. Pipelines de dados, que são uma boa prática para computação paralela e otimização do tempo de processamento;
3. Comparação de desempenho, que confirma que o algoritmo de ML escolhido é de fato uma boa opção contra outros;
4. Otimização de hiperparâmetros, que garante um melhor ajuste ao modelo escolhido.

Antes de aplicar cada uma das cinco etapas acima, no entanto, uma tentativa inicial via redes neurais foi realizada com a biblioteca *Scikit-learn* (PEDREGOSA et al., 2011) do Python. O escalonador usado foi o *MinMaxScaler*; nenhuma pipeline foi construída; nenhum outro algoritmo foi usado ao mesmo tempo e os hiperparâmetros (duas camadas ocultas de 10 neurônios, 100 iterações e função de ativação Relu) não foram otimizados. Esses valores foram escolhidos Apesar de ser uma versão bruta, esse modelo já se mostrou valioso: a rede neural resultou em um Erro Quadrático Médio de meros 0,0058 e um  $R^2$  de 0,875. Portanto, as melhorias acima foram feitas em cima deste modelo.

Desde a tentativa inicial, a primeira etapa foi processar os dados por meio de um pipeline, o que foi feito usando a classe `sklearn.pipeline.Pipeline` *Scikit-learn*. A importância deste procedimento é "montar um conjunto de etapas que podem ser validadas cruzadamente ao definir parâmetros diferentes" (DUCHESNAY et al., 2020). Em outras palavras, é uma forma de centralizar todas as etapas do algoritmo de aprendizado de máquina em um único objeto, o que não apenas organiza o algoritmo, mas também evita o vazamento dos dados de treinamento para os dados de teste. Estes, por sua vez, foram divididos em relação aos dados de treino usando a razão 30/70, que é o padrão do *Scikit-learn*.

Em seguida, o normalizador usado foi aprimorado para o nosso caso específico, juntamente com uma comparação com outros dois modelos: o *Linear Regressor* do *Scikit-learn* e o *Support Vector Machine Regressor*. A partir da comparação mostrada na Tabela 4.7, o *StandardScaler* em conjunto com a ANN resultou em melhores estatísticas e, portanto, foi escolhido como o par a ser usado.

Finalmente, os hiperparâmetros da ANN foram otimizados usando o *GridSearchCV* do *Scikit-learn*. Este método irá procurar o modelo que produz os melhores resultados de um conjunto discreto de valores para cada hiperparâmetro. Em outras

Tabela 4.7 - Comparação de normalizadores e de modelos para três métodos de regressão.

<i>Escalonador</i>	<i>Método</i>	<i>R-quadrado</i>	<i>MSE</i>
MinMax	Neural Network	0.962	0.0018
MinMax	Linear Regression	0.815	0.0086
MinMax	Support Vector Machine	0.931	0.0032
Standard	Neural Network	0.977	0.0011
Standard	Linear Regression	0.815	0.0086
Standard	Support Vector Machine	0.926	0.0034

palavras, se trata de um método de varredura ou busca exaustiva para obter melhores resultados. Neste caso, a função de ativação, número máximo de iterações e número de neurônios em cada camada foram escolhidos a partir dos seguintes valores, respectivamente: (Identidade, Logística, Tanh, ReLu), (10, 50, 100), (10, 20, 40, 60, 80, 100). Cada combinação desses hiperparâmetros resultou em estatísticas diferentes; a melhor sendo a função de ativação ReLu com 100 iterações máximas e tamanho de lote de 10. Um resumo do conjunto de melhorias e seus respectivos resultados são mostrados na Tabela 4.8.

#### 4.4 Modelo vs Dados

Após cada uma dessas melhorias, comparações gráficas entre o modelo de regressão linear e a rede neural artificial foram feitas conforme mostrado nas Figuras 4.90 e 4.91, o que deve justificar a decisão por um algoritmo de aprendizado de máquina robusto. Esses gráficos mudam de inclinação e usam os seguintes parâmetros iniciais como entradas fixas:  $e = 0$ ,  $h_p = 600 \text{ km}$ ,  $T = 72 \text{ mN}$ ,  $I_{sp} = 2700 \text{ s}$ .

É necessário perceber aqui que a regressão é multi-dimensional: apesar de existir uma relação quase linear entre as fluências e o tempo de missão, os demais parâmetros afetam a curva de modo que a regressão multilinear não é visualmente bem ajustada. Isso, mais uma vez, justifica o uso de regressões via *Machine Learning*.

Tabela 4.8 - Resumo das melhorias feitas no modelo ANN.

<i>Melhoria</i>	<i>R-quadrado</i>	<i>MSE</i>
<i>Nenhuma</i>	0.875	0.0058
<i>Pipeline</i>	0.966	0.0016
<i>Normalização</i>	0.977	0.0011
<i>Otimização de Hiperparâmetros</i>	0.997	0.0002



Figura 4.90 - Comparação entre modelo e dados de simulação para a fluência de elétrons.  
 Electron fluence x Mission Time:  
 Model vs Simulation Results Comparison

