



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÃO  
**INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS**

**ANÁLISE DE REDES DE TRANSPORTE E  
CIRCULAÇÃO NO CONTEXTO DE ESTRATÉGIAS  
SUSTENTÁVEIS PARA O DESENVOLVIMENTO  
REGIONAL NA ESCALA METROPOLITANA**

Brenddon Érick Andrade de Oliveira

Relatório de Iniciação Científica  
do Programa PIBIC, orientada por  
Dr. Antônio Miguel Vieira Mon-  
teiro e Dr. Leonardo Bacelar Lima  
Santos

URL do documento original:

<<http://urlib.net/xx/yy>>

INPE  
São José dos Campos  
2023

**PUBLICADO POR:**

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE  
Coordenação de Ensino, Pesquisa e Extensão (COEPE)  
Divisão de Biblioteca (DIBIB)  
CEP 12.227-010  
São José dos Campos - SP - Brasil  
Tel.:(012) 3208-6923/7348  
E-mail: pubtc@inpe.br

**CONSELHO DE EDITORAÇÃO E PRESERVAÇÃO DA PRODUÇÃO INTELLECTUAL DO INPE - CEPPII (PORTARIA Nº 176/2018/SEI-INPE):**

**Presidente:**

Dra. Marley Cavalcante de Lima Moscati - Coordenação-Geral de Ciências da Terra (CGCT)

**Membros:**

Dra. Ieda Del Arco Sanches - Conselho de Pós-Graduação (CPG)  
Dr. Evandro Marconi Rocco - Coordenação-Geral de Engenharia, Tecnologia e Ciência Espaciais (CGCE)  
Dr. Rafael Duarte Coelho dos Santos - Coordenação-Geral de Infraestrutura e Pesquisas Aplicadas (CGIP)  
Simone Angélica Del Ducca Barbedo - Divisão de Biblioteca (DIBIB)

**BIBLIOTECA DIGITAL:**

Dr. Gerald Jean Francis Banon  
Clayton Martins Pereira - Divisão de Biblioteca (DIBIB)

**REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:**

Simone Angélica Del Ducca Barbedo - Divisão de Biblioteca (DIBIB)  
André Luis Dias Fernandes - Divisão de Biblioteca (DIBIB)

**EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:**

Ivone Martins - Divisão de Biblioteca (DIBIB)  
André Luis Dias Fernandes - Divisão de Biblioteca (DIBIB)



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÃO  
**INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS**

**ANÁLISE DE REDES DE TRANSPORTE E  
CIRCULAÇÃO NO CONTEXTO DE ESTRATÉGIAS  
SUSTENTÁVEIS PARA O DESENVOLVIMENTO  
REGIONAL NA ESCALA METROPOLITANA**

Brenddon Érick Andrade de Oliveira

Relatório de Iniciação Científica  
do Programa PIBIC, orientada por  
Dr. Antônio Miguel Vieira Mon-  
teiro e Dr. Leonardo Bacelar Lima  
Santos

URL do documento original:

<<http://urlib.net/xx/yy>>

INPE  
São José dos Campos  
2023



Esta obra foi licenciada sob uma Licença [Creative Commons Atribuição-NãoComercial 3.0 Não Adaptada](#).

This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 3.0 Unported License](#).

Informar aqui sobre marca registrada (a modificação desta linha deve ser feita no arquivo `publicacao.tex`).

Informar aqui sobre fontes financiadoras (a modificação desta linha deve ser feita no arquivo `publicacao.tex`).

