



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÕES
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

sid.inpe.br/mtc-m21d/2022/04.05.19.11-TDI

ESTUDO DE DINÂMICA, GUIAGEM, NAVEGAÇÃO E CONTROLE APLICADO À DEFLEXÃO DE ASTEROIDES

Rodolfo Batista Negri

Tese de Doutorado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelo Dr. Antônio Fernando Bertachini de Almeida Prado, aprovada em 23 de março de 2022.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34T/46L9G6P>>

INPE
São José dos Campos
2022

PUBLICADO POR:

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE
Coordenação de Ensino, Pesquisa e Extensão (COEPE)
Divisão de Biblioteca (DIBIB)
CEP 12.227-010
São José dos Campos - SP - Brasil
Tel.:(012) 3208-6923/7348
E-mail: pubtc@inpe.br

CONSELHO DE EDITORAÇÃO E PRESERVAÇÃO DA PRODUÇÃO INTELLECTUAL DO INPE - CEPPII (PORTARIA Nº 176/2018/SEI-INPE):

Presidente:

Dra. Marley Cavalcante de Lima Moscati - Coordenação-Geral de Ciências da Terra (CGCT)

Membros:

Dra. Ieda Del Arco Sanches - Conselho de Pós-Graduação (CPG)
Dr. Evandro Marconi Rocco - Coordenação-Geral de Engenharia, Tecnologia e Ciência Espaciais (CGCE)
Dr. Rafael Duarte Coelho dos Santos - Coordenação-Geral de Infraestrutura e Pesquisas Aplicadas (CGIP)
Simone Angélica Del Ducca Barbedo - Divisão de Biblioteca (DIBIB)

BIBLIOTECA DIGITAL:

Dr. Gerald Jean Francis Banon
Clayton Martins Pereira - Divisão de Biblioteca (DIBIB)

REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:

Simone Angélica Del Ducca Barbedo - Divisão de Biblioteca (DIBIB)
André Luis Dias Fernandes - Divisão de Biblioteca (DIBIB)

EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:

Ivone Martins - Divisão de Biblioteca (DIBIB)
André Luis Dias Fernandes - Divisão de Biblioteca (DIBIB)



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÕES
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

sid.inpe.br/mtc-m21d/2022/04.05.19.11-TDI

ESTUDO DE DINÂMICA, GUIAGEM, NAVEGAÇÃO E CONTROLE APLICADO À DEFLEXÃO DE ASTEROIDES

Rodolfo Batista Negri

Tese de Doutorado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelo Dr. Antônio Fernando Bertachini de Almeida Prado, aprovada em 23 de março de 2022.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34T/46L9G6P>>

INPE
São José dos Campos
2022

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Negri, Rodolfo Batista.

N312e Estudo de dinâmica, guiagem, navegação e controle aplicado à deflexão de asteroides / Rodolfo Batista Negri. – São José dos Campos : INPE, 2022.

xxviii + 235 p. ; (sid.inpe.br/mtc-m21d/2022/04.05.19.11-TDI)

Tese (Doutorado em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2022.

Orientador : Dr. Antônio Fernando Bertachini de Almeida Prado.

1. Deflexão de asteroides. 2. Defesa Planetária. 3. Guiagem, navegação e controle. 4. Astrodinâmica. 5. Missões a asteroides. I.Título.

CDU 629.78:523.44



Esta obra foi licenciada sob uma Licença [Creative Commons Atribuição-NãoComercial 3.0 Não Adaptada](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 3.0 Unported License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

MINISTÉRIO DA
CIÊNCIA, TECNOLOGIA
E INOVAÇÕES

INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS
Serviço de Pós-Graduação - SEPGR

DEFESA FINAL DE TESE RODOLFO BATISTA NEGRI
BANCA Nº 059/2022, REG 138452/2018.

No dia 23 de março de 2022, às 14 horas, por teleconferência, o(a) aluno(a) mencionado(a) acima defendeu seu trabalho final (apresentação oral seguida de arguição) perante uma Banca Examinadora, cujos membros estão listados abaixo. O(A) aluno(a) foi APROVADO(A) pela Banca Examinadora, por unanimidade, em cumprimento ao requisito exigido para obtenção do Título de Doutor em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle.

Título: "Estudo de Dinâmica, Guiagem, Navegação e Controle Aplicado à Deflexão de Asteroides".

Membros da Banca:

Dr. Ronan Arraes Jardim Chagas – Presidente – INPE

Dr. Antônio Fernando Bertachini de Almeida Prado – Orientador – INPE

Dr. Rodolpho Vilhena de Moraes – Membro Interno – INPE

Dra. Maisa de Oliveira Terra – Membro Externo – ITA/Depto de Mecânica do Voo

Dr. Diogo Merguizo Sanchez – Membro Externo – Colégio Cói - Araras-SP

Dr. Josué Cardoso dos Santos – Membro Externo – ITA



Documento assinado eletronicamente por **Ronan Arraes Jardim Chagas, Tecnologista**, em 24/03/2022, às 12:00 (horário oficial de Brasília), com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Maisa de Oliveira Terra (E), Usuário Externo**, em 24/03/2022, às 14:00 (horário oficial de Brasília), com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Rodolpho Vilhena de Moraes (E), Usuário Externo**, em 24/03/2022, às 15:00 (horário oficial de Brasília), com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Diogo Merguizo Sanchez (E), Usuário Externo**, em 24/03/2022, às 15:27 (horário oficial de Brasília), com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Josue cardoso dos santos (E), Usuário Externo**, em 28/03/2022, às 13:29 (horário oficial de Brasília), com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



Documento assinado eletronicamente por **Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado, Chefe do Serviço de Pós-Graduação**, em 01/04/2022, às 16:00 (horário oficial de Brasília), com fundamento no § 3º do art. 4º do [Decreto nº 10.543, de 13 de novembro de 2020](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site <http://sei.mctic.gov.br/verifica.html>, informando o código verificador **9536001** e o código CRC **B6B0FB8E**.

Referência: Processo nº 01340.001673/2022-11

SEI nº 9536001

*“Minha pobreza tal é
que não tenho presente melhor:
trago este papel de jornal
para lhe servir de cobertor
cobrindo-se assim de letras
vai um dia ser doutor”.*

JOÃO CABRAL DE MELO NETO
em “Morte e Vida Severina”, 1967

*“A Terra é um palco muito pequeno em uma imensa arena cósmica.
Pensem nos rios de sangue derramados por todos os generais e
imperadores para que, na glória do triunfo, pudessem ser os senhores
momentâneos de uma fração desse ponto. [...] O nosso planeta é um
pontinho solitário na grande escuridão cósmica circundante. Em
nossa obscuridade, no meio de toda essa imensidão, não há nenhum
indício de que, de algum outro mundo, virá socorro que nos salve de
nós mesmos”.*

CARL SAGAN
em “Pálido Ponto Azul”

*“Não há ensino sem pesquisa e pesquisa sem ensino. Esses quefazer
se encontram um no corpo do outro. Enquanto ensino continuo
buscando, reprocurando. Ensino porque busco, porque indaguei,
porque indago e me indago. Pesquiso para constatar, constatando,
intervenho, intervindo educo e me educo. Pesquiso para conhecer o
que ainda não conheço e comunicar ou anunciar a novidade”.*

PAULO FREIRE
em “Pedagogia da Autonomia - Saberes Necessários à
Prática Educativa”, 1996

*A meus pais **Silvério e Salete***

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, gostaria de agradecer minha mãe e meu pai por todo suporte que tive ao longo de minha vida e carreira. Sem eles, nada disso seria possível. Agradeço meu pai querido pelas conversas e desabafos diários que aguentou durante esse doutorado. A trilha não foi fácil, com vários percalços, e seus conselhos significaram muito a mim. Abraço também minha mãezinha querida por me receber em sua casa nesses dois anos de pandemia, desorganizando toda sua rotina. Amo muito vocês dois.

Também gostaria de agradecer o Bertachini pela orientação. Seus ensinamentos foram muito valiosos nessa jornada. Sempre estive solícito e com imensa presteza. Desejo poder dedicar essa atenção e paciência aos meus futuros orientandos.

Ainda, penso ser necessário lembrar de meu irmão Cainho e de outros importantes amigos durante esse período: Jordão, Nany e Mateus. Agradeço ao Jordão pela paciência com meus desabafos sobre a academia brasileira. Ainda, reconheço a importância das discussões e conversas, muitas delas online, que tive com Nany e Mateus. Sem esses encontros virtuais, a passagem pandêmica teria sido muito mais áspera.

Aos meus colegas do INPE e de meu grupo de pesquisa também agradeço pelas ajudas técnicas oferecidas. Em especial ao Diogo pela ajuda em operar o cluster do INPE, além do Safwan por disponibilizar um dia todo para validação do algoritmo de poliedro que eu desenvolvi. Faz necessário também agradecer a Unicamp, por me receber como aluno especial, onde pude aprender muito do que sei sobre teoria de controle, sem contar o contato com colegas de diversas áreas do saber, expandindo meu horizonte cultural.

Por fim, gostaria de agradecer pelo apoio, em forma de bolsa de doutorado, dado pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), processo nº 2017/20794-2, sem o qual esta tese não seria possível. Além disso, o presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

RESUMO

Em 1908, a explosão de um asteroide sobre a Sibéria, no que foi conhecido como Evento Tunguska, devastou uma área florestada que supera a região metropolitana de São Paulo. É previsto que a colisão de um asteroide como o de Tunguska ocorra uma vez a cada algumas centenas de anos. Objetivando a preparação para tal cenário, muitos estudos, nas mais diversas áreas, têm sido conduzidos para a sua previsão, administração e prevenção. Uma parcela desses trabalhos são focados em propostas de engenharia para a deflexão de um asteroide em rota de colisão com a Terra. Nessa linha, este trabalho tem por objetivo estudar a deflexão de asteroides do ponto de vista da dinâmica e da GN&C de espaçonaves associadas a tarefa. Isso é feito estudando tanto os efeitos após a deflexão, como também a operação da espaçonave em proximidade ao asteroide, além da viagem interplanetária até o alvo. Dentre os principais feitos desta pesquisa destacam-se: 1) apresentação e explicação das limitações de modelos dinâmicos simplificados na previsão do resultado de uma deflexão, tendo impacto direto no planejamento de uma missão; 2) introdução no Brasil de conceitos importantes para o projeto de uma trajetória interplanetária; 3) desenvolvimento de lei de controle para manutenção orbital autônoma, que pode ter impactos que não só para exploração de asteroides; 4) proposta de GN&C para uma exploração autônoma e rápida de um asteroide, conhecido pelas incertezas e grande nível de perturbações, indicando a possibilidade de encurtar a operação de meses para dias.

Palavras-chave: Deflexão de asteroides. Defesa Planetária. Guiagem, navegação e controle. Astrodinâmica. Missões a asteroides.

A STUDY OF DYNAMICS, GUIDANCE, NAVIGATION, AND CONTROL APPLIED TO ASTEROID DEFLECTION

ABSTRACT

In 1908, an asteroid exploded over Siberia in what was known as the Tunguska Event, devastating a forested area that surpasses the metropolitan region of São Paulo. An asteroid like Tunguska's collision is predicted to occur once every few hundred years. Many studies have been conducted in different areas for prediction, administration, and prevention as preparation for such a scenario. A portion of these works focuses on engineering proposals for deflecting an asteroid on a collision course with Earth. In that trend, this work aims to study asteroid deflection dynamics and the GN&C of spacecraft associated with the task. That goal is accomplished by studying effects after the deflection, the spacecraft's operation near the asteroid, and the interplanetary journey to the target. Among the main achievements of this research are: 1) presentation and explanation of the limitations of simplified dynamic models in predicting the result of a deflection, which impacts the planning of a mission; 2) introduction in Brazilian literature of essential concepts for the design of an interplanetary trajectory; 3) development of a control law for autonomous orbital maintenance, which may have applications other than just for asteroid exploration; 4) GN&C proposal for an autonomous and rapid exploration of an asteroid, known for the uncertainties and high level of disturbances, shortening the operation from months to days.

Keywords: Asteroid deflection. Planetary defense. Guidance, navigation, and control. Astrodynamics. Asteroid missions.

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
2.1 Representação do problema circular restrito de três corpos, CR3BP.	28
2.2 Representação do problema de quatro corpos.	30
2.3 Representação do problema bicircular restrito de quatro corpos.	33
2.4 Representação de um problema de n-corpos.	37
2.5 Representação do CRNBP no sistema sinódico.	39
2.6 <i>FLI</i> utilizando o CRNBP.	44
2.7 Família de órbitas verticais de Lyapunov em torno de \mathcal{L}_3 , utilizando o CR3BP para Júpiter-Ganimedes.	46
2.8 Continuação de uma órbita vertical de Lyapunov em torno de \mathcal{L}_3 , obtida do CR3BP para Júpiter-Ganimedes, para uma órbita periódica no CRNBP considerando a ressonância de Laplace de Ganimedes-Europa-Io.	47
3.1 Representação da distância de aproximação b	54
3.2 Representação do b-plano.	56
3.3 Trajetória do asteroide virtual 2005 ED224, simulada no CRNBP até 50 anos antes do impacto com a Terra, descrita no sistema fixo centrado no Sol e conforme o sistema eclíptico de coordenadas para J2000. A órbita circular da Terra no CRNBP é representada em vermelho, enquanto de Mercúrio a Marte em preto.	65
3.4 Trajetória do asteroide virtual 2008 EX5, simulada no CRNBP até 50 anos antes do impacto com a Terra, descrita no sistema fixo centrado no Sol e conforme o sistema eclíptico de coordenadas para J2000. A órbita circular da Terra no CRNBP é representada em vermelho, enquanto de Mercúrio a Marte em preto.	65
3.5 Trajetória do asteroide virtual 2008 UB7, simulada no CRNBP até 50 anos antes do impacto com a Terra, descrita no sistema fixo centrado no Sol e conforme o sistema eclíptico de coordenadas para J2000. A órbita circular da Terra no CRNBP é representada em vermelho, enquanto de Mercúrio a Marte em preto.	66
3.6 Trajetória do asteroide virtual 2009 JF1, simulada no CRNBP até 50 anos antes do impacto com a Terra, descrita no sistema fixo centrado no Sol e conforme o sistema eclíptico de coordenadas para J2000. A órbita circular da Terra no CRNBP é representada em vermelho, enquanto de Mercúrio a Marte em preto.	66

3.7	Trajectoria do asteroide virtual 2010 RF12, simulada no CRNBP até 50 anos antes do impacto com a Terra, descrita no sistema fixo centrado no Sol e conforme o sistema eclíptico de coordenadas para J2000. A órbita circular da Terra no CRNBP é representada em vermelho, enquanto de Mercúrio a Marte em preto.	67
3.8	Trajectoria do asteroide virtual 2015 JJ, simulada no CRNBP até 50 anos antes do impacto com a Terra, descrita no sistema fixo centrado no Sol e conforme o sistema eclíptico de coordenadas para J2000. A órbita circular da Terra no CRNBP é representada em vermelho, enquanto de Mercúrio a Marte em preto.	67
3.9	Trajectoria do asteroide virtual 2020 VW, simulada no CRNBP até 50 anos antes do impacto com a Terra, descrita no sistema fixo centrado no Sol e conforme o sistema eclíptico de coordenadas para J2000. A órbita circular da Terra no CRNBP é representada em vermelho, enquanto de Mercúrio a Marte em preto.	68
3.10	Trajectoria do asteroide virtual 2021 EU, simulada no CRNBP até 50 anos antes do impacto com a Terra, descrita no sistema fixo centrado no Sol e conforme o sistema eclíptico de coordenadas para J2000. A órbita circular da Terra no CRNBP é representada em vermelho, enquanto de Mercúrio a Marte em preto.	68
3.11	Trajectoria do asteroide virtual 3200 Phaethon, simulada no CRNBP até 50 anos antes do impacto com a Terra, descrita no sistema fixo centrado no Sol e conforme o sistema eclíptico de coordenadas para J2000. A órbita circular da Terra no CRNBP é representada em vermelho, enquanto de Mercúrio a Marte em preto.	69
3.12	Impulso ótimo para defletir o asteroide 2005 ED224 por um raio terrestre, com tempo de interceptação t_i até 50 anos antes do impacto com a Terra.	74
3.13	Impulso ótimo para defletir o asteroide 2008 EX5 por um raio terrestre, com tempo de interceptação t_i até 50 anos antes do impacto com a Terra.	74
3.14	Impulso ótimo para defletir o asteroide 2008 UB7 por um raio terrestre, com tempo de interceptação t_i até 50 anos antes do impacto com a Terra.	75
3.15	Impulso ótimo para defletir o asteroide 2009 JF1 por um raio terrestre, com tempo de interceptação t_i até 50 anos antes do impacto com a Terra.	75
3.16	Impulso ótimo para defletir o asteroide 2010 RF12 por um raio terrestre, com tempo de interceptação t_i até 50 anos antes do impacto com a Terra.	76
3.17	Impulso ótimo para defletir o asteroide 2015 JJ por um raio terrestre, com tempo de interceptação t_i até 50 anos antes do impacto com a Terra.	76

3.18	Impulso ótimo para defletir o asteroide 2020 VW por um raio terrestre, com tempo de interceptação t_i até 50 anos antes do impacto com a Terra.	77
3.19	Impulso ótimo para defletir o asteroide 2021 EU por um raio terrestre, com tempo de interceptação t_i até 50 anos antes do impacto com a Terra.	77
3.20	Impulso ótimo para defletir o asteroide 3200 Phaethon por um raio terrestre, com tempo de interceptação t_i até 50 anos antes do impacto com a Terra.	78
3.21	Máxima quantidade de movimento adicionada a um asteroide composto de dióxido de silício com 50% de porosidade (escala à esquerda) e altitude correspondente da fonte de nêutrons sobre sua superfície (escala à direita) em função da energia de nêutrons irradiada. Todos normalizados pelo diâmetro do asteroide.	82
3.22	Deflexão de baixo-empuxo ótima do asteroide 2005 ED224, considerando um trator gravitacional com diferentes valores de massas (em toneladas). A linha vermelha tracejada indica o raio do asteroide.	85
3.23	Deflexão de baixo-empuxo ótima do asteroide 2008 EX5, considerando um trator gravitacional com diferentes valores de massas (em toneladas). A linha vermelha tracejada indica o raio do asteroide.	86
3.24	Deflexão de baixo-empuxo ótima do asteroide 2008 UB7, considerando um trator gravitacional com diferentes valores de massas (em toneladas). A linha vermelha tracejada indica o raio do asteroide.	86
3.25	Deflexão de baixo-empuxo ótima do asteroide 2009 JF1, considerando um trator gravitacional com diferentes valores de massas (em toneladas). A linha vermelha tracejada indica o raio do asteroide.	87
3.26	Deflexão de baixo-empuxo ótima do asteroide 2010 RF12, considerando um trator gravitacional com diferentes valores de massas (em toneladas). A linha vermelha tracejada indica o raio do asteroide.	87
3.27	Deflexão de baixo-empuxo ótima do asteroide 2015 JJ, considerando um trator gravitacional com diferentes valores de massas (em toneladas). A linha vermelha tracejada indica o raio do asteroide.	88
3.28	Deflexão de baixo-empuxo ótima do asteroide 2020 VW, considerando um trator gravitacional com diferentes valores de massas (em toneladas). A linha vermelha tracejada indica o raio do asteroide.	88
3.29	Deflexão de baixo-empuxo ótima do asteroide 2021 EU, considerando um trator gravitacional com diferentes valores de massas (em toneladas). A linha vermelha tracejada indica o raio do asteroide.	89

3.30	Deflexão de baixo-empuxo ótima do asteroide 3200 Phaethon, considerando um trator gravitacional com diferentes valores de massas (em toneladas). A linha vermelha tracejada indica o raio do asteroide.	89
3.31	Esquema de um trator gravitacional.	90
3.32	Impulso ótimo necessário para defletir o asteroide 1997 XF11, utilizando um modelo de N-corpos.	91
3.33	Deflexão obtida com $\Delta V = 1$ cm/s ou $A_t = 4 \times 10^{-11}$ m/s ² para o asteroide 2005 ED224. Simulação no CRNBP até 50 anos antes do impacto com a Terra. Deflexão δ em raios terrestres e 1 raio terrestre representado por linha tracejada vermelha. Item “c” indica a distância com os planetas do sistema solar, na trajetória do asteroide não-defletido, normalizada pela esfera de influência (SOI) do respectivo planeta.	93
3.34	Deflexão obtida com $\Delta V = 1$ cm/s ou $A_t = 4 \times 10^{-11}$ m/s ² para o asteroide 2008 EX5. Simulação no CRNBP até 50 anos antes do impacto com a Terra. Deflexão δ em raios terrestres e 1 raio terrestre representado por linha tracejada vermelha. Item “c” indica a distância com os planetas do sistema solar, na trajetória do asteroide não-defletido, normalizada pela esfera de influência (SOI) do respectivo planeta.	94
3.35	Deflexão obtida com $\Delta V = 1$ cm/s ou $A_t = 4 \times 10^{-11}$ m/s ² para o asteroide 2008 UB7. Simulação no CRNBP até 50 anos antes do impacto com a Terra. Deflexão δ em raios terrestres e 1 raio terrestre representado por linha tracejada vermelha. Item “c” indica a distância com os planetas do sistema solar, na trajetória do asteroide não-defletido, normalizada pela esfera de influência (SOI) do respectivo planeta.	95
3.36	Deflexão obtida com $\Delta V = 1$ cm/s ou $A_t = 4 \times 10^{-11}$ m/s ² para o asteroide 2009 JF1. Simulação no CRNBP até 50 anos antes do impacto com a Terra. Deflexão δ em raios terrestres e 1 raio terrestre representado por linha tracejada vermelha. Item “c” indica a distância com os planetas do sistema solar, na trajetória do asteroide não-defletido, normalizada pela esfera de influência (SOI) do respectivo planeta.	96
3.37	Deflexão obtida com $\Delta V = 1$ cm/s ou $A_t = 4 \times 10^{-11}$ m/s ² para o asteroide 2010 RF12. Simulação no CRNBP até 50 anos antes do impacto com a Terra. Deflexão δ em raios terrestres e 1 raio terrestre representado por linha tracejada vermelha. Item “c” indica a distância com os planetas do sistema solar, na trajetória do asteroide não-defletido, normalizada pela esfera de influência (SOI) do respectivo planeta.	97

3.38	Deflexão obtida com $\Delta V = 1$ cm/s ou $A_t = 4 \times 10^{-11}$ m/s ² para o asteroide 2015 JJ. Simulação no CRNBP até 50 anos antes do impacto com a Terra. Deflexão δ em raios terrestres e 1 raio terrestre representado por linha tracejada vermelha. Item “c” indica a distância com os planetas do sistema solar, na trajetória do asteroide não-defletido, normalizada pela esfera de influência (SOI) do respectivo planeta.	98
3.39	Deflexão obtida com $\Delta V = 1$ cm/s ou $A_t = 4 \times 10^{-11}$ m/s ² para o asteroide 2020 VW. Simulação no CRNBP até 50 anos antes do impacto com a Terra. Deflexão δ em raios terrestres e 1 raio terrestre representado por linha tracejada vermelha. Item “c” indica a distância com os planetas do sistema solar, na trajetória do asteroide não-defletido, normalizada pela esfera de influência (SOI) do respectivo planeta.	99
3.40	Deflexão obtida com $\Delta V = 1$ cm/s ou $A_t = 4 \times 10^{-11}$ m/s ² para o asteroide 2021 EU. Simulação no CRNBP até 50 anos antes do impacto com a Terra. Deflexão δ em raios terrestres e 1 raio terrestre representado por linha tracejada vermelha. Item “c” indica a distância com os planetas do sistema solar, na trajetória do asteroide não-defletido, normalizada pela esfera de influência (SOI) do respectivo planeta.	100
3.41	Deflexão obtida com $\Delta V = 1$ cm/s ou $A_t = 4 \times 10^{-11}$ m/s ² para o asteroide 3200 Phaethon. Simulação no CRNBP até 50 anos antes do impacto com a Terra. Deflexão δ em raios terrestres e 1 raio terrestre representado por linha tracejada vermelha. Item “c” indica a distância com os planetas do sistema solar, na trajetória do asteroide não-defletido, normalizada pela esfera de influência (SOI) do respectivo planeta.	101
3.42	Variação de energia próximo ao planeta Vênus.	102
3.43	Projeção da trajetória dos asteroides 2005 ED224 e 3200 Phaethon fazendo uma transformação do sistema sinódico utilizado no CRNBP para uma condição em que apenas o Sol e Júpiter sejam os corpos fixos. Linhas pontilhadas vermelhas indicam de 1 a 10 SOIs de Júpiter.	104
3.44	Deflexão obtida com $\Delta V = 0.1$ cm/s ou $A_t = 4 \times 10^{-12}$ m/s ² para o asteroide 2008 UB7.	105
3.45	Deflexão obtida com $\Delta V = 10$ cm/s ou $A_t = 4 \times 10^{-10}$ m/s ² para o asteroide 2020 VW.	105
4.1	Gráfico de janelas para Marte, com época zero de lançamento em 1 de janeiro de 2023. Linhas pretas pontilhadas representam diferentes gastos de combustível para inserção em órbita com um periastro de 2 raios marcianos e excentricidade de 0.98.	113

4.2	Gráfico de janelas para gasto total de combustível em uma transferência a Marte com inserção em órbita com um periastro de 2 raios marcianos e excentricidade de 0.98. Época zero de lançamento em 1 de janeiro de 2023. Linhas pretas destacam curvas de 6 a 40 km/s, espaçadas por 2 km/s.	113
4.3	Gráfico de Tisserand considerando os cinco planetas mais próximos do Sol. Linhas laranja, amarela, azul, rosa e verde representam, respectivamente, Mercúrio, Vênus, Terra, Marte e Júpiter.	118
4.4	Exemplo de trajetória VEEGA utilizando o gráfico de Tisserand.	120
4.5	Aproximações de cada asteroide com os planetas do Sistema Solar.	124
4.6	Gráfico de janelas representando o gasto total de ΔV para uma transferência e rendezvous com os asteroides. As épocas zeros são 1 de janeiro de 2045 e 1 de janeiro de 2000 para, respectivamente, os asteroides 2021 EU e 2005 ED224.	125
4.7	Gráfico de janelas para o asteroide 2021 EU para C_3 e ΔV_a	126
4.8	Transferência ótima da Terra para o asteroide 2021 EU.	126
4.9	Transferência ótima da Terra para o asteroide 2005 ED224.	127
4.10	Gráfico de Tisserand para os asteroides 2021 EU e 2005 ED224. As curvas de velocidade constante de cada asteroide são representadas em branco, com $v_\infty = 1$ km/s, para anomalias verdadeiras de 0° a 180° . Linhas laranja, amarela, azul e rosa representam, respectivamente, Mercúrio, Vênus, Terra e Marte, para v_∞ de 1 km/s a 15 km/s, espaçado por 2 km/s.	128
4.11	Tour ótimo Vênus-Marte-Vênus-Terra para o asteroide 2021 EU.	129
4.12	Tour ótimo Vênus-Marte-Vênus para o asteroide 2021 EU.	129
4.13	Tour ótimo Vênus-Vênus-Terra-Terra para o asteroide 2021 EU.	130
4.14	Tour ótimo Vênus-Terra-Júpiter para o asteroide 2005 ED224.	131
4.15	Tour ótimo Vênus-Marte-Terra-Vênus para o asteroide 2005 ED224.	131
4.16	Gráfico de janelas para o asteroide 2005 ED224, com data zero em 1 de janeiro de 2000. Linhas pontilhadas representam ressonâncias em que o período da espaçonave é menor que do asteroide. Linhas contínuas representam ressonâncias que o período da espaçonave é maior.	132
4.17	Ressonância 3:1 com o asteroide 2005 ED224.	133
4.18	Gráfico de janelas para o asteroide 2021 EU para C_3 e δ . Época zero para 10 de novembro de 2050.	139
4.19	Viagem ótima para deflexão do asteroide 2021 EU.	139
4.20	Tour ótimo Terra-Terra-Júpiter para deflexão do asteroide 2021 EU.	140
4.21	Assistência gravitacional em Marte para deflexão do asteroide 2021 EU.	140
4.22	Gráfico de janelas para o asteroide 2005 ED224 para C_3 e δ . Época zero para 11 de março de 2002.	141