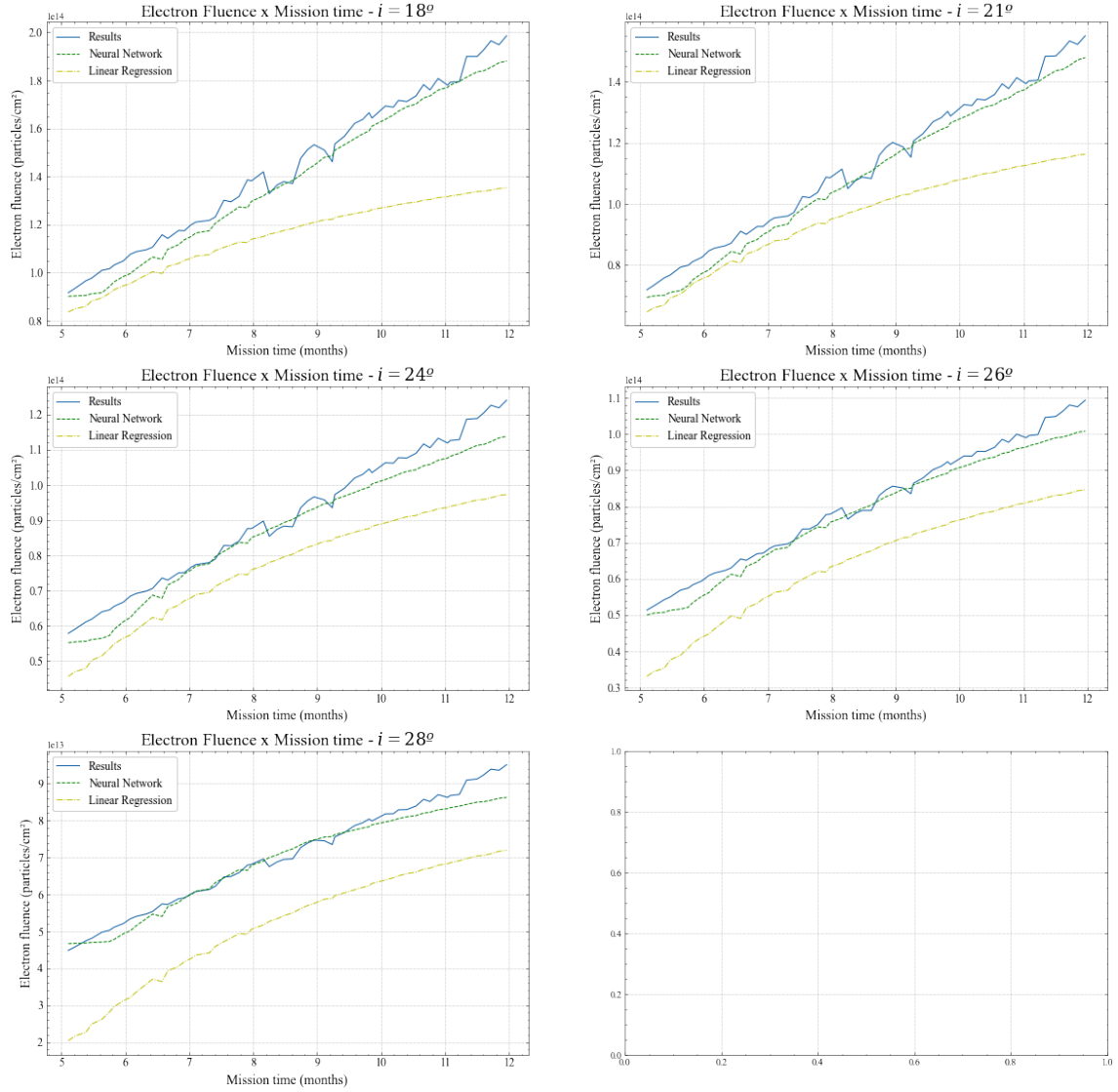
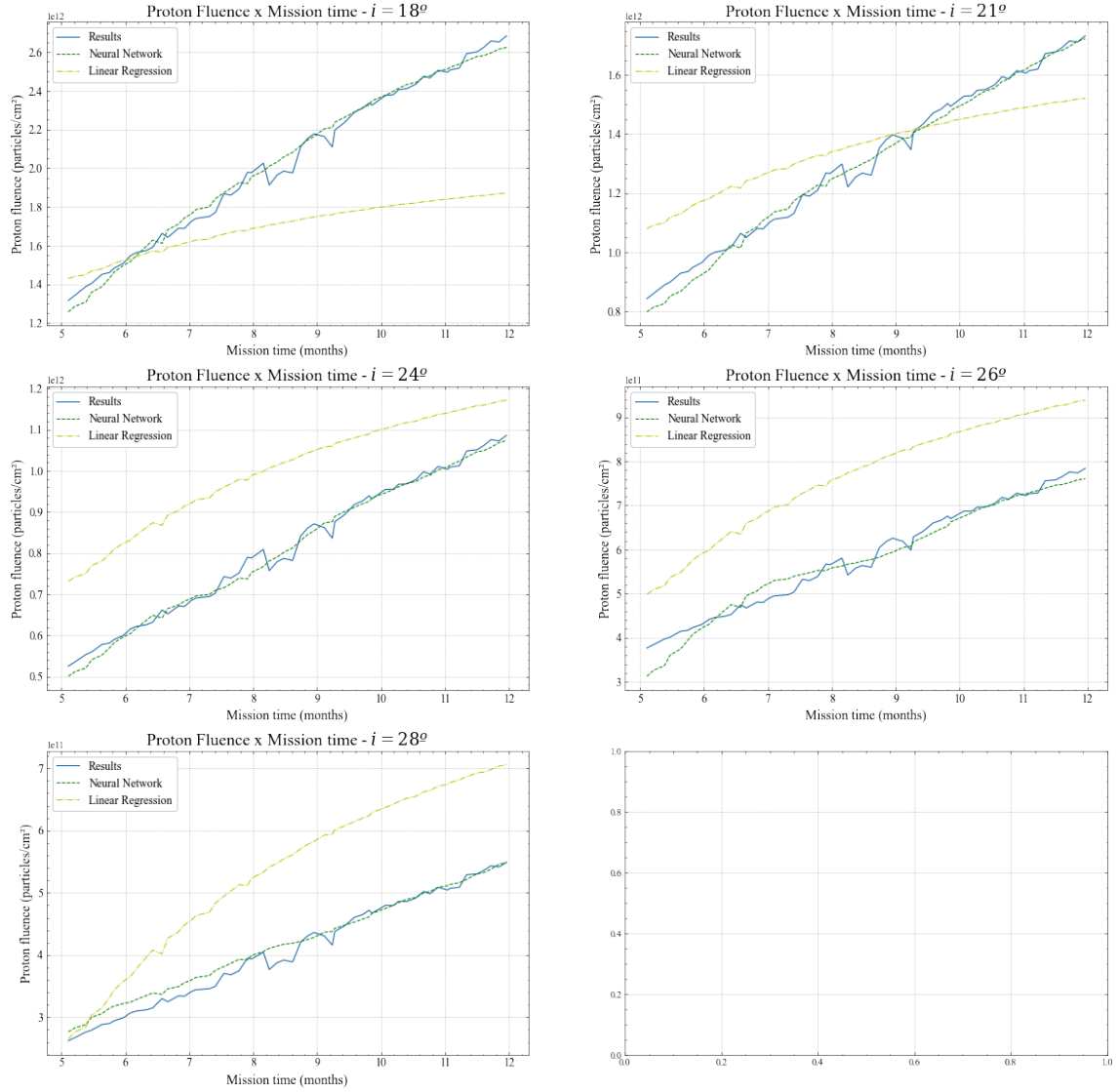