## RESUMO

Um dos objetivos da análise de redes de transporte em uma cidade é encontrar maneiras de mensurar os impactos de um desastre e estes processos demandam alto custo computacional. Existem diversas medidas que podem ser calculadas em uma rede de estradas, sendo uma delas a sua comunicabilidade. Neste trabalho, utilizamos três métodos diferentes para calcular o índice de comunicabilidade, denominados como método “Série”, “Exponencial” e “Espectral”. Ao lidar com redes de estradas de cidades inteiras, que possuem milhares de nós e arestas, faz necessário realizar uma análise para compreender qual método reduz o tempo no cálculo da comunicabilidade da rede. Para conduzir este estudo, foi necessário desenvolver habilidades em programação utilizando a linguagem *Python*, estudar Redes Complexas e entender como elas modelam as redes de estradas. Obtivemos dados que demonstram que o método mais eficiente em redes geradas aleatoriamente com 34 nós e 78 arestas é o método “Série”. O tempo para que este método realize a medição da comunicabilidade da rede é aproximadamente 196 vezes menor que o tempo para o método “Espectral” e 6 vezes menor para o método “Exponencial”. Este tempo é obtido quando truncamos o método “Série” adicionando um novo limite superior chamado  $k^*$ , cujo valor calculado para esta rede específica é 9. Ao fazer isto, estamos considerando somente os passeios entre os nós da rede com tamanho de até 9 passos. Por fim, será discutido as limitações de medir a comunicabilidade em redes de estradas reais.

Palavras-chave: Redes Complexas. Redes de Estradas. Comunicabilidade. Custo Computacional. *Python*. *Tempo*.

## ANALYSIS OF TRANSPORT AND CIRCULATION NETWORKS IN THE CONTEXT OF SUSTAINABLE STRATEGIES FOR REGIONAL DEVELOPMENT ON A METROPOLITAN SCALE

### ABSTRACT

One of the objectives of analyzing transportation networks in a city is to find ways to measure the impacts of a disaster, and these processes require high computational costs. Several metrics can be calculated in a road network, communicability is one of them. In this work, we employed three different methods to calculate the communicability index, referred to as the “Series” method, the “Exponential” method, and the “Spectral” method. When dealing with entire cities road networks, which consist of thousands of nodes and edges, it becomes necessary to perform an analysis to understand which methods reduce the time required for communicability calculation in the network. To conduct this study, it was necessary to develop programming skills using the Python language, study Complex Networks, and grasp how they model road networks. We demonstrate data that demonstrates that the most efficient method for randomly generated networks with 34 nodes and 78 edges is the “Series” method. The time taken by this method to compute the communicability of the network is approximately 196 times shorter than the time taken by the “Spectral” method and 6 times shorter than the “Exponential” method. This time is achieved when we truncate the “Series” method by introducing a new upper limit called  $k^*$ , which is calculated to be 9 for this specific network. By doing so, we are considering only walks between network nodes with a size of up to 9 steps. Finally, the limitations of measuring communicability in real road networks will be discussed. We finish by explaining the limitations of measuring communicability in real roads networks.

Keywords: Complex Networks. Road Networks. Communicability. Computational Cost. Python. Time.

## LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
1.1 a) Mapa de Königsberg no tempo de Euler. b) Uma representação da região em forma de grafo. . . . .	2
1.2 a) Imagem do mapa da região ao redor do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE) de São José dos Campos - SP. b) A representação da região em forma de grafo. . . . .	3
1.3 a) Congestionamento no Rio de Janeiro causado pelo Rock in Rio. b) Rodovia Rio-Santos completamente bloqueada por chuva forte. . . . .	4
2.1 Grafo simples com vértices enumerados. . . . .	5
2.2 Fluxograma de como é encontrado o índice $k^*$ . . . . .	7
3.1 Quanto tempo o método “Série” leva para calcular considerando o número de termos $k$ , juntamente com o tempo que os outros dois métodos demoram para mesma tarefa. . . . .	9
3.2 Razão dada pela equação 2.7 considerando termos $k$ . . . . .	10

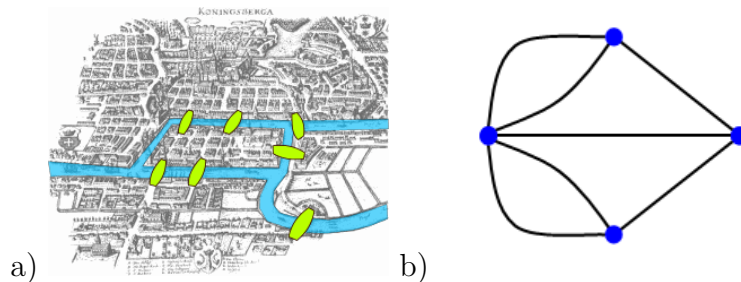
## SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
<b>1 INTRODUÇÃO . . . . .</b>	<b>2</b>
1.1 Objetivos . . . . .	3
<b>2 MATERIAIS E MÉTODOS . . . . .</b>	<b>3</b>
2.1 Teoria de Grafos . . . . .	4
2.2 Comunicabilidade . . . . .	6
2.3 O custo temporal dos métodos . . . . .	6
<b>3 RESULTADOS E DISCUSSÃO . . . . .</b>	<b>8</b>
<b>4 CONCLUSÕES . . . . .</b>	<b>9</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS . . . . .</b>	<b>11</b>

