



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÃO
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO DE MANOBRAS ORBITAIS BI-IMPULSIVAS NÃO COPLANARES

Luis Augusto Amâncio Pereira

Relatório de Iniciação Científica do
programa PIBIC, orientada pelo
Dr Evandro Marconi Rocco e Dra
Liana Dias Gonçalves

URL do documento original:

<<http://urlib.net/>>

INPE
São José dos Campos
2023

PUBLICADO POR:

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE
Coordenação de Ensino, Pesquisa e Extensão (COEPE)
Divisão de Biblioteca (DIBIB)
CEP 12.227-010
São José dos Campos - SP - Brasil
Tel.:(012) 3208-6923/7348
E-mail: pubtc@inpe.br

CONSELHO DE EDITORAÇÃO E PRESERVAÇÃO DA PRODUÇÃO INTELLECTUAL DO INPE - CEPPII (PORTARIA Nº 176/2018/SEI-INPE):

Presidente:

Dra. Marley Cavalcante de Lima Moscati - Coordenação-Geral de Ciências da Terra (CGCT)

Membros:

Dra. Ieda Del Arco Sanches - Conselho de Pós-Graduação (CPG)
Dr. Evandro Marconi Rocco - Coordenação-Geral de Engenharia, Tecnologia e Ciência Espaciais (CGCE)
Dr. Rafael Duarte Coelho dos Santos - Coordenação-Geral de Infraestrutura e Pesquisas Aplicadas (CGIP)
Simone Angélica Del Ducca Barbedo - Divisão de Biblioteca (DIBIB)

BIBLIOTECA DIGITAL:

Dr. Gerald Jean Francis Banon
Clayton Martins Pereira - Divisão de Biblioteca (DIBIB)

REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:

Simone Angélica Del Ducca Barbedo - Divisão de Biblioteca (DIBIB)
André Luis Dias Fernandes - Divisão de Biblioteca (DIBIB)

EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:

Ivone Martins - Divisão de Biblioteca (DIBIB)
André Luis Dias Fernandes - Divisão de Biblioteca (DIBIB)



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÃO
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO DE MANOBRAS ORBITAIS BI-IMPULSIVAS NÃO COPLANARES

Luis Augusto Amâncio Pereira

Relatório de Iniciação Científica do
programa PIBIC, orientada pelo
Dr Evandro Marconi Rocco e Dra
Liana Dias Gonçalves

URL do documento original:

<<http://urlib.net/>>

INPE
São José dos Campos
2023

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Sobrenome, Nomes.

Cutter Otimização Multiobjetivo de manobras orbitais bi-Impulsivas não coplanares / Nome Completo do Autor1; Nome Completo do Autor2. – São José dos Campos : INPE, 2023.

xxi + 27 p. ; ()

Dissertação ou Tese (Mestrado ou Doutorado em Nome do Curso) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, AAAA.

Orientador : José da Silva.

1. Palavra chave. 2. Palavra chave 3. Palavra chave. 4. Palavra chave. 5. Palavra chave I. Título.

CDU 000.000



Esta obra foi licenciada sob uma Licença [Creative Commons Atribuição-NãoComercial 3.0 Não Adaptada](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 3.0 Unported License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

**ATENÇÃO! A FOLHA DE
APROVAÇÃO SERÁ IN-
CLUIDA POSTERIORMENTE.**

Mestrado ou Doutorado em Nome do
Curso

“A definição de inteligência é compreender o que chamam de desnecessário e transformar no que eles conhecem como incrível”.

AUTORIA PRÓPRIA, 2023

*A meus pais, Luis e Ana Lúcia, a minha irmã Betânia, a
minha noiva Júlia e meu filho Luis Felipe.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus orientadores Evandro Marconi Rocco e Liana pela oportunidade e por todo o caminho deste trabalho que percorreram junto à mim. Foi e ainda é de grande importância para um melhor entendimento sobre os conteúdos aqui estudados.

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo, utilizando a otimização multiobjetivo em dados obtidos por uma rotina computacional, realizar a transferência de um satélite de uma órbita inicial até a órbita geoestacionária. Como um parâmetro para a transferência, definiu-se N como o número de etapas entre a distância inicial até a órbita geoestacionária. As etapas são divisões em N partes da distância total percorrida, realizando-se então N manobras intermediárias até que a transferência total seja concluída. Esse é um importante fator, visto que N é proporcional à capacidade dos equipamentos e sistemas que estão disponíveis. Também foi definido que para a distância total, um erro $E\%$, que seria um valor percentual da altitude final. Os cálculos foram realizados por uma rotina desenvolvida em Python, permitindo assim a adequação dos resultados para diferentes parâmetros. Por fim, com os dados tabelados, aplicou-se o Critério da Menor Perda, uma técnica para otimização multiobjetivo que será responsável por apontar a solução mais equilibrada e conseqüentemente os valores para N e para $E\%$ e que leva em consideração todos os objetivos simultaneamente.

Palavras-chave: Astrodinâmica. Transferência Orbital. Otimização Multiobjetivo.

MULTIOBJECTIVE OPTIMIZATION OF NON-COPLANAR BI-IMPULSIVE ORBITAL MANEUVERS

ABSTRACT

This work solve, using multiobjective optimization on data obtained by a computational routine, the proposed problem to perform the transfer of a satellite from an initial orbit to the geostationary orbit. As a parameter for the transfer, define N as the number of steps from the initial distance to the geostationary orbit. The stages are battles in N parts of the total distance covered, then continuing N defensive maneuvers until the total transfer is completed. This is an important factor, as N is proportional to the capacity of the equipment and systems that are available. It was also defined that for the total distance, an error $E\%$, which would be a percentage value of the final altitude. The performed were carried out by a routine developed in Python, thus allowing the evolution of the results for different parameters. Finally, with the data tabulated, the Minor Loss Criterion was applied, a technique for multiobjective optimization that will be responsible for finding the most balanced solution and consequently the values for N and for $E\%$ and that takes into account all the objectives simultaneously.

Keywords: Astrodynamics. Orbital Maneuver. Multi-objective Otimization.

LISTA DE FIGURAS

| | <u>Pág.</u> |
|--|-------------|
| 3.1 Valores do primeiro incremento ΔV_1 | 9 |
| 3.2 Valores do segundo incremento ΔV_2 | 10 |
| 3.3 Valores do tempo total T | 10 |
| 3.4 Valores do primeiro incremento ΔV_1 com 4 etapas e $E\% = 0; 5$ e 10 . . . | 11 |
| 3.5 Valores do segundo incremento ΔV_2 com 4 etapas e $E\% = 0; 5$ e 10 . . . | 12 |
| 3.6 Valores do tempo total T com 4 etapas e $E\% = 0; 5$ e 10 | 12 |
| 3.7 Valores do primeiro incremento ΔV_1 com 10 etapas e $E\% = 0; 5$ e 10 . . | 13 |
| 3.8 Valores do segundo incremento ΔV_2 com 10 etapas e $E\% = 0; 5$ e 10 . . | 13 |
| 3.9 Valores do tempo total T com 10 etapas e $E\% = 0; 5$ e 10 | 14 |
| 3.10 Gráfico das funções objetivos e seus valores | 19 |
| 3.11 Gráfico das funções objetivos e seus valores normalizados | 19 |
| 3.12 Gráfico das funções objetivos e seus valores normalizados, junto com valor calculado do baricentro | 23 |

LISTA DE TABELAS

| | <u>Pág.</u> |
|---|-------------|
| 3.1 Tabela de valores das Funções Objetivos | 15 |
| 3.2 Continuação da Tabela de valores das Funções Objetivos | 16 |
| 3.3 Tabela de valores normalizados das Funções Objetivos | 17 |
| 3.4 Continuação da Tabela de valores normalizados das Funções Objetivos . | 18 |
| 3.5 Tabela com a métrica Euclidiana de cada caso | 21 |
| 3.6 Continuação da Tabela com a métrica Euclidiana de cada caso | 22 |