Figura 4.91 - Comparação entre modelo e dados de simulação para a fluência de prótons.  
 Proton fluence x Mission Time:  
 Model vs Simulation Results Comparison



## 5 CONCLUSÕES

Este trabalho forneceu análises de uma série de fatores envolvidos em uma transferência orbital de baixo impulso para a Lua, considerando a exposição à radiação dos cinturões de Van Allen. Primeiramente, foi detalhada uma visão geral do método de otimização usado para encontrar os melhores arcos de empuxo em uma órbita de baixa transferência de empuxo. Um estudo apresentou então um modelo físico completo para os cinturões de Van Allen, começando com o modelo do campo magnético da Terra, seguido por uma discretização dos cinturões de radiação em regiões com fluxos fixos de partículas e, finalmente, um modelo matemático para a dinâmica do movimento da Terra. eixo magnético. Com isso, milhares de simulações forneceram resultados quantitativos para as variáveis envolvidas no problema, como massa final, tempo de missão, fluências de radiação, excentricidade inicial da órbita, altura do perigeu e inclinação da órbita da Lua. Essa grande quantidade de dados culminou em análises estatísticas usando modelos de regressão e Machine Learning, que se mostraram válidos por meio de diversos parâmetros estatísticos expressivos. Como etapa final, foi realizado um estudo Swing-By para descobrir relações ocultas entre o ganho de energia e velocidade após uma manobra orbital em relação a outros parâmetros de interesse de um analista de missão, como exposição à radiação e massa final.

Os mapas de contorno feitos para os cinturões de radiação provaram ser precisos, como pode ser visto pelas distribuições de pico de fluxos para os cinturões de prótons e elétrons, que se assemelha ao modelo de Spenvis (SPENVIS, 2010) na Figura 3.5. Quantitativamente, pode-se notar que os fluxos encontrados nos mapas da Figura 3.6 e 3.7 são cerca de uma ordem de magnitude maior que os da Figura 3.5. Isso era esperado, uma vez que a energia de limiar escolhida para este trabalho foi muito mais permissiva para ambas as faixas: 0,15 MeV em vez de 1 MeV para os elétrons e 4 MeV em vez de 10 MeV para os prótons. Isso leva em consideração um número maior de partículas em cada ponto do espaço, uma vez que aquelas com energias menores são excluídas na Figura 3.5, mas são levadas em consideração no modelo desenvolvido para este artigo. Desse modo, uma análise mais conservadora permite ao analista de missão ter mais segurança em termos das estimativas de radiação absorvida.

O modelo desenvolvido para a inclinação da órbita lunar também se mostrou acurado, o que fica evidente pela comparação dos valores obtidos nas datas escolhidas com os do gráfico da Figura 3.9. Pode-se notar também a influência desses novos pa-

râmetros na Figura 4.3, uma vez que as fluências de elétrons e prótons são claramente afetadas pelas inclinações. Por meio do modelo estatístico, também foi possível verificar a importância da inclusão desse parâmetro, uma vez que as Tabelas 4.3 e 4.6 mostram que ele foi o mais significativo para o cálculo teórico dos parâmetros de interesse.

Outra análise imediata é a semelhança entre as relações fluência x tempo e tempo no cinturão x tempo : como seria de se esperar, a fluência de partículas absorvida comporta-se de forma parecida com o tempo no cinturão, já que a mesma é proveniente dele. Ambos relacionam-se (aproximadamente) de forma linear com o tempo de missão, para todas as excentricidades. Um aspecto interessante, contudo, é o gap entre as excentricidades de 0.4 e 0.8: o tempo no cinturão não varia muito entre as duas curvas, enquanto a fluência de radiação tem um intervalo maior para ambos propulsores. Isso justifica bem a análise da radiação absorvida, que nos dá informações mais ricas do que apenas o tempo no cinturão.