4.23	Viagem ótima para deflexão do asteroide 2005 ED224.	141
4.24	Tour ótimo Marte-Terra-Júpiter para deflexão do asteroide 2005 ED224.	142
4.25	Tour ótimo Marte-Terra para deflexão do asteroide 2005 ED224.	142
5.1	A função de histerese para cada componente de \vec{s}	175
5.2	Órbita controlada para o exemplo de seguimento de caminho móvel.	178
5.3	Componentes cartesianas do comando de controle para o exemplo de seguimento de caminho móvel.	179
5.4	Exemplo de cônicas conjugadas no sistema inercial.	179
5.5	Componentes cartesianas do comando de controle para o exemplo de cônicas conjugadas.	180
5.6	Exemplo para o Itokawa no sistema inercial, para $D = 1 \times 10^{-4} \text{ m/s}^2$, $n_\Phi = 5$, e $\lambda = 2$	182
5.7	Exemplo do 67P/Churyumov-Gerasimenko no referencial fixo no corpo, para $D = 1 \times 10^{-2} \text{ m/s}^2$, $n_\Phi = 5$, e $\lambda = 2$	183
5.8	Distância do baricentro do asteroide para diferentes parâmetros de controle, <i>sun-terminator orbit</i> circular sobre Itokawa, no referencial inercial.	185
5.9	Erro em r para diferentes frequências de controle, <i>sun-terminator orbit</i> circular sobre Itokawa, no referencial inercial, para $D = 1 \times 10^{-3}$ e $\lambda = 2$	186
5.10	Exemplo de Bennu no sistema inercial, para atualização da solução de navegação de 2 horas. $D = 1 \times 10^{-2} \text{ m/s}^2$, $n_\Phi = 5$ e $\lambda = 2$	188
5.11	Exemplo sobre Bennu de histerese mais restrita, no sistema inercial, para $D = 1 \times 10^{-2} \text{ m/s}^2$, $n_\Phi = 5$, $\lambda = 2$, $\vec{s}^+ = [0.02 \ 0.7 \ 0.05]^\top$ e $\vec{s}^- = 1/3\vec{\Phi}$	191
5.12	Exemplo sobre Bennu de histerese mais frouxa, no sistema inercial, para $D = 1 \times 10^{-2} \text{ m/s}^2$, $n_\Phi = 5$, $\lambda = 2$, $\vec{s}^+ = [0.1 \ 2.0 \ 0.15]^\top$ e $\vec{s}^- = 1/3\vec{\Phi}$	192
5.13	Exemplo em Bennu com modulação PWPF dos propulsores, sistema inercial, para $D = 1 \times 10^{-2} \text{ m/s}^2$, $n_\Phi = 5$, $\lambda = 2$, $\vec{s}^+ = [0.1 \ 2.0 \ 0.15]^\top$ e $\vec{s}^- = 1/3\vec{\Phi}$	193
5.14	Aplicações interessantes sobre Bennu, no referencial inercial, para $D = 1 \times 10^{-2} \text{ m/s}^2$, $n_\Phi = 5$, $\lambda = 2$, $\vec{s}^+ = [0.1 \ 2.0 \ 0.15]^\top$ e $\vec{s}^- = 1/3\vec{\Phi}$	195
5.15	Simulação de Monte Carlo, erro de injeção orbital sobre Bennu, no referencial inercial, para $D = 1 \times 10^{-2} \text{ m/s}^2$, $n_\Phi = 5$, $\lambda = 2$, $\vec{s}^+ = [0.1 \ 2.0 \ 0.15]^\top$ e $\vec{s}^- = 1/3\vec{\Phi}$	196
5.16	Resultados na exploração do asteroide Itokawa, considerando $\sigma_R = 0.01$	200
5.17	Média das acelerações envolvidas com a distância.	201
5.18	Resultados na exploração do asteroide Bennu, considerando $\sigma_R = 0.01$	202
5.19	Rastreamento da espaçonave sobre os asteroides, $\sigma_R = 0.01$	203
5.20	Resultados para a exploração de Bennu considerando diferentes σ_{RS}	204

5.21 Simulação de Monte Carlo de 500 amostras para Bennu, considerando $\sigma_R = 0.01$	205
A.1 Modulador PWPF.	235

LISTA DE TABELAS

	<u>Pág.</u>	
3.1	Dados dos asteroides selecionados como impactantes, obtidos do <i>website</i> do CNEOS (cneos.jpl.nasa.gov/sentry/). Asteroides sem probabilidade de impacto, \mathcal{P}_{im} , significa que não há nenhuma previsão de impacto com a Terra e os dados considerados como impacto são para a maior aproximação com a Terra, obtidos no <i>Small-Body Database Lookup</i> do <i>Jet Propulsion Lab-NASA</i> (ssd.jpl.nasa.gov/tools).	63
3.2	Elementos orbitais osculadores para os asteroides considerados, conforme efemérides no sistema <i>Horizons</i> do <i>Jet Propulsion Lab-NASA</i> (ssd.jpl.nasa.gov/horizons/). Os valores foram truncados em dez casas decimais para apresentação.	70
3.3	Elementos orbitais osculadores para os asteroides considerados após otimizações garantindo impacto nas simulações utilizando CRNBP. As épocas mantêm-se as mesmas das apresentadas na Tabela 3.2. Os valores foram truncados em dez casas decimais para apresentação.	71
3.4	Diferentes impulsos estimados para os diferentes asteroides virtuais, em cm/s. As colunas $0.1v_{esc}$ indicam o limite de impulso que pode ser aplicado sem a fragmentação do asteroide, também em cm/s.	80
3.5	Dados tomados da Figura 3.21 para máximo de alteração da quantidade de movimento utilizando uma explosão nuclear em proximidade a cada um dos asteroides virtuais selecionados.	83
4.1	Tours encontrados para o asteroide 2021 EU, com data de lançamento entre 1 de janeiro de 2045 e 10 de novembro de 2053.	135
4.2	Tours encontrados para o asteroide 2005 ED224, com data de lançamento entre 1 de janeiro de 2000 e 11 de março de 2005.	136
4.3	Tours encontrados para passagens pelo asteroide 2005 ED224, com data de lançamento entre 1 de janeiro de 2000 e 11 de março de 2005.	137
4.4	Tours encontrados para para deflexão do asteroide 2021 EU.	144
4.5	Tours encontrados para para deflexão do asteroide 2005 ED224.	145

SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Objetivos e justificativas	6
1.2 Revisão bibliográfica	7
1.3 Organização do trabalho	10
1.4 Contribuições inéditas	11
1.5 Contribuições ao desenvolvimento brasileiro	11
1.6 Publicações	15
2 FUNDAMENTOS DE ASTRODINÂMICA E GN&C	19
2.1 Problema de dois corpos	19
2.2 Problema de três corpos	23
2.2.1 Esfera de influência e cônicas conjugadas	24
2.2.2 Problema circular restrito de três corpos	26
2.3 Problema de N-corpos	28
2.3.1 Problema bicircular restrito de quatro corpos	28
2.3.1.1 Caso binário	30
2.3.1.2 Caso não-binário	33
2.3.1.3 Caso geral	34
2.3.2 Problema circular restrito de N-corpos	36
2.3.2.1 Correspondência em efemérides	40
2.3.2.2 Exemplos ilustrativos	44
2.4 Guiagem, navegação e controle	49
3 A DEFLEXÃO E SUAS CONSEQUÊNCIAS	53
3.1 Cônicas conjugadas aplicadas à análise de impacto	53
3.1.1 Focalização gravitacional	53
3.1.2 B-plano	55
3.1.3 Modelo analítico de Izzo	56
3.1.4 Modelo analítico de Vasile e Colombo	58
3.2 Cálculo da trajetória de impactantes	59
3.3 Deflexão impulsiva ótima	72
3.4 Deflexão de baixo-empuxo ótima	82
3.5 Efeitos de outros corpos em uma deflexão	89

3.6	Síntese e conclusões	106
4	A VIAGEM INTERPLANETÁRIA AO ASTEROIDE	109
4.1	Problema de Lambert	109
4.2	Aproximações de efeméride	110
4.3	<i>Porkchop plot</i> - gráfico de janelas	111
4.4	O problema de múltiplas assistências gravitacionais	114
4.4.1	Cônicas conjugadas de zero-SOI	114
4.4.2	Gráfico de Tisserand	116
4.4.3	Otimização	120
4.5	Viagem ótima para reconhecimento	123
4.6	Viagem ótima para deflexão	138
4.7	Síntese e conclusões	146
5	OPERAÇÕES PRÓXIMAS AO ASTEROIDE	149
5.1	Dinâmica	150
5.1.1	Sistemas de referência e equações do movimento	150
5.1.2	Principais forças atuantes	152
5.2	Navegação	155
5.2.1	Dinâmica e ambiente nominais embarcados	155
5.2.2	Medições	157
5.2.3	Estimação	160
5.3	Guiagem e controle	161
5.3.1	Controle por modos deslizantes	162
5.3.2	Controle por seguimento de caminho	163
5.3.3	Guiagem de Monte Carlo-Lambert	164
5.3.4	Controle robusto para manutenção orbital	165
5.3.4.1	Considerações práticas	174
5.3.4.2	Exemplos ilustrativos em aplicações genéricas	177
5.4	Validação da lei de controle para manutenção orbital	179
5.4.1	Análise paramétrica	183
5.4.2	Análise aplicada ao Bennu	186
5.5	Rápida exploração autônoma do asteroide	195
5.5.1	Considerações práticas	197
5.5.2	Resultados	198
5.6	Síntese e conclusões	206
6	CONCLUSÕES GERAIS E PERSPECTIVAS	209

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	213
APÊNDICE A - SISTEMAS DE REFERÊNCIA DE FRENET-SERRET.	233
APÊNDICE B - MODULADOR PWPF	235

1 INTRODUÇÃO

As evidências de impactos entre corpos celestes no Sistema Solar é bem conhecida, das crateras e fraturas em pequenos asteroides até as grandes crateras de Mercúrio, Calisto e Lua. A atmosfera da Terra faz com que o histórico de colisões aqui seja menos evidente de que a desses corpos celestes sem atmosfera, mas ainda assim há sinais geográficos que evidenciam impactos passados, como a cratera Chicxulub em Yucatan, onde um asteroide com cerca de 10 km de diâmetro foi, possivelmente, o responsável por uma catástrofe em escala global há 65 milhões de anos (ALVAREZ et al., 1980; HILDEBRAND et al., 1991). Casos mais recentes nos alertam sobre a possibilidade de impactos com a Terra e os perigos a eles associados. Pode-se citar como exemplo o evento Tunguska, em 1908, onde um objeto de dezenas de metros em diâmetro explodiu sobre a Sibéria, criando uma onda de choque que danificou uma área florestada de 2000 km² (CHYBA et al., 1993), ou o recente caso do meteoro de Chelyabinsk em 2013 (POPOVA et al., 2013). Segundo Harris et al. (2015), estima-se que o impacto de um corpo com diâmetro semelhante ao de Chicxulub ocorra uma vez a cada 66 milhões de anos. Porém, para corpos de diâmetro semelhante ao do evento Tunguska, a frequência corresponde a algumas centenas de anos, enquanto é de dezenas para eventos tais como o de Chelyabinsk.

O risco de impacto é real e a mais importante fonte são os chamados NEOs (*Near-Earth Objects*). Com uma probabilidade bem menor, cometas que podem entrar no sistema solar interior devido a estilingues gravitacionais de Júpiter (BOARD et al., 2010). Os NEOs são classificados como asteroides e cometas orbitando o Sol com um periélio menor que 1.3 AU. Como o número de asteroides dentre os NEOs excede em muito os de cometas, muitos dos estudos acabam dedicando especial atenção à subclasse de asteroides, designados como NEAs. Existem vários estudos dedicados a catalogar suas órbitas, tamanhos, distribuição e outras propriedades (GRANVIK et al., 2018; MORBIDELLI et al., 2020). Uma discussão ampla sobre esses desenvolvimentos pode ser encontrada em Michel et al. (2015, pág. 806).

Ainda que corpos de diâmetro maior que 1 km possam causar desastres em escala global, estima-se que cerca de mais de 90% deles já estejam catalogados, segundo o *Center for Near Earth Object Studies* ¹. Além disso, o único asteroide atualmente classificado como potencialmente perigoso (PHA) e excedendo 1 km é o (29075) 1950 DA ². No entanto, como alertam Harris et al. (2015), e os eventos Tunguska

¹cneos.jpl.nasa.gov/stats/

²cneos.jpl.nasa.gov/stats/

e Chelyabinsk reforçam, é possível que corpos menores, apresentando uma maior dificuldade de catalogação, possam ser a maior fonte de risco atual.

Felizmente, os esforços não têm focado apenas na catalogação e estimativa de impactos e impactantes. Para se preparar e evitar um possível impacto, estudos propondo diversas estratégias de deflexão desses corpos foram realizados. As alternativas apresentadas até aqui podem ser separadas em duas categorias: as deflexões impulsivas e as de baixo-empuxo. Dentre as de baixo empuxo cita-se:

- **Trator gravitacional.** Foi originalmente proposta por Lu e Love (2005), seu conceito é simples: controlando uma espaçonave em voo pairado (*hover*) sobre o asteroide, a uma determinada distância, a gravidade da espaçonave sobre o asteroide deverá alterar continuamente sua trajetória;
- **Condução por feixe de íons.** Neste caso, uma espaçonave em voo pairado equipada com propulsores iônicos aponta seu feixe de íons ao asteroide, de forma que a troca de quantidade de movimento entre os íons e o asteroide produza uma alteração da órbita (BOMBARDELLI; PELÁEZ, 2011; BOMBARDELLI et al., 2013);
- **Rebocador de asteroides.** Uma espaçonave realiza um rendezvous com o asteroide e o conduz, seja por meio de cabos ou braços robóticos, utilizando seu sistema propulsivo (SCHWEICKART et al., 2003);
- **Mass driver.** A espaçonave aterrissa sobre o corpo, minera material e o ejeta a alta velocidade. Dependendo da quantidade de massa, taxa de ejeção e período considerado, pode se argumentar que essa técnica deve ser analisada como multi-impulsiva;
- **Modificadores de propriedades termo-ópticas.** Aqui agrupam-se um conjunto de técnicas que se valem de alterar as propriedades ópticas ou térmicas do corpo. Isso pode se dar pela acentuação do efeito Yarkovsky (SPITALE, 2002), focalização de luz solar (VASILE; MADDOCK, 2012), laser para sublimação de material da superfície (GIBBINGS et al., 2011; GIBBINGS et al., 2013), ou até uma combinação de sublimação e Yarkovsky acentuado.

Cada um dessas técnicas possui vantagens e desvantagens, conforme suas características e perfis de operação, como já bem documentado na literatura (MELOSH et al., 1994; SANCHEZ et al., 2009; WEISBIN et al., 2015; THIRY; VASILE, 2017; ANTHONY;

EMAMI, 2018; SÁNCHEZ-LOZANO et al., 2020). No entanto, todas elas se resumem ao seguinte problema dinâmico:

$$\ddot{\vec{R}} = -\frac{\mu}{R^3}\vec{R} + \vec{a}_d, \quad (1.1)$$

em que \vec{R} indica posição do asteroide com respeito ao Sol, μ é o parâmetro gravitacional do Sol e \vec{a}_d o empuxo gerado pela técnica de deflexão. Então, fundamentalmente, o problema passa ser o de controlar a espaçonave em proximidade ao asteroide por um longo período (dezenas de anos). Por exemplo, Wie (2008a) examina a viabilidade do trator gravitacional com foco na sua dinâmica e controle aplicados ao asteroide Apophis. Olympio (2010) faz um estudo ótimo do controle de uma espaçonave deste tipo, Fahnstock e Scheeres (2008) estudam o problema da estabilização da atitude desse tipo de espaçonave e Gong et al. (2009) analisam a voo em formação dessas espaçonaves com velas solares.

Já dentre as deflexões impulsivas encontram-se:

- **Impacto cinético.** Simplesmente uma ou diversas espaçonaves são colididas contra o asteroide. É a melhor técnica para uma deflexão, dado o nível científico e tecnológico atual (SANCHEZ et al., 2009; WEISBIN et al., 2015; THIRY; VASILE, 2017; ANTHONY; EMAMI, 2018; SÁNCHEZ-LOZANO et al., 2020). Por conta disso, também é onde se concentra a imensa maioria de estudos. Por exemplo, McInnes (2004) estuda a deflexão por impacto cinético a partir de órbitas retrógradas, Dachwald e Wie (2007) propõem impactos de espaçonaves com velas solares para uma missão fictícia e analisam a influência de alguns parâmetros na estratégia e Hawkins et al. (2010) estudam diferentes leis de controle e guiagem para a interceptação de asteroides. Marcus et al. (2017) propõem a utilização de um asteroide menor para impactar o alvo e Feldhacker et al. (2017) alertam para a dependência do formato do asteroide. Sanchez e Colombo (2013) avaliam a eficiência de deflexão para uma espaçonave pequena;
- **Explosão de artefatos.** Diversas maneiras de se explodir um artefato (nuclear ou não) para alterar a trajetória do asteroide (AHRENS; HARRIS, 1992; WIE, 2013; SYAL et al., 2013). É a única técnica atual capaz de defletir asteroides maiores ($\gtrsim 500$ m de diâmetro) ou com pequeno tempo de aviso (SYAL et al., 2013). Vale ressaltar ser possível que os riscos de conflitos geopolíticos violentos em escala global, devido uma alegada preparação

para deflexão, sejam maiores que o risco de impacto de um corpo celeste contra a Terra (SAGAN, 1994; BAUM, 2019).

Para as técnicas que consistem em explosão de um artefato, a modelagem tende a ser bastante complexa, necessitando de uma descrição adequada da explosão e sua interação com o asteroide. No caso de impacto cinético, a deflexão pode ser aproximada como:

$$m\vec{v} = (M + m)\Delta\vec{V} - \vec{p}_{ej} \Rightarrow \Delta\vec{V} \approx \frac{m}{M + m}\beta\vec{v}, \quad (1.2)$$

em que m e M representam a massa da espaçonave e asteroide, respectivamente, \vec{v} é a velocidade da espaçonave relativa ao asteroide e $\Delta\vec{V}$ é a velocidade adicionada à trajetória heliocêntrica do asteroide. A matriz constante β é um fator que escala a mudança de velocidade e reflete o efeito do momento linear adicionado, \vec{p}_{ej} , como subproduto do impacto ou explosão. Isso se dá pela simples ejeção de material da cratera (CHENG et al., 2015). Utilizando explosivos, um efeito semelhante é observado, consequência de sublimação de material da superfície ou a ejeção decorrida de uma possível fragmentação (AHRENS; HARRIS, 1992). De uma forma ou outra, uma grande incerteza paira sobre o fator β (STICKLE et al., 2020), já que está ligado as propriedades do asteroide, conhecidos por serem particularmente diversos em propriedades (MICHEL et al., 2015, Capítulo 2.1).

Apesar da miríade de propostas para se defletir asteroides e incertezas associadas, nenhuma técnica foi ainda testada e estudos devem avançar nessa área de forma que essas técnicas sejam exequíveis e confiáveis. Como já citado, a estratégia mais factível e em voga no momento é a de deflexão impulsiva por impacto cinético, e seus efeitos serão testados em breve pela missão DART (*Double Asteroid Redirection Test*) da NASA (CHENG et al., 2015), a qual acaba de ser lançada e impactará o binário 65803 Didymos ao fim de 2022. Esta será a primeira demonstração da estratégia de deflexão impulsiva por impacto cinético, seu principal objetivo é impactar o menor corpo do sistema binário, fornecendo um experimento em escala real para a determinação da matriz β da Equação 1.2.

A transferência de quantidade de movimento deverá ser analisada por variações orbitais observadas em solo e pelo *cubesat* LICIACube, da Agência Espacial Italiana, que chegará após o impacto e fornecerá importantes imagens da evolução temporal do material ejetado (CHENG et al., 2020; DOTTO et al., 2021). Um importante passo também será dado ao se testar a lei de guiagem terminal que assegurará a detecção

do menor primário e o choque em hipervelocidade (CHEN et al., 2018). Tal missão já atesta a relevância, o interesse crescente e a atualidade desse tema em astrodinâmica. Todavia, ainda que a discussão até aqui tenha se centrado em defesa planetária, o tema não se esgota aí.

Alguns autores diferenciam entre deflexão e redirecionamento de asteroides (ANTHONY; EMAMI, 2018). Redirecionamento seria a aplicação de qualquer uma das técnicas apresentadas até aqui com fins que não o de defesa planetária. Uma dessas outras aplicações seria econômica, como para a mineração. Nesse caso, a importância de técnicas de baixo-empuxo ganham uma maior relevância, já que por conta dos riscos inerentes do redirecionamento de um asteroide para uma órbita próxima a Terra, o vetor \vec{a}_d da Equação 1.1 pode ser interpretado como um comando de controle, trazendo maior confiabilidade. Em 2018, o *National Science and Technology Council*, braço da Casa Branca para coordenação da ciência e tecnologia, apresentou um relatório em que elenca planos para melhorar a capacidade de detecção de PHAs e de resposta a um possível cenário de impacto (DAMIEN-IWG, 2018). Nesse documento também se lê sobre o interesse secundário americano, ao menos oficialmente, na mineração de asteroides.

Estudos teóricos sobre a viabilidade de se minerar asteroides já podem ser encontrados na literatura, têm-se análises sob os mais diversos pontos de vista, desde econômicos até operacionais (ROSS, 2001; SONTER, 1997): Sanchez e McInnes (2013) e Sanchez e McInnes (2011) mapeiam os recursos que podem ser encontrados em asteroides próximos a Terra, Yárnoz et al. (2013) estudam objetos que podem ser facilmente recolhidos para uma órbita terrestre em termos de custo. Blair e Economics (2000) analisam, sob uma perspectiva econômica, os efeitos do suprimento hipotético de platina proveniente da exploração espacial, Kargel (1994) faz um estudo do possível impacto na economia de metais preciosos em asteroides e Elvis (2012) elenca razões científicas e econômicas para se minerar asteroides. Ceriotti e Sanchez (2016) estudam o controle desses asteroides em órbitas sob pontos de libração e trajetórias até esses pontos; Brophy et al. (2012) investigam a viabilidade de identificar, capturar e retornar um asteroide para a órbita terrestre; O'Leary et al. (1979) e Lewis (1996) fazem um estudo sobre a exploração de asteroides e coleta de seus materiais; e O'Leary (1977) estuda a viabilidade de mineração dos asteroides categorizados como Apolo e Amor.

1.1 Objetivos e justificativas

Com a pequena introdução ao tema dada até aqui, se nota não só sua atualidade e relevância, bem como a amplitude e a riqueza de desenvolvimentos necessários nas mais diversas áreas. Motivado por essa abundância, este trabalho parte do mote da deflexão de asteroides, identifica desenvolvimentos necessários relacionados a dinâmica e a guiagem, navegação e controle (GN&C) e os estuda, analisa e propõe soluções ou novos prismas explicativos. Mais explicitamente, foram trabalhadas três linhas neste estudo:

- Existem diversas investigações na literatura sobre a relação de uma deflexão e o resultado esperado. A quase totalidade desses trabalhos apenas consideram o problema de dois corpos entre asteroide defletido e Sol, ou, como aproximação de um problema de três corpos, uma conjugação de órbitas Keplerianas (asteroide-Sol e asteroide-Terra). Logo, segue a pergunta: dada uma deflexão, existem relações gerais esperadas como resultado ao se considerar uma interação gravitacional contínua entre três ou mais corpos (asteroide-Sol-Terra-outros corpos)? Se existem, quais são?
- Uma parte importante no planejamento de uma missão interplanetária é justamente a obtenção da trajetória interplanetária. Seu cálculo está limitado por diversos fatores, como escolha de lançador e objetivo final. Este trabalho também estudará particularidades da obtenção de trajetórias para missões de deflexão, considerando tanto uma missão de reconhecimento pré-deflexão, quanto o cálculo da trajetória defletora. O principal objetivo é o *know-how* no projeto de missões interplanetárias.
- O sucesso de uma deflexão está ligado ao conhecimento das propriedades do asteroide, como bem mostrou [Feldhacker et al. \(2017\)](#) em relação ao formato, ou também as incertezas quanto ao parâmetro β ([CHENG et al., 2015](#)), além de várias outras propriedades ([SYAL et al., 2016](#)). Para a deflexão de baixo-empuxo é necessário conhecer suficientemente bem o ambiente para se operar de forma segura por décadas, isso pode ser um processo contínuo e cauteloso, como é o caso de missões atuais para asteroides. Todavia, em uma deflexão impulsiva, a espaçonave terá de cumprir sua missão com grandes incertezas sobre as propriedades do asteroide. Por exemplo, incertezas no tamanho e massa de um asteroide estão na ordem de 100% e 2000%, respectivamente, para medições feitas em solo ([BOARD et al., 2019](#)). Portanto, se possível, seria importante uma missão prévia de

reconhecimento visando obter informações relevantes quanto ao ambiente (existência de luas ou detritos) e propriedades (massa, tamanho, fissuras, porosidade, densidade, e outras) do asteroide. Ainda, pode ser necessário que tal missão de reconhecimento chegue apenas alguns dias ou horas antes da espaçonave defletora. Se a espaçonave de reconhecimento seguir as arquiteturas de missões atuais, pode ser que demore semanas ou meses para obter uma quantidade relevante de informações. Então, este trabalho focará em estratégias de GN&C que permitam uma exploração rápida, autônoma e robusta do asteroide, de forma que possibilite a coleta do maior número de dados possíveis em um curto período.

1.2 Revisão bibliográfica

Efeitos de uma deflexão

A relação entre uma deflexão e o efeito de outros corpos sobre ela recebe curiosamente pouca atenção. [Ahrens e Harris \(1992\)](#) deriva uma das primeiras estimativas analíticas do impulso necessário para defletir um asteroide em vias de colidir a Terra ao considerar um problema de dois-corpos asteroide-Sol e a aplicação de um impulso tangencial a velocidade do asteroide. [Park e Ross \(1999\)](#) formulam um problema de otimização para encontrar o impulso mínimo para defletir um asteroide utilizando um problema planar de dois corpos e coeficientes de Lagrange para propagação no tempo. Em linhas gerais, é encontrado que o impulso ótimo deve ser aplicado no periélio da órbita do asteroide e que para tempos maiores de interceptação tende a ser paralelo a sua velocidade orbital. [Conway \(2001\)](#) expande o problema de otimização para o caso tridimensional, e considera uma interceptação pouco antes (menos que um ano) da colisão prevista. Seus resultados confirmam que, para uma interceptação próxima da colisão prevista, a componente radial do impulso passa a ter maior relevância, e mostra que a componente normal não é ótima.

Uma aproximação de terceiro corpo é adicionada por [Ross et al. \(2001\)](#), que expandem o trabalho de [Park e Ross \(1999\)](#) considerando o efeito gravitacional da Terra no momento da colisão. É encontrado que o impulso ótimo ao se considerar a atração gravitacional da Terra tem um aumento significativo, especialmente para asteroides que possuam um semi-eixo maior próximo de 1 AU . O porquê disso é facilmente explicado pelo fato de que esses asteroides possuem uma energia orbital muito próxima da Terra. Ou seja, normalmente possuem uma velocidade de aproximação com a Terra menor, fazendo com que sofram maiores efeitos de sua atração gravitacional.

Park e Mazanek (2003), enfim, sintetizam todos essas abordagens anteriores (atração gravitacional da Terra no momento da colisão, caso tridimensional, diferentes tempos de interceptação) e confirmam os achados gerais dos outros estudos.

Paralelamente, Carusi et al. (2002) derivou uma estimativa analítica baseada na Teoria de Öpik (*Öpik's theory*) (OPIK, 1976), ou seja, considerando a focalização gravitacional da Terra, e comparou com um problema de n-corpos em termos de impulso ótimo. Porém, sem que nenhuma análise sistemática do efeito de cada um dos corpos sobre a deflexão realizada. Izzo (2005) desenvolveu uma formulação semelhante baseada no trabalho de Scheeres e Schweickart (2004). Ainda assim, essas equações são mais gerais que as de Carusi, pois podem ser estendidas para alternativas de baixo empuxo. Izzo et al. (2006) e Izzo (2007) generalizam esse trabalho e o aperfeiçoam, adicionando o conceito de b-plano e retornos ressonantes encontrados em Valsecchi et al. (2003) para encontrar deflexões ótimas que evitem a existência de fendas de ressonância (*gravitational keyholes*) no b-plano.

O conceito de *keyhole* é particularmente interessante, pois é um passo adiante em considerar um problema de três corpos para a deflexão. Utilizando a teoria de encontros ressonantes de Valsecchi et al. (2003), é possível calcular pontos no b-plano que se o asteroide interceptar irá resultar em uma ressonância que terminará com a colisão na Terra. No entanto, sua computação numérica é difícil, por isso Izzo et al. (2006) e Izzo (2007) apenas calculam impulsos ótimos que evitem a existência das fendas gravitacionais.

Ao aplicar equações planetárias de Gauss, Vasile e Colombo (2008) também derivam uma formulação analítica e estudam estratégias de impulso ótimo. Esta formulação é mais geral que a de Izzo (2007), dado que considera todos os efeitos sobre a anomalia média, ao contrário de apenas considerar a perturbação no movimento médio. Todavia, apresentam o inconveniente de serem facilmente aplicáveis apenas para estratégias impulsivas, enquanto o modelo de Izzo (2007) pode ser estendido, de forma simples, para estratégias de baixo empuxo. Vasile e Colombo (2008) não consideram encontros ressonantes em sua otimização, mas fazem uma pequena análise utilizando um problema circular restrito de três corpos para confirmar resultados obtidos por Park e Mazanek (2003).

Viagem interplanetária até deflexão

Não só uma análise dos efeitos de deflexão é feita por Izzo (2007) e Vasile e Colombo (2008). Ambos trabalhos também consideram a viagem até o asteroide, ainda que sob

prismas diferentes. Izzo (2007) considera uma transferência ótima de baixo-empuxo para a deflexão do asteroide 99942 Apophis. Já Vasile e Colombo (2008) consideram a utilização de uma assistência gravitacional em Vênus para trinta asteroides diferentes.