LISTA DE SÍMBOLOS

| | |
|---|--|
| $E\%$ | – erro Percentual de altitude da Órbita Geoestacionária |
| ΔV_1 | – diferença entre Velocidade aplicada na órbita circular e a órbita elíptica para sair da órbita inicial |
| ΔV_2 | – diferença entre Velocidade aplicada na órbita circular e a órbita elíptica para entrar na órbita final |
| ΔV_m | – maior valor entre os dois incrementos de velocidade para cada caso |
| r_1 | – raio do perigeu |
| r_2 | – raio do apogeu |
| μ | – parâmetro gravitacional G·M |
| P | – período |
| X_i | – candidatas à solução, com $n = 1, 2, 3, \dots, k$ |
| χ_{ij} | – componentes de cada solução, com $i = 1, 2, 3, \dots, n; j = 1, 2, 3, \dots, k$ |
| n | – número de funções objetivo |
| k | – número de candidatas à solução. |
| z_j | – funções objetivo. $j = 1, 2, 3, \dots, n$ |
| $z_i(X_j)$ | – componente i da função objetivo j , função da candidata a solução j . $i = 1, 2, 3, \dots, n; j = 1, 2, 3, \dots, k$ |
| Z_{NDi} | – vetor com valores das funções objetivo não dominadas extremas. $i = 1, 2, 3, \dots, n$ |
| $\frac{z_i(X_{i_{minzi}})}{z_i(X_{i_{maxzi}})}$ | – valores normalizados das funções objetivo. $i = 1, 2, 3, \dots, n$ |
| $x_{i_{minzi}}$ | – componente i da candidata à solução i que minimiza a funções objetivo $i. i = 1, 2, 3, \dots, n$ |
| $Z(X^*)$ | – é o vetor de coordenadas do baricentro |
| r_1 | – raio do perigeu |
| r_2 | – raio do apogeu |
| μ | – parâmetro gravitacional G·M |
| P | – período |

SUMÁRIO

| | <u>Pág.</u> |
|---|-------------|
| 1 INTRODUÇÃO | 1 |
| 1.1 Objetivo Geral | 2 |
| 1.2 Objetivos Específicos | 2 |
| 2 DESENVOLVIMENTO | 3 |
| 2.1 Fundamentação teórica | 3 |
| 2.2 Metodologia | 6 |
| 3 ANÁLISE E RESULTADOS | 9 |
| 3.1 Resultados das Transferências | 9 |
| 3.2 Valores das Funções Objetivos | 14 |
| 4 CONCLUSÕES | 25 |
| REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS | 27 |

1 INTRODUÇÃO

Quando pensamos no lançamento de um corpo ao espaço, seja um satélite ou um foguete para missão espacial, não podemos considerar sempre um trajeto único e nem linear. A viagem de um corpo de maneira mais eficiente está relacionado a conceitos que estão além de apenas equipamentos de ponta ou então de grandes quantidades de combustível. A astrodinâmica é de grande relevância para o entendimento e planejamento dos objetivos espaciais, já que estão intimamente ligadas às propostas das manobras orbitais.

As manobras orbitais são baseadas no princípio fundamental da determinação de uma órbita através da posição e velocidade em algum ponto (BROWN, 1998). É possível migrar de uma órbita circular para uma elíptica (órbita de transferência) aplicando um incremento de velocidade, alterando-se a trajetória. Esta é chamada de manobra impulsiva. Para a transferência de uma órbita circular para outra circular, por exemplo, utilizam-se dois impulsos, sendo um para a entrada na órbita de transferência e outro para a saída dessa mesma órbita e a entrada na órbita final. Também é possível utilizar-se de outros tipos de manobras, das quais podem incluir mais de uma órbita de transferência.

Para que uma manobra seja realizada da maneira mais eficiente, é necessário que planejamentos otimizantes sejam levados em consideração. As otimizações de variáveis são de grande importância, visto que elas são diretamente proporcionais aos equipamentos que serão utilizados. Por exemplo, para dimensionar um propulsor, vamos precisar ter conhecimento sobre os incrementos de velocidade presentes durante as manobras. Sendo assim, otimizar o valor para essa variável, resultará em uma projeção mais apurada dos propulsores, podendo minimizar os gastos sem afetar a missão.

O processo de otimização é focado em minimizar ou maximizar uma variável dentro de uma série de dados ou em uma função. Esses valores extremos muitas vezes nos deixam em uma utopia ou são inexistentes em nossas condições, porém os valores que mais se aproximam destes, são considerados os valores ótimos. Para que o processo seja realizado, existem diversos critérios, onde todos tem o objetivo de definir os valores ótimos. Nos casos onde desejamos otimizar múltiplas variáveis, elas podem ser conflitantes, o que resulta na exclusão das soluções extremas. Para estes casos, existem os critérios de otimização multiobjetivo, onde múltiplas variáveis conflitantes são otimizadas.

1.1 Objetivo Geral

O objetivo geral deste trabalho é resolver o problema de otimização multiobjetivo, aplicando o Critério da Menor Perda (ROCCO, 2002) nos dados coletados através do seguinte problema proposto: a partir de uma determinada altitude inicial, alcançada com o auxílio de um lançador, deseja-se chegar até a órbita geoestacionária. A altitude inicial pode ser definida, estando ligada ao poder de um lançador. O trajeto pode ser dividido em N etapas, resultando assim em N transferências até o destino final. Dividir o número de etapas relaciona a capacidade dos propulsores, já que para mais manobras (que estão mais próximas) o propulsor necessário será de uma menor magnitude, por exemplo. Também existe a possibilidade de configurar uma variável de erro quanto à posição final do corpo, isto é, um valor $E\%$ que será o erro aceitável para a distância final. O Critério da Menor Perda então será aplicado, verificando assim quais serão os valores ótimos para N , $E\%$, incremento de velocidade e tempo total. Define-se "valores ótimos" neste trabalho como a solução com as menores perdas, ou seja, a mais equilibrada entre as funções objetivo.

1.2 Objetivos Específicos

Procura-se desenvolver uma rotina bem estruturada que seja capaz de resolver as equações de múltiplas transferências de Hohmann para diferentes parâmetros. A rotina deve ser capaz de gerar gráficos comparativos entre as transferências selecionadas, facilitando a visualização e o impacto de cada parâmetro para a transferência. Com a aplicação do critério de otimização multiobjetivo no problema, a rotina também deve gerar gráficos que indiquem como se posicionam as soluções no espaço geométrico, junto com a solução ótima definida para este trabalho.

2 DESENVOLVIMENTO

Este capítulo apresenta os conceitos teóricos que fundamentaram a presente pesquisa, bem como a metodologia aplicada.

2.1 Fundamentação teórica

A transferência de Hohmann é um método de transferência entre duas órbitas circulares e coplanares, onde minimiza-se o consumo de combustível. Nessa manobra são utilizados dois impulsos, isto é, dois incrementos de velocidade, um no periapside da órbita de transferência e outro no apoapside da órbita de transferência. O primeiro incremento é o responsável por determinar a saída da órbita circular e a entrada na órbita de transferência, enquanto o segundo incremento é referente a saída da órbita elíptica e a entrada na órbita circular (HOHMANN, 1925). As Equações 1 e 2 apresentam os incrementos de velocidade no periapside e apoapside, respectivamente, a Equação 3 apresenta o tempo da transferência.

$$\Delta v_1 = \sqrt{\frac{\mu}{r_1}} \left(\sqrt{\frac{2r_2}{r_1 + r_2}} - 1 \right) \quad (2.1)$$

$$\Delta v_2 = \sqrt{\frac{\mu}{r_2}} \left(1 - \sqrt{\frac{2r_1}{r_1 + r_2}} \right) \quad (2.2)$$

$$T = \frac{P}{2} \quad (2.3)$$

onde:

r_1 : raio do periapside

r_2 : raio do apoapside

μ : parâmetro gravitacional $G \cdot M$

P : período

A transferência tri-impulsiva, semelhante a de Hohmann também é utilizada entre duas órbitas coplanares e circulares, mas utilizando três impulsos. O primeiro impulso de velocidade tangencial é com grande magnitude, fazendo com que a órbita de transferência em que o veículo espacial entre, esteja em uma maior altitude do que a

órbita circular final. Em seguida, no apogeu da órbita de transferência é aplicado um segundo impulso de velocidade, que irá deslocar o veículo para a órbita circular de destino. Por fim, no perigeu da órbita de transferência, ou seja, na entrada da órbita circular final, é aplicado um terceiro impulso de velocidade, mas com direção oposta. Essa manobra é mais eficiente em relação ao consumo de combustível do que a de Hohmann se a razão dos raios das órbitas circulares for maior do que 11.94, isto é: $\frac{r_1}{r_2} > 11.94$ (CHOBOTOV, 2002). Porém, nota-se que a transferência tri-impulsiva mantém sempre um tempo maior do que a manobra de Hohmann, devido à sua execução. Portanto, não utilizaremos esse tipo de transferência neste trabalho, dado que o tempo é uma função objetivo que queremos otimizar.