É possível perceber também a relação dos resultados com a excentricidade: conforme a mesma aumenta, mais massa é economizada, o tempo no cinturão é menor e as fluências absorvidas também são menores. Portanto, conclui-se que um aumento de excentricidade é benéfico para todos os parâmetros analisados, minimizando tanto o consumo de combustível quanto a radiação absorvida.

Também está claro pelas tabelas 4.3 e 4.6 que três dos parâmetros são positivamente correlacionados com a fluência das partículas: maiores impulsos, tempos de missão e massas finais se traduzem em uma maior fluência em prótons e elétrons. Os outros parâmetros, por outro lado, são todos negativamente correlacionados às fluências de interesse: um aumento em qualquer impulso específico, altura da órbita inicial do perigeu, excentricidade ou inclinação da órbita lunar resultam em uma quantidade menor de radiação absorvida na trajetória. Essa análise preliminar em si se mostrou valiosa, o que pode ser verificado quantitativamente pelos altos valores dos testes estatísticos adotados, tanto para os prótons quanto para os elétrons.

Por fim, um modelo de regressão de Rede Neural Artificial apresentou maior precisão quando ajustado aos dados, o que pode ser verificado visualmente nas Figuras 4.90 e 4.91. Quantitativamente, o modelo ANN resultou em parâmetros estatísticos muito melhores de  $R^2 = 0,997$  para o R-quadrado e  $MSE = 0,0002$  para o erro quadrático médio, após várias melhorias, como dimensionamento de recursos e otimização de hiperparâmetros. A regressão linear, por outro lado, atingiu valores bem menores, em torno de  $R^2 = 0,815$  para o R-quadrado e  $MSE = 0,0086$  para o erro quadrático

médio.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BROUCKE, R. A. The celestial mechanics of gravity assist. In: AIAA/AAS ASTRODYNAMICS CONFERENCE. *Proceedings...* [S.l.]: AIAA, 1988. 19, 21, 23
- DUCHESNAY, E. et al. *scikit-learn: pipeline.py*. [S.l.]: GitHub, 2020. Disponível em: <https://github.com/scikit-learn/scikit-learn/blob/0fb307bf3/sklearn/pipeline.py#L32>. 95
- FARQUHAR, R.; MUHONEN, D.; CHURCH, L. C. Trajectories and orbital maneuvers for the isee-3/ice comet mission. *Journal of Astronautical Sciences*, v. 33, n. 3, p. 235–254, 1985. 19
- FELSENTREGER, T. L. *A lunar ephemeris, with the earth's equatorial plane as reference*. [S.l.: s.n.], 1966. 17, 18
- FORTESCUE, P.; STARK, J.; SWINERD, G. *Spacecraft systems engineering*. 3. ed. [S.l.]: Wiley, 2003. 704 p. p. 2, 12, 13
- GARRETT, H. B. *Guide To modeling Earth's trapped radiation environment*. [S.l.]: American Institute of Aeronautics Astronautics, 1999. 11
- KOHLHASE, C. E.; PENZO, P. A. Voyager mission description. *Space Science Reviews*, v. 21, p. 77–101, 1977. 18
- LEONARD, D. *C version of NASA's main radiation modelling program*. [S.l.: s.n.], 1998. 15, 109
- MARC-ANDRE, C.-M. *Strategies and geant4 simulations for radiation protection on an EML-2 mission*. 2015. 236 p. Thesis (Master in Science and Technology) — European Space Agency, Paris, 2015. 11
- MÄRKI, A. Radiation analysis for moon and mars missions. *arXiv preprint arXiv:1805.01643*, 2018. 2, 12
- MARSH, S. M.; HOWELL, K. C. Double lunar swingby trajectory design. In: AIAA/AAS ASTRODYNAMICS CONFERENCE. *Proceedings...* [S.l.]: AIAA, 1988. 19
- NATIONAL RESEARCH COUNCIL. *Radiation hazards to crews of interplanetary missions: biological issues and research strategies*. [S.l.]: National Academies Press, 1996. 1

- NOCK, K. T.; UPHOLF, C. W. Satellite aided orbit capture. *AAS/AIAA*, p. 79–165, 1979. 19
- OLSON, W. P.; PFITZER, K. A. A quantitative model of the magnetospheric magnetic field. *Journal of Geophysical Research*, v. 79, p. 3739–3748, 1974. 11
- PEDREGOSA, F. et al. Scikit-learn: machine learning in Python. *Journal of Machine Learning Research*, v. 12, p. 2825–2830, 2011. 95
- PENG, H.; X., B. Comparative evaluation of three machine learning algorithms on improving orbit prediction accuracy. *Astrodynamics*, v. 3, p. 325–343, 2019. 94
- PONTRYAGIN, L. S. *The mathematical theory of optimal processes*. [S.l.]: John Wiley Sons Inc, 1962. ISBN 978-0470693810. 7
- PRADO, A. F. B. A. *Optimal transfer and swing-by orbits in the two- and three-body problems*. 1993. Thesis (Ph.D.) - University of Texas, Austin, 1993. (INPE-5572-TAE/022). 19
- PRADO, A. F. B. A. *Trajetórias espaciais e manobras assistidas por gravidade*. São José dos Campos: INPE, 2001. 19, 20, 22, 23
- RONCOLI, R. B. *Lunar constants and models document*. [S.l.]: Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology, 2005. 17, 18
- SPENVIS. *Background: Trapped particle radiation models*. 2010. Disponível em: <https://www.spennis.oma.be/help/background/traprad/traprad.html>. Acesso em 8 de Março de 2022. 2, 3, 14, 99
- SUKHANOV, A. et al. Estimation of the radiation hazard to a spacecraft passing the Van Allen belts in a low thrust transfer. *IAA Conference on Dynamics and Control of Space Systems, 3 (DYCOSS)*, 2017. 2, 3, 5, 14, 16
- SUKHANOV, A. A.; PRADO, A. F. B. A. Optimization of transfers under constraints on the thrust direction: I. In: . [S.l.: s.n.], 2007. v. 45, p. 417–423. 9
- SUKHANOV, A. A.; PRADO, A. F. B. A. Optimization of low-thrust transfers in the three body problem. *Cosmic Research*, 2008. 9
- SUKHANOV, A. A.; PRADO, A. F. B. A. Optimization of transfers under constraints on the thrust direction: Ii. In: . [S.l.: s.n.], 2008. v. 46, p. 49–59. 9
- SUKHANOV, A. A.; PRADO, A. F. B. A. Low-thrust orbital transfers in the two-body problem. In: . [S.l.: s.n.], 2012. v. 2012, p. 1–20. 9