Operações próximas ao asteroide

A operação de espaçonaves próximas a asteroides é uma tarefa desafiadora, visto o fraco vínculo gravitacional e o ambiente altamente perturbado (SCHEERES, 2014). Portanto, o estudo da guiagem, navegação e controle (GN&C) de espaçonaves próximas a asteroides é de fundamental interesse para sua deflexão. No caso de uma estratégia de baixo-empuxo, a importância do GN&C é evidente, já que a espaçonave deve passar décadas operando em proximidade ao asteroide. Para as estratégias impulsivas, o estudo de GN&C em proximidade também tem sua relevância, dado que, havendo a possibilidade, é conveniente ter uma missão prévia de reconhecimento do asteroide, por conta da alta dependência de suas propriedades nesse caso. A primeira espaçonave a operar em proximidade a um asteroide, orbitando-o, foi a NEAR-Shoemaker (DUNHAM et al., 2002a) em 2000, além de ter sido a primeira espaçonave a aterrisar em um asteroide (DUNHAM et al., 2002b; VEVERKA et al., 2001), em 2001. Em seguida, apenas outras quatro missões já realizaram um rendezvous com um asteroide: Hayabusa (2005) (YOSHIKAWA et al., 2015), Dawn (2011) (RUSSELL; RAYMOND, 2011), Hayabusa 2 (2018) (TSUDA et al., 2013) e OSIRIS-REx (2018) (BERRY et al., 2013; WILLIAMS et al., 2018).

Embora a operação com o solo-na-malha seja comprovada em voo como confiável, a exploração autônoma de pequenos corpos é um tópico de rápido avanço na astronáutica. Por exemplo, Takahashi e Scheeres (2021) mostram que uma caracterização autônoma de um NEA é viável nos limites da tecnologia atual. Ohira et al. (2020) propõem uma alternativa de navegação óptica que permite a uma espaçonave navegar de forma autônoma e em tempo real ao redor de um pequeno corpo. Sawai et al. (2002) fazem uma análise de controle por altimetria e propõem um *deadband control*, Broschart e Scheeres (2005) estudam o controle em *hover* próximo a asteroides aplicado ao Itokawa e Broschart e Scheeres (2007) derivam condições suficientes para movimento de uma espaçonave submetida a um *deadband control* dentro de uma região limitada. Guelman (1991) estuda a guiagem para o rendezvous em um asteroide focado na fase de aproximação. Guelman (2017) propõe uma lei de controle para cobertura global de um asteroide. Descrições das leis de controle e guiagem da espaçonave Hayabusa indicam a utilização de uma lei de controle proporcional

derivativo, em sua fase de descida, enquanto sua atitude é controlada pela comutação de leis de controle obtidas através de superfícies deslizantes (YAMASHITA et al., 2001; KUBOTA et al., 2003). Recentemente, é possível notar um interessante crescente na literatura na aplicação de controle por modos deslizantes (FURFARO et al., 2013; FURFARO, 2014; LEE; VUKOVICH, 2015; YANG et al., 2017), por conta da garantia de robustez.

1.3 Organização do trabalho

Capítulo 2 discute conceitos-chave de astrodinâmica que deverão ser utilizados no decorrer do trabalho. Especial atenção é dada ao equacionamento do problema bicircular restrito de quatro corpos e o problema circular restrito de n-corpos, ambos resultados inovadores desta pesquisa. Também uma pequena introdução a guiagem, navegação e controle (GN&C) é realizada.

Capítulo 3 apresenta o trabalho desenvolvido para a análise dos efeitos de uma deflexão. Lá são apresentadas os principais conceitos e teorias aplicadas e desenvolvidas até então, como o b-plano e os modelos simplificados de Izzo (2007) e Vasile e Colombo (2008). Uma análise de deflexão impulsiva e de baixo-empuxo ótimas é realizada, discutindo os principais aspectos que as concerne. Por fim, é estudado e discutido os efeitos de outros corpos sobre uma deflexão.

Capítulo 4 são apresentados os principais modelos e métodos para o projeto preliminar de uma trajetória interplanetária. É considerado tanto uma transferência direta para o corpo, quanto a utilização de assistências gravitacionais. A obtenção e análise de transferências ótimas, para uma missão de reconhecimento e outra de deflexão, são feitas.

Capítulo 5 começa por apresentar os principais modelos dinâmicos utilizados para se modelar o ambiente próximo a um asteroide. Em seguida, introduzem-se conceitos relacionados a GN&C que deverão ser aplicados. Uma lei de controle por seguimento de caminho robusta para manutenção orbital é derivada, e as provas matemáticas necessárias de sua estabilidade são apresentadas. Então, o controle para manutenção orbital é validado em operações próximas a pequenos corpos considerando as não-idealidades do problema. Enfim, é considerada uma exploração rápida e totalmente autônoma de um asteroide.

Alerta-se o leitor para que, devido aos vários conceitos e disciplinas utilizados neste trabalho, é difícil manter uma coerência na representação de variáveis. Só há um

esforço em manter coerência dentro de cada capítulo. É possível que uma mesma representação designe variáveis diferentes em capítulos diferentes.

1.4 Contribuições inéditas

As principais contribuições científicas desta tese, sumarizadas, são:

- Generaliza as equações do problema bicircular restrito de quatro corpos;
- Estende as equações do problema bicircular restrito de quatro corpos para serem aplicáveis a um sistema de n-corpos;
- Mostra e explica a relação entre encontros distantes de um asteroide com um planeta e sua influência em uma deflexão;
- Apresenta conceitos-chave para o projeto de uma missão interplanetária (inédito no Brasil);
- Propõe uma nova superfície deslizante capaz de controlar um vetor desde que certas condições sejam satisfeitas;
- Deriva e prova convergência de um controle por seguimento de caminho robusto, utilizando controle por modos deslizantes, para manutenção de órbitas Keplerianas;
- Analisa a eficácia desse controle em operações próximas a pequenos corpos, sendo a primeira lei de controle para manutenção orbital autônoma que tenta cumprir requisitos operacionais reais dessas missões;
- Mostra que a exploração rápida de um asteroide é possível com a tecnologia atual.

1.5 Contribuições ao desenvolvimento brasileiro

Neste trabalho, por mais ficcional que possa parecer a possibilidade de um asteroide em rota de colisão com a Terra, houve um cuidado em pensar nos desenvolvimentos de forma ampla e abrangente. Os Capítulos 4 e 5 são bastantes ilustrativos nesse quesito. A tentativa é de que, partindo do mote da defesa planetária, fosse obtido *know-how* em áreas sensíveis para uma viagem interplanetária. Infelizmente, parte do estudado e desenvolvido não chega a esta tese, pois fugiriam de seu escopo de cunho científico, tornando-a dispersa. Ainda assim, estes devem se mostrar em aulas, artigos e livros futuros do autor.

Além disso, este trabalho se esforça em relacionar a teoria às aplicações. O controle para manutenção orbital autônoma, apresentado no Capítulo 5, é representativo desse esforço. A forma tomada pela lei de controle foi especificamente pensada para a aplicação a missões a pequenos corpos. Apesar do que parece ser um comportamento recorrente no Brasil, segundo experiência do autor, não se acredita que possa ser separada a pesquisa em engenharia entre prática e teoria. Não é o objetivo aqui desenvolver um grande fio argumentativo da epistemologia da engenharia (VINCENTI et al., 1990), limita-se a dizer que prática e teoria em engenharia vivem em relação dialética, portanto indissociável, e também por isso foi tomado esse cuidado.

O leitor pode se perguntar se o desenvolvimento brasileiro a viagens interplanetárias parece importante, relevante e digno de atenção. Primeiramente, para oferecer uma resposta satisfatória à pergunta, há a carência de uma questão anterior e sua resposta: que país o Brasil almeja ser? Este ponto, ainda hoje, permanece na prática irresoluto. Na verdade, o país parece preso há décadas em uma indagação mais fundamental: que país ele é? Freyre e Holanda ainda são espectros presentes na vida nacional. Mesmo que seja tentador, também não se encontrará aqui uma grande discussão dos intérpretes do Brasil, até porque seriam mais páginas em desperdício de papel e tinta nas pilhas de discussões de segunda, terceira, ou quarta categorias. Ainda que valha marcar a opinião de que parte considerável do fundamental já se encontra em Florestan e Furtado. Sem demérito a outros, suas não-menções podem se dever mais a parca cultura deste que escreve.

Para responder à pergunta que concerne a este trabalho, assume-se que o Brasil se enxerga, assume e tenta se estabelecer como grande potência regional, ou até global. Nesse sentido, o investimento em missões espaciais, incluso as viagens interplanetárias, é fundamental. Tenta-se oferecer uma resposta além do quase senso-comum: inovação tecnológica, monitoramento de queimadas e deslizamentos, aplicações agropecuárias, sistemas globais de navegação por satélite e sua importância para navegação de mísseis de defesa, mísseis balísticos intercontinentais (ICBMs), e outros. Aqui é oferecida uma visão de longo prazo, em questões próximas ao assunto que será tratado nas próximas páginas.

O mundo está entrando em uma fase da exploração espacial que o setor privado passa a ter grande relevância. Como já mencionado, a mineração de asteroides deverá ser uma realidade em algumas dezenas de anos. O relatório já citado neste capítulo do *National Science and Technology Council*, responsável pelas políticas de ciência e tecnologia da Casa Branca, evidencia bem o interesse americano excedendo a

defesa planetária. Em tradução livre: “as avaliações tecnológicas devem considerar o trabalho contemporâneo, incluindo potenciais sinergias com interesses relevantes da indústria privada (por exemplo, mineração de asteroides)” (DAMIEN-IWG, 2018). Convém também citar, nesse ponto, outro interesse de mineração espacial, que talvez venha a se realizar antes da mineração de asteroides, o de Hélio-3 na Lua (FLÓRIO, 2016).

Associado a essas propostas de mineração, invariavelmente chega-se às preocupações de como essas tarefas serão executadas. Essa questão chegou a merecer um editorial da conceituada revista *Nature Astronomy*, em 2019, sobre os perigos da mineração espacial e a importância de que seja sustentável (EDITORIAL, 2019). Leis como o *US Commercial Space Launch Competitiveness Act* de 2015, e congêneres de países como Luxemburgo, dando direito aos cidadãos americanos de “possuir, transportar, utilizar e vender recursos de asteroides” reforçam essas preocupações e a importância de se preparar a elas.

O Brasil, país que desastres ambientais permeiam o imaginário social, não deve se furtrar em tomar posição cerrada nessas questões. Um pequeno erro de cálculo ou, pior, uma indolência (como os casos de barragens e deslizamentos no Brasil) no direcionamento e mineração de um asteroide, podem levar a um cenário catastrófico em que um centro metropolitano inteiro é reduzido a cinzas. Independente do objetivo que o Brasil tenha em tais questões³, e explicitando a influência do realismo (em relações internacionais) neste autor, se o país planeja ter uma das palavras últimas nessa questão, é necessário conseguir exercer poder no que a concerne⁴. Isso implica no domínio de um programa espacial completo, com um lançador nacional capaz de levar uma espaçonave à viagem interplanetária e tecnologias de interceptação e operação no complexo ambiente de asteroides.

A posição do Brasil não deve se encerrar nas preocupações ambientais. Mellor (2007) descreve muito bem a sinergia entre cientistas civis e de defesa, sob o olhar desconfiado dos primeiros, no nascimento do campo da defesa planetária e em reconhecer asteroides como perigos à civilização. De fato, nos primórdios do campo de defesa planetária, é abundante o número de cientistas e engenheiros envolvidos diretamente na *Strategic Defense Initiative* (SDI e, popularmente, *Star Wars*) (MELLOR, 2007).

³Aqui, convém destacar que o autor advoga pela exploração puramente científica do espaço, até que mazelas criadas em atmosfera terrestre estejam solucionadas, permitindo uma exploração econômica segura e racional.

⁴Obviamente, o autor não possui formação e nem assessoria na área para sustentar essa posição peremptoriamente. No entanto, parece uma premissa justa em se assumir para provocar o corpo técnico competente com as preocupações levantadas aqui.

Como apontado pelo cientista de defesa Canavan (1994), o sistema *Brilliant Pebbles* poderia ser utilizado, com poucas alterações, para destruição de um asteroide. Um artigo editorial da AIAA, *American Institute of Aeronautics and Astronautics*, reforça essa ligação (AN, 1990). Não se trata aqui de pôr em dúvida a necessidade de se preparar ao risco de impacto, que é real, e muito menos de sugerir que o campo de estudo serve a propósitos ocultos. O objetivo é simplesmente alertar às implicações em defesa nacional que podem decorrer nesses desenvolvimentos.

No caso de defletir um asteroide em rota de colisão com uma área determinada, a própria decisão de defletir, ou não, o asteroide pode ter motivações geopolíticas. É temerário que tal decisão fique sob auspícios de uma única nação. Ainda, como bem alertam Sagan (1994) e Mellor (2007), a defesa planetária pode ser empregada como legitimadora de uma corrida armamentista espacial, com riscos muito maiores que o impacto de um corpo celeste. Naturalmente, assim como na mineração, o Brasil deve conseguir exercer poder no espaço, se instado, para poder ter relevância maior nas mesas de negociação visando impedir tais abusos.

Nesse sentido, e evidenciando o caráter dual de boa parte das tecnologias desenvolvidas na exploração espacial, um veículo lançador que coloque uma espaçonave em trajetória interplanetária é essencial, o qual, dependendo das circunstâncias, pode dar origem a ICBMs capazes de carregarem ogivas massivas. Leis de guiagem e controle avançadas para interceptar um alvo em hipervelocidade, como seria o caso do impacto cinético com um asteroide, podem ser adaptadas a mísseis. Desenvolvimentos para navegação autônoma em espaço profundo e corpos celestes (luas, cometas, asteroides e planetas) também podem ter várias aplicações militares (um grande exemplo é navegação relativa ao terreno, TRN). Nessa linha, leis de controle e guiagem, além de desenvolvimentos em navegação autônoma, como apresentado no Capítulo 5, são essenciais ⁵.

Portanto, se o Brasil deseja fazer parte do mercado futuro de mineração espacial -ou impedir sua realização sem uma regulação internacional rígida- bem como evitar que a decisão de defesa planetária fique sob responsabilidade de outros países -também impedir uma corrida armamentista espacial-, ele deve conseguir realizar cada uma dessas tarefas por si; visto que seu peso nas negociações tenderá a ser tão maior quanto seu domínio dessas áreas e de missões interplanetárias como um todo. Logo,

⁵Pessoalmente, convém ressaltar, o autor manifesta sua ojeriza a essas aplicações que excedem a exploração espacial científica. No entanto, a incumbência técnica em conjunto aos anos de suporte público em sua pesquisa se impõem. O exposto aqui também vale como alerta aos cientistas e engenheiros de sua responsabilidade social.

este trabalho tem a importância, em um contexto geral, de produzir conhecimento nacional para poder ser empregado se necessário. Porém, ainda se depende da resposta a que país o Brasil almeja ser ⁶.

1.6 Publicações

Revistas revisadas por pares

5. Negri, R. B., & Prado, A. F. (2022). Autonomous and Robust Orbit-Keeping for Small-Body Missions. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1-12.
4. Negri, R. B., & Prado, A. F. (2022). Circular Restricted n-Body Problem. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1-8.
3. Aljbaae, S.; Sanchez, D. M.; Prado, A. F. B. A.; Souchay, J.; Terra, M. O.; Negri, R. B.; Marchi, L.. First Approximation for Spacecraft Motion Relative to (99942) Apophis. *Romanian Astronomical Journal*, v. 31, p. 241, 2021.
2. Negri, R. B., & de Almeida Prado, A. F. B. (2020). A historical review of the theory of gravity-assists in the pre-spaceflight era. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 42(8), 1-10.
1. Negri, R. B., & Prado, A. F. (2020). Generalizing the Bicircular Restricted Four-Body Problem. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 43(6), 1173-1179.

Revistas revisadas por pares (Em revisão)

- Negri, R. B.; Prado, A. F.; Chagas, R. A. J.. (2022) Autonomous Rapid Exploration of an Asteroid.
- Negri, R. B.; Prado, A. F.. (2022) Planetary Approximation Effects on the Previsibility of Asteroid Deflection.

⁶No momento que esta tese é preparada para publicação, a República Popular da China anuncia que também desenvolverá uma missão tal qual a missão DART da NASA. É difícil crer que preocupações semelhantes às levantadas nesta seção não tenham sido cogitadas pelos planejadores e estrategistas chineses como um segundo grau de motivação para a missão.

- Negri, R. B.; Prado, A. F.. (2022) Robust 3-D Path Following Control for Keplerian Orbits.

Outros artigos encontram-se em processo de produção e devem ser submetidos nos próximos meses.

Anais de eventos

7. Negri, R. B., & Prado, A. F. Using Robust Control for a Fast Exploration of an Asteroid. In: AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference, 2021, Virtual. Proceedings of AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference, 2021.
6. Negri, R. B., & Prado, A. F. Orbit Keeping About the Martian Moons with a Robust Path Following Control. In: European Control Conference, 2021, Virtual. Proceedings of the ECC, 2021.
5. Negri, R. B., & Prado, A. F. Study on Autonomous Gravity-assists with a Path Following Control. In: 31st AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting, 2021, Virtual. Proceedings of AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting, 2021.
4. Negri, R. B., & Prado, A. F.. Hovering Control of a Spacecraft in a Binary Asteroid. In: 70th International Astronautical Congress (IAC), 2019, Washington D.C.. Proceedings of the 70th International Astronautical Congress, 2019.
3. Negri, R. B.; Sanchez Cuartielles, J. P. ; Prado, A. F. B. A.. Analysis of Jupiter's Third-Body Perturbation Effects on Optimal Asteroid Deflection Maneuvers. In: 6th IAA Planetary Defense Conference - PDC 2019, 2019, Washington, DC. Proceedings, 2019.
2. Negri, R. B., Sarli, B., Prado, A. F. Mapping Trajectories of an Asteroid that is Deflected by a Collision. In: 69th International Astronautical Congress (IAC), 2018, Bremen. Proceedings of the 69th International Astronautical Congress, 2018.
1. Negri, R. B.; Prado, A. F. B. A.. Analysis of the Effects of Jupiter in an Impulsive Asteroid Deflection. In: XIX Colóquio Brasileiro de Dinâmica

Orbital (CBDO), 2018, São José dos Campos. Livro de Resumos do XIX
CBDO, 2018.

2 FUNDAMENTOS DE ASTRODINÂMICA E GN&C

Antes de entrar no tema específico do trabalho, convém uma fundamentação de alguns conceitos de astrodinâmica e de guiagem, navegação e controle utilizados. As Seções 2.1 a 2.3 descrevem e discutem os problemas de dois, três e n-corpos que serão aplicados no decorrer do trabalho. A Seção 2.3, descrevendo os modelos de n-corpos utilizados no trabalho, se faz mais longa pois consiste em fruto inovador desta pesquisa. Por fim, a Seção 2.4 faz uma pequena discussão do que é guiagem, navegação e controle para, então, delimitar o subcampo que é objeto deste estudo.

2.1 Problema de dois corpos

Nesta seção, são apresentados os conceitos básicos por trás do problema de dois corpos. Para mais detalhes sobre o problema de dois corpos, recomenda-se ao leitor trabalhos dedicados em mecânica clássica, mecânica celeste e astrodinâmica (BATTIN, 1999; GOLDSTEIN et al., 2014; FILHO; SARAIVA, 2004; ARNOLD et al., 2007; ROY, 2005). Em suma, o problema de dois corpos consiste em descrever matematicamente o movimento de duas partículas sujeitas apenas a atração gravitacional mútua. É o problema fundamental da astrodinâmica, o qual permite o estudo do movimento de uma espaçonave em relação a um planeta, lua, asteroide ou Sol, de um asteroide em relação ao Sol, quaisquer dois corpos em que o movimento é regido principalmente pela atração gravitacional mútua.

Assumindo a massa de uma partícula como M_1 e de outra como M_2 , é possível aplicar a segunda lei de Newton junto a força gravitacional para obter:

$$M_1 \ddot{\vec{r}}_1 = \frac{GM_1 M_2}{r^3} \vec{r}, \quad (2.1a)$$

$$M_2 \ddot{\vec{r}}_2 = -\frac{GM_1 M_2}{r^3} \vec{r}, \quad (2.1b)$$

em que G é a constante gravitacional universal, \vec{r}_1 indica a posição da partícula de massa M_1 com respeito a um referencial inercial e \vec{r}_2 o mesmo para M_2 . O vetor \vec{r} nada mais é que a posição relativa de M_2 com respeito a M_1 , ou seja $\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$, com r representando seu módulo.

Logo, pode-se escrever as equações do movimento para M_1 e M_2 como:

$$\ddot{\vec{r}}_1 = \frac{GM_2}{r^3} \vec{r}, \quad (2.2a)$$

$$\ddot{\vec{r}}_2 = -\frac{GM_1}{r^3} \vec{r}. \quad (2.2b)$$

Considerando o movimento tridimensional de ambas as partículas, as Equações 2.2 representam seis equações diferenciais ordinárias de segunda ordem. Então, para descrever o completamente o movimento das partículas, são necessárias 12 constantes de integração] (ROY, 2005, Seção 5.8).

Seja \vec{s}_{CM} a posição do centro de massa do sistema, dado por:

$$\vec{s}_{CM} = M_1\vec{r}_1 + M_2\vec{r}_2, \quad (2.3)$$

é possível derivar \vec{s}_{CM} duplamente e mostrar, com auxílio das Equações 2.2, que:

$$\ddot{\vec{s}}_{CM} = 0. \quad (2.4)$$

Portanto, o centro de massa do sistema é inercial, de maneira que o centro do sistema de referência utilizado pode ser centrado nele com \vec{r}_1 e \vec{r}_2 representando, agora, a posição de ambas as partículas em relação a ele.

Integrando duas vezes a Equação 2.4, é obtido, de pronto, seis integrais do movimento, as quais auxiliam na descrição do movimento retilíneo uniforme do centro de massa, caso necessário, em relação a qualquer outro referencial inercial, conforme:

$$\dot{\vec{s}}_{CM} = \vec{A}, \quad (2.5a)$$

$$\vec{s}_{CM} = \vec{B}t + \vec{A}, \quad (2.5b)$$

em que \vec{A} e \vec{B} são as seis integrais do movimento. Logo, os movimentos de M_1 e M_2 podem ser descritos em relação a qualquer referencial inercial genérico tal que $\vec{s}_i = \vec{r}_i + \vec{s}_{CM}$, $i = 1, 2$.

No entanto, permanece o problema na obtenção do movimento das partículas em relação ao seu centro de massa. Ao derivar duplamente a expressão $\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$, chega-se a equação do movimento de M_2 com respeito a M_1 , que é:

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{G(M_1 + M_2)}{r^3}\vec{r}, \quad (2.6)$$

em que $G(M_1 + M_2)$ é por vezes substituído pela variável μ , chamada parâmetro gravitacional. Se a massa de $M_1 \gg M_2$, tem-se um problema restrito de dois corpos, em que $\mu \approx GM_1$. Reescrevendo utilizando a definição de μ fica:

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{\mu}{r^3}\vec{r}. \quad (2.7)$$

Note que, sendo possível a solução fechada da Equação 2.7, a descrição completa do movimento do sistema é obtida, já que $\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ e $M_1\vec{r}_1 + M_2\vec{r}_2 = \vec{s}_{CM}$. No entanto, ainda restam necessárias seis integrais do movimento a serem obtidas.

Tomando o produto vetorial de \vec{r} com a Equação 2.7 em ambos os lados chega-se a:

$$\vec{r} \times \ddot{\vec{r}} = 0, \quad (2.8)$$

que pode ser reescrita para encontrar que:

$$\vec{r} \times \ddot{\vec{r}} = \frac{d}{dt}(\vec{r} \times \dot{\vec{r}}) = \frac{d\vec{h}}{dt} = 0. \quad (2.9)$$

Assim, \vec{h} é uma integral do movimento da Equação 2.7, e é precisamente o vetor momento angular específico $\vec{h} = \vec{r} \times \vec{v}$, em que $\vec{v} = \dot{\vec{r}}$ é a velocidade. Como \vec{h} é constante, segue-se que o movimento descrito pela Equação 2.7 deve se dar necessariamente sobre um plano.

Tomando o produto vetorial do lado direito da Equação 2.7 com \vec{h} , segue que:

$$\begin{aligned} -\frac{\mu}{r^3}\vec{r} \times \vec{h} &= -\frac{\mu}{r^3}\vec{r} \times (\vec{r} \times \dot{\vec{r}}) \\ &= -\frac{\mu}{r^3}[(\vec{r} \cdot \dot{\vec{r}})\vec{r} - (\vec{r} \cdot \vec{r})\dot{\vec{r}}] \\ &= -\frac{\mu}{r^3}(\vec{r} \cdot \vec{v})\vec{r} + \frac{\mu}{r}\vec{v}. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Observando que $r = (\vec{r} \cdot \vec{r})^{1/2}$, tem-se:

$$-\frac{\mu}{r^3}(\vec{r} \cdot \vec{v})\vec{r} + \frac{\mu}{r}\vec{v} = \mu \frac{d}{dt} \left(\frac{\vec{r}}{r} \right) \quad (2.11)$$

Também toma-se o produto vetorial com \vec{h} no lado esquerdo para obter:

$$\ddot{\vec{r}} \times \vec{h} = \frac{d}{dt}(\vec{v} \times \vec{h}). \quad (2.12)$$

Portanto:

$$\mu \frac{d}{dt} \left(\frac{\vec{r}}{r} \right) = \frac{d}{dt}(\vec{v} \times \vec{h}) \quad (2.13)$$

que integrando ambos os lados resulta:

$$\frac{\vec{r}}{r} + \vec{e} = \frac{1}{\mu} \vec{v} \times \vec{h}, \quad (2.14)$$

onde \vec{e} é uma constante de integração, que pode ser reescrita para:

$$\vec{e} = \frac{1}{\mu} (\vec{v} \times \vec{h} - \mu \hat{r}). \quad (2.15)$$

A Equação 2.15 também é uma integral do movimento para a Equação 2.7, e é conhecida como vetor excentricidade, ou vetor de Runge-Laplace-Lenz (GOLDSTEIN et al., 2014).

Seria de se esperar que, tendo ambos os vetores, \vec{h} e \vec{e} , fosse solucionável o problema, pois eles forneceriam seis integrais do movimento, levando à solução fechada das três equações diferenciais de segunda-ordem representadas na Equação 2.7. No entanto, nota-se que:

$$\vec{h} \cdot \vec{e} = \frac{1}{\mu} \vec{h} \cdot (\vec{v} \times \vec{h}) - \vec{h} \cdot \hat{r} = \frac{1}{\mu} \vec{v} \cdot (\vec{h} \times \vec{h}) = 0. \quad (2.16)$$

Portanto, os vetores \vec{h} e \vec{e} fornecem apenas cinco integrais independentes do movimento. Todavia, já é possível mostrar o significado geométrico por trás dos vetores constantes \vec{h} e \vec{e} .

Tomando o produto escalar de \vec{r} com a Equação 2.14 chega-se em:

$$\vec{r} \cdot \vec{e} + r = \frac{1}{\mu} \vec{r} \cdot (\vec{v} \times \vec{h}) = \frac{1}{\mu} \vec{h} \cdot (\vec{r} \times \vec{v}) = \frac{h^2}{\mu} \quad (2.17)$$

Ao se definir um comprimento de arco θ tal que $\vec{r} \cdot \vec{e} = re \cos \theta$, escreve-se:

$$r = \frac{h^2/\mu}{1 + e \cos \theta}, \quad (2.18)$$

que é a equação de uma cônica em coordenadas polares com origem em um de seus focos. Essa é a prova da primeira lei de Kepler. Nessa cônica, a quantidade h^2/μ é o semi-latus rectum, e e é a excentricidade, o que justifica denominar \vec{e} como vetor excentricidade.

Como já discutido, por \vec{h} ser constante, a seção cônica deve ser descrita em um plano perpendicular a \vec{h} . Assim, é possível escrever o vetor \vec{r} como uma combinação linear dos versores linearmente independentes $\hat{e} = \vec{e}/e$ e $\hat{e}_\perp = (\vec{h} \times \vec{e})/(he)$ da seguinte

maneira:

$$\begin{aligned}
\vec{r} &= r [\cos \theta \hat{e} + \sin \theta \hat{e}_\perp] \\
&= r \left[\cos \theta \frac{1}{e} \vec{e} + \sin \theta \frac{1}{he} (\vec{h} \times \vec{e}) \right], \\
&= \frac{h^2}{\mu e} \left[\frac{\cos \theta}{1 + e \cos \theta} \vec{e} + \frac{1}{h} \frac{\sin \theta}{1 + e \cos \theta} (\vec{h} \times \vec{e}) \right]
\end{aligned} \tag{2.19}$$

que pode ser derivado no tempo, sabendo que $\dot{\theta} = h/r^2$, para chegar a:

$$\begin{aligned}
\vec{v} &= \frac{h^2}{\mu e} \left[-\frac{\sin \theta}{(1 + e \cos \theta)^2} \vec{e} + \frac{1}{h} \frac{\cos \theta + e}{(1 + e \cos \theta)^2} (\vec{h} \times \vec{e}) \right] \dot{\theta} \\
&= \frac{h^2}{\mu e} \left[-\frac{\sin \theta}{(1 + e \cos \theta)^2} \vec{e} + \frac{1}{h} \frac{\cos \theta + e}{(1 + e \cos \theta)^2} (\vec{h} \times \vec{e}) \right] \frac{(1 + e \cos \theta)^2 \mu^2}{h^3}.
\end{aligned} \tag{2.20}$$

Então:

$$\vec{v} = \frac{\mu}{he} \left[-\sin \theta \vec{e} + \frac{1}{h} (\cos \theta + e) (\vec{h} \times \vec{e}) \right]. \tag{2.21}$$

Portanto, as Equações 2.19 e 2.21 são a solução para a Equação 2.7, que pode ser obtida após ter se encontrado onze integrais do movimento independentes. Dessa forma, passa a ser possível resolver o problema por quadraturas. Assim, é daí que vem a última constante de integração, levando da parameterização no arco θ para o tempo. Esta última constante é normalmente definida como o tempo de passagem pelo periastro, e pode ser obtida após uma mudança de variáveis em que o arco θ , conhecido na astrodinâmica como anomalia verdadeira, é transformado em outro arco, conhecido como anomalia excêntrica, possibilitando a solução por quadraturas que tem por fim a equação de Kepler. Essa transformação e obtenção da última constante podem ser facilmente encontradas em qualquer livro de mecânica clássica, mecânica celeste e astrodinâmica (BATTIN, 1999; GOLDSTEIN et al., 2014; FILHO; SARAIVA, 2004; ARNOLD et al., 2007).