Pareto definiu um método de otimização multiobjetivo, onde através da análise dos valores das funções objetivos, é possível encontrar soluções com o mesmo grau de otimalidade. Seu critério separa as soluções em dois grupos: dominadas e não dominadas. Isso então criará os pontos resultantes, que dão origem a fronteira de Pareto, definindo-se uma sequência de pontos que possuem a mesma otimalidade (PARETO, 1897).

O Critério da Menor Perda (ROCCO. et al., 2003) é o critério responsável por fornecer uma solução equilibrada de forma a considerar perdas simétricas entre as soluções da fronteira de Pareto para as diversas variáveis. Sendo assim, neste trabalho consideramos como solução ótima para um problema de otimização multiobjetivo a de menor perda para todas as variáveis. Este critério leva em conta a ideia da simetria natural, de modo a encontrar o equilíbrio, o centro dos resultados. Com as soluções adquiridas pelo Critério de Pareto, é realizada uma normalização e logo em seguida uma geometrização dos pontos, conseguindo assim uma figura geométrica. Após isso, é calculado o centro da figura, definindo-se assim a solução ótima como a solução com a menor distância euclidiana até o centro da figura. Vale dizer que esse método não atribui pesos às variáveis, já que isso implicitamente atribui uma “preferência na variável”. As Equações 1 a 15 definem o Critério da Menor Perda:

$$X_1 = [\chi_{11}; \chi_{21}; \chi_{31}; \dots; \chi_{n1}] \quad (2.4)$$

$$X_2 = [\chi_{12}; \chi_{22}; \chi_{32}; \dots; \chi_{n2}] \quad (2.5)$$

$$X_3 = [\chi_{13}; \chi_{23}; \chi_{33}; \dots; \chi_{n3}] \quad (2.6)$$

⋮

$$X_j = [\chi_{1j}; \chi_{2j}; \chi_{3j}; \dots; \chi_{nj}] \quad (2.7)$$

$$X = [X_1; X_2; X_3; \dots; X_k] \quad (2.8)$$

$$Z_1 = [z_1(X_1); z_2(X_1); z_3(X_1); \dots; z_n(X_1)] \quad (2.9)$$

$$Z_2 = [z_1(X_2); z_2(X_2); z_3(X_2); \dots; z_n(X_2)] \quad (2.10)$$

$$Z_3 = [z_1(X_3); z_2(X_3); z_3(X_3); \dots; z_n(X_3)] \quad (2.11)$$

⋮

$$Z_k = [z_1(X_k); z_2(X_k); z_3(X_k); \dots; z_n(X_k)] \quad (2.12)$$

$$Z = [Z_1; Z_2; Z_3; \dots; Z_k] \quad (2.13)$$

$$Z_{ND1} = \left[\frac{z_1(X_{1_{minz1}})}{z_1(X_{1_{maxz1}})}, \frac{z_2(X_{2_{minz1}})}{z_2(X_{2_{maxz2}})}, \frac{z_3(X_{3_{minz1}})}{z_3(X_{3_{maxz3}})}, \dots, \frac{z_n(X_{n_{minz1}})}{z_n(X_{n_{maxzn}})} \right] \quad (2.14)$$

$$Z_{ND2} = \left[\frac{z_1(X_{1_{minz2}})}{z_1(X_{1_{maxz1}})}, \frac{z_2(X_{2_{minz2}})}{z_2(X_{2_{maxz2}})}, \frac{z_3(X_{3_{minz2}})}{z_3(X_{3_{maxz3}})}, \dots, \frac{z_n(X_{n_{minz2}})}{z_n(X_{n_{maxzn}})} \right] \quad (2.15)$$

$$Z_{ND3} = \left[\frac{z_1(X_{1_{minz3}})}{z_1(X_{1_{maxz1}})}, \frac{z_2(X_{2_{minz3}})}{z_2(X_{2_{maxz2}})}, \frac{z_3(X_{3_{minz3}})}{z_3(X_{3_{maxz3}})}, \dots, \frac{z_n(X_{n_{minz3}})}{z_n(X_{n_{maxzn}})} \right] \quad (2.16)$$

$$\vdots$$

$$Z_{NDn} = \left[\frac{z_1(X_{1_{minzn}})}{z_1(X_{1_{maxz1}})}, \frac{z_2(X_{2_{minzn}})}{z_2(X_{2_{maxz2}})}, \frac{z_3(X_{3_{minzn}})}{z_3(X_{3_{maxz3}})}, \dots, \frac{z_n(X_{n_{minzn}})}{z_n(X_{n_{maxzn}})} \right] \quad (2.17)$$

$$Z(X^*) = \frac{\sum_{i=1}^n Z_{NDi}}{n} \quad (2.18)$$

onde:

X_i são as candidatas à solução, com $n = 1, 2, 3, \dots, k$

χ_{ij} são as componentes de cada solução, com $i = 1, 2, 3, \dots, n; j = 1, 2, 3, \dots, k$

n é número de funções objetivo

k é número de candidatas à solução.

z_j funções objetivo. $j = 1, 2, 3, \dots, n$

$z_i(X_j)$ componente i da função objetivo j , função da candidata a solução j . $i = 1, 2, 3, \dots, n; j = 1, 2, 3, \dots, k$

Z_{NDi} vetor com valores das funções objetivo não dominadas extremas. $i = 1, 2, 3, \dots, n$

$\frac{z_i(X_{i_{minzi}})}{z_i(X_{i_{maxzi}})}$ são os valores normalizados das funções objetivo. $i = 1, 2, 3, \dots, n$

x_{iminzi} componente i da candidata à solução i que minimiza a funções objetivo i . $i = 1, 2, 3, \dots, n$

$Z(X^*)$ é o vetor de coordenadas do baricentro

2.2 Metodologia

Foi desenvolvida uma rotina em Python que calcula os dados desejados em cada manobra. Com o parâmetro N definido para a rotina, foram realizadas N sucessivas manobras de Hohmann, obtendo em cada uma delas os valores de tempo de trans-

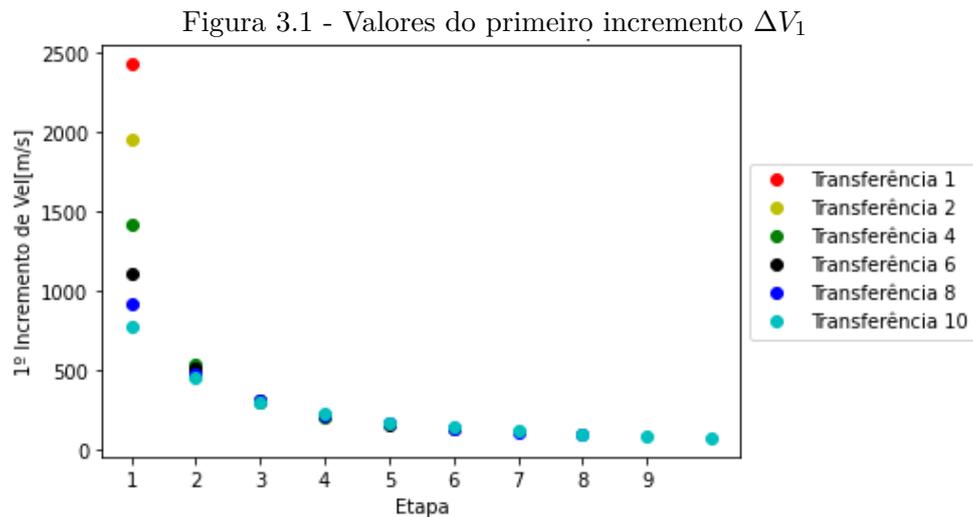
ferência, velocidade no afélio e no periélio e o erro em cada uma das etapas. Outros parâmetros que podem ser definidos são o $E\%$ e a altitude inicial. O valor de $E\%$ é o percentual de erro em relação a uma altitude, propagando-se assim para todas as N etapas. A altitude inicial é o valor para uma órbita de início, que será alcançada por um lançador. Os dados de cada manobra são salvos em uma tabela, separando-as em número de etapas e o $E\%$ utilizado. Como complemento, existe a possibilidade de efetuar uma comparação entre as etapas através de gráficos.