SUKHANOV, A. A.; PRADO, A. F. B. A. On one approach to the optimization of low-thrust station keeping manoeuvres. *Advances in Space Research*, 2012. 9

SUKHANOV, A. A.; PRADO, A. F. B. A. Inter-orbital low-thrust transfers in an arbitrary field of forces. In: . [S.l.: s.n.], 2013. v. 51, p. 147–163. 9

UNITED STATES NAVAL OBSERVATORY. *The astronomical almanac for the year 1990*. [S.l.]: US Government Printing Office, 1990. ISBN 978-0-11-886934-8. 17



## APÊNDICE A - PROPULSÃO DE BAIXO EMPUXO X ALTO EMPUXO: ANÁLISE COMPARATIVA

Quantitativamente, a propulsão de baixo empuxo pode ser analisada através de duas equações básicas de foguetes, a Equação do Foguete de Konstantin Tsiolkovsky e a equação do impulso específico. A Equação do Foguete é dada por:

$$\Delta V = I_{sp} \cdot g_0 \cdot \ln(m_0/m_f) \quad (\text{A.1})$$

na qual  $\Delta V$  é o incremento de velocidade em um foguete com impulso específico  $I_{sp}$ ,  $g_0$  é a gravidade no nível do mar, e  $m_0$  e  $m_f$  são as massas inicial e final do foguete, antes e após a ejeção de propelente.

Portanto, o impulso específico atua como uma medida de eficiência do propulsor utilizado, de modo que um impulso específico maior traduz-se por um maior incremento de velocidade para um mesmo consumo de propelente. Ele pode ser calculado a partir de outras propriedades do propulsor, através da seguinte relação:

$$I_{sp} = \frac{T \Delta t}{M_{prop} g_0} \quad (\text{A.2})$$

onde  $T$  é o empuxo médio,  $\Delta t$  é o tempo em que o motor atua e  $M_{prop}$  é a massa de propelente consumida durante esse período.

Aplicando as equações acima, pode-se estimar o impulso específico de um propelente sólido, por ser amplamente utilizado na indústria, e de um propulsor de baixo empuxo. O propelente sólido do Ônibus Espacial possuía um empuxo de cerca de 5 MN e seu fluxo de propelente era de 1041 kg/s (500 toneladas expelidas em 8 minutos ou 480 s), resultando em um impulso específico de aproximadamente 500s.

Já para um propulsor iônico, a equação do empuxo pode ser reescrita como:

$$I_{sp} = \frac{T}{Q M_{part} g_0} \quad (\text{A.3})$$

onde  $Q$  é o fluxo de partículas por segundo e  $M_{part}$  é a massa da partícula.

Por conta da baixa massa das partículas expelidas, um propulsor elétrico solar pode atuar por muito tempo, de modo que mesmo com um empuxo de  $T$  de apenas 72 mN, possua um impulso específico resultante de 2300 s, bem maior que o de um

propelente sólido.

## APÊNDICE B - EXEMPLO DE RESULTADOS - MODELAGEM DO CINTURÃO

A Tabela B.1 apresenta um recorte dos resultados obtidos - fluxo de elétrons e prótons em cada ponto do espaço - utilizando o código adaptado de (LEONARD, 1998). Os resultados completos incluem a variação do raio de 1.2 a 9.8  $R_e$ , em passos de 0.1  $R_e$ , e da latitude magnética de -59 a 59 graus, em passos de 1 grau.

As coordenadas x e y foram calculadas a partir do raio e da latitude magnética, através de:

$$x = R.\cos\lambda \quad (\text{B.1})$$

$$y = R.\sin\lambda \quad (\text{B.2})$$

Tabela B.1 - Recorte dos fluxos obtidos para:  $R_e = 1.2$  e  $1.3$ ; latitude magnética = 0 a 39 graus.

Raio ( $R_e$ )	Latitude magnética (graus)	L	x ( $R_e$ )	y ( $R_e$ )	Fluxo de elétrons (1/(cm.s))	Fluxo de prótons (1/(cm.s))
1.20	0.00	1.20	1.20	0.00	2.80E+05	3.65E+03
1.20	1.00	1.20	1.20	0.02	2.73E+05	3.60E+03
1.20	2.00	1.20	1.20	0.04	2.55E+05	3.45E+03
1.20	3.00	1.20	1.20	0.06	2.31E+05	3.24E+03
1.20	4.00	1.21	1.20	0.08	2.05E+05	2.98E+03
1.20	5.00	1.21	1.20	0.10	1.82E+05	2.70E+03
1.20	6.00	1.21	1.19	0.13	1.68E+05	2.50E+03
1.20	7.00	1.22	1.19	0.15	2.21E+05	2.33E+03
1.20	8.00	1.22	1.19	0.17	1.46E+05	2.23E+03
1.20	9.00	1.23	1.19	0.19	1.84E+05	2.48E+03
1.20	10.00	1.24	1.18	0.21	1.82E+05	2.28E+03
1.20	11.00	1.25	1.18	0.23	1.91E+05	1.42E+03
1.20	12.00	1.26	1.17	0.25	1.78E+05	1.85E+03
1.20	13.00	1.27	1.17	0.27	1.85E+05	1.81E+03
1.20	14.00	1.28	1.16	0.29	2.95E+05	1.43E+03
1.20	15.00	1.29	1.16	0.31	2.37E+05	2.15E+03
1.20	16.00	1.30	1.15	0.33	2.97E+05	2.59E+03