2.2 Problema de três corpos

Como mostrado na seção anterior, uma solução fechada para o problema de dois corpos só foi possível pela existência de doze constantes de integração. O mesmo não ocorre ao se adicionar um ou mais corpos ao sistema. As integrais que se mantêm para três ou mais corpos são as seis representadas nas Equações 2.5. É possível

demonstrar que o momento angular específico também é conservado, assim como a energia (que também é conservada no problema de dois-corpos, ainda que não demonstrado aqui) (ROY, 2005). Isso totaliza dez integrais do movimento. Ao se considerar a atração gravitacional mútua entre três corpos, chegar-se-ia a nove equações diferenciais ordinárias de segunda ordem, de forma que seriam necessárias dezoito integrais ao todo. Então, qualquer problema de três ou mais corpos não é passível de ser solucionado de forma fechada.

No entanto, por certas suposições, é possível obter uma descrição aproximada ou particular do problema, que fornecem valiosas interpretações físicas de fenômenos em específico. Algumas delas remontam aos primórdios da física enquanto disciplina isolada, como é o caso do problema colinear de Euler ou a solução de Lagrange em que os três corpos formam um triângulo equilátero. A aproximação e enquadramento dinâmico mais simples para um problema de três corpos é a, conhecida atualmente, como Cônicas Conjugadas, que será apresentada na Seção 2.2.1. Nesta aproximação, é definido arbitrariamente regiões da dominância da atração gravitacional de um corpo, com a definição mais comum sendo a esfera de influência (SOI) definida por Lagrange. Daí, é possível conectar diversas cônicas, soluções de dois corpos, para se obter uma trajetória mais complexa de três corpos. Uma aproximação também bastante conhecida é o problema circular restrito de três corpos (CR3BP), que tem sido fonte profícua de estudos de matemáticos, físicos, astrônomos e engenheiros desde, pelo menos, o século XIX. Uma variação bastante explorada do CR3BP é a eliminação dos graus de liberdade de dois dos três corpos, além da existência de mais uma integral do movimento, a constante de Jacobi. O CR3BP será discutido brevemente na Seção 2.2.2. Para uma introdução histórica mais robusta, relacionando os diversos desenvolvimentos em problema de três corpos, consulta Prazeres (2010).

2.2.1 Esfera de influência e cônicas conjugadas

Considere três corpos interagindo gravitacionalmente, em que dois deles são consideravelmente mais massivos que o restante, o qual possui massa m , tal que $M_1 \gg m$ e $M_2 \gg m$. Denominando M_1 e M_2 como primários, e assumindo que $M_1 > M_2$, pode-se mostrar que as equações do movimento de cada um dos corpos em relação

a um sistema inercial são:

$$\ddot{\vec{s}}_1 = \frac{GM_2}{a^3} \vec{a}, \quad (2.22a)$$

$$\ddot{\vec{s}}_2 = -\frac{GM_1}{a^3} \vec{a}, \quad (2.22b)$$

$$\ddot{\vec{s}}_3 = -\frac{GM_1}{R^3} \vec{R} - \frac{GM_2}{r^3} \vec{r}, \quad (2.22c)$$

para \vec{s}_1 , \vec{s}_2 e \vec{s}_3 indicando a posição de, respectivamente, os corpos M_1 , M_2 e m . O vetor $\vec{r} = \vec{s}_3 - \vec{s}_2$ é a posição de m em relação a M_2 , $\vec{R} = \vec{s}_3 - \vec{s}_1$ é a posição de m em relação a M_1 e $\vec{a} = \vec{s}_2 - \vec{s}_1$ é a posição de M_2 em relação a M_1 . A atração gravitacional de m sobre os primários é descartada pelo fato de que $M_1, M_2 \gg m$.

Então, é possível reescrever as Equações 2.22 para obter o movimento de m em relação a cada primário como:

$$\ddot{\vec{R}} = -\frac{GM_1}{R^3} \vec{R} - GM_2 \left(\frac{\vec{a}}{a^3} + \frac{\vec{r}}{r^3} \right), \quad (2.23a)$$

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{GM_2}{r^3} \vec{r} - GM_1 \left(\frac{\vec{R}}{R^3} - \frac{\vec{a}}{a^3} \right). \quad (2.23b)$$

O primeiro termo de cada uma das Equações 2.23 é a atração gravitacional de dois corpos. O segundo termo, quando assim apresentado, é denominado perturbação de terceiro corpo, em que o termo contendo \vec{a} é chamado efeito indireto. Para encontrar regiões de dominância gravitacional de cada um dos corpos primários, é possível tomar a razão entre a magnitude da perturbação de terceiro corpo com o termo principal de dois corpos.

Então, começando pela Equação 2.23b:

$$\frac{\left\| M_1 \left(\frac{\vec{R}}{R^3} - \frac{\vec{a}}{a^3} \right) \right\|}{\left\| M_2 \frac{\vec{r}}{r^3} \right\|} \approx \frac{M_1 \left\| \left(\frac{\vec{a} - \vec{R}}{a^3} \right) \right\|}{\frac{M_2}{r^2}} = \frac{M_1 \left\| \frac{\vec{r}}{a^3} \right\|}{\frac{M_2}{r^2}} = \frac{M_1 r^3}{M_2 a^3}, \quad (2.24)$$

em que na aproximação foi assumido que $a \approx R$; ou seja, a distância de M_2 para M_1 é semelhante à distância de m para M_1 .

Agora, tomando a mesma razão para a Equação 2.23a, obtém-se:

$$\frac{\left\| M_2 \left(\frac{\vec{a}}{a^3} + \frac{\vec{r}}{r^3} \right) \right\|}{\left\| M_1 \frac{\vec{R}}{R^3} \right\|} = \frac{M_2 \left\| \left(\frac{r^3 \vec{a} + a^3 \vec{r}}{a^3 r^3} \right) \right\|}{\frac{M_1}{R^2}} \approx \frac{\frac{M_2}{r^2}}{\frac{M_1}{R^2}} = \frac{M_2 R^2}{M_1 r^2}, \quad (2.25)$$

assumindo, por aproximação, que $r \ll a$; ou seja, a massa m está bem mais próximo de M_2 que a distância separando M_1 e M_2 .

Portanto, há uma equivalência entre as perturbações de terceiro corpo e o termo de dois corpos na fronteira definida por:

$$\frac{M_1 r^3}{M_2 a^3} = \frac{M_2 R^2}{M_1 r^2}. \quad (2.26)$$

Dessa forma, é possível tomar como referência o corpo M_2 para definir uma esfera em seu entorno que define a fronteira onde sua atração gravitacional é dominante. Logo, mais uma vez utilizando a aproximação $a \approx R$, chega-se em:

$$r_{SOI} = a \left(\frac{M_2}{M_1} \right)^{\frac{2}{5}}, \quad (2.27)$$

que é o famoso raio da esfera de influência (SOI) do corpo de massa M_2 , conforme proposto por Laplace (VALLADO; MCCLAIN, 2001), definindo que para $r < r_{SOI}$ sua atração gravitacional é dominante em relação a um terceiro corpo M_1 .

Com essa definição de regiões de dominância da atração gravitacional, é possível aproximar o movimento de m , imerso no campo gravitacional de M_1 e M_2 , como uma colagem de trajetórias de dois corpos. Assim, se $r < r_{SOI}$, tem-se uma cônica descrevendo o movimento de m em relação a M_2 ; mas, se $r > r_{SOI}$, a cônica é descrita em relação a M_1 . Obviamente, para haver uma conjugação de cônicas, é assumido que a espaçonave transita entre ambas as regiões. Isso se dá em um contexto em que m se aproxima e se afasta de M_2 ; ou seja, com trajetórias hiperbólicas (ou parabólicas) de m em relação a M_2 . Esse método é muito comum na astronáutica, especialmente no cálculo de assistências gravitacionais, a ponto de ter recebido uma denominação especial: Cônicas Conjugadas.

2.2.2 Problema circular restrito de três corpos

Diferentemente do que é feito nas Cônicas Conjugadas, o problema circular restrito de três corpos é obtido a partir de suposições convenientes, e fisicamente razoáveis, que têm por objetivo reduzir os graus de liberdade do sistema, porém mantendo a influência gravitacional conjunta de cada primário, M_1 e M_2 , sobre o corpo de massa infinitesimal m .

O problema circular restrito de três corpos (CR3BP) tem sido extensivamente estudado por mais de dois séculos, e ainda desperta grande interesse em matemáticos,

astrônomos e engenheiros. Na astronáutica, o CR3BP tem se provado uma importante ferramenta no projeto de missões dedicadas a tarefas mais complexas que necessitem de trajetórias mais robustas e eficazes para o cumprimento de seu objetivo (CANALIAS et al., 2004). Um ótimo exemplo é o telescópio espacial, recém lançado, James Webb. Em sua formulação, é considerado que os primários, M_1 e M_2 , descrevem um problema de dois-corpos entre si. Assume-se, ainda, que a órbita desse problema de dois-corpos é circular. O problema se transforma em um de três corpos ao considerar, então, o movimento do corpo de massa m imerso no campo gravitacional gerado pela interação dos primários.

Ocorre que, ao empregar essas aproximações, pode-se explorá-las para trabalhar o problema de uma maneira mais tratável. Notando ser possível adicionar um sistema de referência sinódico centrado no baricentro dos primários, com velocidade de rotação igual a M_1 e M_2 , é possível eliminar os graus de liberdade referentes ao movimento de ambos os corpos, pois agora fixos, e obter um sistema dinâmico autônomo. Por clareza, a Figura 2.1 representa essas suposições, em que M_1 e M_2 permanecem fixos no eixo x do sistema girante, e seu movimento de rotação encontra-se apontando para o eixo z . Assim, é possível descrever o CR3BP segundo as seguintes equações (SZEBEHELY, 1967):

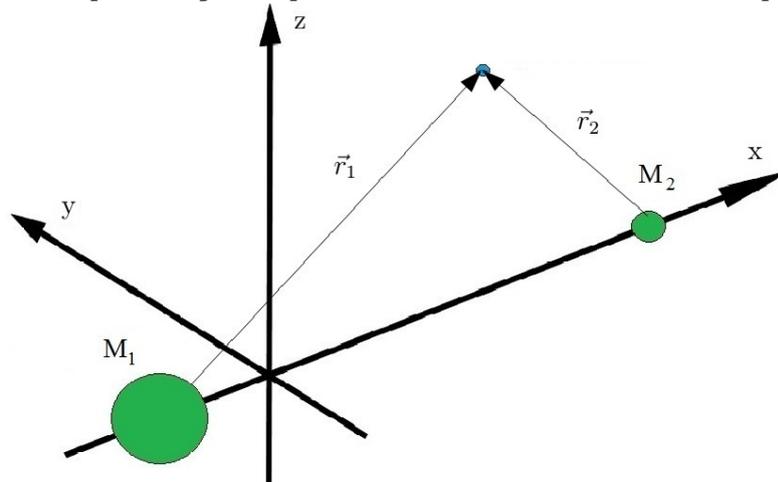
$$\ddot{x} - 2\dot{y} - x = - (1 - \mu) \frac{x + \mu}{r_1^3} - \mu \frac{x - 1 + \mu}{r_2^3}, \quad (2.28a)$$

$$\ddot{y} + 2\dot{x} - y = - (1 - \mu) \frac{y}{r_1^3} - \mu \frac{y}{r_2^3}, \quad (2.28b)$$

$$\ddot{z} = - (1 - \mu) \frac{z}{r_1^3} - \mu \frac{z}{r_2^3}, \quad (2.28c)$$

em que r_1 e r_2 são as distâncias do corpo de massa infinitesimal para M_1 e M_2 , respectivamente. As Equações 2.28 estão normalizadas em unidades canônicas, de forma que a massa é definida tal que o parâmetro de massa $\mu = M_2/(M_1 + M_2)$ representa a massa do segundo primário, a distância é normalizada para que a distância entre os primários seja unitária, e o tempo para que a velocidade de rotação do sistema sinódico seja também unitária. Para uma descrição mais completa do problema, recomenda-se a consulta a Szebehely (1967), Murray e Dermott (1999) ou Vallado e McClain (2001).

Figura 2.1 - Representação do problema circular restrito de três corpos, CR3BP.



Fonte: Produção do autor.

2.3 Problema de N-corpos

Como já discutido, o problema de N corpos interagindo gravitacionalmente, quando $N \geq 3$, não possui solução fechada. No entanto, ainda é possível obter descrições dinâmicas adequadas em certos sistemas diminuindo a complexidade do problema para facilitar a análise, semelhante ao que foi feito para $N = 3$ na seção anterior. Uma dessas abordagens é o problema bicircular restrito de quatro corpos, apresentado na Seção 2.3.1. Será apresentado não somente as suas equações clássicas, conforme derivadas por Huang (1960) e extensivamente aplicadas na literatura, mas também a generalização proposta por Negri e Prado (2020). Uma segunda generalização para aplicação em um contexto de qualquer número de corpos, proposta por Negri e Prado (2022b), é apresentada na Seção 2.3.2.

2.3.1 Problema bicircular restrito de quatro corpos

Neste ponto, devido ao ineditismo da abordagem que teve de ser adotada, convém uma digressão em uma discussão mais detalhada do problema. O problema bicircular restrito de quatro corpos (BCR4BP) consiste em assumir um corpo de massa infinitesimal sob a influência gravitacional de outros três. Dois deles descrevem órbitas circulares em torno de seu centro de massa e, assim como no CR3BP, serão chamadas aqui também de primários. Supõe-se que o terceiro corpo esteja em uma órbita circular em torno do baricentro dos primários. Ou, se preferir, um problema de dois corpos entre o baricentro dos primários e o terceiro corpo. Essa formulação foi primeiramente proposta por Huang (1960) como uma forma de demonstrar que

o sistema Terra-Lua-Sol ainda é tratável como uma coleção de CR3BPs. No entanto, devido a simplicidade do equacionamento e seu enquadramento similar ao do CR3BP, as aplicações de BCR4BP espalharam na literatura como uma importante ferramenta para estender conceitos e estruturas dinâmicas do CR3BP para quatro corpos.

O BCR4BP é uma boa aproximação para o sistema Terra-Lua-Sol, por conta da grande distância entre o Sol e o baricentro Terra-Lua em comparação com a distância Terra-Lua, fazendo com que as duas aproximações de dois corpos (Terra-Lua e Sol-baricentro de Terra e Lua) sejam adequadas. De fato, a maioria das aplicações do BCR4BP estão focadas nos sistemas Terra-Lua-Sol (YAGASAKI, 2004; MINGOTTI et al., 2011; HENNINGER; BIGGS, 2017; NEGRI et al., 2019; FU; XU, 2018) ou asteroide binário-Sol (HEILIGERS; SCHEERES, 2018; LIANG et al., 2019). Todavia, há também uma aplicação indiscriminada do BCR4BP para sistemas em que as aproximações tornam-se questionáveis, como que para Sol-Planeta A-Planeta B (GABERN; JORBA, 2001; PERGOLA et al., 2009; OSHIMA; YANAO, 2015), o caso que será deste trabalho.

Então, decidiu-se por uma re-derivação das equações usuais do BCR4BP e uma consequente proposta de estende-las para outros casos, para lidar com as limitações enfrentadas pelo BCR4BP quando aplicado a outros sistemas que não o Terra-Lua-Sol. Em primeiro lugar, presumiu-se que poderia ser negligenciada a interação gravitacional entre o menor primário e o terceiro corpo. Embora isso permita aproximar a órbita do terceiro corpo como circular em torno do primário maior, o que é fisicamente mais razoável, isso ocorre à custa de negligenciar os efeitos indiretos do primário menor. Portanto, foi decidido encontrar uma maneira de lidar com esses efeitos indiretos e derivar um BCR4BP mais geral que se reduz ao BCR4BP usual quando aplicado a um sistema binário de primários. Este mostrou-se mais adequado do que o BCR4BP usual quando aplicado a sistemas não binários (NEGRI; PRADO, 2020).

O BCR4BP usual é apresentado na Seção 2.3.1.1. A partir daqui ele será chamado caso binário e será apresentado com sua derivação completa, pois, esclarece as suposições em comparação com derivações anteriores (HUANG, 1960; CRONIN et al., 1964). A Seção 2.3.1.2 apresenta a primeira versão para adaptar o BCR4BP para sistemas não binários de primários, à custa de negligenciar os efeitos indiretos do primário menor. É denominado aqui como o caso não-binário. A Seção 2.3.1.3 apresenta o caso geral, o qual é bem-sucedido para sistemas não binários e também se reduz ao caso binário amplamente aplicado na literatura ao lidar com um sistema binário de

primários tal qual Terra-Lua. Para uma comparação numérica detalhada de cada um deles, consulte Negri e Prado (2020).

2.3.1.1 Caso binário

Considere quatro corpos de massa M_i , para $i = 1, 2, 3, 4$, interagindo gravitacionalmente, como apresentado na Figura 2.2. Um referencial inercial é colocado no centro de massa (CM) do sistema, onde os vetores \vec{s}_i indicam a posição de cada um dos corpos em relação ao baricentro do sistema e os vetores \vec{p}_i indicam a posição em relação ao centro de massa dos corpos M_1 e M_2 (CM12). Ao se definir que $\vec{s}_{ij} = \vec{s}_j - \vec{s}_i$, $j \neq i$, pode-se escrever as equações de movimento para cada um dos corpos como:

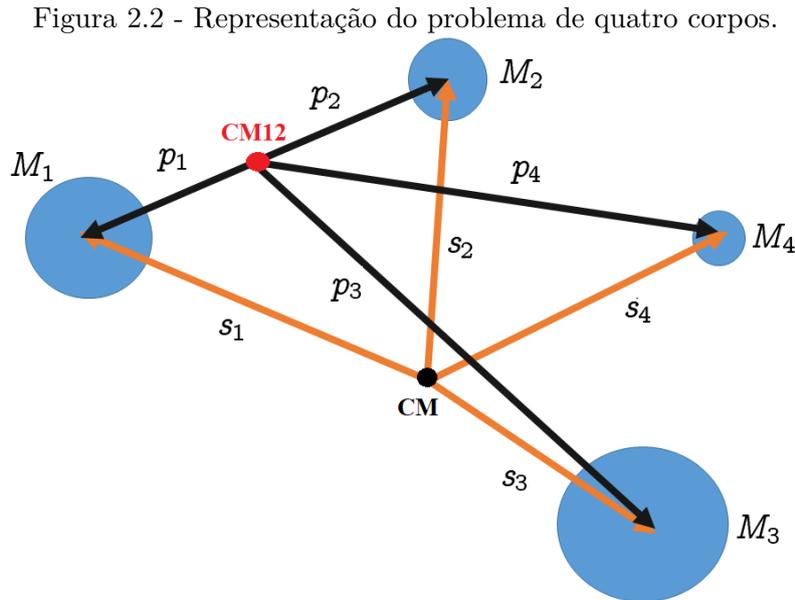
$$\ddot{\vec{s}}_1 = G \left[M_2 \frac{\vec{s}_{12}}{\|\vec{s}_{12}\|^3} + M_3 \frac{\vec{s}_{13}}{\|\vec{s}_{13}\|^3} + M_4 \frac{\vec{s}_{14}}{\|\vec{s}_{14}\|^3} \right], \quad (2.29a)$$

$$\ddot{\vec{s}}_2 = G \left[M_1 \frac{\vec{s}_{21}}{\|\vec{s}_{21}\|^3} + M_3 \frac{\vec{s}_{23}}{\|\vec{s}_{23}\|^3} + M_4 \frac{\vec{s}_{24}}{\|\vec{s}_{24}\|^3} \right], \quad (2.29b)$$

$$\ddot{\vec{s}}_3 = G \left[M_1 \frac{\vec{s}_{31}}{\|\vec{s}_{31}\|^3} + M_2 \frac{\vec{s}_{32}}{\|\vec{s}_{32}\|^3} + M_4 \frac{\vec{s}_{34}}{\|\vec{s}_{34}\|^3} \right], \quad (2.29c)$$

$$\ddot{\vec{s}}_4 = G \left[M_1 \frac{\vec{s}_{41}}{\|\vec{s}_{41}\|^3} + M_2 \frac{\vec{s}_{42}}{\|\vec{s}_{42}\|^3} + M_3 \frac{\vec{s}_{43}}{\|\vec{s}_{43}\|^3} \right], \quad (2.29d)$$

em que G representa a constante de gravitação universal.



Fonte: Produção do autor.

As Equações 2.29 têm 12 graus de liberdade. Buscando comportamentos mais gerais, análises mais simples ou qualitativas, é interessante reduzir os graus de liberdade do sistema. Este procedimento é exatamente uma das motivações para se transformar o problema de três corpos no clássico CR3BP, como já discutido. Essa abordagem também é útil para o problema de quatro corpos. Já que o problema de dois corpos possui descrição analítica, um primeiro passo é transformar o máximo possível de equações em problemas de dois corpos. Se considerarmos um problema restrito onde $M_4 \ll M_1, M_2, M_3$, Equações 2.29 podem ser escritas como:

$$\ddot{\vec{s}}_1 = G \left[M_2 \frac{\vec{s}_{12}}{\|\vec{s}_{12}\|^3} + M_3 \frac{\vec{s}_{13}}{\|\vec{s}_{13}\|^3} \right], \quad (2.30a)$$

$$\ddot{\vec{s}}_2 = G \left[M_1 \frac{\vec{s}_{21}}{\|\vec{s}_{21}\|^3} + M_3 \frac{\vec{s}_{23}}{\|\vec{s}_{23}\|^3} \right], \quad (2.30b)$$

$$\ddot{\vec{s}}_3 = G \left[M_1 \frac{\vec{s}_{31}}{\|\vec{s}_{31}\|^3} + M_2 \frac{\vec{s}_{32}}{\|\vec{s}_{32}\|^3} \right], \quad (2.30c)$$

$$\ddot{\vec{s}}_4 = G \left[M_1 \frac{\vec{s}_{41}}{\|\vec{s}_{41}\|^3} + M_2 \frac{\vec{s}_{42}}{\|\vec{s}_{42}\|^3} + M_3 \frac{\vec{s}_{43}}{\|\vec{s}_{43}\|^3} \right]. \quad (2.30d)$$

Além disso, se for assumido que M_3 está suficientemente longe de M_1 e M_2 , ou que $M_3 \ll M_1, M_2$, a perturbação de M_3 no movimento de M_1 e M_2 pode ser desconsiderada. Assim, pode-se assumir que os corpos M_1 e M_2 descrevem uma cônica em torno de seu centro de massa ($CM12$): $\ddot{\vec{s}}_1 = G \left[M_2 \frac{\vec{s}_{12}}{\|\vec{s}_{12}\|^3} \right]$, $\ddot{\vec{s}}_2 = G \left[M_1 \frac{\vec{s}_{21}}{\|\vec{s}_{21}\|^3} \right]$.

Ainda, se a distância de M_3 a $CM12$ for muito maior do que a distância entre M_1 e M_2 , é razoável assumir que $\vec{p}_3 \approx -\vec{s}_{31} \approx -\vec{s}_{32}$. Esta é obviamente uma boa suposição no caso em que M_1, M_2 e M_3 são, respectivamente, a Terra, a Lua e o Sol.

Agora, é possível transformar a Equação 2.30c em um problema de dois corpos entre M_3 e $CM12$:

$$\ddot{\vec{s}}_3 = -G(M_1 + M_2) \frac{\vec{p}_3}{\|\vec{p}_3\|^3}. \quad (2.31)$$

Por enquanto, os movimentos de M_1, M_2 e M_3 foram restringidos a problemas de dois corpos de forma que as trajetórias sejam cônicas.

Tratar-se-á, agora, a equação que descreve o corpo de massa infinitesimal M_4 . Inspirado no CR3BP, ele pode ser escrito em um referencial centrado em $CM12$ por $\vec{p}_i = \vec{s}_i - \vec{s}_{CM12}$. Desse modo:

$$\ddot{\vec{s}}_{CM12} + \ddot{\vec{p}}_4 = G \left[M_1 \frac{\vec{p}_1 - \vec{p}_4}{\|\vec{p}_1 - \vec{p}_4\|^3} + M_2 \frac{\vec{p}_2 - \vec{p}_4}{\|\vec{p}_2 - \vec{p}_4\|^3} + M_3 \frac{\vec{p}_3 - \vec{p}_4}{\|\vec{p}_3 - \vec{p}_4\|^3} \right]. \quad (2.32)$$

Escolhe-se $\vec{s}_{CM} = 0$, então: $M_1\vec{s}_1 + M_2\vec{s}_2 + M_3\vec{s}_3 = 0$. Mas a posição de $CM12$ é $\vec{s}_{CM12} = \frac{M_1\vec{s}_1 + M_2\vec{s}_2}{M_1 + M_2}$. Portanto, ambas equações estabelecem que $\vec{s}_{CM12} = -\frac{M_3}{M_1 + M_2}\vec{s}_3$, que pode ser derivado duplamente no tempo e ser acoplado à Equação (2.31) para obter:

$$\ddot{\vec{s}}_{CM12} = GM_3 \frac{\vec{p}_3}{\|\vec{p}_3\|^3}. \quad (2.33)$$

Assim, a Equação (2.32) se torna:

$$\ddot{\vec{p}}_4 = G \left[M_1 \frac{\vec{p}_1 - \vec{p}_4}{\|\vec{p}_1 - \vec{p}_4\|^3} + M_2 \frac{\vec{p}_2 - \vec{p}_4}{\|\vec{p}_2 - \vec{p}_4\|^3} + M_3 \left(\frac{\vec{p}_3 - \vec{p}_4}{\|\vec{p}_3 - \vec{p}_4\|^3} - \frac{\vec{p}_3}{\|\vec{p}_3\|^3} \right) \right] \quad (2.34)$$

A Equação 2.34 é uma equação vetorial com respeito a $CM12$. Assumindo que M_1 , M_2 e M_3 descrevem órbitas coplanares circulares e usando um referencial sinódico igual ao aplicado no CR3BP, onde M_1 e M_2 são fixos, a Equação 2.34 se torna o BCR4BP clássico. A Figura 2.3 é uma representação desse sistema sinódico, onde cada um dos corpos (exceto M_4) são representados por círculos azuis. Os corpos M_1 e M_2 são os únicos fixos no eixo x . Para o caso binário, a órbita circular de M_3 , dada pela distância R_3 , é representada em vermelho na figura, conectando M_3 a $CM12$.

Assumindo, mais uma vez, o sistema canônico de unidades, como definido na Seção 2.2.2: $\vec{p}_1 = [-\mu \ 0 \ 0]^T$, $\vec{p}_2 = [1 - \mu \ 0 \ 0]^T$, $\vec{p}_3 = [R_3 \cos \psi \ R_3 \sin \psi \ 0]^T$, e $\vec{p}_4 = [x \ y \ z]^T$. Com conceitos básicos de dinâmica rotacional: $\ddot{\vec{p}}_4 = [\ddot{x} - 2\dot{y} - x \ \ddot{y} + 2\dot{x} - y \ \ddot{z}]^T$. Pode-se, finalmente, obter as equações de movimento do BCR4BP em cada um de seus componentes no referencial sinódico, escritas em unidades canônicas (c.u.):

$$\ddot{x} - 2\dot{y} - x = - (1 - \mu) \frac{x + \mu}{r_1^3} - \mu \frac{x - 1 + \mu}{r_2^3} - \mu_3 \frac{x - R_3 \cos \psi}{r_3^3} - \mu_3 \frac{\cos \psi}{R_3^2}, \quad (2.35a)$$

$$\ddot{y} + 2\dot{x} - y = - (1 - \mu) \frac{y}{r_1^3} - \mu \frac{y}{r_2^3} - \mu_3 \frac{y - R_3 \sin \psi}{r_3^3} - \mu_3 \frac{\sin \psi}{R_3^2}, \quad (2.35b)$$

$$\ddot{z} = - (1 - \mu) \frac{z}{r_1^3} - \mu \frac{z}{r_2^3} - \mu_3 \frac{z}{r_3^3}. \quad (2.35c)$$

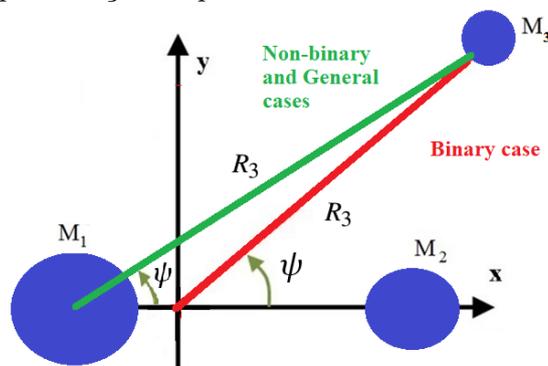
em que r_1 , r_2 e r_3 são as distâncias de M_4 até M_1 , M_2 e M_3 , respectivamente. O

parâmetro μ_3 é a massa canônica, ou parâmetro de massa, de M_3 ($\mu_3 = M_3/(M_1 + M_2)$) e R_3 é a distância entre M_3 e CM_{12} . Nessa formulação, o grau de liberdade associado ao terceiro corpo passa a ser apenas o ângulo ψ , como mostrado na Figura 2.3, e analiticamente descrito por:

$$\psi = \psi_0 + \Delta nt, \quad (2.36)$$

em que ψ_0 é o ângulo de fase inicial de M_3 , t representa o tempo e Δn é a diferença na velocidade angular entre o sistema sinódico ($n = 1$) e a do terceiro corpo (n_3), em unidades canônicas.