A parte final da rotina é responsável por analisar os dados salvos anteriormente e prepará-los para o processo da Otimização Multiobjetivo. São utilizados os maiores valores dos incrementos de velocidade, a fim de se dimensionar o propulsor para todos os casos, seguindo-se por selecionar os 3 menores valores. Também são obtidos os menores valores para o tempo de transferência total, isto é, até a órbita geoestacionária. Realizando essas etapas e pegando os valores de caso, estamos selecionando as soluções não dominadas, como no critério de Pareto. Os valores então são todos normalizados, utilizando o maior valor entre todos os dados coletados. Por fim, é calculado o centro da figura, seguindo-se por calcular a distância de todos os casos até a esse ponto central, determinando a solução ótima como o ponto com a menor distância.

3 ANÁLISE E RESULTADOS

3.1 Resultados das Transferências

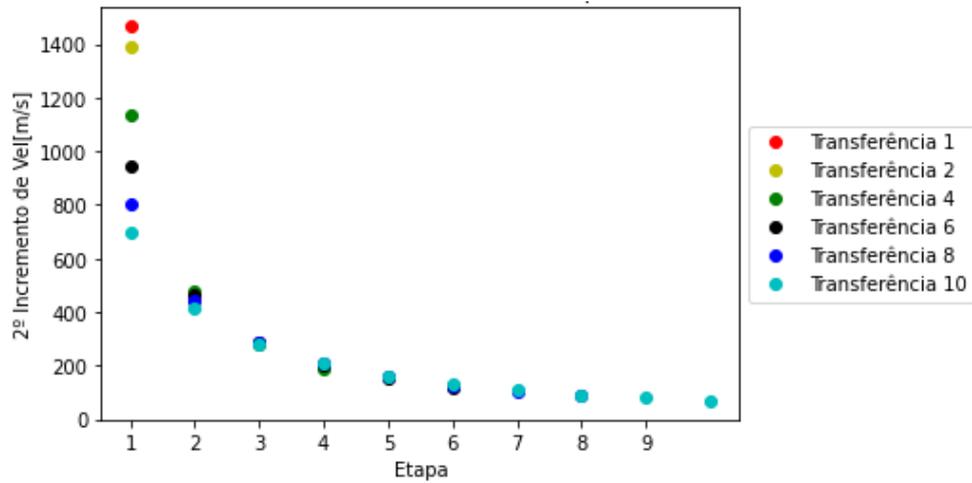
Inicialmente, para cada transferência e suas devidas etapas, foi criado um gráfico para comparação da divisão de etapas para as três funções objetivos, com erro nulo e altitude inicial de 300 km. Para cada transferência, também é acrescido um valor de 10s, representando o tempo para o incremento de velocidade.



Valores de ΔV_1 por etapa, para cada caso. Na legenda do gráfico, o número atribuído à transferência representa o número de etapas.

Fonte: Produção do autor.

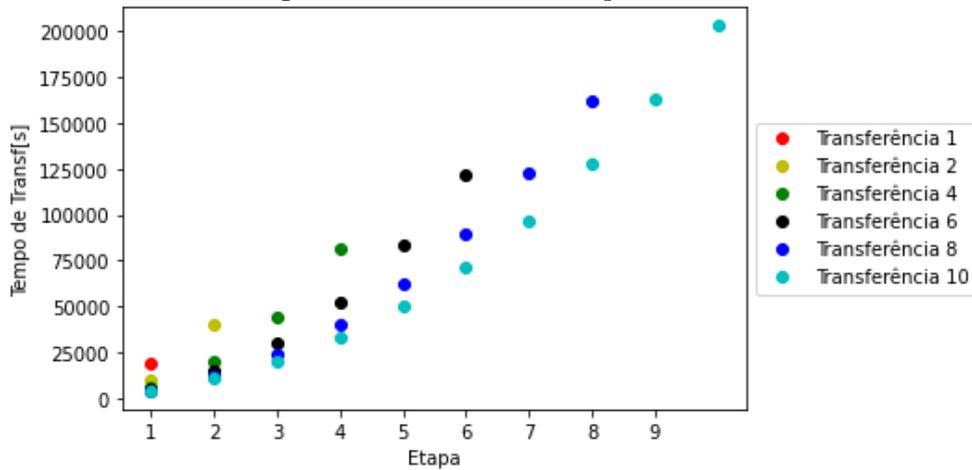
Figura 3.2 - Valores do segundo incremento ΔV_2



Valores de ΔV_2 por etapa, para cada caso. Na legenda do gráfico, o número atribuído à transferência representa o número de etapas.

Fonte: Produção do autor.

Figura 3.3 - Valores do tempo total T



Valores do tempo T por etapa, para cada caso. Na legenda do gráfico, o número atribuído à transferência representa o número de etapas.

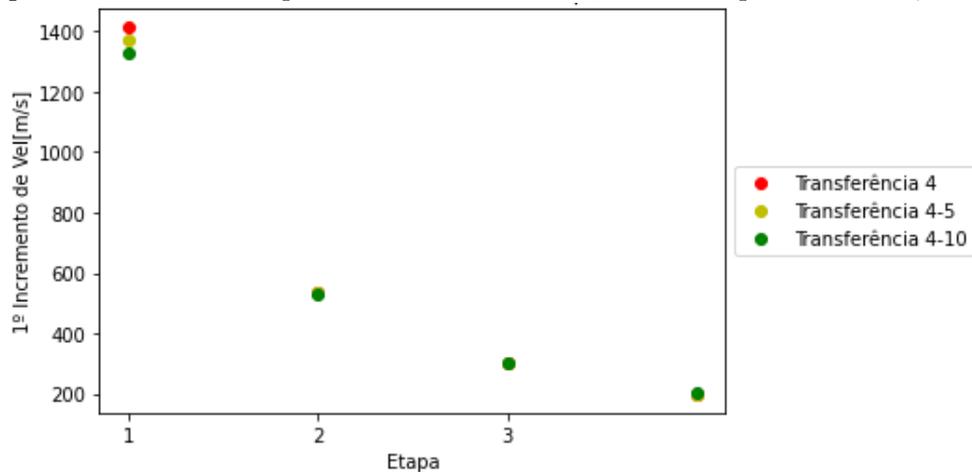
Fonte: Produção do autor.

Como esperado, para casos com um menor número de etapas, os valores para os incrementos de velocidade são maiores, já que o número de etapas é o divisor da altitude da órbita geostacionária, que é a órbita final do nosso problema. Sendo

assim, os valores para os raios das órbitas intermediárias ficaram cada vez menores (ver Figuras 3.1, 3.2, 3.3).

Também foram gerados gráficos para os casos com 4 e 10 etapas, mas com diferentes valores para $E\%$, mostrando como o erro influencia nas três funções objetivos (ver Figuras 3.4, 3.5, 3.6). Percebe-se por esses gráficos que para maiores valores de $E\%$, as funções objetivos tem seus valores reduzidos, onde é bem mais perceptível na etapa 1 para os incrementos de velocidade e na etapa final para o tempo total da transferência. Isso se deve ao fato de que o erro se propaga para todas as etapas, afetando valores de maior magnitude.