Tabela B.1 - Continuação.

1.20	17.00	1.31	1.15	0.35	3.87E+05	2.23E+03
1.20	18.00	1.33	1.14	0.37	4.03E+05	2.32E+03
1.20	19.00	1.34	1.13	0.39	3.42E+05	1.96E+03
1.20	20.00	1.36	1.13	0.41	3.93E+05	1.56E+03
1.20	21.00	1.38	1.12	0.43	3.68E+05	4.90E+01
1.20	22.00	1.40	1.11	0.45	4.67E+05	1.74E+03
1.20	23.00	1.42	1.10	0.47	4.32E+05	6.44E+02
1.20	24.00	1.44	1.10	0.49	4.20E+05	1.60E+02
1.20	25.00	1.46	1.09	0.51	4.16E+05	5.26E+01
1.20	26.00	1.49	1.08	0.53	3.94E+05	6.32E+01
1.20	27.00	1.51	1.07	0.54	3.51E+05	2.71E+02
1.20	28.00	1.54	1.06	0.56	4.02E+04	8.71E+01
1.20	29.00	1.57	1.05	0.58	7.93E+04	1.04E+02
1.20	30.00	1.60	1.04	0.60	2.29E+05	2.68E+02
1.20	31.00	1.64	1.03	0.62	4.11E+04	1.27E+02
1.20	32.00	1.67	1.02	0.64	7.81E+03	1.70E+02
1.20	33.00	1.71	1.01	0.65	1.52E+05	1.31E+02
1.20	34.00	1.75	0.99	0.67	3.46E+00	1.72E+02
1.20	35.00	1.79	0.98	0.69	3.46E+00	1.05E+02
1.20	36.00	1.84	0.97	0.71	8.17E+00	1.53E+02
1.20	37.00	1.89	0.96	0.72	3.80E+00	1.84E+02
1.20	38.00	1.94	0.95	0.74	2.36E+01	5.21E+00
1.20	39.00	1.99	0.93	0.76	1.81E+00	3.29E+02
1.30	0.00	1.30	1.30	0.00	1.42E+07	3.30E+04
1.30	1.00	1.30	1.30	0.02	1.40E+07	3.29E+04
1.30	2.00	1.30	1.30	0.05	1.35E+07	3.26E+04
1.30	3.00	1.30	1.30	0.07	1.28E+07	3.21E+04
1.30	4.00	1.31	1.30	0.09	1.20E+07	3.14E+04
1.30	5.00	1.31	1.30	0.11	1.12E+07	3.06E+04
1.30	6.00	1.32	1.29	0.14	1.07E+07	2.96E+04
1.30	7.00	1.32	1.29	0.16	1.06E+07	2.85E+04
1.30	8.00	1.33	1.29	0.18	1.09E+07	2.72E+04
1.30	9.00	1.33	1.28	0.20	1.19E+07	2.79E+04
1.30	10.00	1.34	1.28	0.23	1.39E+07	2.67E+04
1.30	11.00	1.35	1.28	0.25	1.78E+07	2.56E+04
1.30	12.00	1.36	1.27	0.27	7.22E+06	2.45E+04

Tabela B.1 - Continuação.

1.30	13.00	1.37	1.27	0.29	8.54E+06	2.39E+04
1.30	14.00	1.38	1.26	0.31	1.12E+07	2.36E+04
1.30	15.00	1.39	1.26	0.34	1.66E+07	2.38E+04
1.30	16.00	1.41	1.25	0.36	1.81E+07	2.32E+04
1.30	17.00	1.42	1.24	0.38	1.50E+07	2.17E+04
1.30	18.00	1.44	1.24	0.40	1.18E+07	2.10E+04
1.30	19.00	1.46	1.23	0.42	1.11E+07	1.86E+04
1.30	20.00	1.47	1.22	0.44	9.10E+06	1.75E+04
1.30	21.00	1.49	1.21	0.47	7.82E+06	1.60E+04
1.30	22.00	1.51	1.21	0.49	6.72E+06	1.49E+04
1.30	23.00	1.54	1.20	0.51	5.72E+06	1.38E+04
1.30	24.00	1.56	1.19	0.53	4.94E+06	1.30E+04
1.30	25.00	1.58	1.18	0.55	4.43E+06	8.99E+03
1.30	26.00	1.61	1.17	0.57	3.99E+06	1.12E+04
1.30	27.00	1.64	1.16	0.59	3.48E+06	1.03E+04
1.30	28.00	1.67	1.15	0.61	3.11E+06	6.30E+03
1.30	29.00	1.70	1.14	0.63	2.95E+06	8.87E+03
1.30	30.00	1.74	1.13	0.65	2.35E+06	7.73E+03
1.30	31.00	1.77	1.11	0.67	1.96E+06	2.60E+03
1.30	32.00	1.81	1.10	0.69	1.67E+06	6.95E+03
1.30	33.00	1.85	1.09	0.71	1.27E+06	3.03E+03
1.30	34.00	1.90	1.08	0.73	1.05E+06	6.99E+03
1.30	35.00	1.94	1.06	0.75	8.70E+05	8.13E+03
1.30	36.00	1.99	1.05	0.76	7.67E+05	1.01E+04
1.30	37.00	2.04	1.04	0.78	5.87E+05	9.87E+03
1.30	38.00	2.10	1.02	0.80	4.39E+05	9.26E+03
1.30	39.00	2.16	1.01	0.82	3.71E+05	7.94E+03