# 1 INTRODUÇÃO

O nascimento do corpo matemático por trás das redes complexas data do ano de 1735, quando o matemático suíço Leonhard Euler cria a Teoria de Grafos e oferece uma solução matemática rigorosa para o quebra-cabeça da época, o Problema das Pontes de Königsberg (BARABÁSI, 2016). Este problema se baseia em responder se é possível ou não atravessar as sete pontes da cidade sem repetir nenhuma delas. A solução de Euler foi modelar a cidade em um grafo, onde cada região se tornou um nó e cada ponte, uma aresta. Com isto, Euler solucionou o problema concluindo que não era possível atravessar as sete pontes sem repetir nenhuma e, além disto, descreveu que este tipo de evento só pode ocorrer quando há apenas duas regiões com números ímpares de pontes (EULER, 1736).

Figura 1.1 - a) Mapa de Königsberg no tempo de Euler. b) Uma representação da região em forma de grafo.



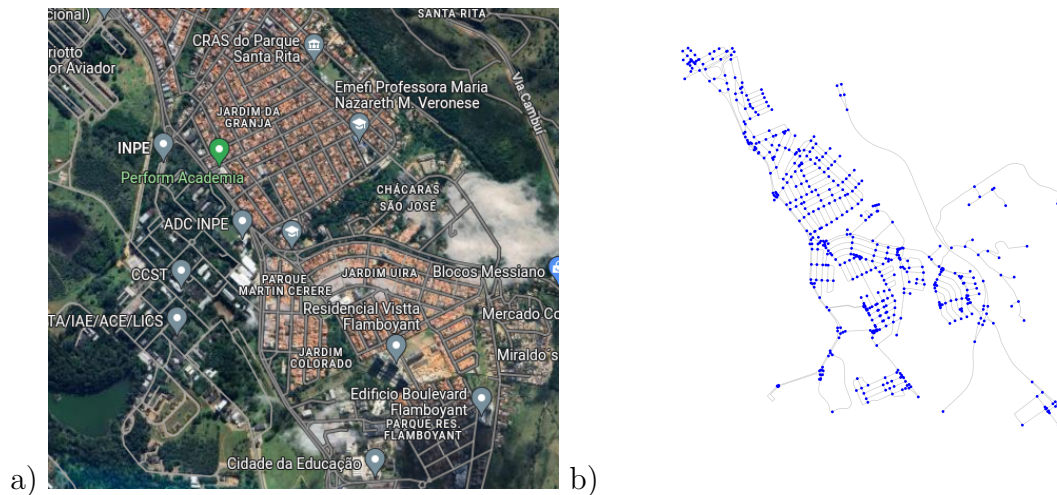
Neste caso, Euler representou as regiões como pontos e as pontes, como arestas, gerando a figura b).

Fonte: Sete pontes de Königsberg (2022)

Uma rede complexa é um grafo utilizado para representação de um sistema complexo. Um sistema com esta classe possui alguns aspectos importantes como grande número de constituintes, invariância por escala e exibição de propriedades coletivas (BESSA et al., 2010). A informação em uma rede depende do do sistema complexo que a rede representa. A figura 1.2 ilustra o enredo deste processo, onde há um sistema complexo (rede de ruas de uma cidade) sendo representado por um grafo simples.

Conforme Estrada e Hatano (2008) apresenta, a informação em uma rede complexa flui por muitos outros caminhos diferente dos menores. Um bom argumento para isto foi evidenciado no trabalho de Lima et al. (2016), o qual analisava rotas de GPS de pessoas anônimas com seus carros e conclui que as rotas individuais não são

Figura 1.2 - a) Imagem do mapa da região ao redor do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE) de São José dos Campos - SP. b) A representação da região em forma de grafo.