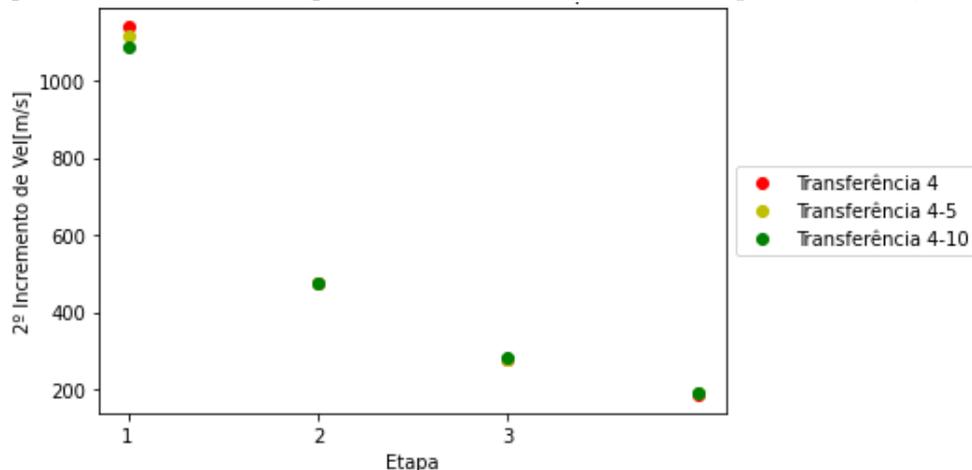
Figura 3.4 - Valores do primeiro incremento ΔV_1 com 4 etapas e $E\% = 0; 5$ e 10



Valores de ΔV_1 por etapa, para cada caso e com diferentes valores de $E\%$. Na legenda do gráfico, o número atribuído à transferência representa o número de etapas seguido pelo valor de $E\%$.

Fonte: Produção do autor.

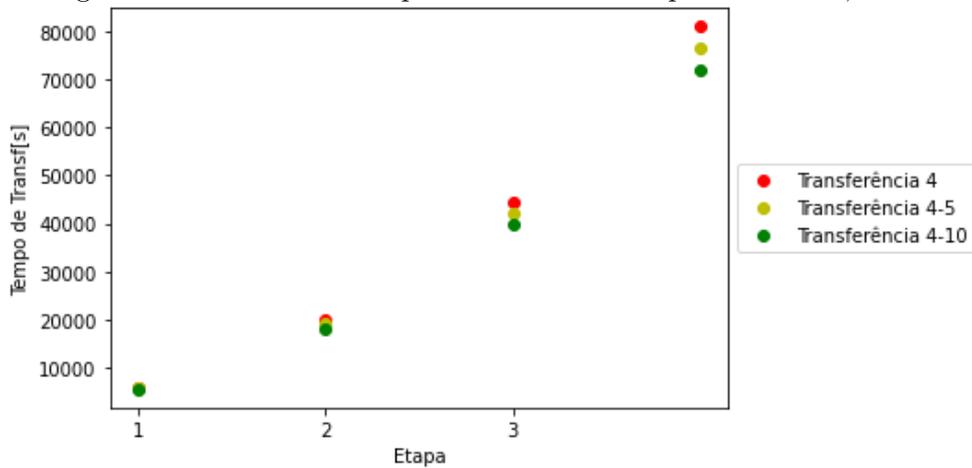
Figura 3.5 - Valores do segundo incremento ΔV_2 com 4 etapas e $E\% = 0; 5$ e 10



Valores de ΔV_2 por etapa, para cada caso e com diferentes valores de $E\%$. Na legenda do gráfico, o número atribuído à transferência representa o número de etapas seguido pelo valor de $E\%$.

Fonte: Produção do autor.

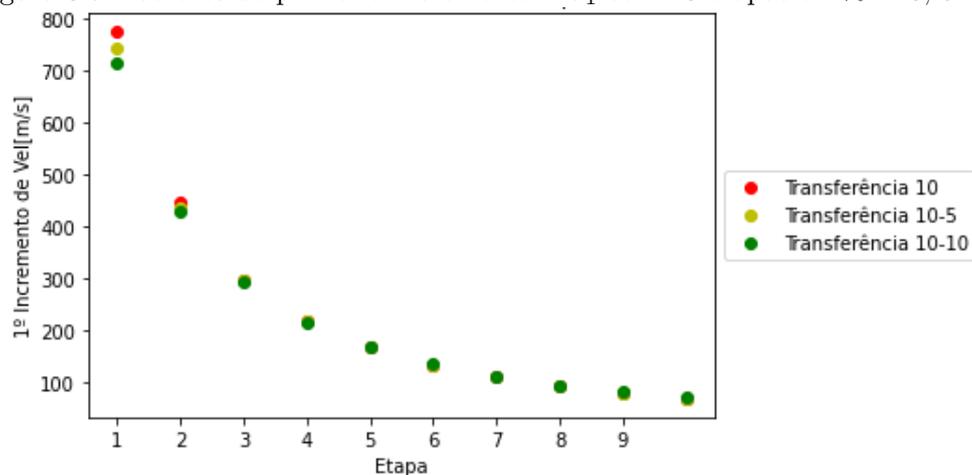
Figura 3.6 - Valores do tempo total T com 4 etapas e $E\% = 0; 5$ e 10



Valores do tempo T por etapa, para cada caso. Na legenda do gráfico, o número atribuído à transferência representa o número de etapas seguido pelo valor de $E\%$.

Fonte: Produção do autor.

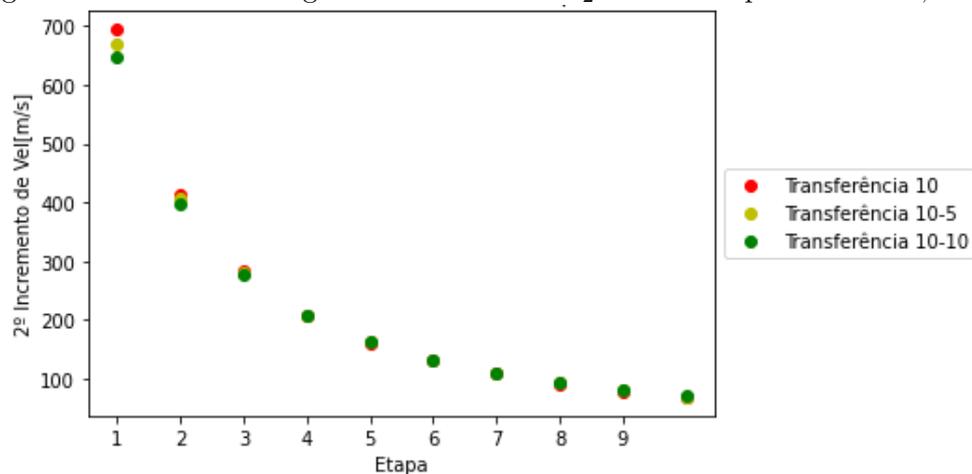
Figura 3.7 - Valores do primeiro incremento ΔV_1 com 10 etapas e $E\% = 0; 5$ e 10



Valores de ΔV_1 por etapa, para cada caso e com diferentes valores de $E\%$. Na legenda do gráfico, o número atribuído à transferência representa o número de etapas seguido pelo valor de $E\%$.

Fonte: Produção do autor.

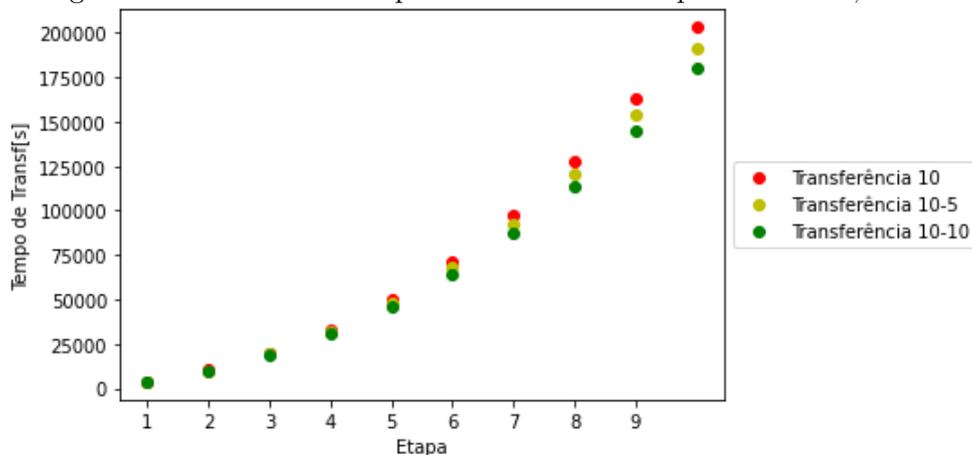
Figura 3.8 - Valores do segundo incremento ΔV_2 com 10 etapas e $E\% = 0; 5$ e 10



Valores de ΔV_2 por etapa, para cada caso e com diferentes valores de $E\%$. Na legenda do gráfico, o número atribuído à transferência representa o número de etapas seguido pelo valor de $E\%$.