## APÊNDICE C - EXEMPLO DE RESULTADOS - OTIMIZAÇÃO DE TRAJETÓRIAS

A Tabela C.1 apresenta um dos 12 conjuntos de resultados obtidos utilizando o algoritmo de otimização da trajetória. As condições iniciais deste resultado são:  $h_p = 600\text{km}$ ,  $e = 0$  e o propulsor do tipo Iônico.

Tabela C.1 - Resultados para: Propulsor Iônico,  $h_p = 600\text{ km}$ ,  $e = 0$ .

Tempo (meses)	Massa final (kg)	Fluência total (1/cm)	Fluência de prótons (1/cm)	Fluência de elétrons (1/cm)	Tempo no cinturão (dias)
5.273	123.56	2.33E+14	5.54E+12	2.27E+14	109.87
5.396	123.65	2.33E+14	5.54E+12	2.27E+14	109.77
5.502	123.73	2.33E+14	5.55E+12	2.28E+14	110.26
5.608	123.81	2.36E+14	5.60E+12	2.30E+14	111.54
5.743	123.9	2.36E+14	5.60E+12	2.30E+14	111.51
5.838	123.98	2.42E+14	5.74E+12	2.36E+14	114.67
5.992	124.15	2.47E+14	5.84E+12	2.41E+14	117.51
6.102	124.22	2.56E+14	6.04E+12	2.50E+14	121.75
6.236	124.38	2.54E+14	6.01E+12	2.48E+14	121.07
6.33	124.55	2.56E+14	6.03E+12	2.50E+14	122.31
6.441	124.7	2.58E+14	6.08E+12	2.52E+14	123.54
6.563	124.85	2.63E+14	6.18E+12	2.56E+14	125.59
6.694	125.06	2.67E+14	6.28E+12	2.61E+14	128.13
6.829	125.22	2.79E+14	6.57E+12	2.73E+14	133.56
6.934	125.4	2.78E+14	6.52E+12	2.71E+14	133.18
7.073	125.54	2.93E+14	6.91E+12	2.86E+14	140.01
7.184	125.7	2.81E+14	6.58E+12	2.74E+14	134.61
7.314	125.92	3.01E+14	7.08E+12	2.93E+14	143.48
7.436	126.01	3.13E+14	7.40E+12	3.06E+14	148.78
7.558	126.32	3.09E+14	7.26E+12	3.01E+14	147.38
7.606	126.38	2.94E+14	6.87E+12	2.87E+14	141.53
7.78	126.65	3.01E+14	7.03E+12	2.94E+14	144.87
7.909	126.86	3.13E+14	7.33E+12	3.05E+14	149.79
8.023	127.04	3.13E+14	7.33E+12	3.06E+14	150.34
8.149	127.2	3.32E+14	7.81E+12	3.24E+14	157.89
8.24	127.38	3.28E+14	7.70E+12	3.20E+14	156.78

Tabela C.1 - Continuação.

8.392	127.59	3.25E+14	7.62E+12	3.18E+14	156.33
8.484	127.73	3.34E+14	7.83E+12	3.26E+14	159.75
8.631	127.92	3.50E+14	8.21E+12	3.41E+14	166.31
8.73	128.05	3.33E+14	7.79E+12	3.25E+14	159.99
8.838	128.23	3.51E+14	8.23E+12	3.43E+14	167.21
8.942	128.4	3.52E+14	8.24E+12	3.43E+14	167.87
9.101	128.61	3.62E+14	8.46E+12	3.53E+14	172.07
9.233	128.78	3.70E+14	8.64E+12	3.61E+14	175.78
9.341	128.93	3.62E+14	8.46E+12	3.53E+14	172.79
9.474	129.1	3.65E+14	8.54E+12	3.56E+14	174.3
9.591	129.23	3.80E+14	8.85E+12	3.72E+14	180.66
9.718	129.36	3.92E+14	9.07E+12	3.83E+14	185.75
9.825	129.54	3.84E+14	8.93E+12	3.75E+14	182.74
9.943	129.63	3.73E+14	8.70E+12	3.64E+14	178.28
10.079	129.87	3.90E+14	9.05E+12	3.81E+14	185.87
10.191	130	4.01E+14	9.26E+12	3.92E+14	190.83
10.271	130.09	4.05E+14	9.35E+12	3.96E+14	192.78
10.427	130.26	4.04E+14	9.33E+12	3.94E+14	192.17
10.542	130.32	4.18E+14	9.59E+12	4.09E+14	199.14
10.677	130.51	4.11E+14	9.46E+12	4.02E+14	195.92
10.731	130.63	4.13E+14	9.50E+12	4.03E+14	196.72
10.892	130.81	4.19E+14	9.63E+12	4.10E+14	200.26
11.028	130.84	4.36E+14	9.93E+12	4.26E+14	208.13
11.159	131.06	4.19E+14	9.64E+12	4.10E+14	200.61
11.258	131.14	4.26E+14	9.76E+12	4.17E+14	203.57
11.397	131.32	4.36E+14	9.94E+12	4.26E+14	208.35
11.507	131.42	4.30E+14	9.84E+12	4.21E+14	206.13
11.604	131.44	4.40E+14	1.00E+13	4.30E+14	210.37
11.758	131.59	4.29E+14	9.83E+12	4.19E+14	205.77
11.878	131.77	4.47E+14	1.01E+13	4.37E+14	214.04
11.993	131.84	4.55E+14	1.03E+13	4.44E+14	218.11