Fonte: a) (GOOGLE...), b) (BOEING, 2017).

escolhidas pela otimização do caminho, mesmo pra viagens de diferentes escalas e indivíduos.

O que nos motiva a realizar esta pesquisa é a otimização do cálculo deste “fluxo de informação”, tal como sua aplicação em redes reais, onde a comunicabilidade deve ser calculada em grafos direcionados.

## 1.1 Objetivos

O objetivo deste trabalho é analisar o comportamento de três métodos apresentados no artigo (ESTRADA; HATANO, 2008) que fornecem a comunicabilidade de um grafo simples, com a finalidade de diminuir o tempo deste processo. Outros objetivos do projeto são, definir um comprimento limite no tamanho da caminhada, de modo que a influência de passeios maiores que este limite seja tão menos impactante que podem ser desconsiderados.



Figura 1.3 - a) Congestionamento no Rio de Janeiro causado pelo Rock in Rio. b) Rodovia Rio-Santos completamente bloqueada por chuva forte.



Fonte: a)(TRÂNSITO..., 2022). b) (IMAGENS..., 2023)

## 2 MATERIAIS E MÉTODOS

Para analisar uma rede complexa precisamos definir formalmente alguns conceitos fundamentais da teoria dos grafos usando a linguagem matemática. Neste capítulo abordamos a teoria de grafos que será utilizada no cálculo das medidas. Após isto, será explicado a metodologia que consiste na análise temporal de códigos que fornecem a comunicabilidade de uma rede complexa.

### 2.1 Teoria de Grafos

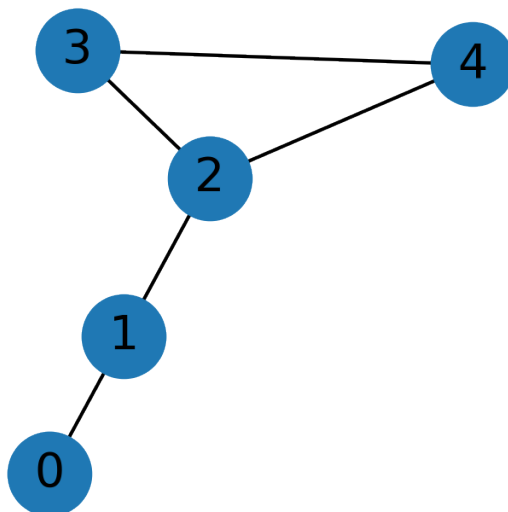
O grafo  $G$  é um par  $(V, E)$  onde  $V$  representa o conjunto de vértices e  $E$  o conjunto de arestas de  $G$  (MOSLER, 2017). podem ter as seguintes propriedades:

- se  $E$  for simétrico, então  $G$  é um grafo não direcionado.
- se  $E$  não for anti-reflexivo então  $G$  não possui self-loops, em outras palavras, não possui uma aresta que conectando o vértice a ele mesmo.
- se  $E$  não possui duas arestas conectando um mesmo par de vértices  $(i, j)$ , então  $G$  não é multigrafo.

Grafos que possuem o conjunto  $E$  simétrico, anti-reflexivo e não possui duas arestas conectando o mesmo par de vértices são denominados grafos simples. O escopo desta pesquisa é para este tipo de grafo.

Uma matriz de adjacência  $\mathbf{A}$  é uma das formas de descrever matematicamente um

Figura 2.1 - Grafo simples com vértices enumerados.



Fonte: Produção do autor.

grafo (BESSA et al., 2010). A representação de um grafo simples é feita por índices 0 ou 1, onde cada linha representa um nó e cada coluna, outro. Se houver uma conexão entre o nó da linha  $p$  com o nó da coluna  $q$ , então o índice  $A_{pq}$  terá o valor de 1. Caso contrário, não houver conexão entre eles, o valor será 0. Assim, podemos definir,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{cases} 1, & \text{se há uma aresta;} \\ 0, & \text{caso não tenha;} \end{cases} = a_{ij}, \quad (2.1)$$

Um passeio (ou caminhada) é uma sequência ordenada de arestas não necessariamente distintas (MOSLER, 2017). Um caminho é um tipo especial de passeio. Para este não podemos repetir uma aresta que já fez parte da caminhada. O comprimento de um passeio é dado pelo número de arestas que o forma. Em termos matemáticos, temos,

$$k = \sum_{i=1}^N (u_i, v_i) \quad (2.2)$$

onde  $k$  é o passeio,  $u_i$  e  $v_i$  são os vértices que formam aresta e  $k$  é o tamanho do passeio. Um caminho possui todos os  $u_i$  distintos.