Figura 2.3 - Representação do problema bicircular restrito de quatro corpos.



Fonte: Produção do autor.

2.3.1.2 Caso não-binário

Para obter as equações usuais do BCR4BP, foi necessária uma suposição que se aplica apenas a sistemas binários ($\vec{p}_3 \approx -\vec{s}_{31} \approx -\vec{s}_{32}$). Essa suposição permite transformar a equação de movimento de M_3 de um problema de três corpos para um problema de dois corpos. Isso é bastante relevante para que se imponha a órbita circular. No entanto, em sistemas como Sol-Júpiter-Terra (BARRABÉS et al., 2016), Sol-Júpiter-Saturno (GABERN; JORBA, 2001), Sol-Terra-Marte (PERGOLA et al., 2009), etc, essa não é uma boa alternativa. Portanto, aqui é proposto considerar que M_3 orbita M_1 , conforme representado pela linha verde na Figura 2.3. A proposta é que a perturbação de M_2 sobre M_3 pode ser negligenciada. Assim, a Equação 2.30c torna-se:

$$\ddot{\vec{s}}_3 = GM_1 \frac{\vec{s}_{31}}{\|\vec{s}_{31}\|^3}. \quad (2.37)$$

o que transforma a Equação 2.33 em:

$$\ddot{\vec{s}}_{CM12} = -GM_3 \frac{M_1}{M_1 + M_2} \frac{\vec{p}_1 - \vec{p}_3}{\|\vec{p}_1 - \vec{p}_3\|^3}. \quad (2.38)$$

Nesse caso, a Equação (2.32) se torna:

$$\ddot{\vec{p}}_4 = G \left[M_1 \frac{\vec{p}_1 - \vec{p}_4}{\|\vec{p}_1 - \vec{p}_4\|^3} + M_2 \frac{\vec{p}_2 - \vec{p}_4}{\|\vec{p}_2 - \vec{p}_4\|^3} + M_3 \left(\frac{\vec{p}_3 - \vec{p}_4}{\|\vec{p}_3 - \vec{p}_4\|^3} + \frac{M_1}{M_1 + M_2} \frac{\vec{p}_1 - \vec{p}_3}{\|\vec{p}_1 - \vec{p}_3\|^3} \right) \right] \quad (2.39)$$

Como M_3 orbita M_1 tem-se que $\vec{p}_3 = [R_3 \cos \psi - \mu \quad R_3 \sin \psi \quad 0]^T$. Logo:

$$\begin{aligned} \ddot{x} - 2\dot{y} - x = & - (1 - \mu) \frac{x + \mu}{r_1^3} - \mu \frac{x - 1 + \mu}{r_2^3} \\ & - \mu_3 \frac{x - R_3 \cos \psi + \mu}{r_3^3} - (1 - \mu) \mu_3 \frac{\cos \psi}{R_3^2}, \end{aligned} \quad (2.40a)$$

$$\ddot{y} + 2\dot{x} - y = - (1 - \mu) \frac{y}{r_1^3} - \mu \frac{y}{r_2^3} - \mu_3 \frac{y - R_3 \sin \psi}{r_3^3} - (1 - \mu) \mu_3 \frac{\sin \psi}{R_3^2}, \quad (2.40b)$$

$$\ddot{z} = - (1 - \mu) \frac{z}{r_1^3} - \mu \frac{z}{r_2^3} - \mu_3 \frac{z}{r_3^3}. \quad (2.40c)$$

2.3.1.3 Caso geral

Na Seção 2.3.1.2 foi proposta a extensão do modelo da Seção 2.3.1.1 para sistemas não-binários negligenciando as perturbações de M_2 sobre M_3 (Equação 2.37). Como demonstrado por comparações numéricas em Negri e Prado (2020), essa abordagem não é estritamente melhor do que aplicar o caso binário usual. A razão é que mesmo uma avaliação pobre dos efeitos indiretos de M_2 sobre $CM12$ (Equação 2.33 aplicada a um sistema não binário) neutraliza o fato de se assumir uma aproximação mais razoável para a órbita circular de M_3 (M_3 orbitando M_1 em vez de $CM12$), em algumas circunstâncias. Por essa razão, propõe-se aplicar o problema de três corpos completo (Equação 2.30c) para aproximar todos os efeitos indiretos sobre $CM12$, enquanto ainda se considera um problema de dois corpos entre M_1 e M_3 para posteriormente impor a órbita circular de M_3 . Nesse caso, a Equação 2.38 teria um termo adicional para M_2 :

$$\ddot{\vec{s}}_{CM12} = - \frac{GM_3}{M_1 + M_2} \left[M_1 \frac{\vec{p}_1 - \vec{p}_3}{\|\vec{p}_1 - \vec{p}_3\|^3} + M_2 \frac{\vec{p}_2 - \vec{p}_3}{\|\vec{p}_2 - \vec{p}_3\|^3} \right]. \quad (2.41)$$

Logo:

$$\begin{aligned} \ddot{\vec{p}}_4 = G & \left[M_1 \frac{\vec{p}_1 - \vec{p}_4}{\|\vec{p}_1 - \vec{p}_4\|^3} + M_2 \frac{\vec{p}_2 - \vec{p}_4}{\|\vec{p}_2 - \vec{p}_4\|^3} + M_3 \frac{\vec{p}_3 - \vec{p}_4}{\|\vec{p}_3 - \vec{p}_4\|^3} \right. \\ & \left. M_3 \left(\frac{M_1}{M_1 + M_2} \frac{\vec{p}_1 - \vec{p}_3}{\|\vec{p}_1 - \vec{p}_3\|^3} + \frac{M_2}{M_1 + M_2} \frac{\vec{p}_2 - \vec{p}_3}{\|\vec{p}_2 - \vec{p}_3\|^3} \right) \right]. \end{aligned} \quad (2.42)$$

Esta equação é a mesma aplicada para derivar o problema bielíptico (ASSADIAN; POURTAKDOUST, 2010) e comumente utilizada com modelos de efemérides (PENG; BAI, 2018; QI; RUITER, 2018). A novidade está em usa-la também para o problema bicircular. Como será demonstrado, não há uma grande razão para o mesmo não ser aplicado ao BCR4BP.

Como é imposta uma órbita circular para M_3 em torno de M_1 , o problema de três corpos é apenas uma aproximação para se considerar os efeitos indiretos de M_2 . Agora, é preciso calcular a distância entre M_2 e M_3 . Felizmente, ela pode ser obtida utilizando a trivial lei dos cossenos ($\|\vec{p}_2 - \vec{p}_3\|^2 = R_3^2 + 1 - 2R_3 \cos \psi$). Finalmente, uma generalização para o BCR4BP segue:

$$\begin{aligned} \ddot{x} - 2\dot{y} - x = & - (1 - \mu) \frac{x + \mu}{r_1^3} - \mu \frac{x - 1 + \mu}{r_2^3} - \mu_3 \frac{x - R_3 \cos \psi + \mu}{r_3^3} \\ & - \mu_3 \left[(1 - \mu) \frac{\cos \psi}{R_3^2} + \mu \frac{R_3 \cos \psi}{(R_3^2 + 1 - 2R_3 \cos \psi)^{3/2}} \right], \end{aligned} \quad (2.43a)$$

$$\begin{aligned} \ddot{y} + 2\dot{x} - y = & - (1 - \mu) \frac{y}{r_1^3} - \mu \frac{y}{r_2^3} - \mu_3 \frac{y - R_3 \sin \psi}{r_3^3} \\ & - \mu_3 \left[(1 - \mu) \frac{\sin \psi}{R_3^2} + \mu \frac{R_3 \sin \psi}{(R_3^2 + 1 - 2R_3 \cos \psi)^{3/2}} \right], \end{aligned} \quad (2.43b)$$

$$\ddot{z} = - (1 - \mu) \frac{z}{r_1^3} - \mu \frac{z}{r_2^3} - \mu_3 \frac{z}{r_3^3}. \quad (2.43c)$$

As Equações 2.43 se reduzem as Equações 2.35 quando aplicadas a um sistema binário de primários ($R_3 \gg 1$). Logo, pode-se dizer que essas equações são a generalização do BCR4BP, podendo, agora, serem aplicadas indiscriminadamente para qualquer sistema de primários, desde que as outras suposições permaneçam razoáveis.

2.3.2 Problema circular restrito de N-corpos

Na seção anterior, ao se assumir que o terceiro corpo descreve uma trajetória Kepleriana em relação ao maior primário, foi possível generalizar as equações do BCR4BP para ser seguramente aplicado a outros sistemas que não binários. Esse procedimento permite uma segunda generalização, estende-lo para um problema de n-corpos, no que se chama aqui de problema circular restrito de n-corpos (CRNBP).

Assim como ocorre no caso do BCR4BP, obtém-se uma descrição levemente incoerente da física do problema ao se impor restrições dinâmicas não naturais, sendo esperado uma degradação do poder descritivo do equacionamento conforme mais corpos são adicionados e a magnitude das perturbações seculares negligenciadas se acumulam. No entanto, como pretende-se demonstrar na Seção 2.3.2.2, essa generalização, assim como no caso do BCR4BP, mantém alguma semelhança estrutural com um problema de n-corpos que não assume nenhuma aproximação. Além disso, também possui a vantagem de manter uma conexão simples com o famoso CR3BP, permitindo a extensão de uma análise dinâmica de forma simples e direta.

Como no BCR4BP, começa-se por assumir a interação gravitacional entre N corpos de massas M_j , para $j = 1, 2, \dots, k, \dots, N$. Considere um referencial inercial colocado em seu centro de massa (CM) com \vec{s}_j representando a posição de cada um desses corpos nesse referencial, enquanto os vetores \vec{p}_j definem sua posição com respeito ao baricentro das massas M_1 e M_2 ($CM12$), conforme ilustrado na Figura 2.4.

Definindo a posição relativa entre as massas M_k e M_j como $\vec{s}_{jk} = \vec{s}_k - \vec{s}_j$, pode-se obter a equação de movimento de cada massa M_j como:

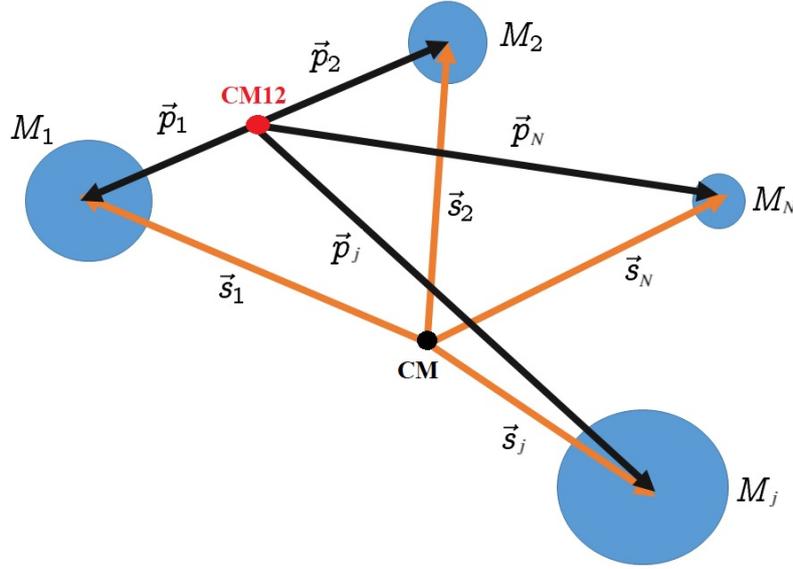
$$\ddot{\vec{s}}_j = G \sum_{k=1, k \neq j}^N M_k \frac{\vec{s}_{jk}}{\|\vec{s}_{jk}\|^3}, \quad j = 1, 2, \dots, N. \quad (2.44)$$

Supondo um problema restrito, em que o N -ésimo corpo tem uma massa muito menor que o restante:

$$\ddot{\vec{s}}_j = G \sum_{k=1, k \neq j}^{N-1} M_k \frac{\vec{s}_{jk}}{\|\vec{s}_{jk}\|^3}, \quad j = 1, 2, \dots, N-1, \quad (2.45a)$$

$$\ddot{\vec{s}}_N = G \sum_{j=1}^{N-1} M_j \frac{\vec{s}_{Nj}}{\|\vec{s}_{Nj}\|^3}. \quad (2.45b)$$

Figura 2.4 - Representação de um problema de n-corpos.



Fonte: Produção do autor.

Notando que $\vec{p}_j = \vec{s}_j - \vec{s}_{CM12}$, a Equação 2.45b pode ser reescrita no referencial centrado em $CM12$ como:

$$\ddot{\vec{p}}_N + \ddot{\vec{s}}_{CM12} = G \sum_{j=1}^{N-1} M_j \frac{\vec{p}_j - \vec{p}_N}{\|\vec{p}_j - \vec{p}_N\|^3}. \quad (2.46)$$

Como é assumido que o referencial inercial está centrado no baricentro do sistema de n-corpos, tem-se que $\vec{s}_{CM} = M_1 \vec{s}_1 + M_2 \vec{s}_2 + \dots + M_N \vec{s}_N = 0$. Portanto, a posição do $CM12$ pode ser reescrita segundo a relação:

$$\vec{s}_{CM12} = \frac{1}{M_1 + M_2} (M_1 \vec{s}_1 + M_2 \vec{s}_2) = - \sum_{j=3}^{N-1} \frac{M_j}{M_1 + M_2} \vec{s}_j, \quad (2.47)$$

o qual pode ser derivado duas vezes para obter sua equação do movimento:

$$\ddot{\vec{s}}_{CM12} = - \sum_{j=3}^{N-1} \frac{M_j}{M_1 + M_2} \ddot{\vec{s}}_j. \quad (2.48)$$

Agora, a Equação 2.45a pode ser acoplada a Equação 2.48, lembrando que $\vec{s}_j = \vec{p}_j + \vec{s}_{CM12}$, para se chegar em:

$$\ddot{\vec{s}}_{CM12} = -\frac{G}{M_1 + M_2} \sum_{j=3}^{N-1} M_j \sum_{k=1, k \neq j}^{N-1} M_k \frac{\vec{p}_k - \vec{p}_j}{\|\vec{p}_k - \vec{p}_j\|^3}. \quad (2.49)$$

Finalmente, a Equação 2.49 pode ser usada para se escrever a Equação 2.46 somente com termos relativos a $CM12$:

$$\ddot{\vec{p}}_N = G \sum_{j=1}^{N-1} M_j \frac{\vec{p}_j - \vec{p}_N}{\|\vec{p}_j - \vec{p}_N\|^3} + \frac{G}{M_1 + M_2} \sum_{j=3}^{N-1} M_j \sum_{k=1, k \neq j}^{N-1} M_k \frac{\vec{p}_k - \vec{p}_j}{\|\vec{p}_k - \vec{p}_j\|^3}, \quad (2.50)$$

que pode ser facilmente rearranjada para:

$$\begin{aligned} \ddot{\vec{p}}_N = G & \left[M_1 \frac{\vec{p}_1 - \vec{p}_N}{\|\vec{p}_1 - \vec{p}_N\|^3} + M_2 \frac{\vec{p}_2 - \vec{p}_N}{\|\vec{p}_2 - \vec{p}_N\|^3} \right. \\ & \left. + \sum_{j=3}^{N-1} M_j \left(\frac{\vec{p}_j - \vec{p}_N}{\|\vec{p}_j - \vec{p}_N\|^3} + \sum_{k=1, k \neq j}^{N-1} \frac{M_k}{M_1 + M_2} \frac{\vec{p}_k - \vec{p}_j}{\|\vec{p}_k - \vec{p}_j\|^3} \right) \right]. \end{aligned} \quad (2.51)$$

Por enquanto, a única aproximação feita foi assumir uma massa infinitesimal e negligenciar sua influência gravitacional nos outros corpos. Agora, assume-se que os primários principais, definidos como os corpos de massa M_1 e M_2 , descrevem uma órbita circular em torno de seu centro de massa comum ($CM12$). Aos corpos massivos restantes são impostas órbitas circulares centradas no corpo M_1 . Uma restrição adicional é adicionada ao assumir que todas as órbitas dos corpos massivos são coplanares. Então, supondo que o sistema centrado em $CM12$ seja sinódico com uma velocidade angular igual a de M_1 e M_2 , a Equação 2.51 torna-se:

$$\begin{aligned} \ddot{\vec{\rho}}_N = -2\vec{\Omega} \times \dot{\vec{\rho}} - \vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{\rho}) + G & \left[M_1 \frac{\vec{\rho}_1 - \vec{\rho}_N}{\|\vec{\rho}_1 - \vec{\rho}_N\|^3} + M_2 \frac{\vec{\rho}_2 - \vec{\rho}_N}{\|\vec{\rho}_2 - \vec{\rho}_N\|^3} \right. \\ & \left. + \sum_{j=3}^{N-1} M_j \left(\frac{\vec{\rho}_j - \vec{\rho}_N}{\|\vec{\rho}_j - \vec{\rho}_N\|^3} + \sum_{k=1, k \neq j}^{N-1} \frac{M_k}{M_1 + M_2} \frac{\vec{\rho}_k - \vec{\rho}_j}{\|\vec{\rho}_k - \vec{\rho}_j\|^3} \right) \right], \end{aligned} \quad (2.52)$$

onde $\vec{\Omega}$ é a velocidade angular do referencial sinódico em relação ao fixo. Com essas aproximações, os graus de liberdade de M_1 e M_2 podem ser eliminados observando-se que eles permanecem fixos no referencial sinódico, enquanto os outros corpos

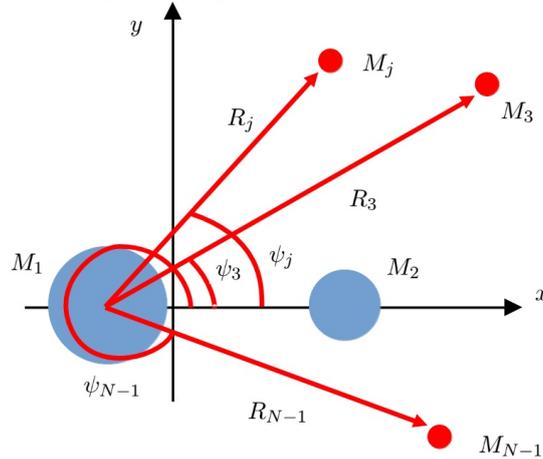
massivos são reduzidos a um único grau de liberdade cada, como mostrado na Figura 2.5. Assumindo as mesmas unidades canônicas usadas no BCR4BP e CR3BP, é fácil descobrir que a distância de cada corpo massivo à partícula e entre quaisquer dois corpos massivos são, respectivamente:

$$\vec{\rho}_j - \vec{\rho}_N = \begin{bmatrix} R_j \cos \psi_j - \mu_2 - x \\ R_j \sin \psi_j - y \\ -z \end{bmatrix}, \quad (2.53a)$$

$$\vec{\rho}_k - \vec{\rho}_j = \begin{bmatrix} R_k \cos \psi_k - R_j \cos \psi_j \\ R_k \sin \psi_k - R_j \sin \psi_j \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2.53b)$$

em que $\vec{\rho}_N = [x \ y \ z]^T$ representa a posição do corpo de massa infinitesimal, R_j representa a distância entre cada corpo massivo e M_1 , e ψ_j é um ângulo de fase definido a partir do eixo x do referencial sinódico, conforme mostrado na Figura 2.5, para $j = 1, 2, \dots, N - 1$, $k \neq j$. Observe que no referencial girante $R_1 = 0$, $R_2 = 1$ e $\psi_2 = 0^\circ$.

Figura 2.5 - Representação do CRNBP no sistema sinódico.



Fonte: Produção do autor.

Finalmente, substituindo as Equações 2.53 na Equação 2.52 e utilizando álgebra linear elementar, pode-se chegar no seguinte sistema de equações para o CRNBP:

$$\ddot{x} = 2\dot{y} + x - \frac{\mu_1}{r_1^3}(x + \mu_2) - \frac{\mu_2}{r_2^3}(x - \mu_1) - \sum_{j=3}^{N-1} \mu_j \left[\frac{1}{r_j^3}(x + \mu_2 - R_j \cos \psi_j) + \right. \\ \left. \sum_{k=1, k \neq j}^{N-1} \frac{\mu_k}{(R_k^2 + R_j^2 - 2R_k R_j \cos(\psi_k - \psi_j))^{3/2}} (R_j \cos \psi_j - R_k \cos \psi_k) \right], \quad (2.54a)$$

$$\ddot{y} = -2\dot{x} + y - \frac{\mu_1}{r_1^3}y - \frac{\mu_2}{r_2^3}y - \sum_{j=3}^{N-1} \mu_j \left[\frac{1}{r_j^3}(y - R_j \sin \psi_j) + \right. \\ \left. \sum_{k=1, k \neq j}^{N-1} \frac{\mu_k}{(R_k^2 + R_j^2 - 2R_k R_j \cos(\psi_k - \psi_j))^{3/2}} (R_j \sin \psi_j - R_k \sin \psi_k) \right], \quad (2.54b)$$

$$\ddot{z} = -\frac{\mu_1}{r_1^3}z - \frac{\mu_2}{r_2^3}z - \sum_{j=3}^{N-1} \frac{\mu_j}{r_j^3}z. \quad (2.54c)$$

em r_j , para $j = 1, 2, \dots, N-1$, é a magnitude do respectivo $\vec{\rho}_j - \vec{\rho}_N$. O parâmetro de massa de cada corpo é definido tal que $\mu_j = M_j/(M_1 + M_2)$, e R_j são as distâncias de cada corpo para M_1 . O arco ψ_j é resolvido no tempo pela seguinte expressão analítica:

$$\psi_j = \psi_{0j} + (n_j - n_{12})t, \quad (2.55)$$

onde ψ_{0j} representa o ângulo de fase inicial, n_j é o movimento médio do corpo j em unidades canônicas (se o movimento é retrogrado em relação ao dos primários, ele deve ser negativo) e n_{12} é o movimento médio de M_1 e M_2 sobre o seu baricentro, que possui o valor de $n_{12} = 1$ c.u..

Observe que esta descrição do problema reduz as $6N$ equações diferenciais de primeira ordem de um problema restrito de n -corpos a simplesmente seis equações diferenciais e $N-2$ expressões analíticas. Além disso, o problema é projetado em uma estrutura semelhante ao CR3BP, o que o torna um bom intermediário entre um CR3BP e um modelo geral de efemérides em sistemas de múltiplos corpos, como os sistemas planetários externos. Note ainda que se $N = 4$, o problema é exatamente as Equações 2.43; e se ainda $R_3 \gg 1$, as equações clássicas do BCR4BP são obtidas, Equações 2.35.

2.3.2.1 Correspondência em efemérides

Como brevemente já discutido, pensa-se o CRNBP como um passo intermediário antes de se comprometer com um problema de n -corpos partindo das efemérides. Instantaneamente, segue a questão em como relacionar o modelo super simplificado do CRNBP com as efemérides do sistema em que se almeja a aplicação. Portanto,

aqui será apresentada uma proposta para se relacionar as efemérides com as variáveis do CRNBP.

Para tanto, considere os elementos orbitais médios do corpo de massa M_2 em relação ao referencial fixo adotado, e defina os seguintes versores:

$$\hat{h}_2 = \begin{bmatrix} \sin \bar{i}_2 \sin \bar{\Omega}_2 \\ -\sin \bar{i}_2 \cos \bar{\Omega}_2 \\ \cos \bar{i}_2 \end{bmatrix}, \quad (2.56a)$$

$$\hat{e}_2 = \begin{bmatrix} \cos \bar{\omega}_2 \cos \bar{\Omega}_2 - \sin \bar{\omega}_2 \sin \bar{\Omega}_2 \cos \bar{i}_2 \\ \cos \bar{\omega}_2 \sin \bar{\Omega}_2 + \sin \bar{\omega}_2 \cos \bar{\Omega}_2 \cos \bar{i}_2 \\ \sin \bar{\omega}_2 \sin \bar{i}_2 \end{bmatrix}, \quad (2.56b)$$

$$\hat{e}_{\perp 2} = \hat{h}_2 \times \hat{e}_2 \quad (2.56c)$$

em que \hat{h}_2 é o versor do momento angular de M_2 e \hat{e}_2 é o versor do vetor de Runge-Lenz-Laplace. A inclinação, argumento do periastro e longitude do nodo ascendente médios de M_2 no sistema fixo escolhido são, respectivamente: \bar{i}_2 , $\bar{\omega}_2$ e $\bar{\Omega}_2$.

Dada uma configuração de efeméride no sistema fixo, para cada corpo massivo M_j , $j = 1, 2, \dots, N - 1$, pode-se projetar suas posições iniciais sobre o plano da órbita de M_2 segundo:

$$\text{proj}_{\mathcal{O}_2} \vec{s}_{1j} = (\vec{s}_{1j} \cdot \hat{e}_2) \hat{e}_2 + (\vec{s}_{1j} \cdot \hat{e}_{\perp 2}) \hat{e}_{\perp 2}, \quad (2.57)$$

$\mathcal{O}_2 = \{ \vec{s} \in \mathbb{R}^3 | \vec{s} \cdot \hat{h}_2 = 0 \}$. É comum se obter os dados de efemérides em relação ao corpo mais massivo, ou seja, nesse caso, pelas definições já adotadas, M_1 . Por conta disso, a notação dos vetores do sistema fixo de efemérides se dão relativos ao corpo de massa M_1 , \vec{s}_{1j} ¹.

Com isso, é possível estabelecer a configuração inicial de cada corpo massivo como:

$$\psi_{j0} = \arctan \left[\frac{(\text{proj}_{\mathcal{O}_2} \vec{s}_{12} \times \text{proj}_{\mathcal{O}_2} \vec{s}_{1j}) \cdot \hat{z}}{(\hat{h}_2 \cdot \hat{z})(\text{proj}_{\mathcal{O}_2} \vec{s}_{12} \cdot \text{proj}_{\mathcal{O}_2} \vec{s}_{1j})} \right]. \quad (2.58)$$

O movimento médio de cada um dos corpos, n_j , é calculado a partir do período médio da órbita de cada um dos corpos no sistema fixo de efeméride.

¹Caso um procedimento diferente seja adotado, outras considerações deverão ser realizadas em alguns dos passos apresentados.

Definindo o instante em que é feita a correspondência em efemérides dos corpos massivos como o tempo $t = 0$, pode-se definir um conjunto de versores que definem um sistema fixo e coincidente com o girante neste instante, conforme:

$$\hat{S}_1 = \frac{\text{proj}_{\mathcal{O}_2} \vec{s}_{12}}{\|\text{proj}_{\mathcal{O}_2} \vec{s}_{12}\|}, \quad (2.59a)$$

$$\hat{S}_2 = \hat{h}_2 \times \hat{S}_1, \quad (2.59b)$$

$$\hat{S}_3 = \hat{h}_2. \quad (2.59c)$$

Então, sendo necessário, é possível transformar do sistema fixo adotado nas efemérides para o fixo coincidente com o girante em $t = 0$ com uma matriz de rotação:

$$S = \begin{bmatrix} \hat{S}_1^T \\ \hat{S}_2^T \\ \hat{S}_3^T \end{bmatrix}. \quad (2.60)$$

Como o sistema sinódico rotaciona sobre seu eixo z , é simples a transformação do sistema girante do tempo $t = 0$ para um tempo $t = t_N$, bastando utilizar a matriz:

$$T = \begin{bmatrix} \cos(n_{12}t_N) & \sin(n_{12}t_N) & 0 \\ -\sin(n_{12}t_N) & \cos(n_{12}t_N) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.61)$$

Note que $n_{12} = 1$ quando em unidades canônicas, podendo ser desconsiderado para passos posteriores.