Fonte: Produção do autor.

Figura 3.9 - Valores do tempo total T com 10 etapas e E% = 0; 5 e 10



Valores do tempo T por etapa, para cada caso. Na legenda do gráfico, o número atribuído à transferência representa o número de etapas seguido pelo valor de E%.

Fonte: Produção do autor.

Também é possível observar entre as Figuras 3.6 e 3.9 que o tempo total para a transferência foi quase 3x maior com o aumento de etapas. Isso já deixa claro que aumentar o número de etapas aumenta o tempo.

Como queremos buscar o maior valor para o incremento de velocidade, vamos então considerar apenas o maior valor entre os dois incrementos, ou seja, vamos considerar ΔV_m como sendo o maior valor entre os dois incrementos, sendo também o maior para cada caso. Para o tempo de transferência, utilizaremos o tempo total da transferência, ou seja, a soma de todos os tempos intermediários entre as etapas.

3.2 Valores das Funções Objetivas

No total, houve 66 valores, que foram tabelados para que se pudessem fazer as operações seguintes (ver Tabela 3.1 e 3.2). Com esses dados, foram então aplicadas as operações para a otimização multiobjetivo. Inicialmente, seguiu-se por normalizar esses dados, obtendo uma versão normalizada da tabela. A normalização foi feita com o maior valor, respectivo para cada função objetivo (ver Tabela 3.3 e 3.4).

Tabela 3.1 - Tabela de valores das Funções Objetivos

| ΔV_m [m/s] | T [s] | N | E% |
|--------------------|----------------|---|----|
| 2426.05302238 | 19044.81217502 | 1 | 0 |
| 2420.12523108 | 18835.89493864 | 1 | 1 |
| 2414.10569567 | 18627.7476709 | 1 | 2 |
| 2407.99226639 | 18420.37323064 | 1 | 3 |
| 2401.78272572 | 18213.77450877 | 1 | 4 |
| 2395.47478559 | 18007.95442891 | 1 | 5 |
| 2389.06608464 | 17802.91594798 | 1 | 6 |
| 2382.55418519 | 17598.66205684 | 1 | 7 |
| 2375.93657019 | 17395.19578095 | 1 | 8 |
| 2369.21063987 | 17192.52018105 | 1 | 9 |
| 2362.3737084 | 16990.63835383 | 1 | 10 |
| 1957.00580378 | 39981.71754584 | 2 | 0 |
| 1949.34783065 | 39532.49114193 | 2 | 1 |
| 1941.59446616 | 39084.99002612 | 2 | 2 |
| 1933.74390914 | 38639.22097014 | 2 | 3 |
| 1925.79431262 | 38195.19082694 | 2 | 4 |
| 1917.74378228 | 37752.9065324 | 2 | 5 |
| 1909.59037497 | 37312.37510701 | 2 | 6 |
| 1901.33209711 | 36873.60365759 | 2 | 7 |
| 1892.96690302 | 36436.59937916 | 2 | 8 |
| 1884.4926932 | 36001.36955671 | 2 | 9 |
| 1875.90731254 | 35567.92156717 | 2 | 10 |
| 1413.61591458 | 80951.67789284 | 4 | 0 |
| 1405.68319659 | 80036.45459259 | 4 | 1 |
| 1397.67904795 | 79124.78601656 | 4 | 2 |
| 1389.60249014 | 78216.68628176 | 4 | 3 |
| 1381.45252647 | 77312.1696764 | 4 | 4 |
| 1373.22814171 | 76411.25066338 | 4 | 5 |
| 1364.9283016 | 75513.94388393 | 4 | 6 |
| 1356.55195244 | 74620.26416129 | 4 | 7 |
| 1348.09802058 | 73730.22650459 | 4 | 8 |
| 1339.56541199 | 72843.84611275 | 4 | 9 |
| 1330.95301172 | 71961.13837859 | 4 | 10 |

Tabela 3.2 - Continuação da Tabela de valores das Funções Objetivos

| ΔV_m [m/s] | T [s] | N | E% |
|--------------------|-----------------|----|----|
| 1107.33104792 | 121704.89590106 | 6 | 0 |
| 1100.05535828 | 120327.27213536 | 6 | 1 |
| 1092.72823193 | 118955.01117691 | 6 | 2 |
| 1085.34911382 | 117588.13436149 | 6 | 3 |
| 1077.91744075 | 116226.66328398 | 6 | 4 |
| 1070.43264123 | 114870.61980363 | 6 | 5 |
| 1062.89413533 | 113520.02604957 | 6 | 6 |
| 1055.30133451 | 112174.90442645 | 6 | 7 |
| 1047.65364147 | 110835.2776202 | 6 | 8 |
| 1039.95044998 | 109501.16860408 | 6 | 9 |
| 1032.1911447 | 108172.60064478 | 6 | 10 |
| 910.44115553 | 162402.28126438 | 8 | 0 |
| 903.89638912 | 160563.19691519 | 8 | 1 |
| 897.31349421 | 158731.27760517 | 8 | 2 |
| 890.69213081 | 156906.55185591 | 8 | 3 |
| 884.03195483 | 155089.04853551 | 8 | 4 |
| 877.33261798 | 153278.79686561 | 8 | 5 |
| 870.5937677 | 151475.82642881 | 8 | 6 |
| 863.8150471 | 149680.16717615 | 8 | 7 |
| 856.99609492 | 147891.84943491 | 8 | 8 |
| 850.13654541 | 146110.90391658 | 8 | 9 |
| 843.23602829 | 144337.36172514 | 8 | 10 |
| 773.12291328 | 203077.12033454 | 10 | 0 |
| 767.23107768 | 200776.95712097 | 10 | 1 |
| 761.31003686 | 198485.75874976 | 10 | 2 |
| 755.35956876 | 196203.56091526 | 10 | 3 |
| 749.37944904 | 193930.39974549 | 10 | 4 |
| 743.36945101 | 191666.31181105 | 10 | 5 |
| 737.32934561 | 189411.33413433 | 10 | 6 |
| 731.25890139 | 187165.50419894 | 10 | 7 |
| 725.15788447 | 184928.85995942 | 10 | 8 |
| 719.0260585 | 182701.43985127 | 10 | 9 |
| 712.86318462 | 180483.28280125 | 10 | 10 |

Tabela 3.3 - Tabela de valores normalizados das Funções Objetivos

| ΔV_m [m/s] | T [s] | N | E% |
|--------------------|---------------------|-----|-----|
| 0.999999999999982 | 0.09378118098014573 | 0.1 | 0.0 |
| 0.9975566109869155 | 0.0927524228608862 | 0.1 | 0.1 |
| 0.995075405772326 | 0.09172745625018622 | 0.1 | 0.2 |
| 0.9925554982420272 | 0.09070629522565336 | 0.1 | 0.3 |
| 0.9899959743516926 | 0.08968895402281542 | 0.1 | 0.4 |
| 0.9873958909768404 | 0.0886754470382721 | 0.1 | 0.5 |
| 0.9847542747834266 | 0.08766578883260011 | 0.1 | 0.6 |
| 0.9820701209789019 | 0.08665999413350489 | 0.1 | 0.7 |
| 0.979342392055027 | 0.08565807783907044 | 0.1 | 0.8 |
| 0.9765700164070282 | 0.08466005502110785 | 0.1 | 0.9 |
| 0.9737518869568761 | 0.08366594092845461 | 0.1 | 1.0 |
| 0.8066624207001495 | 0.19687947849554213 | 0.2 | 0.0 |
| 0.8035058643267495 | 0.19466738092802702 | 0.2 | 0.1 |
| 0.8003099883840243 | 0.19246377908911572 | 0.2 | 0.2 |
| 0.7970740504438476 | 0.19026870632441592 | 0.2 | 0.3 |
| 0.7937972891996926 | 0.18808219637948204 | 0.2 | 0.4 |
| 0.7904789238277347 | 0.1859042834082354 | 0.2 | 0.5 |
| 0.7871181533768065 | 0.18373500198123713 | 0.2 | 0.6 |
| 0.7837141561088908 | 0.18157438709415782 | 0.2 | 0.7 |
| 0.78026608881076 | 0.17942247417698573 | 0.2 | 0.8 |
| 0.776773086085005 | 0.17727929910274284 | 0.2 | 0.9 |
| 0.773234259612211 | 0.17514489819718557 | 0.2 | 1.0 |
| 0.5826813765155029 | 0.3986252993911145 | 0.4 | 0.0 |
| 0.5794115724688388 | 0.3941185223660005 | 0.4 | 0.1 |
| 0.5761123252693082 | 0.3896292496476944 | 0.4 | 0.2 |
| 0.5727832315786532 | 0.3851575507517082 | 0.4 | 0.3 |
| 0.5694238805690843 | 0.38070349603658343 | 0.4 | 0.4 |
| 0.5660338537707699 | 0.3762671567210767 | 0.4 | 0.5 |
| 0.5626127248698617 | 0.3718486049020838 | 0.4 | 0.6 |
| 0.5591600595394962 | 0.36744791357276124 | 0.4 | 0.7 |
| 0.5556754152295765 | 0.36306515664163175 | 0.4 | 0.8 |
| 0.55215834098953 | 0.35870040895178945 | 0.4 | 0.9 |
| 0.548608377245724 | 0.35435374630113786 | 0.4 | 1.0 |