Usando a definição de matriz adjacência, passeios e caminhos podemos descobrir qual o número de caminhadas possíveis em uma rede calculando  $\mathbf{A}^k$ , onde que  $a_{pq}$  diz quantas caminhadas de comprimento  $N$  possui entre os vértices  $p$  e  $q$ .

## 2.2 Comunicabilidade

A comunicabilidade entre dois vértices  $p$  e  $q$  é calculada considerando todos as caminhadas possíveis entre eles, fornecendo maior peso para as caminhadas com comprimentos menores (ESTRADA et al., 2012). Com isto, Estrada e Hatano (2008) define os índices da matriz de comunicabilidade,

$$Com_{pq} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\mathbf{A}^k)_{pq}}{k!} \quad (2.3)$$

$$= (e^{\mathbf{A}})_{pq} \quad (2.4)$$

$$= \sum_{j=1}^{\infty} \phi_j(p)\phi_j(q)e^{\lambda_j}, \quad (2.5)$$

o qual descreve como a informação flui entre os vértices  $p$  e  $q$  pelo valor de  $Com_{pq}$ .

A equação 2.3 utiliza a função fatorial para poder atribuir os maior peso aos passeios menores e por isto termos maiores tem pouca contribuição ao valor total da série, a equação 2.4 é uma consequência direta da anterior, utilizando série de Taylor de funções matriciais e, a última, é encontrada aplicando decomposição espectral na matriz de adjacência. Portanto,  $\lambda_j$  serão os autovalores associados aos autovetores  $\phi_j(p)$  na decomposição.

## 2.3 O custo temporal dos métodos

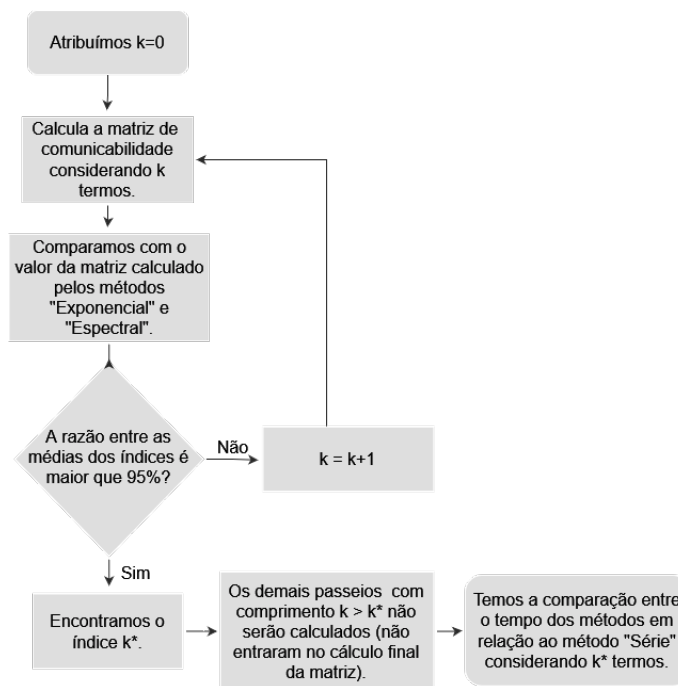
Para fazer esta análise de quanto um termo está impactando o resultado final da série, visto que quanto maior comprimento do passeio menor será sua contribuição, iremos realizar a média aritmética de cada índice  $Com_{pq}$  da matriz de comunicabilidade caso a série contivesse  $n$  termos. Ou seja,

$$Com_{pq} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\mathbf{A}^k)_{pq}}{k!} \rightarrow Com_{pq} = \sum_{k=0}^n \frac{(\mathbf{A}^k)_{pq}}{k!}, \quad (2.6)$$