Havendo também a necessidade de obter uma correspondência de efeméride para o corpo de massa infinitesimal, é possível transformar sua posição e velocidade do sistema fixo das efemérides para o girante. Logo, com os vetores \vec{s}_{1N} e $\dot{\vec{s}}_{1N}$ obtidos de uma tabela de efemérides, pode-se mostrar que:

$$\vec{p}_N = \vec{s}_{1N} - \frac{M_2}{M_1 + M_2} \vec{s}_{12}, \quad (2.62a)$$

$$\dot{\vec{p}}_N = \dot{\vec{s}}_{1N} - \frac{M_2}{M_1 + M_2} \dot{\vec{s}}_{12}. \quad (2.62b)$$

Para manter a coerência com as simplificações do CRNBP, \vec{s}_{12} e $\dot{\vec{s}}_{12}$ devem ser

obtidos considerando a aproximação das órbitas circulares e coplanares. Para tanto, primeiro considere a transformação de um sistema fixo de eixos coincidentes com o fixo adotado nas efemérides, porém centrado no baricentro de M_1 e M_2 , para o sistema sinódico:

$$\vec{\rho}_j = TS\vec{p}_j, \quad (2.63a)$$

$$\dot{\vec{\rho}}_j = \dot{T}S\vec{p}_j + TS\dot{\vec{p}}_j. \quad (2.63b)$$

Note que, no sistema sinódico, o corpo M_1 e M_2 permanecem em repouso, e suas posições são, respectivamente, $\vec{\rho}_1 = -\mu_2\hat{x}$ e $\vec{\rho}_2 = \mu_1\hat{x}$, adotando o sistema canônico de unidades. Assim, e utilizando a Equação 2.63, chega-se que:

$$\vec{p}_1 = -\mu_2S^T T^T \hat{x}, \quad (2.64a)$$

$$\vec{p}_2 = \mu_1S^T T^T \hat{x}, \quad (2.64b)$$

$$\dot{\vec{p}}_1 = \mu_2S^T T^T \dot{T} T^T \hat{x}, \quad (2.64c)$$

$$\dot{\vec{p}}_2 = -\mu_1S^T T^T \dot{T} T^T \hat{x}. \quad (2.64d)$$

Lembrando que, para uma matrix de rotação R , tem-se $R^{-1} = R^T$.

Então, pode-se aproximar \vec{s}_{12} e $\dot{\vec{s}}_{12}$, para manter coerência com o CRNBP, de acordo com:

$$\vec{s}_{12} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = S^T T^T \hat{x}, \quad (2.65a)$$

$$\dot{\vec{s}}_{12} = \dot{\vec{p}}_2 - \dot{\vec{p}}_1 = -S^T T^T \dot{T} T^T \hat{x}. \quad (2.65b)$$

Portanto, é possível levar do sistema fixo de efeméride para o sinódico por meio das Equações 2.62, 2.63 e 2.65, como dado pela seguinte expressão:

$$\vec{\rho}_N = TS \left(\vec{s}_{1N} - \mu_2 S^T T^T \hat{x} \right), \quad (2.66a)$$

$$\dot{\vec{\rho}}_N = \dot{T}S \left(\vec{s}_{1N} - \mu_2 S^T T^T \hat{x} \right) + TS \left(\dot{\vec{s}}_{1N} + \mu_2 S^T T^T \dot{T} T^T \hat{x} \right). \quad (2.66b)$$

Por fim, considerando que a efeméride do corpo infinitesimal é obtida na época JD , definida em data juliana, pode-se obter t_N em unidades canônicas como:

$$t_N = 86400(JD - JD_0)n_2, \quad (2.67)$$

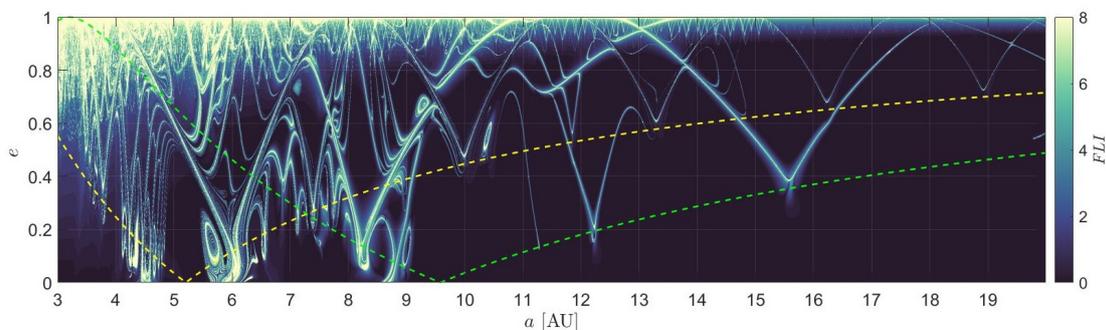
em que n_2 é o movimento médio de M_2 , porém agora em rad/s, pois sua função aqui é transformar das unidades em segundos para unidades de tempo canônico, e JD_0

é a data juliana selecionada para a correspondência de efeméride dos outros corpos. Nota-se que tal transformação só é válida considerando como $t = 0$ o tempo que são obtidas as efemérides dos corpos massivos. Ou seja, para se integrar as Equações 2.54, tendo como condição inicial a efeméride do corpo infinitesimal, o tempo inicial para a integração é t_N . Caso seja necessário que o instante $t = 0$ corresponda a outro instante que não o de efemérides dos corpos massivos, é necessário se fazer considerações correspondentes nas transformações. Como tal necessidade se dá em pouquíssimos casos particulares, e as transformações não são complexas de se obter tomando o cuidado de manter a coerência entre os diversos sistemas e unidades, ela não será apresentada aqui.

2.3.2.2 Exemplos ilustrativos

Conforme discutido por Wiggins (1990), a estabilidade estrutural de um sistema dinâmico (se sistemas dinâmicos matematicamente próximos têm qualitativamente a mesma dinâmica) para o cientista aplicado ainda é uma questão em aberto, variando de caso para caso. Devido a este desafio, é difícil estabelecer definitivamente a estabilidade estrutural do CRNBP para um problema de n-corpos com efemérides. A seguir, avalia-se a estabilidade estrutural reproduzindo um comportamento dinâmico complexo observado em um modelo de n-corpos com efemérides. Para tanto, aplica-se o CRNBP para reproduzir os resultados obtidos por Todorović et al. (2020), em que um indicador de caos, o indicador de Lyapunov rápido (FLI) (FROESCHLÉ et al., 1997), é aplicado ao Sistema Solar utilizando um problema de n-corpos com efemérides de 30 de setembro de 2012, 00:00:00, como condição inicial. Para o CRNBP, é considerado os mesmos corpos utilizados em Todorović et al. (2020), de Vênus a Netuno, sendo o Sol e Júpiter tomados como os corpos M_1 e M_2 na formulação.

Figura 2.6 - FLI utilizando o CRNBP.



Fonte: Produção do autor.

Primeiro, defina $\vec{X} = [x \ y \ z \ \dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}]^T$ e escreva as Equações 2.54 na forma:

$$\dot{\vec{X}} = \vec{F}(\vec{X}, t). \quad (2.68)$$

O $FLLI$ para o tempo t do sistema de Equações 2.68 pode ser computado como (FROESCHLÉ et al., 2000; GUZZO; LEGA, 2014; LEGA et al., 2016):

$$FLLI_t = \sup_{\tau \leq t} \log \left\| \vec{V}(t) \right\|, \quad (2.69)$$

em que $\vec{V}(t)$ é a evolução temporal do vetor tangente as condições iniciais, $\vec{V}(0)$, que pode ser calculado por:

$$\dot{\vec{V}}(t) = \frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{X}} \vec{V}(t). \quad (2.70)$$

Como em Todorović et al. (2020), é considerada uma partícula teste de massa infinitesimal com uma anomalia média 60° à frente de Júpiter, no plano orbital de Júpiter. Os $FLLI_t$ das partículas teste são calculados por 100 anos para diferentes valores de semi-eixo maior (a) e excentricidade (e) em relação ao Sol. O cálculo de $FLLI_t$ mostra traços das variedades hiperbólicas estáveis do sistema porque a integração avançará no tempo.

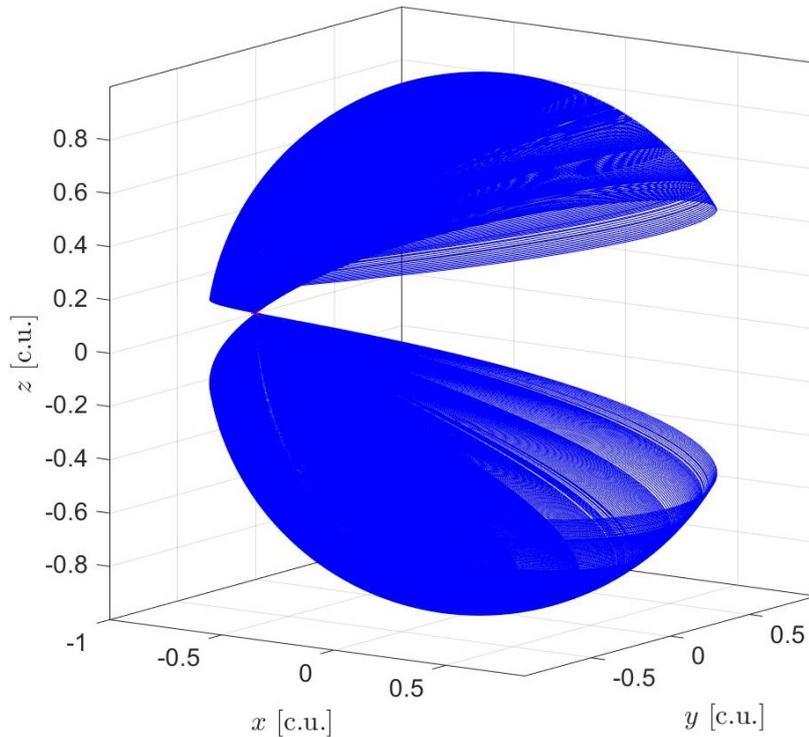
A Figura 2.6 mostra os resultados obtidos utilizando o CRNBP, com a correspondência das efemérides para os corpos massivos sendo calculada conforme a Seção 2.3.2.1. Regiões mais claras representam valores maiores de $FLLI_t$, indicando regiões caóticas e traços de variedades hiperbólicas estáveis. O parâmetro de Tisserand é uma quase-constante usada pelos astrônomos para distinguir entre diferentes órbitas. Como em Todorović et al. (2020), uma linha amarela tracejada representa um valor para o parâmetro de Tisserand igual a 3 no sistema Sol-Júpiter, indicando os arcos caóticos que emanam de aproximações com Júpiter. Também é adicionada uma linha tracejada verde, representando o mesmo mas para Sol-Saturno e revelando os arcos caóticos ligados a Saturno.

Para uma discussão e análise dedicada da Figura 2.6, remete-se o leitor para a fonte original (TODOROVIĆ et al., 2020). De interesse aqui, é a reprodução praticamente perfeita dos arcos de caos obtidos por Todorović et al. (2020). Em uma simples comparação visual ², parece que todas as estruturas são preservadas e nenhuma é adicionada. As diferenças são pequenos ajustes de algumas das estruturas para

²Pode-se verificar o painel superior da figura 1 em Todorović et al. (2020).

valores de excentricidade e semi-eixos ligeiramente, quase imperceptíveis, diferentes.

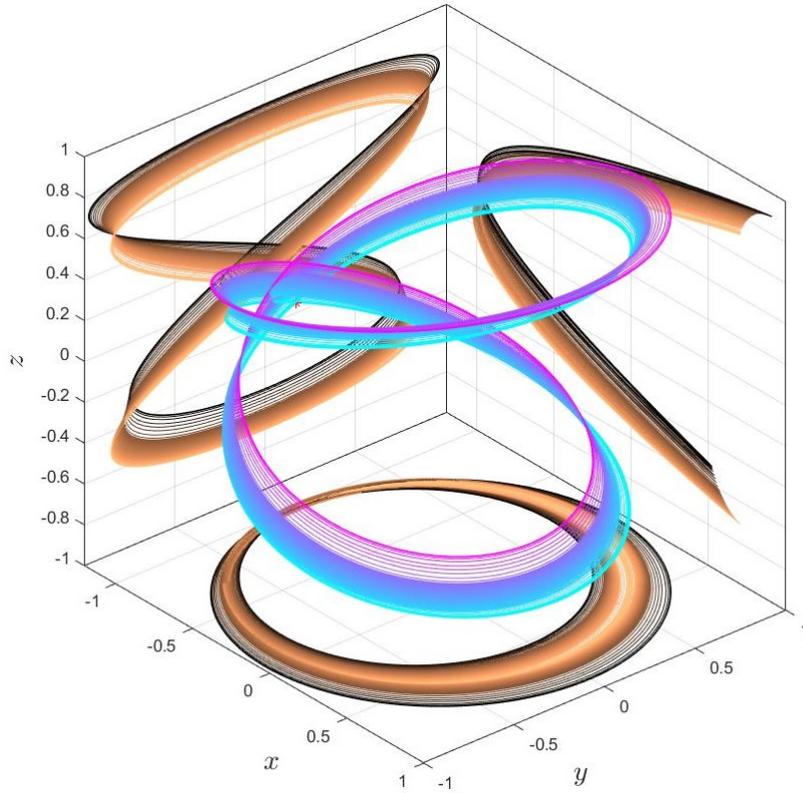
Figura 2.7 - Família de órbitas verticais de Lyapunov em torno de \mathcal{L}_3 , utilizando o CR3BP para Júpiter-Ganimedes.



Fonte: Produção do autor.

A reprodução dos resultados qualitativamente iguais aos de Todorović et al. (2020) utilizando o CRNBP indica que ele pode ser uma ferramenta valiosa para explorar um amplo espaço de projeto antes de se comprometer com uma análise de efemérides dedicada. Esta indicação implica um projeto preliminar muito mais rápido e simples, com a necessidade de integrar apenas seis equações diferenciais ordinárias (EDOs) em vez de $6N$ EDOs de um modelo de efemérides. Além disso, os graus de liberdade dos corpos massivos são reduzidos a um único ângulo ψ_j , permitindo uma análise direta de múltiplas configurações para diferentes épocas. Ainda, permite uma interface direta com um CR3BP, que será explorada em breve. Essas vantagens também contribuem para o uso da teoria de sistemas dinâmicos para identificar comportamentos dinâmicos gerais, que podem ser explorados em uma missão de múltiplos corpos. O projeto de trajetórias no sistema planetário externo é uma aplicação aparentemente vantajosa. Esse procedimento pode ser muito mais fácil do que a colagem de pro-

Figura 2.8 - Continuação de uma órbita vertical de Lyapunov em torno de \mathcal{L}_3 , obtida do CR3BP para Júpiter-Ganimedes, para uma órbita periódica no CRNBP considerando a ressonância de Laplace de Ganimedes-Europa-Io.



Fonte: Produção do autor.

blemas circulares restritos de três corpos, como geralmente é o caso na literatura (ANDERSON, 2021).

Considere as Equações 2.54 com um fator ε multiplicando os somatórios em j :

$$\ddot{x} = 2\dot{y} + x - \frac{\mu_1}{r_1^3}(x + \mu_2) - \frac{\mu_2}{r_2^3}(x - \mu_1) - \varepsilon \sum_{j=3}^{N-1} \mu_j \left[\frac{1}{r_j^3}(x + \mu_2 - R_j \cos \psi_j) + \sum_{k=1, k \neq j}^{N-1} \frac{\mu_k}{(R_k^2 + R_j^2 - 2R_k R_j \cos(\psi_k - \psi_j))^{3/2}} (R_j \cos \psi_j - R_k \cos \psi_k) \right], \quad (2.71a)$$

$$\ddot{y} = -2\dot{x} + y - \frac{\mu_1}{r_1^3}y - \frac{\mu_2}{r_2^3}y - \varepsilon \sum_{j=3}^{N-1} \mu_j \left[\frac{1}{r_j^3}(y - R_j \sin \psi_j) + \sum_{k=1, k \neq j}^{N-1} \frac{\mu_k}{(R_k^2 + R_j^2 - 2R_k R_j \cos(\psi_k - \psi_j))^{3/2}} (R_j \sin \psi_j - R_k \sin \psi_k) \right], \quad (2.71b)$$

$$\ddot{z} = -\frac{\mu_1}{r_1^3}z - \frac{\mu_2}{r_2^3}z - \varepsilon \sum_{j=3}^{N-1} \frac{\mu_j}{r_j^3}z. \quad (2.71c)$$

Se $\varepsilon = 0$, as Equações 2.71 reduzem ao CR3BP. Portanto, utilizando ε como um parâmetro de continuação, estruturas dinâmicas obtidas em um CR3BP podem ser continuadas para o CRNBP (isso é, $\varepsilon = 1$).

Utilizando o método de Newton e um algoritmo de continuação por pseudo-comprimento de arco, é calculada uma família de órbitas verticais de Lyapunov continuadas para diferentes períodos em um CR3BP, considerando como corpos massivos Júpiter e Ganimedes. A família de órbitas verticais de Lyapunov calculadas em torno do ponto Lagrangeano \mathcal{L}_3 é mostrada na Figura 2.7. Também é formulado um CRNBP para os corpos Júpiter, Ganimedes, Europa e Io, considerando uma correspondência de efemérides para 9 de abril de 2016, 00:00:00, e fazendo o período de Io e Europa exatamente um quarto e meio do período orbital médio de Ganimedes, respectivamente. Portanto, o CRNBP para esse sistema é um sistema periódico não-autônomo, tal que:

$$\dot{\vec{X}} = \vec{F}(\vec{X}, t) = \vec{F}(\vec{X}, t + pT), \quad (2.72)$$

em que $p \in \mathbb{Z}$, e T é o período do sistema dinâmico não-linear, que é o período orbital médio de Ganimedes para o CRNBP composto por Júpiter-Ganimedes-Io-Europa. Assim, tal sistema de equações só pode possuir uma órbita periódica se seu período for igual a pT .

Escolhendo a órbita vertical de Lyapunov da família mostrada na Figura 2.7 com um período igual ao período de Ganimedes ($p = 1$), ela é continuada para o CRNBP

através do parâmetro ε . Na Figura 2.8 é mostrada a continuação da órbita, de $\varepsilon = 0$ (CR3BP) a $\varepsilon = 1$ (CRNBP). A cor azul mais clara indica a órbita periódica no CR3BP, com sua projeção em cada plano representada pela cor laranja mais clara. A cor rosa clara indica a órbita periódica no CRNBP, e sua projeção em cada plano é representada em preto. Como se pode notar, a deformação em tamanho da órbita periódica ao continuar até o CRNBP é consideravelmente grande, com magnitudes da ordem da metade do semi-eixo maior de Ganimedes (1 c.u.). Da mesma forma, órbitas periódicas obtidas no CR3BP podem ser continuadas para toros quase-periódicos no CRNBP, o que também pode ser útil se incluir Calisto no sistema, semelhante ao realizado por McCarthy e Howell (2021) utilizando o BCR4BP no sistema Terra-Lua-Sol.

Para mais exemplos ilustrativos da vantagem do CRNBP e uma discussão detalhada, consulte Negri e Prado (2022b).

2.4 Guiagem, navegação e controle

A guiagem, navegação e controle (GN&C) é o ramo da astronáutica que se preocupa basicamente com as seguintes questões: onde e em que condição está a espaçonave? Para onde ela vai? E como garantir os requisitos e objetivos de missão? É um campo vasto com várias sub-especialidades. Por essa razão, quando se tenta entendê-lo decompondo em cada uma das três palavras que é nomeado, é obtida uma resposta diferente de cada engenheiro que é perguntado, ainda que bases comuns se mantenham. Esse fato é verificável pelo editorial da maior revista científica de GN&C aplicada a astronáutica, o *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, que tenta responder a questão “o que é guiagem?” (LU, 2021). Um grande exemplo dessa confusão é a lei de guiagem denominada navegação proporcional (*proportional navigation*).

A definição utilizada pelos engenheiros do *Jet Propulsion Lab* da NASA é (BEAUCHAMP et al., 2013):

- Guiagem é a determinação (normalmente embarcada) do caminho desejado para levar a espaçonave da localização atual para um alvo designado;
- Navegação consiste em métodos para determinar o estado da espaçonave;
- Controle é a manipulação a bordo dos atuadores da espaçonave para rastrear os comandos de guiagem, enquanto mantém a espaçonave apontando em uma direção necessária.

Essas definições estão em geral corretas, porém não é difícil encontrar particularidades e excessões a elas. O mesmo fica claro pela listagem de excessões dadas por Lu (2021), logo após oferecer sua definição de guiagem. De fato, tomando literalmente a definição de guiagem dada pelos engenheiros da NASA (BEAUCHAMP et al., 2013), fica claro que a guiagem seria apenas a obtenção da trajetória que a espaçonave deve seguir para cumprir determinado objetivo. Nessa linha, seria um contrassenso se falar em “lei de guiagem”, bastante comum na literatura, já que o que se teria de fato é uma lei de controle garantindo uma trajetória obtida a bordo (guiagem). A definição de guiagem dada por Lu (2021) lida com isso ao adicionar a obtenção dos comandos para manter a trajetória na definição de guiagem. No entanto, parece relegar ao “controle” apenas o controle de atitude da espaçonave.

Um conceito mais preciso e útil, se possível, principalmente diferenciando claramente controle e guiagem, provavelmente necessita de um resgate histórico de como os termos entram na astronáutica e a que propósito servem. Além, claro, de uma discussão da comunidade para estabelecer um entendimento comum, já que a existência de fronteiras perenes parecem difíceis. Tentando passar ao largo dessas controvérsias, aqui se tomará uma definição mais fluída.

Na opinião do autor, a definição dos engenheiros da NASA tende a ser a melhor estabelecida. No entanto, assume-se ela mais como um guia e fio condutor do conceito que uma separação dura. Então, em tese, o termo “lei de guiagem” não seria um contrassenso, nada mais é que a junção do controle e guiagem, de forma indissociável. Quando o termo “lei de guiagem” é aplicado, parece haver um esforço em enfatizar que foi obtida uma lei de controle que garante a execução de determinada trajetória que cumpre certos requisitos de missão e performance. De fato, qualquer lei de guiagem é, ao fim, uma lei de controle (seja navegação proporcional, ZEM/ZEV, ou outras). Logo, sob essa óptica, denominações como controle, rastreamento e manutenção de trajetória, ou caminho, seriam sinônimos de lei de guiagem. Então, em suma, neste trabalho guiagem e controle são categorizados juntos.

O termo “navegação” é mais facilmente distinguível. Engloba quaisquer métodos ou meios para encontrar a posição, velocidade e orientação da espaçonave em relação a um sistema e tempo de referência. Necessariamente, envolve conceitos de teoria de controle como filtragem e observação.

Quando se fala em GN&C de espaçonaves, é comum se dividir em movimento rotacional e translacional. Essa divisão é possível em boa parte das aplicações astronáuticas, já que o movimento de rotação tende a se completar em escalas de tempo bem

menores que o de translação. Por exemplo, uma espaçonave em viagem no espaço profundo é capaz de obter alterações complexas em sua atitude sem que qualquer mudança significativa tenha ocorrido em movimento translacional, podendo ser aproximado por uma linha reta. Contrariamente, em algumas poucas aplicações, como o pouso em um corpo com atmosfera, é fundamental integrar o movimento rotacional e translacional, já que ambos interferem substancialmente um no outro para o sucesso da missão.

A guiagem, navegação e controle da espaçonave fica sob responsabilidade do subsistema de controle de atitude e órbita (AOCS) e da estação em solo. Na maioria das missões, a GN&C relacionada a atitude é feita autonomamente a bordo da espaçonave pelo AOCS, onde os dados dos sensores de atitude (sensor solar, giroscópios, sensor de estrelas) chegam, são tratados, analisados e produzem comandos para alteração ou estabilização da atitude. No caso do movimento translacional, a maioria das missões se caracteriza pela dominância da estação em solo. Neste caso, medições de sensores da espaçonave (acelerômetros, câmeras ópticas) são recebidos por telemetria e fusionados a medições por radiometria para obter a posição e velocidade do veículo, em um processo denominado “determinação orbital” (OD). A solução de OD é utilizada para calcular as manobras necessárias para o controle de trajetória ou enviados diretamente para o AOCS da espaçonave, que atualiza o computador a bordo com as soluções de maior qualidade obtidas em solo, para decisões autônomas em guiagem e controle.

O GN&C autônomo de atitude vem sendo aplicado e desenvolvido desde os primórdios da exploração espacial. No caso da translação, a autonomia é mais complexa e desafiadora, e apenas recentemente estudos considerando a autonomia completa de uma espaçonave têm sido abundantes. Por conta disso, este trabalho se preocupará apenas com o GN&C relacionado ao movimento translacional.

3 A DEFLEXÃO E SUAS CONSEQUÊNCIAS

Neste capítulo são apresentados os modelos utilizados e resultados obtidos na análise dos efeitos após uma deflexão. Na Seção 3.1 mostra-se o conjunto de conceitos e modelos que já foram amplamente utilizados, até então, na literatura e que se valem da conjugação de problemas de dois corpos para se analisar o efeito de uma deflexão considerando o asteroide, a Terra e o Sol. A Seção 3.2 apresenta os asteroides selecionados para o estudo e os métodos elaborados para garantir o impacto deles com a Terra. Uma análise focada na deflexão impulsiva e de baixo-empuxo ótimas são feitas na Seção 3.3 e 3.4, respectivamente. Por fim, na Seção 3.5, é mostrado como a influência de outros corpos podem invalidar a previsão de deflexão utilizando os métodos apresentados na Seção 3.1, com consequências para o projeto de missões espaciais que objetivem a deflexão.

3.1 Cônicas conjugadas aplicadas à análise de impacto

Aqui são apresentados os modelos e conceitos utilizados para se prever o desvio obtido após uma deflexão, considerando um colagem de problema de dois corpos. Toma-se a liberdade de agrupá-los sob a denominação de cônicas conjugadas por conta disso, ainda que cônicas conjugadas seja a denominação do método em específico aplicado em astrodinâmica.

3.1.1 Focalização gravitacional

Focalização gravitacional (*gravitational focusing*) considera a interação gravitacional entre duas partículas para prever um impacto entre ambas (BARNES, 2011). Assumindo que uma das partículas é o asteroide e a restante a Terra, da conservação de energia no problema de dois-corpos pode-se escrever que:

$$m \frac{v_{\infty}^2}{2} = m \frac{v_p^2}{2} - \frac{GMm}{r_p}, \quad (3.1)$$

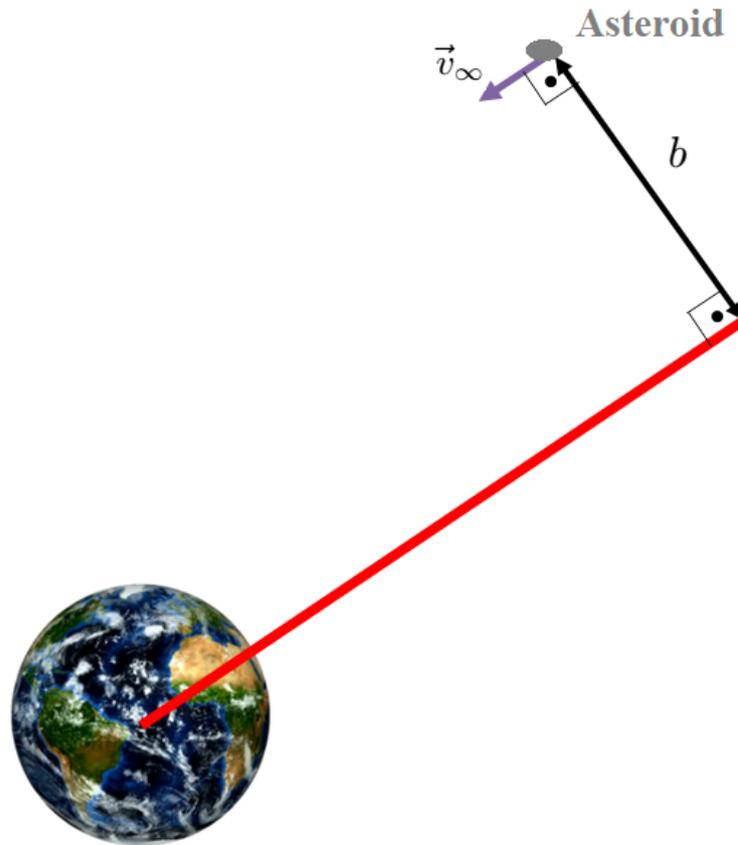
onde m representa a massa do asteroide, v_{∞} é a velocidade geocêntrica do asteroide no infinito, v_p é velocidade geocêntrica do asteroide em seu perigeu, M é a massa da Terra e r_p é distância entre ambos no perigeu.

Ainda considerando um problema de dois-corpos, utiliza-se a conservação de quantidade de movimento angular para chegar a:

$$v_p = v_{\infty} \frac{b}{r_p}, \quad (3.2)$$

onde b representa a distância de aproximação, que é perpendicular a velocidade de chegada do asteroide, como apresentado na Figura 3.1. Nota-se que, empregando conhecimentos básicos de mecânica celeste, é fácil demonstrar que o parâmetro b é equivalente ao semi-eixo menor de uma órbita hiperbólica.

Figura 3.1 - Representação da distância de aproximação b .



Fonte: Produção do autor.

Substituindo a Equação 3.2 na Equação 3.1 é possível escrever a distância de aproximação como:

$$b = \sqrt{r_p^2 + \frac{2GM}{v_\infty^2} r_p}. \quad (3.3)$$

Se a distância no perigeu é igual o raio terrestre, a distância de aproximação b é conhecida como o parâmetro de impacto b_i . Isto significa que o asteroide irá colidir com a Terra para qualquer $b \leq b_i$. Ainda, a distância de perigeu r_p pode ser interpretada como o desvio δ . Portanto, para $\delta \geq 1$ raios terrestres, o asteroide não irá

colidir com a Terra¹.