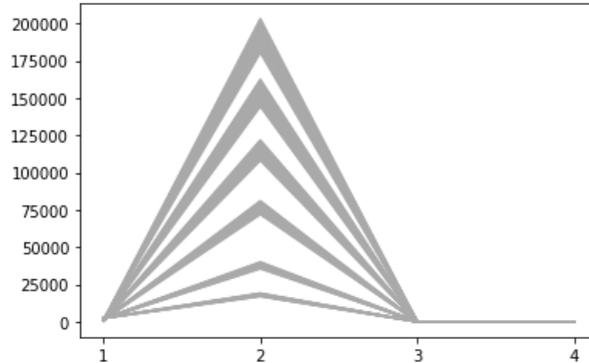
Tabela 3.4 - Continuação da Tabela de valores normalizados das Funções Objetivos

| ΔV_m [m/s] | T [s] | N | E% |
|---------------------|--------------------|-----|-----|
| 0.45643316024217356 | 0.5993038295036437 | 0.6 | 0.0 |
| 0.45343417812064424 | 0.592520082701293 | 0.6 | 0.1 |
| 0.4504139941912708 | 0.5857627436362648 | 0.6 | 0.2 |
| 0.44737237966680304 | 0.57903191737101 | 0.6 | 0.3 |
| 0.4443091024006247 | 0.5723277102438497 | 0.6 | 0.4 |
| 0.44122392682904665 | 0.5656502298949254 | 0.6 | 0.5 |
| 0.43811661390947804 | 0.558999585293332 | 0.6 | 0.6 |
| 0.4349869210503537 | 0.5523758867648906 | 0.6 | 0.7 |
| 0.431834602049305 | 0.5457792460205114 | 0.6 | 0.8 |
| 0.428659407023088 | 0.5392097761859861 | 0.6 | 0.9 |
| 0.42546108233338775 | 0.5326675918320254 | 0.6 | 1.0 |
| 0.37527669310245537 | 0.7997074264045535 | 0.8 | 0.0 |
| 0.3725789917951775 | 0.7906513380270916 | 0.8 | 0.1 |
| 0.3698655742196862 | 0.7816305320052109 | 0.8 | 0.2 |
| 0.3671363002347737 | 0.772645148785998 | 0.8 | 0.3 |
| 0.364391028009245 | 0.763695330522838 | 0.8 | 0.4 |
| 0.36162961398069765 | 0.7547812211100301 | 0.8 | 0.5 |
| 0.35885191282666884 | 0.7459029662193271 | 0.8 | 0.6 |
| 0.35605777743990397 | 0.7370607133367671 | 0.8 | 0.7 |
| 0.35324705891186853 | 0.7282546118010844 | 0.8 | 0.8 |
| 0.35041960648328535 | 0.7194848128429537 | 0.8 | 0.9 |
| 0.3475752675276469 | 0.7107514696257643 | 0.8 | 1.0 |
| 0.3186751922353037 | 1.000000000000017 | 1.0 | 0.0 |
| 0.3162466238793574 | 0.9886734497230542 | 1.0 | 0.1 |
| 0.31380601736112423 | 0.9773910444602868 | 1.0 | 0.2 |
| 0.3113532811492164 | 0.9661529599791772 | 1.0 | 0.3 |
| 0.30888832277244804 | 0.9549593741826811 | 1.0 | 0.4 |
| 0.30641104879098163 | 0.9438104671531236 | 1.0 | 0.5 |
| 0.3039213647880844 | 0.9327064211975513 | 1.0 | 0.6 |
| 0.3014191753618844 | 0.9216474208941672 | 1.0 | 0.7 |
| 0.29890438410888254 | 0.9106336531401459 | 1.0 | 0.8 |
| 0.29637689360746533 | 0.8996653072010234 | 1.0 | 0.9 |
| 0.293836605401417 | 0.8887425747614165 | 1.0 | 1.0 |

Com os valores normalizados, foi gerado um gráfico para a visualização dos diferentes casos. Por serem 4 funções objetivo, então utilizamos um gráfico bidimensional de linha, que possui o eixo das abcissas como sendo cada uma das funções objetivo e o eixo das ordenadas como sendo os valores. Dessa maneira, é possível visualizar os inúmeros resultados de uma forma gráfica e de fácil entendimento. O primeiro gráfico foi feito com os valores das funções objetivo não normalizados (ver Figura

3.10), já o segundo gráfico possui os valores normalizadas (ver Figura 3.11).

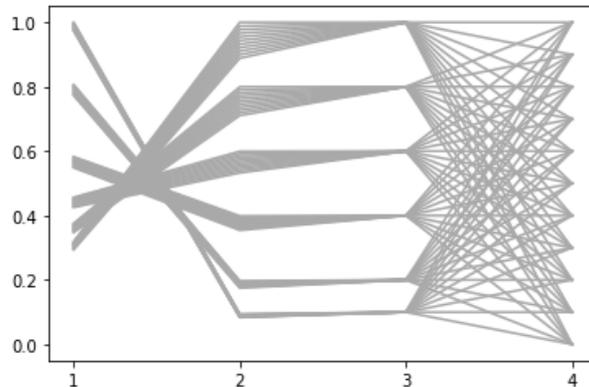
Figura 3.10 - Gráfico das funções objetivos e seus valores



O eixo das abcissas representa: ΔV_m , T, N e E%. Percebe-se que não é possível observar os valores para N e E%, visto que as magnitudes são de extrema divergência.

Fonte: Produção do autor.

Figura 3.11 - Gráfico das funções objetivos e seus valores normalizados



O eixo das abcissas representa: ΔV_m , T, N e E%.

Fonte: Produção do autor.

Calculou-se então o valor para o baricentro dos valores de todas as funções objetivo, mostrando a solução mais equilibrada entre todas as analisadas. Os valores obtidos para o baricentro foram:

$$\Delta V_m = 0.575391[m/s]$$

$$T = 0.485963[s]$$

$$N = 0.516667$$

$$E\% = 0.5$$

Veja que estes valores não correspondem a nenhum dos casos. Sendo assim, utilizou-se a métrica euclidiana, calculando assim qual seria o menor de distância entre todos os casos. Assim, foram obtidos e tabelados todos os valores da métrica (ver Tabela 3.5 e 3.6). Também foi colocado o valor do baricentro no gráfico bidimensional, destacando sua posição em comparação à todos os casos (ver Figura 3.12).