assim, para  $n = 5$  e  $n = 10$  teremos valores diferentes. A diferença entre as médias  $\langle Com \rangle_n$  pode depender do tamanho da rede em questão. Uma rede maior pode precisar de mais termos para que esta diferença seja desprezível. Ainda assim, existirá um limite em que  $\langle Com \rangle_n \simeq \langle Com \rangle_m$ , com  $n < m$ . Com esta noção do comportamento da série e do conceito deste  $k$  representar o comprimento do caminho do passeio, vamos propor o índice de  $k^*$  como sendo o número termos da série em 2.3, que atribuí um valor maior ou igual 95% a  $\langle Com \rangle_{k^*}$ , quando relacionada com o valor da média calculada pelos métodos 2.5 e 2.4

$$\frac{(\langle Com \rangle)_{série}^*}{(\langle Com \rangle)_{referência}} \geq 95\% \quad (2.7)$$

Figura 2.2 - Fluxograma de como é encontrado o índice  $k^*$ .



Fonte: Produção do Autor.

Para esta comparação utilizaremos redes geradas aleatoriamente, isto porquê nos permite ter uma análise estatística dos dados.

A análise o custo computacional dos métodos será feito observando o tempo que

cada um deles precisa para calcular a matriz de comunicabilidade. Faremos também a média de um total de 20 medidas para diminuir a flutuação que pode ser gerada pela sistema utilizado para rodar o código. Esta será a ferramenta crítica para julgar o menor custo.

A biblioteca de funções *NetworkX* possui dois códigos prontos para os métodos 2.4 e 2.5 respectivamente. A equação 2.3 foi criada pelo nosso grupo de pesquisa e desta maneira temos controle de quantos termos considerar da série infinita. O código pode ser acessado pelo repositório online do *GitHub*<sup>1</sup>.

### 3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nosso propósito é entender o comportamento dos métodos através custo computacional relativo ao tempo. Para isso, foi feito a medida de quanto tempo decorre para cada um calcular a medida de comunicabilidade e, através da figura 3.2 podemos observar como o tempo do método denominado “Série” (aplicação da equação 2.3) aumenta de acordo com o número de termos  $k$  considerados em sua série. Os métodos denominados “Exponencial” e “Espectral” são as aplicações das equações 2.4 e 2.5 respectivamente. Assim, podemos observar como as diferenças de tempo, entre os métodos, diminui de acordo com o número de termos  $k$  do método em série.

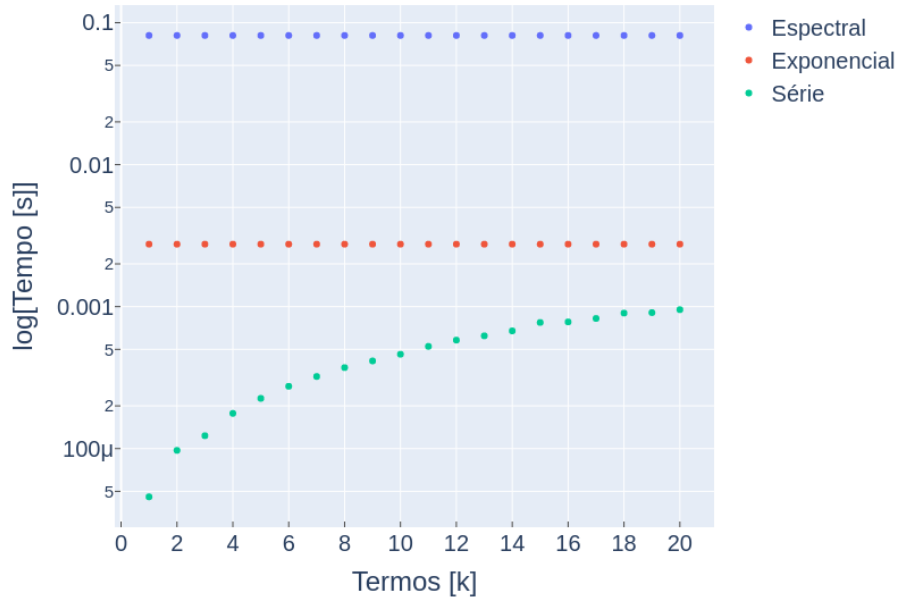
Portanto notamos que o método “Série”, quando adotamos apenas  $k = 9$  termos (o que chamamos de  $k^*$ ), o tempo do cálculo é aproximadamente 196 vezes menor que o método Espectral, o que não é tão relevante se comparado ao método “Exponencial”, mas ainda assim é cerca de 6 vezes menor.