3.1.2 B-plano

Em geral, o b-plano é utilizado para aplicações em que um corpo infinitesimal faz uma aproximação com um corpo massivo. Na astrodinâmica, o b-plano é uma importante ferramenta no projeto e análise da aproximação de espaçonaves com um corpo celeste, permitindo a projeção das incertezas do estado da espaçonave no plano e em magnitude da velocidade de aproximação. Tem o papel de conexão entre trajetória heliocêntrica e planetocêntrica (ou, planetocêntrica e luni-cêntrica). Sua utilidade na astronomia reside, similarmente, no fato de facilitar a identificação de uma colisão no cálculo da distância de aproximação b , e suas incertezas, e compara-la com o parâmetro de impacto b_i . Além disso, esse plano permite obter informações adicionais, pois facilita o desacoplamento do efeito de distância e de fase na análise da aproximação (LETIZIA et al., 2016).

A Figura 3.2 representa esse plano. Ele é definido como contendo o centro de massa do planeta com o qual o corpo infinitesimal faz a aproximação e perpendicular ao vetor velocidade de aproximação, em coordenadas planetocêntricas, \vec{v}_∞ . O ponto B na Figura 3.2 representa o ponto em que \vec{v}_∞ atravessaria o plano, portanto, é utilizado como referência para a obtenção da distância de aproximação b . Além disso, define-se o sistema de referência que possui sua base normal segundo os seguintes versores:

$$\hat{\eta} = \frac{\vec{v}_\infty}{v_\infty}, \quad (3.4a)$$

$$\hat{\xi} = \frac{\vec{V}_p \times \hat{\eta}}{\|\vec{V}_p \times \hat{\eta}\|}, \quad (3.4b)$$

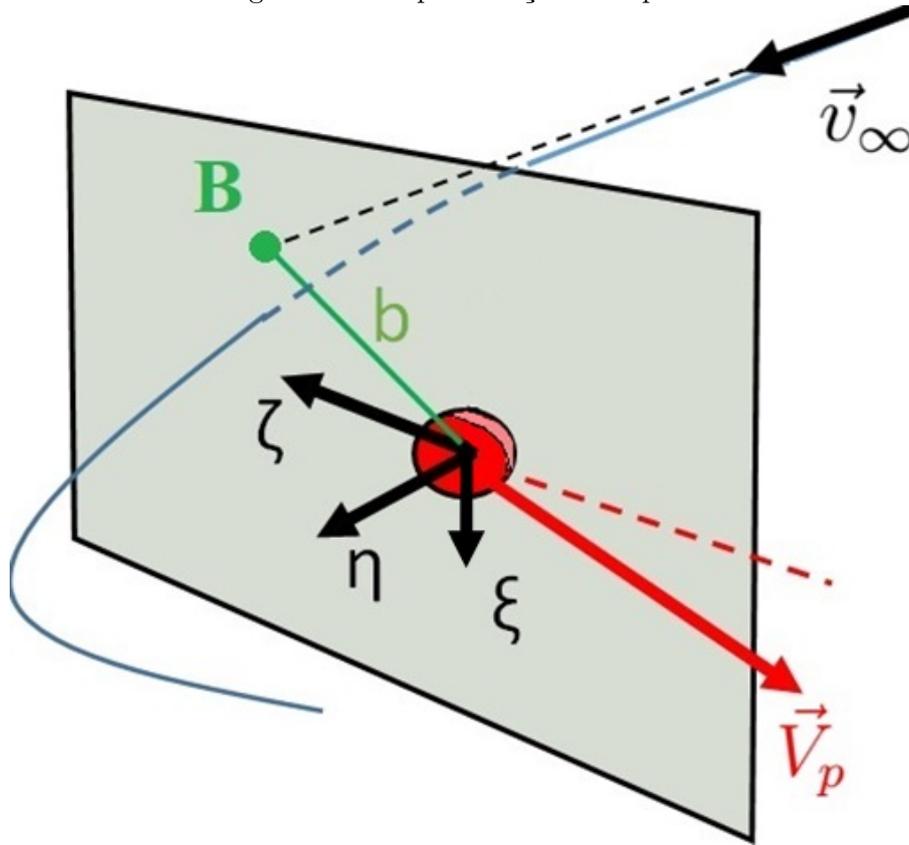
$$\hat{\zeta} = \hat{\xi} \times \hat{\eta}, \quad (3.4c)$$

onde \vec{V}_p é a velocidade heliocêntrica do planeta. A coordenada η é paralela a v_∞ ; enquanto ζ é paralela à velocidade \vec{V}_p , porém em sentido oposto, portanto mais sensível a fase entre o planeta e o corpo que realiza a aproximação; por fim, ξ completa o sistema dextrogiro e é mais sensível a MOID (*minimum orbit intersection distance*, distância mínima de intersecção orbital).

Como a distância de aproximação está contida no b-plano, pode ser facilmente obtida

¹Aqui se despreza efeitos secundários como a interação atmosférica.

Figura 3.2 - Representação do b-plano.



Fonte: Produção do autor.

como:

$$b = \sqrt{\zeta^2 + \xi^2}. \quad (3.5)$$

Logo, o desvio pode ser estimado como (SANCHEZ; COLOMBO, 2013):

$$\delta = \frac{\mu_p}{v_\infty^2} \left(\sqrt{1 + \left(\frac{bv_\infty^2}{\mu_p} \right)^2} - 1 \right), \quad (3.6)$$

onde μ_p representa o parâmetro gravitacional do planeta.

3.1.3 Modelo analítico de Izzo

Izzo (2005) propõe uma aproximação em que considera que o efeito de uma deflexão é tão pequeno que seu impacto é apenas no movimento médio, tendo um impacto maior na fase, o instante que o asteroide interceptaria a Terra. Logo, essa aproximação implica que o desvio tem maior impacto na variação da coordenada ζ do b-plano,

conforme (IZZO, 2007):

$$\Delta\zeta = \frac{3a}{\mu_s} V_p \sin \vartheta \int_0^{t_p} (t_i - \tau) \vec{V} \cdot \vec{A} d\tau, \quad (3.7)$$

em que μ_s é o parâmetro gravitacional do Sol, a indica o semi-eixo maior da órbita do asteroide; ϑ é o ângulo entre a velocidade heliocêntrica da Terra (\vec{V}_p) e a geocêntrica do asteroide ao entrar a esfera de influência da Terra (\vec{v}_∞); t_i é o tempo de interceptação, quando o asteroide é interceptado e se tem o início da deflexão; \vec{A} é a aceleração proveniente pela técnica de deflexão escolhida, enquanto t_p é o tempo de ação de \vec{A} ; por fim, \vec{V} representa a velocidade heliocêntrica do asteroide.

Note que:

$$\vec{V} \cdot \vec{A} = V \hat{V} \cdot \vec{A} = V A_t, \quad (3.8)$$

em que A_t é a componente tangencial de \vec{A} , conforme definido no Apêndice A, Equações A.1.

Tomando o módulo da Equação 2.21, e sabendo que $h = \sqrt{\mu_s a(1 - e^2)}$, chega-se em:

$$V = \left[\frac{\mu_s}{a(1 - e^2)} (1 + 2e \cos \theta + e^2) \right]^{1/2} \quad (3.9)$$

Logo, a Equação 3.7 pode ser reescrita como:

$$\Delta\zeta = 3 \sqrt{\frac{a}{\mu_s(1 - e^2)}} V_p \sin \vartheta \int_0^{t_p} (t_i - \tau) (1 + 2e \cos \theta + e^2)^{1/2} A_t d\tau. \quad (3.10)$$

Se a deflexão for impulsiva, considera-se que $A_t = \delta(t - t_i) \Delta V$, em que $\delta(t - t_i)$ é a função Delta de Dirac, também conhecida como função impulso. Dessa forma, chega-se em:

$$\Delta\zeta = 3 \sqrt{\frac{a(1 + 2e \cos \theta_i + e^2)}{\mu_s(1 - e^2)}} V_p \sin \vartheta \Delta V t_i, \quad (3.11)$$

onde θ_i indica a anomalia verdadeira do asteroide no instante da interceptação.

Utilizando a Equação 3.5, pode-se chegar a:

$$b = \sqrt{(\zeta_{MOID} + \Delta\zeta)^2 + \xi_{MOID}^2}, \quad (3.12)$$

em que ζ_{MOID} e ξ_{MOID} indicam as coordenadas da MOID no b-plano para o instante da colisão, ou seja, as coordenadas do asteroide no b-plano caso não defletido. Com a magnitude de b determinada, basta utilizar a Equação 3.6 para se obter o desvio em relação ao centro da Terra.

3.1.4 Modelo analítico de Vasile e Colombo

O modelo proposto por Vasile e Colombo (2008) é mais geral que o de Izzo (2007), pois, considera a perturbação em todos os elementos orbitais do asteroide. Todavia, possui o inconveniente de que sua simplicidade se aplica somente a técnicas impulsivas, necessitando de integração numérica caso se considere uma deflexão de baixo-empuxo.

O desvio na MOID após uma deflexão é calculado por Vasile e Colombo (2008) como:

$$\vec{\Delta} = [\delta s_R \quad \delta s_T \quad \delta s_N]^T, \quad (3.13)$$

onde δs_R , δs_T e δs_N são as coordenadas em RTN, conforme dado pelas Equações A.2. Elas podem ser aproximadas, conforme descrito em Vasile e Colombo (2008), como:

$$\delta s_r \approx \frac{R}{a} \delta a + \frac{ae \sin \theta_{MOID}}{\eta} \delta M - a \cos \theta_{MOID} \delta e, \quad (3.14a)$$

$$\delta s_T \approx \frac{R}{\eta^3} (1 + e \cos \theta_{MOID})^2 \delta M + R \delta \omega + \frac{R \sin \theta_{MOID}}{\eta^2} (2 + e \cos \theta_{MOID}) \delta e + R \cos i \delta \Omega, \quad (3.14b)$$

$$\delta s_N \approx R (\sin \theta_{MOID}^* \delta i - \cos \theta_{MOID}^* \sin i \delta \Omega), \quad (3.14c)$$

em que e , i , Ω e ω são a excentricidade, inclinação, longitude do nodo ascendente e argumento do periélio do asteroide. A anomalia verdadeira no instante da colisão é θ_{MOID} e o argumento de latitude θ_{MOID}^* é calculado como $\omega + \theta_{MOID}$. Finalmente, a distância heliocêntrica na órbita nominal é, utilizando a Equação 2.18:

$$R = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos \theta_{MOID}}. \quad (3.15)$$

É considerado que se aplica um impulso $\Delta \vec{V} = [\Delta V_t \quad \Delta V_n \quad \Delta V_h]^T$ ao asteroide, onde os subscritos t , h e n indicam, respectivamente, coordenadas tangencial, normal e binormal, apresentadas nas Equações A.1.

Logo, a variação em cada um dos elementos orbitais pode ser calculada pelas Equações Planetárias de Gauss como:

$$\delta a \approx \frac{2a^2 V}{\mu_s} \Delta V_t, \quad (3.16a)$$

$$\delta e \approx \frac{1}{V} \left[2(e + \cos \theta_i) \Delta V_t - \frac{R}{a} \sin \theta_i \Delta V_n \right], \quad (3.16b)$$

$$\delta i \approx \frac{R \cos \theta_i^*}{h} \Delta V_h, \quad (3.16c)$$

$$\delta \Omega \approx \frac{R \sin \theta_i^*}{h \sin i} \Delta V_h, \quad (3.16d)$$

$$\delta \omega \approx \frac{1}{eV} \left[2 \sin \theta_i \Delta V_t + \left(2e + \frac{R}{a} \cos \theta_i \right) \Delta V_n \right] - \frac{R \sin \theta_i^* \cos i}{h \sin i} \Delta V_h, \quad (3.16e)$$

$$\delta M \approx - \frac{a \sqrt{1 - e^2}}{eaV} \left[2 \left(1 + \frac{e^2 R}{a(1 - e^2)} \right) \sin \theta_i \Delta V_t + \frac{R}{a} \cos \theta_i \Delta V_n \right] + \delta n t_i, \quad (3.16f)$$

onde θ_i e θ_i^* indicam a anomalia verdadeira e argumento de latitude no instante de interceptação. A variação no movimento médio apresentada na Equação 3.16f é calculada como:

$$\delta n = \sqrt{\frac{\mu_s}{a^3}} - \sqrt{\frac{\mu_s}{(a + \delta a)^3}}. \quad (3.17)$$

O desvio $\vec{\Delta}$ na MOID pode ser escrito no b-plano segundo as Equações 3.4a, 3.4b e 3.4c. Então, utilizando a Equação 3.5:

$$b = \sqrt{(\zeta_{MOID} + \Delta_\zeta)^2 + (\xi_{MOID} + \Delta_\xi)^2}. \quad (3.18)$$

Agora, com a Equação 3.6 é possível que se obtenha o desvio δ obtido após a deflexão do asteroide.

3.2 Cálculo da trajetória de impactantes

Nas próximas seções, se fará a aplicação dos métodos dantes apresentados a asteroides impactantes. No entanto, será necessário considerar asteroides virtuais, já que não há, atualmente, asteroides com grande probabilidade de colisão com a Terra, segundo o *Center for Near Earth Object Studies* (CNEOS) do *Jet Propulsion Lab-NASA*. Por exemplo, segundo este centro, e enquanto este trabalho é escrito, o asteroide com maior probabilidade de impactar a Terra é o asteroide 2010 RF12, com uma probabilidade de impacto de 4.6% em 5 de setembro de 2095. Por asteroides virtuais, definem-se os asteroides em que a melhor estimativa de seus elementos osculadores, apresentada em uma tabela de efemérides, é minimamente desviada para

garantir o impacto. Note que essa definição é mais restrita que a de asteroide virtual utilizada por centros como o CNEOS, que definem asteroides virtuais como asteroides que possuem uma probabilidade de impacto maior que certo limiar. Aqui, a definição é determinística, o asteroide com probabilidade de impacto foi selecionado, e sua melhor estimativa orbital foi minimamente desviada para haver impacto no modelo dinâmico utilizado. Para justificar a necessidade de tal procedimento, cabe discutir brevemente como a determinação orbital de um asteroide e as estimativas de impacto são realizadas.

A determinação orbital de um corpo celeste é semelhante ao que se é feito com uma espaçonave. A diferença reside no fato que para um corpo celeste recém-descoberto, o qual, notoriamente, não está equipado com instrumentos de medição, a qualidade das medições (ou, utilizando o jargão da astronomia: observações) tende a ser inferior. As principais formas de observação de um asteroide são através de telescópios ópticos e radiotelescópios. Ao obter um conjunto de observações do corpo, uma regressão linear utilizando mínimos quadrados ponderados é aplicada, para se obter a melhor estimativa considerando as incertezas das observações (FARNOCCHIA et al., 2015). Uma vez solucionado o problema de determinação orbital, a questão passa a ser a de estimar a probabilidade de impacto do asteroide com a Terra, o que é feito pela propagação temporal da estimativa e suas incertezas associadas.

Como discutido por Farnocchia et al. (2015), pode-se usar como regra prática que, para probabilidades de colisão acima de 0.1%, é possível aplicar um modelo linear. Para probabilidades menores, a suposição de uma distribuição Gaussiana passa a ser duvidosa. Nesse modelo linear, a estimativa dos elementos osculadores é utilizada na trajetória de referência da linearização, sendo propagada em conjunto com a matriz de covariância advinda da determinação orbital. Com a matriz de covariância, é possível determinar um elipsoide de confiança sobre a trajetória de referência no momento de maior aproximação com a Terra. Como é de se esperar, a suposição de linearidade vai perdendo sua validade se a propagação é feita por vários anos sem novas observações, se a determinação orbital advém de poucas observações ou se as observações possuem imensas incertezas. Para tais casos, é necessário considerar métodos não-lineares, que geralmente exigem um elevado tempo computacional de processamento.

Um desses métodos não-lineares é a abordagem de Monte Carlo, em que a estimativa proveniente da determinação orbital é variada em uma distribuição normal considerando sua matriz de covariância. Esse procedimento é realizado até se formar uma

população de amostras de tamanho N . Todas as amostras são integradas no período desejado. A probabilidade de colisão é obtida dividindo o número de todas as integrações que resultaram em colisão por N . Para mais detalhes em como garantir uma confiança razoável no resultado da probabilidade, outros aspectos como o aumento da robustez da abordagem, e métodos não-lineares alternativos, consulte [Farnocchia et al. \(2015\)](#).

Com essa pequena introdução ao cálculo da probabilidade de impacto, nota-se que a obtenção de uma trajetória de impacto realista a partir dos dados do CNEOS ² é extremamente complexa e envolveria desvios do escopo deste trabalho. Explica-se: pouquíssimos asteroides se encaixariam na regra prática para o uso de um simples modelo linear. Conforme consulta realizada no website do CNEOS em 28 de dezembro de 2021, apenas quatro asteroides apresentam uma probabilidade de impacto superior ou igual a 0.1%. Como resultado, há necessidade da utilização de modelos não-lineares, que no que lhe concerne resultam em um grande número de simulações.

Por exemplo, ao se aplicar uma abordagem de Monte Carlo para um asteroide com probabilidade de impacto \mathcal{P}_{im} , seria necessário em torno de $4/\mathcal{P}_{im}$ amostras ([FARNOCCHIA et al., 2015](#)). Isso implica em um grande número de simulações, na ordem de dezenas de milhares, milhões ou dezenas de milhões. Ainda, dever-se-ia aplicar um modelo de n-corpos com efemérides e outras perturbações (relatividade, pressão de radiação solar, e outras). A junção de ambos os fatores transformam o processo em um esforço hercúleo de implementação e tempo computacional de processamento, desviando este trabalho para o campo da astrometria e comprometendo seu objetivo e escopo. Além disso, em alguns casos, é desejável obter uma condição de colisão para um asteroide em que não se há previsão de impacto, requerendo outra forma de se obter um asteroide virtual a partir do asteroide real.

Logo, para se obter trajetórias razoavelmente realistas para um grupo de asteroides selecionados, aqui se utilizará o modelo simplificado de n-corpos apresentado na Seção 2.3.2, o CRNBP, com a respectiva correspondência de efemérides descrita na Seção 2.3.2.1. A colisão será calculada utilizando métodos de otimização. Considere-se que esta abordagem satisfaz os objetivos dos estudos que serão apresentados nas próximas seções, além de manter certa coerência com o asteroide real selecionado e manter a simplicidade e rapidez na implementação e tempo de processamento.

O primeiro passo no método aqui utilizado para se obter a trajetória impactante

²cneos.jpl.nasa.gov/sentry/

é definir a época de impacto, JD_{im} , para o asteroide selecionado no *website* do CNEOS. Também é selecionado, arbitrariamente, uma época que seja um mês antes da colisão para se obter os elementos osculadores do asteroide nas tabelas de efemérides do sistema *Horizons* do *Jet Propulsion Lab-Nasa*³, $JD = JD_{im} - 1$ mês. As efemérides dos corpos massivos, todos os planetas do Sistema Solar, utilizadas para a correspondência no CRNBP, segundo a Seção 2.3.2.1, são selecionadas para a época de impacto JD_{im} . A exceção são para épocas de colisão posteriores a 9 de janeiro de 2100, por conta da indisponibilidade da efeméride de Netuno após essa data. Nesses casos, é utilizado a correspondência em efemérides dos corpos massivos para 1 de janeiro de 2100. O sistema fixo das efemérides é o sistema eclíptico de coordenadas, centrado no Sol, para a época J2000.

No modelo de CRNBP, além de todos os planetas, considera-se o Sol, assumido como o corpo M_1 definido na Seção 2.3.2, enquanto a Terra é decidida como M_2 . Os asteroides selecionados, e alguns de seus dados obtidos do *website* do CNEOS, como a data de impacto (de onde é possível obter JD_{im}) e o diâmetro médio estimado do corpo, D , são apresentados na Tabela 3.1. A Tabela 3.2 mostra os elementos orbitais osculadores, para cada um desses asteroides selecionados, bem como sua respectiva época, JD , obtidos do sistema *Horizons* do *Jet Propulsion Lab-NASA*.

Após a obtenção desses dados, transformações necessárias são realizadas para transformar os dados de efeméride do asteroide para coordenadas no sistema sinódico do CRNBP e unidades canônicas. Com isto, monta-se um problema de otimização em que a função custo a ser minimizada é:

$$\mathcal{J}(\vec{\Gamma}) = \delta = \|\vec{\rho}_N(t_{im}, \vec{\rho}_{N0}, t_N) - \vec{\rho}_2(t_{im})\|, \quad (3.19)$$

onde, mantendo a coerência com a Seção 2.3.2, $\vec{\rho}_N(t_{im}, \vec{\rho}_{N0}, t_N)$ indica a posição do asteroide no instante do impacto t_{im} , sendo a época JD_{im} transformada em unidades canônicas e conforme as definições na Seção 2.3.2.1. Define-se também: $\vec{\rho}_{N0} = \vec{g}(\vec{\Gamma}) : \mathbb{R}^6 \rightarrow \mathbb{R}^3$, onde $\vec{\rho}_{N0}$ representa a condição inicial no sistema sinódico e unidades canônicas, para o tempo inicial $t = t_N$ (obtido de JD , veja Seção 2.3.2.1), e \vec{g} representa uma função que transforma o vetor de elementos orbitais osculadores, $\vec{\Gamma} = [a \ e \ i \ \Omega \ \omega \ M]^T$, para o sistema sinódico e unidades canônicas. O vetor $\vec{\rho}_2(t_{im})$ indica a posição da Terra no instante t_{im} .

Logo, neste primeiro problema de otimização, deve ser minimizada a distância entre o

³ssd.jpl.nasa.gov/horizons/

Tabela 3.1 - Dados dos asteroides selecionados como impactantes, obtidos do *website* do CNEOS (cneos.jpl.nasa.gov/sentry/). Asteroides sem probabilidade de impacto, \mathcal{P}_{im} , significa que não há nenhuma previsão de impacto com a Terra e os dados considerados como impacto são para a maior aproximação com a Terra, obtidos no *Small-Body Database Lookup* do *Jet Propulsion Lab-NASA* (ssd.jpl.nasa.gov/tools).

Asteroide	Data de impacto	\mathcal{P}_{im} [%]	D [m]
2005 ED224	11.35-03-2023	0.0002	54
2008 EX5	09.02-10-2072	0.0027	59
2008 UB7	01.40-11-2063	0.00078	58
2009 JF1	06.34-05-2022	0.026	13
2010 RF12	05.99-09-2095	4.6	7
2015 JJ	07.26-11-2111	0.0021	130
2020 VW	02.87-11-2074	0.36	7
2021 EU	29.12-08-2056	0.0034	28
3200 Phaethon	14.45-12-2093	-	6250

Fonte: JPL-NASA (2021).

asteroide e a Terra no instante JD_{im} , utilizando o CRNBP, para garantir o impacto. Para tanto, é utilizado um algoritmo genético que faz uma busca global de soluções até que o impacto seja garantido. Algoritmo genético é um método de otimização meta-heurístico que, ainda que não garanta a obtenção do mínimo global, consegue realizar a exploração de um amplo espaço de projeto ao utilizar conceitos biológicos que operam na seleção natural, como mutação, *crossover* e seleção. A função $ga()$ do MATLAB[®] é utilizada para este fim. Normalmente, a otimização é performada mais de uma vez, até se encontrar uma solução arbitrariamente próxima dos elementos osculadores apresentados na Tabela 3.2 para o respectivo asteroide.

Após a etapa com o algoritmo genético ser finalizada, a solução, ou conjunto de soluções, obtida é utilizada como palpite inicial em um segundo problema de otimização. Esta otimização é um problema de programação não-linear que possui a seguinte função custo a ser minimizada:

$$\mathcal{J}(\vec{\Gamma}) = ||W(\vec{\Gamma}^* - \vec{\Gamma})||, \quad (3.20)$$

em que $\vec{\Gamma}^*$ representa os elementos osculadores da Tabela 3.2 e $W \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ é uma matriz diagonal de ponderação entre os diferentes elementos orbitais. Além disso, é imposta a seguinte restrição não-linear:

$$\delta = \frac{1}{\rho_{\oplus}} \|\vec{\rho}_N(t_{im}, \vec{\rho}_{N0}, t_N) - \vec{\rho}_2(t_{im})\| \leq 1, \quad (3.21)$$

em que ρ_{\oplus} é o raio da Terra, em unidades canônicas, o que implica que o desvio δ na Equação 3.21 está representado em unidades de raios terrestres.

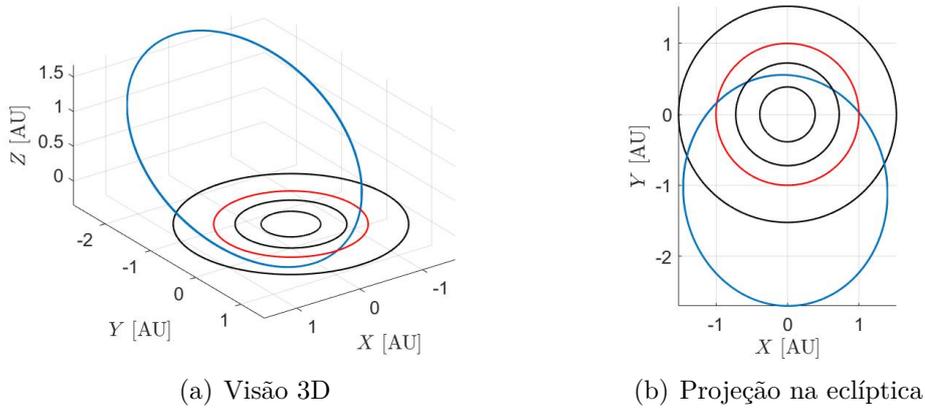
Portanto, a condição $\delta \leq 1$, do segundo problema de otimização, impõe como restrição a existência da colisão no instante t_{im} . Já a nova função custo da Equação 3.20, garante a busca por elementos osculadores do asteroide virtual próximos ao do real. Para a solução desse problema de otimização é utilizada a função *fmincon()* do MATLAB[®], que utiliza um método de ponto interior (também conhecido como método de barreira). É considerado que a matriz diagonal de ponderação, Equação 3.20, possui os seguintes valores: $W = \text{diag} \left(\begin{bmatrix} 1000 & 1000 & 100 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \right)$. O maior peso ao semi-eixo maior, excentricidade e inclinação se justifica pelo fato de serem os elementos mais úteis para os astrônomos (NESVORNÝ et al., 2015), sendo frequentemente usados para classificação e análise de famílias de asteroides.

Os elementos osculadores dos asteroides virtuais, garantindo o impacto com a Terra e mantendo mínima discrepância em relação ao asteroide real, ao fim de todo o processo, são apresentados na Tabela 3.3. As Figuras 3.3 à 3.11 mostram a trajetória dos asteroides virtuais até 50 anos antes da colisão com a Terra, no sistema fixo das efemérides.

Vale notar que todos os asteroides virtuais selecionados, excetuando o 2015 JJ e o 3200 Phaethon, provavelmente não possuem magnitude para causar uma escala de destruição em que a solução mandatória seria a deflexão do corpo. Como argumentado por Harris et al. (2015), é possível que para asteroides com menos de 100 m de diâmetro, a ação da defesa civil seja suficiente. Essa é a melhor solução, em geral, para asteroides com diâmetro inferior a 30 m, como é o caso do 2009 JF1, 2010 RF12, 2020 VW e 2021 EU, checar Tabela 3.1. No pior dos cenários, em condições excepcionais, esses asteroides produziram um episódio como o de Chelyabinsk (asteroide estimado de cerca 20 m de diâmetro (POPOVA et al., 2013)) ou Tunguska (asteroide por volta de 40 m (HARRIS et al., 2015)), e o deslocamento populacional tenderia a ser uma solução viável.

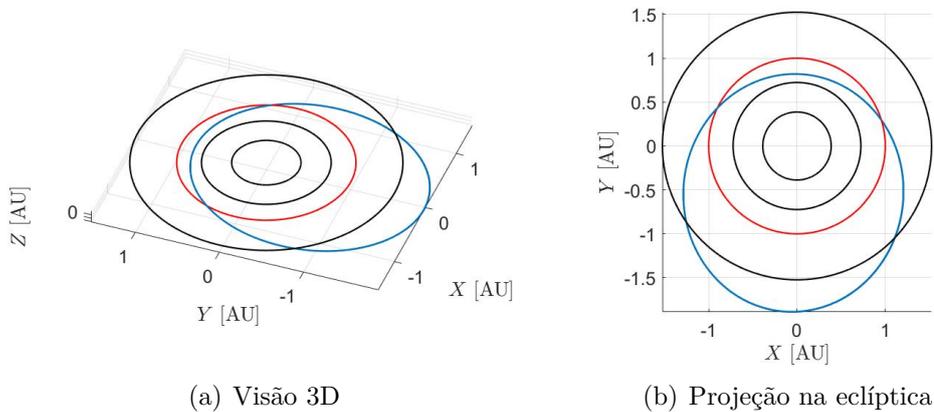
Os asteroides 2005 ED224, 2008 EX5 e 2008 UB7 já passam a ser mais preocupantes,

Figura 3.3 - Trajetória do asteroide virtual 2005 ED224, simulada no CRNBP até 50 anos antes do impacto com a Terra, descrita no sistema fixo centrado no Sol e conforme o sistema eclíptico de coordenadas para J2000. A órbita circular da Terra no CRNBP é representada em vermelho, enquanto de Mercúrio a Marte em preto.