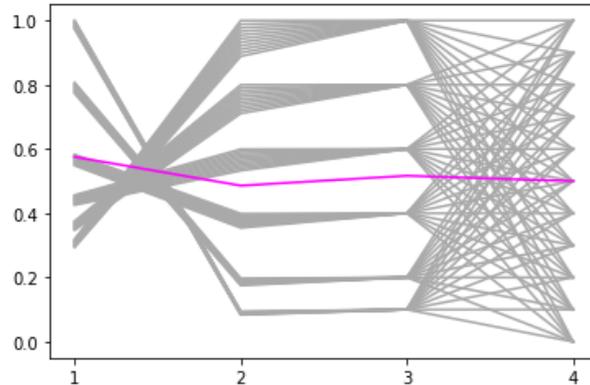
Tabela 3.5 - Tabela com a métrica Euclidiana de cada caso

| Métrica Euclidiana | Transferência |
|---------------------------|----------------------|
| 0.8704658820692888 | 1 Etapa, E% = 0 |
| 0.8163637845659508 | 1 Etapa, E% = 1 |
| 0.771471405775599 | 1 Etapa, E% = 2 |
| 0.7374724026042947 | 1 Etapa, E% = 3 |
| 0.7159202926260648 | 1 Etapa, E% = 4 |
| 0.7079526034947293 | 1 Etapa, E% = 5 |
| 0.7140241002540464 | 1 Etapa, E% = 6 |
| 0.7337862442065641 | 1 Etapa, E% = 7 |
| 0.7661802723502811 | 1 Etapa, E% = 8 |
| 0.8096913648679316 | 1 Etapa, E% = 9 |
| 0.8626388392840912 | 1 Etapa, E% = 10 |
| 0.698092919541814 | 2 Etapas, E% = 0 |
| 0.6302122643531902 | 2 Etapas, E% = 1 |
| 0.5718464045079393 | 2 Etapas, E% = 2 |
| 0.5261715059593878 | 2 Etapas, E% = 3 |
| 0.49670135996320613 | 2 Etapas, E% = 4 |
| 0.48639079570837424 | 2 Etapas, E% = 5 |
| 0.4964353987243805 | 2 Etapas, E% = 6 |
| 0.5256699695784306 | 2 Etapas, E% = 7 |
| 0.5711557098230702 | 2 Etapas, E% = 8 |
| 0.6293793114102556 | 2 Etapas, E% = 9 |
| 0.6971569339380717 | 2 Etapas, E% = 10 |
| 0.520857120000298 | 4 Etapas, E% = 0 |
| 0.42668804307603464 | 4 Etapas, E% = 1 |
| 0.3359937825062593 | 4 Etapas, E% = 2 |
| 0.2525463249212914 | 4 Etapas, E% = 3 |
| 0.18634986960375993 | 4 Etapas, E% = 4 |
| 0.1604114566980766 | 4 Etapas, E% = 5 |
| 0.1918240800539293 | 4 Etapas, E% = 6 |
| 0.26061535699154886 | 4 Etapas, E% = 7 |
| 0.3451140047500045 | 4 Etapas, E% = 8 |
| 0.4362873050134259 | 4 Etapas, E% = 9 |
| 0.530706501189618 | 4 Etapas, E% = 10 |

Tabela 3.6 - Continuação da Tabela com a métrica Euclidiana de cada caso

| Métrica Euclidiana | Transferência |
|---------------------------|----------------------|
| 0.532861572349378 | 6 Etapas, E% = 0 |
| 0.4395136170783817 | 6 Etapas, E% = 1 |
| 0.3500336832648446 | 6 Etapas, E% = 2 |
| 0.2683187030610908 | 6 Etapas, E% = 3 |
| 0.20392562415231635 | 6 Etapas, E% = 4 |
| 0.17690446149757727 | 6 Etapas, E% = 5 |
| 0.20278788782719354 | 6 Etapas, E% = 6 |
| 0.26658638692238706 | 6 Etapas, E% = 7 |
| 0.34803842408038255 | 6 Etapas, E% = 8 |
| 0.43738964169938316 | 6 Etapas, E% = 9 |
| 0.5306643151398317 | 6 Etapas, E% = 10 |
| 0.684659705124191 | 8 Etapas, E% = 0 |
| 0.6117559173599757 | 8 Etapas, E% = 1 |
| 0.5476655878014327 | 8 Etapas, E% = 2 |
| 0.495816778503883 | 8 Etapas, E% = 3 |
| 0.4603627227796985 | 8 Etapas, E% = 4 |
| 0.4452356281296938 | 8 Etapas, E% = 5 |
| 0.45247713552835067 | 8 Etapas, E% = 6 |
| 0.48107662328737383 | 8 Etapas, E% = 7 |
| 0.5275706080305863 | 8 Etapas, E% = 8 |
| 0.5877262569779828 | 8 Etapas, E% = 9 |
| 0.6578050240096533 | 8 Etapas, E% = 10 |
| 0.9020797870608391 | 10 Etapas, E% = 0 |
| 0.8446801172958892 | 10 Etapas, E% = 1 |
| 0.7959517073006162 | 10 Etapas, E% = 2 |
| 0.7575679551517476 | 10 Etapas, E% = 3 |
| 0.7311580989702606 | 10 Etapas, E% = 4 |
| 0.7180427596854683 | 10 Etapas, E% = 5 |
| 0.718948073440066 | 10 Etapas, E% = 6 |
| 0.7338203854113307 | 10 Etapas, E% = 7 |
| 0.7618404641374327 | 10 Etapas, E% = 8 |
| 0.8016291839641192 | 10 Etapas, E% = 9 |
| 0.8515369273424316 | 10 Etapas, E% = 10 |

Figura 3.12 - Gráfico das funções objetivos e seus valores normalizados, junto com valor calculado do baricentro



O eixo das abcissas representa: ΔV_m , T, N e E%. Percebe-se que baricentro, representado pela cor em destaque, não diz respeito a nenhum dos casos, sendo necessário o cálculo da métrica euclidiana entre os casos.

Fonte: Produção do autor.

Por fim, o valor de menor distância obtido foi para o caso N = 4 etapas e E% = 5.

4 CONCLUSÕES

Neste trabalho foram os resultados obtidos em cada caso para o problema de transferir um satélite artificial, a partir de uma órbita inicial, para uma órbita geoestacionária a partir de sucessivas manobras de Hohmann. Para cada caso, obtiveram-se os valores para as etapas, isto é, incrementos de velocidade e tempo total de transferência da etapa. Também para cada caso, observou-se o valor N e de $E\%$, que eram os principais parâmetros para distinguir cada caso. Aplicando-se a transferência de Hohmann para cada uma das etapas, garantiu-se que elas já teriam o tipo de manobra que forneceria o menor valor para o consumo de combustível, o que confirma que os responsáveis pelas mudanças nos resultados eram os parâmetros iniciais.

A rotina computacional foi bem desenvolvida, proporcionando os resultados pontuais para cada uma das transferências das órbitas. Os dados tabelados foram fundamentais para que fossem possíveis os resultados finais, dado que pelo número de casos gerados, uma manipulação de valores apenas com variáveis internas da rotina seria bem mais trabalhosa. Todos os gráficos e tabelas que foram gerados deram uma visualização bem mais simplificada de como os dados estavam sendo tratados e processados.

O resultado obtido utilizando o Critério da Menor Perda ofereceu uma percepção de tratamento para vários objetivos que são conflitantes entre si. Conforme afirma o critério, o resultado verificado realmente apresentou a menor perda entre as 4 funções objetivo, admitindo estes valores como os mais equilibrados entre os dados analisados. Como haviam 2 funções objetivo que eram os parâmetros iniciais, isso torna possível a aplicação não somente do critério, mas do problema em um caso real, onde para uma manobra de Hohmann, seria feita a separação da transferência em etapas e através de uma análise, os valores para o N e $E\%$ seriam definidos de forma mais equilibrada.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BROWN, C. D. **Spacecraft Mission Design**. 2st. ed. [S.l.]: AIAA Education Series, 1998. 1

CHOBOTOV, V. A. **Orbital Mechanics**. 3st. ed. [S.l.]: AIAA Education Series, 2002. 4

HOHMANN, W. **Die Erreichbarkeit der Himmelskorper**. [S.l.]: R. Oldenbourg, 1925. 3

PARETO, V. **Cours D'Economie Politique**. 1st. ed. [S.l.]: F. Rouge, 1897. 4

ROCCO, E. M. **Manutenção orbital de constelações Simétricas de satélites utilizando manobras Impulsivas ótimas com vínculo de tempo**. 2002. 2

ROCCO., E. M.; OLIVEIRA., M. L. de; PRADO, A. F. B. de A. Multi-objective optimization applied to satellite constellations i: Formulation of the smallest loss criterion. **American Institute of Aeronautics and Astronautics**, 2003. 4