## ANEXO A - SUBROTINA PARA OS CINTURÕES DE VAN ALLEN

O código abaixo apresenta a subrotina desenvolvida em Fortran 65 para o cálculo do tempo decorrido dentro dos cinturões de Van Allen para uma espaçonave, dados os inputs: semi-eixo maior  $a$  e excentricidade  $e$  da órbita inicial, e vetores com as subregiões nos quais estão divididos os cinturões de prótons  $rpro$  e elétrons  $rel$ .

A subrotina retorna o tempo total em cada subregião em uma matriz com duas colunas e 86 linhas na variável  $tva$ , onde a primeira linha guarda as 27 subregiões principais do cinturão de prótons e a primeira linha guarda as 86 subregiões principais do cinturão de elétrons.

```
*****
*   Calculation of time of a satellite stay in the Van Allen belts
*
*   between rmin(1), rmax(1) and rmin(2), rmax(2)
*
*   Input:  al  = 1/a, a = semimajor axis of the satellite orbit
*
*           ecc = eccentricity of the satellite orbit
*
*           rmin, rmax in rkm units
*
*   Output: tva = tva0 + dt = total time of stay in the belts given
*
*           in tsec, where TVA0 is a previous value of the
*
*           time, dt is a time during the current revolution
*
*           calculated by the subroutine
*
*****
      subroutine VanAllen4(al, ecc, rpro, rel, tva)
      implicit real*8 (a-h, o-z)
      DOUBLE PRECISION tva(2,86)
      logical first /.true./
      common /epoc/ rkm, tsec, epoc
      dimension rpro(28), rel(87)
      data pi/3.141592653589793 d0/
```

```

if (first) then
    gm = congm(3)
    rpro = rpro / rkm
    rel = rel / rkm
    first = .false.
end if

if (al <= 0.) return
a = 1.d0 / al
rp = (a * (1.d0 - ecc))
ra = (a * (1.d0 + ecc))
p = a * (1.d0 - ecc**2)

do i = 1, 27
    if (rp >= rpro(i+1) .or. ra <= rpro(i)) go to 1
    if (rp < rpro(i)) then
        r1p = rpro(i)
        th1p = dacos((p/r1p - 1.d0)/ecc)
    else
        r1p = rp
        th1p = 0.
    end if

    if (ra > rpro(i+1)) then
        r2p = rpro(i+1)
        th2p = dacos((p/r2p - 1.d0)/ecc)
    else
        r2p = ra
        th2p = pi
    end if

    phip = th2p - th1p
    dtp = 2.d0 * dtime(gm, al, r1p, r2p, th1p, phip, ecc)
1
end do

```

```

do i = 1, 86
  if (rp >= rel(1+i) .or. ra <= rel(i)) go to 2

  if (rp < rel(i)) then
    r1e = rel(i)
    th1e = dacos((p/r1e - 1.d0)/ecc)
  else
    r1e = rp
    th1e = 0.
  end if
  if (ra > rel(1+i)) then
    r2e = rel(i+1)
    th2e = dacos((p/r2e - 1.d0)/ecc)
  else
    r2e = ra
    th2e = pi
  end if
  phie = th2e - th1e
  dte = 2.d0 * dtime(gm, al, r1e, r2e, th1e, phie, ecc)

2      end do

return
end

```



## PUBLICAÇÕES TÉCNICO-CIENTÍFICAS EDITADAS PELO INPE

### **Teses e Dissertações (TDI)**

Teses e Dissertações apresentadas nos Cursos de Pós-Graduação do INPE.

### **Manuais Técnicos (MAN)**

São publicações de caráter técnico que incluem normas, procedimentos, instruções e orientações.

### **Notas Técnico-Científicas (NTC)**

Incluem resultados preliminares de pesquisa, descrição de equipamentos, descrição e ou documentação de programas de computador, descrição de sistemas e experimentos, apresentação de testes, dados, atlas, e documentação de projetos de engenharia.

### **Relatórios de Pesquisa (RPQ)**

Reportam resultados ou progressos de pesquisas tanto de natureza técnica quanto científica, cujo nível seja compatível com o de uma publicação em periódico nacional ou internacional.

### **Propostas e Relatórios de Projetos (PRP)**

São propostas de projetos técnico-científicos e relatórios de acompanhamento de projetos, atividades e convênios.

### **Publicações Didáticas (PUD)**

Incluem apostilas, notas de aula e manuais didáticos.

### **Publicações Seriadas**

São os seriados técnico-científicos: boletins, periódicos, anuários e anais de eventos (simpósios e congressos). Contam destas publicações o Internacional Standard Serial Number (ISSN), que é um código único e definitivo para identificação de títulos de seriados.

### **Programas de Computador (PDC)**

São a seqüência de instruções ou códigos, expressos em uma linguagem de programação compilada ou interpretada, a ser executada por um computador para alcançar um determinado objetivo. Aceitam-se tanto programas fonte quanto os executáveis.

### **Pré-publicações (PRE)**

Todos os artigos publicados em periódicos, anais e como capítulos de livros.