O que pode ser um dos fatores do método “Exponencial” ter o menor tempo se comparado ao “Espectral”, seja porquê ele usa uma função da biblioteca *SciPy* para elevar o número de Euler  $e$  a uma matriz (que no nosso caso, é a matriz de adjacência). Esta biblioteca é sobrescrita sobre a biblioteca *NumPy* e possui diversas linguagens de programação como base, sendo algumas delas as linguagens *C* e *Fortran* que fazem parte do grupo chamado Linguagem de Baixo Nível. Estes tipos de linguagem são mais eficientes pois possuem seu nível de linguagem mais próximo da linguagem entendida pela máquina (*hardware*). Já o método “Espectral” usa uma função da biblioteca *NumPy* e esta não possui as otimizações feitas em álgebra linear e processamento de sinais da *SciPy*.

---

<sup>1</sup>Repositório do *GitHub*: código.

Figura 3.1 - Quanto tempo o método “Série” leva para calcular considerando o número de termos  $k$ , juntamente com o tempo que os outros dois métodos demoram para mesma tarefa.



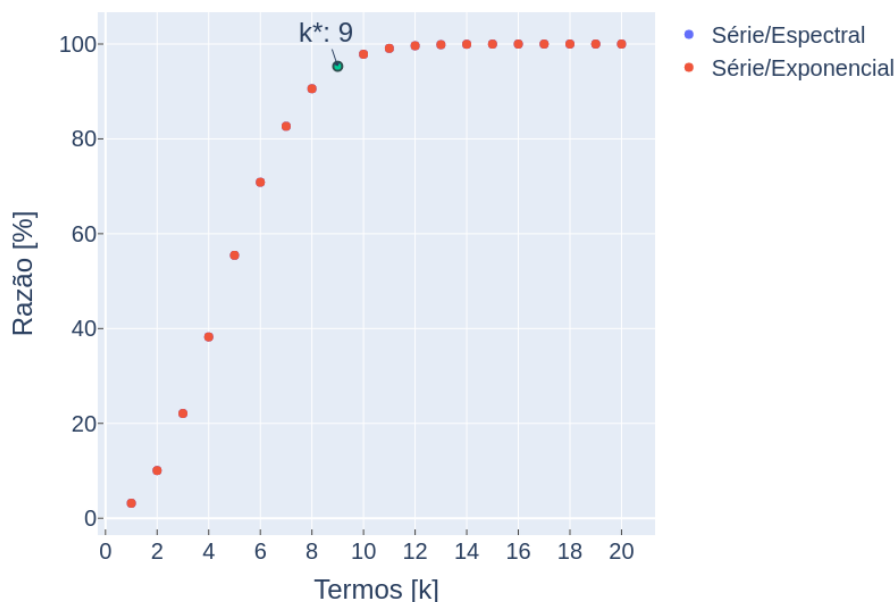
Fonte: Produção do autor.

Na figura 3.2 podemos observar como o método em série se aproxima rapidamente para o valor próximo da comunicabilidade de referência da rede, encontrando  $k^*$  como sendo nono termo da série. Verificamos então que todos os demais passeios com tamanho maior do que 9 compõem cerca de apenas 5% da comunicabilidade total da rede. Como é uma quantidade pequena se comparada com o tempo ganho caso continuasse considerando os demais passeios com comprimento maior que o de  $k^*$ , propomos desconsiderar estes.

#### 4 CONCLUSÕES

Apesar de suas diferenças de tempo para obter a comunicabilidade desta rede específica, os valores aproximados são da ordem de  $10^{-6}$  segundos. O que nos leva a pensar o por que da busca por eficiência se o tempo já é pequeno. Apoiado neste questão podemos argumentar que apesar do tempo relativamente curto, em mui-

Figura 3.2 - Razão dada pela equação 2.7 considerando termos  $k$ .



Fonte: Produção do autor.

tos casos medimos um índice inúmeras vezes. A vulnerabilidade da rede é um bom exemplo deste caso. Neste procedimento desejamos detectar qual o impacto que um nó ou aresta causa na rede caso não pertença mais a mesma e esta medida é feita calculando o índice antes da remoção (do nó ou da aresta) e logo após. Dependendo do número de remoções e do tamanho da rede, o tempo para obter a medida pode perdurar bastante.

O material deste estudo foi feito para uma rede simples e relativamente pequena se comparada a uma rede que representa uma cidade. Portanto, um dos próximos passos naturais desta pesquisa é aplicar os resultados da análise na medição do índice de comunicabilidade na análise de redes de estradas reais em regiões metropolitanas.

Esta pesquisa abrange somente grafos simples. Um grafo simples representando uma rede de estradas é análogo a fazer uma rede de estradas que sempre possui ruas com dois sentidos, todas tem o mesmo número de faixas, caso contrário, as arestas deveriam ter pesos ou ter mais de uma aresta ligando um mesmo par de vértices. A extensão deste estudo para outros tipos de grafos será um próximo passo desta

pesquisa.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARABÁSI, A.-L. **Network science**. 1. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2016. 475 p. 2

BESSA, A. D.; L, S. L. B.; R, M. L. P. N.; C., C. M.; S., C. P. G.  
**INTRODUÇÃO AS REDES COMPLEXAS**. Bahia: [s.n.], 2010. 2, 5

BOEING, G. OSMnx: New methods for acquiring, constructing, analyzing, and visualizing complex street networks. **Computers, Environment and Urban Systems**, Elsevier BV, v. 65, p. 126–139, set. 2017. Disponível em: <<<https://doi.org/10.1016/j.compenvurbsys.2017.05.004>>>. 3

ESTRADA, E.; HATANO, N. Communicability in complex networks. **Physical Review E**, American Physical Society (APS), v. 77, n. 3, mar. 2008. Disponível em: <<<https://doi.org/10.1103/physreve.77.036111>>>. 2, 3, 6

ESTRADA, E.; HATANO, N.; BENZI, M. The physics of communicability in complex networks. **Physics Reports**, Elsevier BV, v. 514, n. 3, p. 89–119, maio 2012. Disponível em: <<<https://doi.org/10.1016/j.physrep.2012.01.006>>>. 6

EULER, L. Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis. **Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae**, v. 8, p. 128–140, 1736. 2

GOOGLE Maps. Disponível em: <<<https://www.google.com.br/maps/@-22.0660686,-42.9236307,8z?entry=tту>>>. 3

IMAGENS aéreas mostram trabalho de retirada da lama em trecho totalmente interditado da Rio-Santos. fev. 2023. Disponível em: <<<https://g1.globo.com/sp/sao-paulo/noticia/2023/02/22/imagens-aereas-mostram-trabalho-de-retirada-da-lama-em-trecho-totalmente-interditado-da-rio-santos-ghtml>>>. 4

LIMA, A.; STANOJEVIC, R.; PAPAGIANNAKI, D.; RODRIGUEZ, P.; GONZÁLEZ, M. C. Understanding individual routing behaviour. **Journal of The Royal Society Interface**, The Royal Society, v. 13, n. 116, p. 20160021, mar. 2016. Disponível em: <<<https://doi.org/10.1098/rsif.2016.0021>>>. 2

MOSLER, K. Ernesto estrada and philip a. knight (2015): A first course in network theory, oxford university press, 272 pp., £29.99, ISBN 9780198726463. **Statistical Papers**, Springer Science and Business Media LLC, v. 58, n. 4, p. 1283–1284, out. 2017. Disponível em: <<<https://doi.org/10.1007/s00362-017-0961-1>>>. 4, 5



SETE PONTES DE KÖNIGSBERG. set. 2022. Page Version ID: 64487321.  
Disponível em: <<[https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Sete\\_pontes\\_de\\_K%C3%B6nigsberg&oldid=64487321](https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Sete_pontes_de_K%C3%B6nigsberg&oldid=64487321)>>. 2

TRÂNSITO caótico no Rio faz público levar até 3 horas para chegar ao Rock in Rio. set. 2022. Disponível em:  
<<<https://g1.globo.com/pop-arte/musica/rock-in-rio/2022/noticia/2022/09/02/transito-no-rio-faz-publico-se-atrasar-para-chegar-ao-rock-in-rio.ghtml>>>. 4