Fonte: Produção do autor.

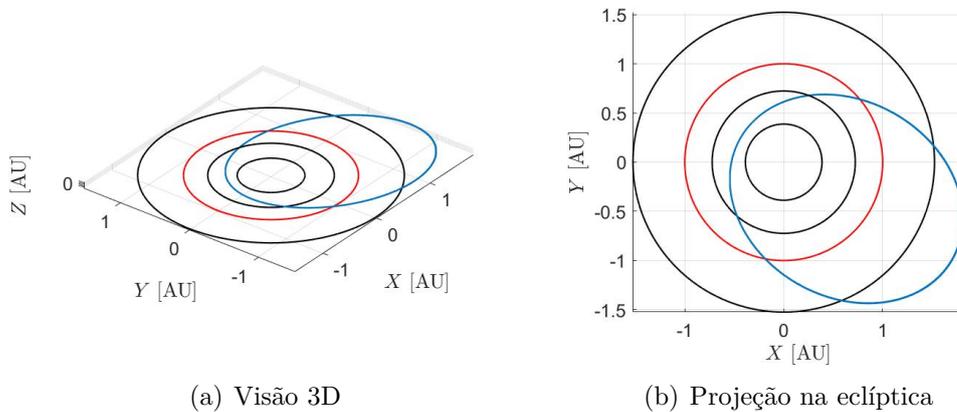
Figura 3.4 - Trajetória do asteroide virtual 2008 EX5, simulada no CRNBP até 50 anos antes do impacto com a Terra, descrita no sistema fixo centrado no Sol e conforme o sistema eclíptico de coordenadas para J2000. A órbita circular da Terra no CRNBP é representada em vermelho, enquanto de Mercúrio a Marte em preto.



Fonte: Produção do autor.

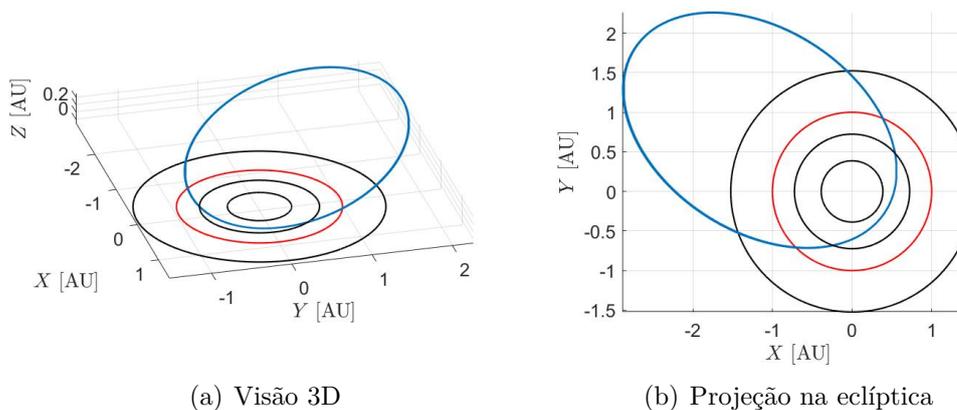
podendo produzir um evento como o de Tunguska em uma escala mais violenta. Dependendo da região de impacto, poderia dificultar o deslocamento populacional, além de custos ou danos econômicos exorbitantes. Para esses casos, já passaria a valer a tentativa de uma deflexão (HARRIS et al., 2015). Um asteroide como o 2015 JJ, cerca de 100 m de diâmetro, poderia causar tsunamis e possivelmente muitas

Figura 3.5 - Trajetória do asteroide virtual 2008 UB7, simulada no CRNBP até 50 anos antes do impacto com a Terra, descrita no sistema fixo centrado no Sol e conforme o sistema eclíptico de coordenadas para J2000. A órbita circular da Terra no CRNBP é representada em vermelho, enquanto de Mercúrio a Marte em preto.



Fonte: Produção do autor.

Figura 3.6 - Trajetória do asteroide virtual 2009 JF1, simulada no CRNBP até 50 anos antes do impacto com a Terra, descrita no sistema fixo centrado no Sol e conforme o sistema eclíptico de coordenadas para J2000. A órbita circular da Terra no CRNBP é representada em vermelho, enquanto de Mercúrio a Marte em preto.

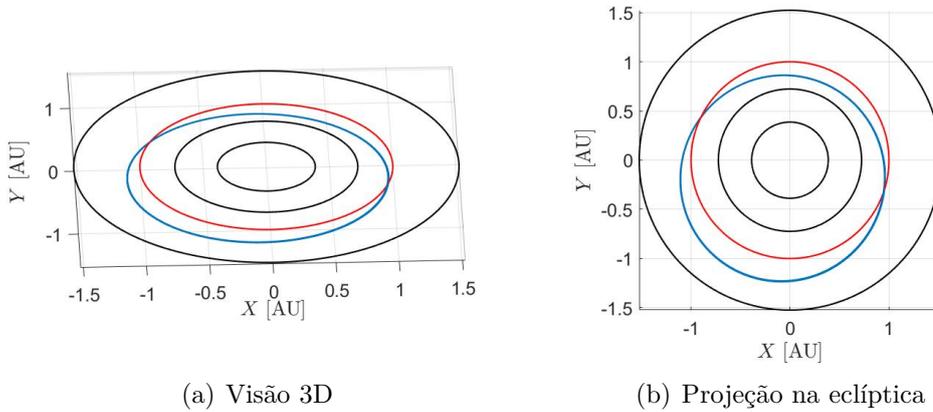


Fonte: Produção do autor.

mortes, passando a ser necessária uma tentativa de deflexão. No caso de asteroides com mais de 1 km de diâmetro, como é o caso do 3200 Phaethon, o completo colapso civilizacional é uma possibilidade. Felizmente, mais de 90% de todos os NEOs com mais de 1 km de diâmetro já foram descobertos ⁴, e o único que possui alguma

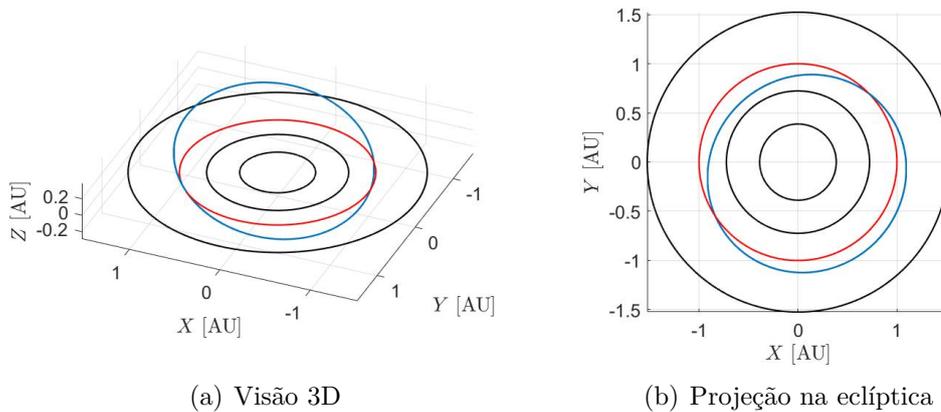
⁴cneos.jpl.nasa.gov/stats/

Figura 3.7 - Trajetória do asteroide virtual 2010 RF12, simulada no CRNBP até 50 anos antes do impacto com a Terra, descrita no sistema fixo centrado no Sol e conforme o sistema eclíptico de coordenadas para J2000. A órbita circular da Terra no CRNBP é representada em vermelho, enquanto de Mercúrio a Marte em preto.



Fonte: Produção do autor.

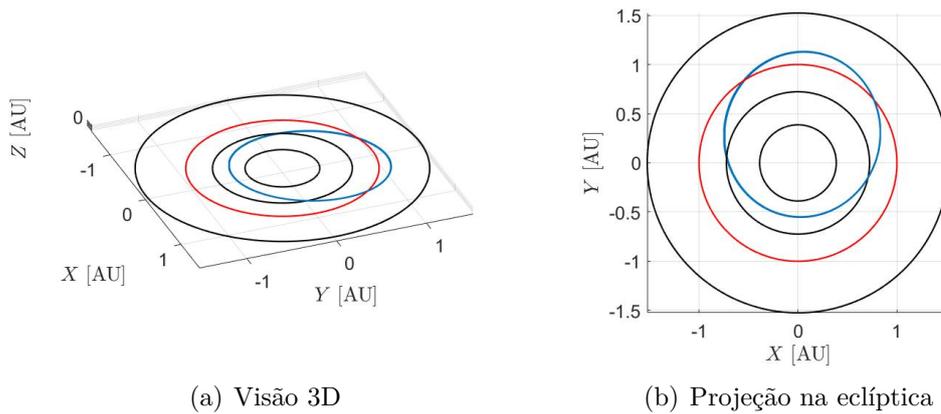
Figura 3.8 - Trajetória do asteroide virtual 2015 JJ, simulada no CRNBP até 50 anos antes do impacto com a Terra, descrita no sistema fixo centrado no Sol e conforme o sistema eclíptico de coordenadas para J2000. A órbita circular da Terra no CRNBP é representada em vermelho, enquanto de Mercúrio a Marte em preto.



Fonte: Produção do autor.

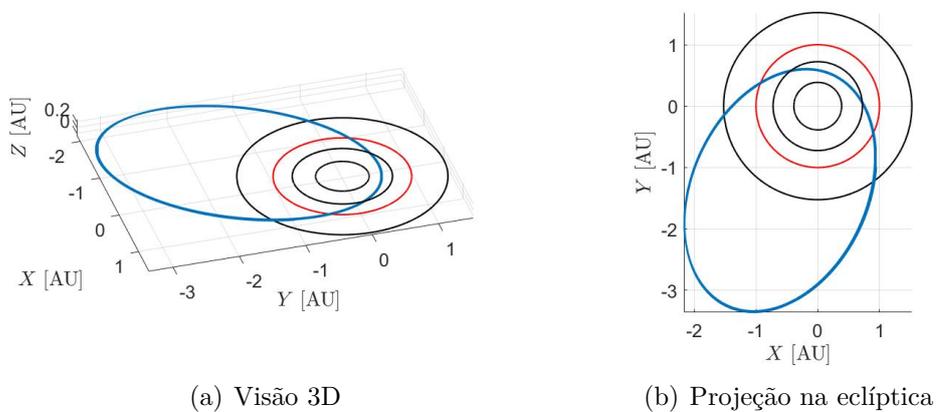
probabilidade de impacto com a Terra é o 1950 DA, em 2880, $\mathcal{P} = 0.012\%$.

Figura 3.9 - Trajetória do asteroide virtual 2020 VW, simulada no CRNBP até 50 anos antes do impacto com a Terra, descrita no sistema fixo centrado no Sol e conforme o sistema eclíptico de coordenadas para J2000. A órbita circular da Terra no CRNBP é representada em vermelho, enquanto de Mercúrio a Marte em preto.



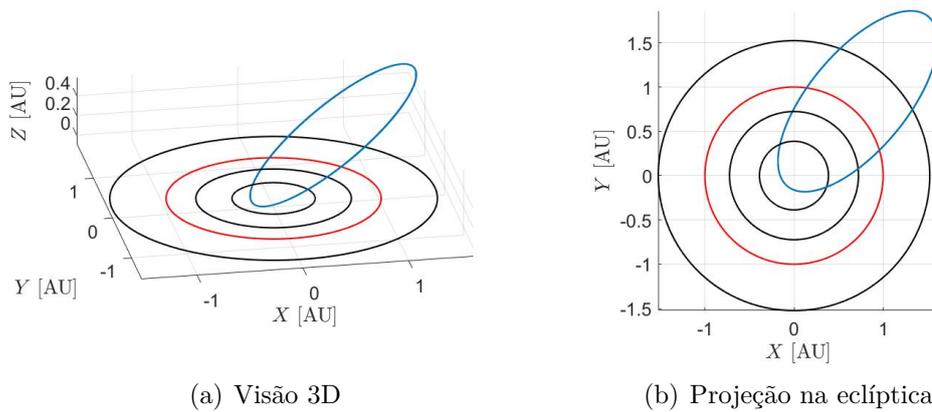
Fonte: Produção do autor.

Figura 3.10 - Trajetória do asteroide virtual 2021 EU, simulada no CRNBP até 50 anos antes do impacto com a Terra, descrita no sistema fixo centrado no Sol e conforme o sistema eclíptico de coordenadas para J2000. A órbita circular da Terra no CRNBP é representada em vermelho, enquanto de Mercúrio a Marte em preto.



Fonte: Produção do autor.

Figura 3.11 - Trajetória do asteroide virtual 3200 Phaethon, simulada no CRNBP até 50 anos antes do impacto com a Terra, descrita no sistema fixo centrado no Sol e conforme o sistema eclíptico de coordenadas para J2000. A órbita circular da Terra no CRNBP é representada em vermelho, enquanto de Mercúrio a Marte em preto.



Fonte: Produção do autor.

Tabela 3.2 - Elementos orbitais osciladores para os asteroides considerados, conforme efemérides no sistema *Horizons* do *Jet Propulsion Lab-NASA* (ssd.jpl.nasa.gov/horizons/). Os valores foram truncados em dez casas decimais para apresentação.

Asteroide	a [AU]	e	i [°]	Ω [°]	ω [°]	M [°]	JD
2005 ED224	1.9104727634	0.6599137769	31.9242807796	170.1460792025	277.5419453853	300.9979911173	2459986.5
2008 EX5	1.3637869020	0.3921667357	3.3762480685	15.6516027929	66.5603750333	251.2376806053	2478094.5
2008 UB7	1.2358466255	0.5938144619	2.0465323634	218.7381945812	288.4636746512	292.7155382079	2474828.5
2009 JF1	1.8927712462	0.7382924981	6.1505990860	45.5247150416	281.4107281902	300.2059121420	2459600.5
2010 RF12	1.0555593928	0.1871129963	0.9114680037	162.5758249980	266.8796828793	265.0179362689	2486459.5
2015 JJ	1.0429924820	0.1498084466	18.9941064156	222.6682531868	259.2330847116	250.8953368455	2492365.5
2020 VW	0.8396131472	0.3477983731	3.0624690103	219.6865079915	42.6627738683	63.9039653057	2478847.5
2021 EU	2.0773609642	0.7216949667	3.8570482564	155.9490078152	270.8098365840	321.8086041717	2472208.5
3200 Phaethon	1.2716436178	0.8890253987	22.7109907367	264.1758704361	323.1898702235	313.4367740049	2485830.5

Fonte: JPL-NASA (2021).

Tabela 3.3 - Elementos orbitais osculadores para os asteroides considerados após otimizações garantindo impacto nas simulações utilizando CRNBP. As épocas mantêm-se as mesmas das apresentadas na Tabela 3.2. Os valores foram truncados em dez casas decimais para apresentação.

Asteroide	a [AU]	e	i [°]	Ω [°]	ω [°]	M [°]
2005 ED224	1.9110955078	0.6592630085	31.9239330982	170.1733183595	277.0027823224	7.0202856620
2008 EX5	1.3576571615	0.3949941837	3.3847205353	17.3728683050	68.3544423264	309.9589534417
2008 UB7	1.2354871130	0.5935261954	2.0470053214	219.7194257208	289.6693134514	298.3863051886
2009 JF1	1.8924595146	0.7382974846	6.1510316994	45.4993775387	280.8691712217	302.3546096772
2010 RF12	1.0510291265	0.1890062129	0.8549225818	162.1814477568	266.2796834888	265.9572348632
2015 JJ	1.0395704538	0.1494259445	18.9951848815	224.2253334875	263.7557363965	263.9005040212
2020 VW	0.8402436619	0.3481420812	3.0621561884	219.7309166538	41.3536702061	65.5589395093
2021 EU	2.0770434581	0.7214227546	3.8541725742	155.7460268300	270.3184408436	334.4393695649
3200 Phaethon	1.2717424008	0.8886229663	22.7127670180	261.8743689654	325.5200455601	312.3997120626

Fonte: Produção do autor.

3.3 Deflexão impulsiva ótima

Utilizando o modelo analítico da Seção 3.1.4, aqui se calculará o impulso ótimo para se defletir um asteroide em rota de colisão com a Terra. Tal estudo não se constitui em novidade científica per se, visto que vários autores já o exploraram utilizando diferentes abordagens e oferecendo valiosas análises qualitativas dos efeitos dinâmicos esperados. No entanto, por completude, este é um passo fundamental para compreensão de abordagens posteriores.

A deflexão impulsiva é a técnica de deflexão mais desenvolvida na literatura. A razão é ser a mais exequível do ponto de vista tecnológico atual, despertando grande interesse e ânsia por desenvolvimentos. Além disso, a disponibilidade de formulações analíticas, que oferecem uma boa descrição do fenômeno físico, permitem uma facilidade de estudo. Não à toa, diversas formulações analíticas já foram desenvolvidas para a deflexão impulsiva, e com uma aplicação abundante para obtenção de impulsos ótimos.

Park e Ross (1999) formulam um problema de otimização para encontrar o impulso mínimo para defletir um asteroide utilizando um problema planar de dois corpos. Em linhas gerais, é encontrado que o impulso ótimo deve ser aplicado no periélio da órbita do asteroide. Além disso, mostram que para tempos maiores de interceptação o impulso tende a ser paralelo a velocidade orbital do asteroide. Conway (2001) expande o problema de otimização para o caso tridimensional, e considera uma interceptação pouco antes (menos que um ano) da colisão prevista. Seus resultados confirmam que, para uma interceptação próxima da colisão prevista, a componente binormal do impulso passa a ter maior relevância, e mostra que a componente normal não é ótima.

Uma aproximação de terceiro corpo é adicionada por Ross et al. (2001), que expandem o trabalho de Park e Ross (1999) considerando o efeito gravitacional da Terra no momento da colisão. É encontrado que o impulso ótimo ao se considerar a atração gravitacional da Terra tem um aumento significativo, especialmente para asteroides que possuam um semi-eixo maior próximo de 1 AU . O porquê disso é facilmente explicado pelo fato de que esses asteroides possuem uma energia orbital muito próxima da Terra. Ou seja, normalmente possuem uma velocidade de aproximação com a Terra menor, fazendo com que sofram maiores efeitos de sua atração gravitacional. Park e Mazanek (2003), enfim, sintetizam todos essas abordagens anteriores (atração gravitacional da Terra no momento da colisão, caso tridimensional, diferentes tempos de interceptação) e confirmam os achados gerais dos outros estudos.

Estudos posteriores, como o de Vasile e Colombo (2008), vêm nessa sequência de estudos sobre impulso ótimo, aperfeiçoando as equações analíticas e confirmando aqueles resultados. Nesse contexto, cabe ressaltar o trabalho de Carusi et al. (2002), que faz uma pequena comparação com uma otimização utilizando um modelo de n-corpos com efemérides. Carusi et al. (2002) mostram que os efeitos de outros corpos pode alterar consideravelmente o impulso ótimo necessário, ainda que não adentrem nas razões, detalhes e circunstâncias em que se dá essa alteração. Isto constitui novidade deste trabalho, que será apresentada na Seção 3.5. Por agora, cumpre mostrar a previsão de impulso ótima, utilizando o modelo analítico da Seção 3.1.4, para os asteroides virtuais selecionados.

O problema de otimização aqui será o de minimizar o impulso aplicado ao asteroide. Ou seja:

$$\mathcal{J}(\Delta\vec{V}) = \|\Delta\vec{V}\|. \quad (3.22)$$

Além disso, é adiciona a restrição não-linear:

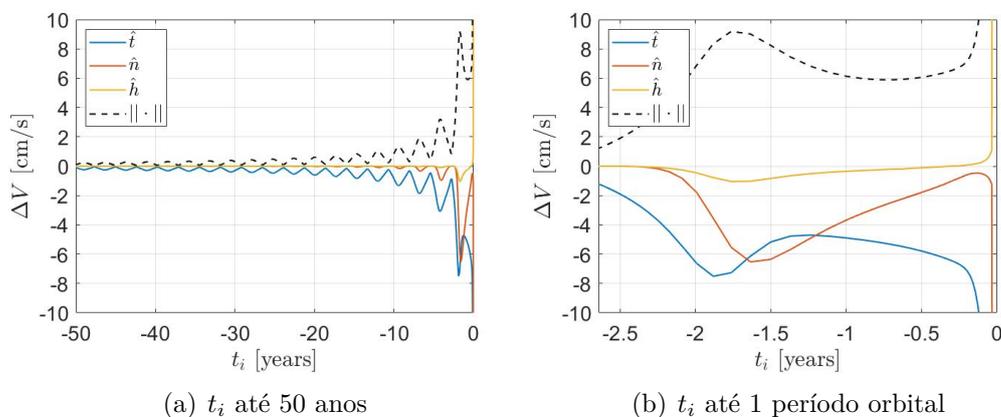
$$\delta = 1, \quad (3.23)$$

significando que o impulso ótimo será obtido para desviar o asteroide por apenas um raio terrestre. Nota-se que, nessa aplicação, é considerado que $\xi_{MOID} = \zeta_{MOID} = 0$, visando padronizar a comparação entre as diferentes deflexões, retirando o efeito dado a asteroides que impactariam a Terra mais distantes de seu centro. Para a solução desse problema de otimização é utilizada a função *fmincon()* do MATLAB®.

As Figuras 3.12 a 3.20 mostram o resultado da otimização para os diferentes asteroides virtuais da Tabela 3.1. As componentes do vetor $\Delta\vec{V}$ mostradas são a tangencial, \hat{t} , binormal, \hat{n} , e normal, \hat{h} (veja Apêndice A). Estas são respectivamente representadas pelas cores azul, laranja e amarelo. Além disso, a magnitude de $\Delta\vec{V}$ é representada por uma linha tracejada preta. Os quadros com a denominação “(a)” mostram os impulsos ótimos obtidos para uma deflexão que ocorre até 50 anos antes do impacto previsto. Os quadros apresentados como “(b)” mostram os resultados até um período orbital do asteroide antes do impacto. Antes de prosseguir a análise, cabe chamar atenção ao fato de que aproximando do tempo de interceptação $t_i = 0$, nota-se em alguns casos a perda da suavidade da curva de impulso ótimo. Isso se deve a casos particulares em que o otimizador teve dificuldade de convergência, facilmente identificados pela não-naturalidade da curva.

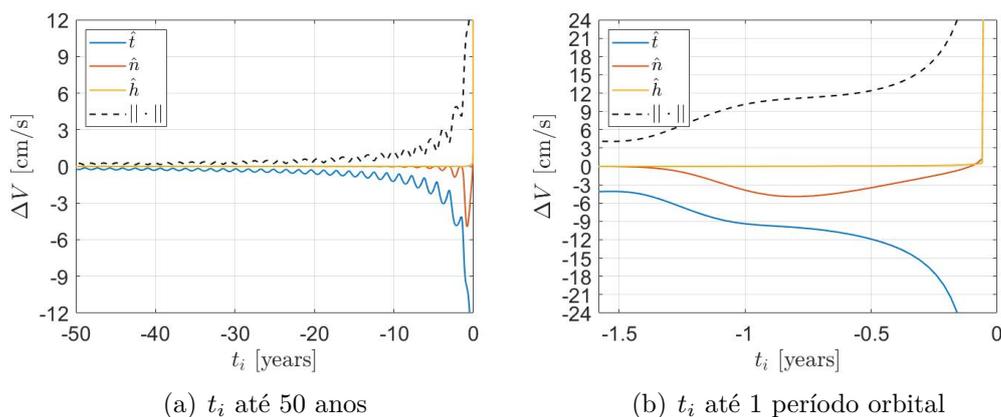
Um fato notável, como já discutido em trabalhos anteriores (CARUSI et al., 2002;

Figura 3.12 - Impulso ótimo para defletir o asteroide 2005 ED224 por um raio terrestre, com tempo de interceptação t_i até 50 anos antes do impacto com a Terra.



Fonte: Produção do autor.

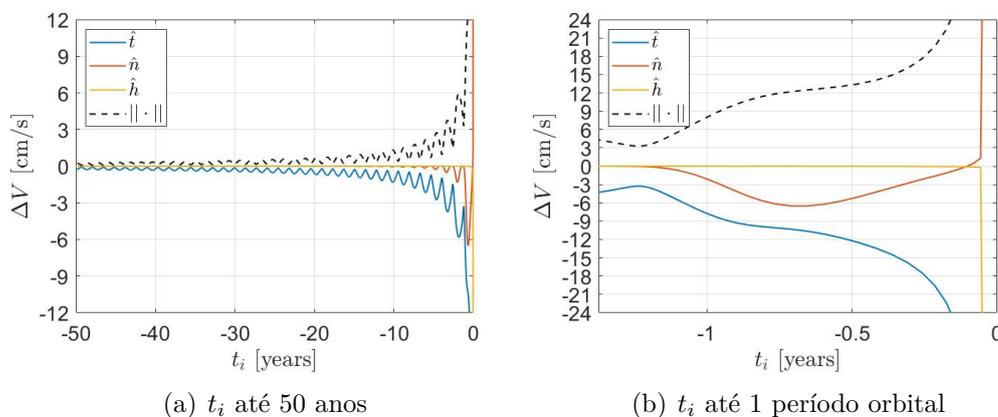
Figura 3.13 - Impulso ótimo para defletir o asteroide 2008 EX5 por um raio terrestre, com tempo de interceptação t_i até 50 anos antes do impacto com a Terra.



Fonte: Produção do autor.

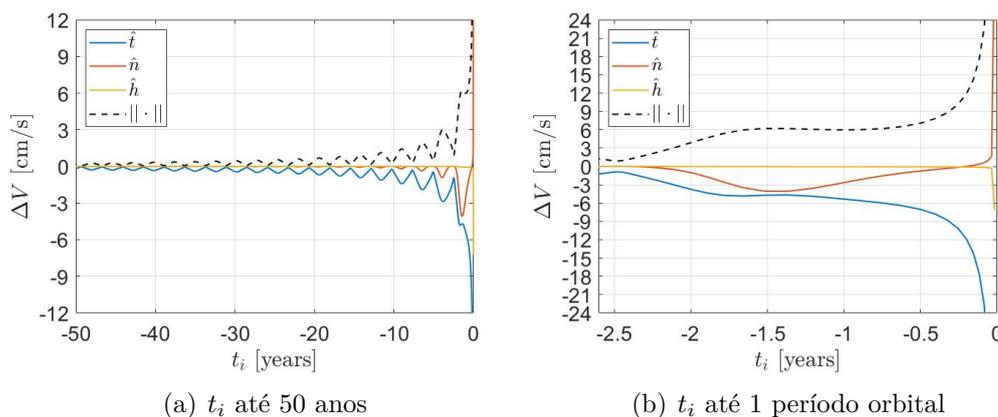
PARK; MAZANEK, 2003; VASILE; COLOMBO, 2008), é a dominância da componente tangencial para um impulso ótimo. Como se vê em todos os quadros “(a)”, para tempos de interceptação longos, a componente tangencial não só é dominante como, em termos práticos, o impulso ótimo é completamente tangencial. Para tempos de interceptação mais próximos da colisão prevista, cerca de um ou dois períodos do asteroide, constata-se alguma relevância da componente binormal. Este efeito é particularmente mais acentuado em asteroides que apresentam uma excentricidade elevada, chegando próximo ou ultrapassando a componente tangencial, como o caso dos asteroides 2005 ED224, 2009 JF1, 2021 EU e 3200 Phaethon, como se nota,

Figura 3.14 - Impulso ótimo para defletir o asteroide 2008 UB7 por um raio terrestre, com tempo de interceptação t_i até 50 anos antes do impacto com a Terra.



Fonte: Produção do autor.

Figura 3.15 - Impulso ótimo para defletir o asteroide 2009 JF1 por um raio terrestre, com tempo de interceptação t_i até 50 anos antes do impacto com a Terra.

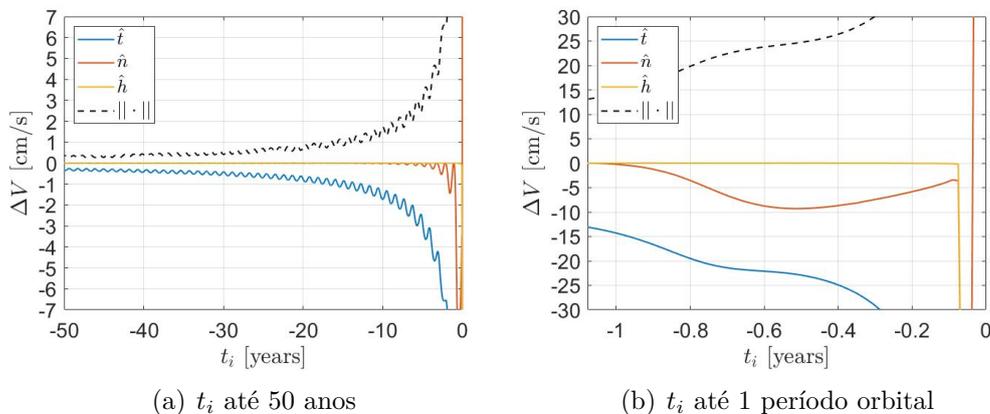


Fonte: Produção do autor.

respectivamente, nas Figuras 3.12(b), 3.15(b), 3.19(b) e 3.20(b).

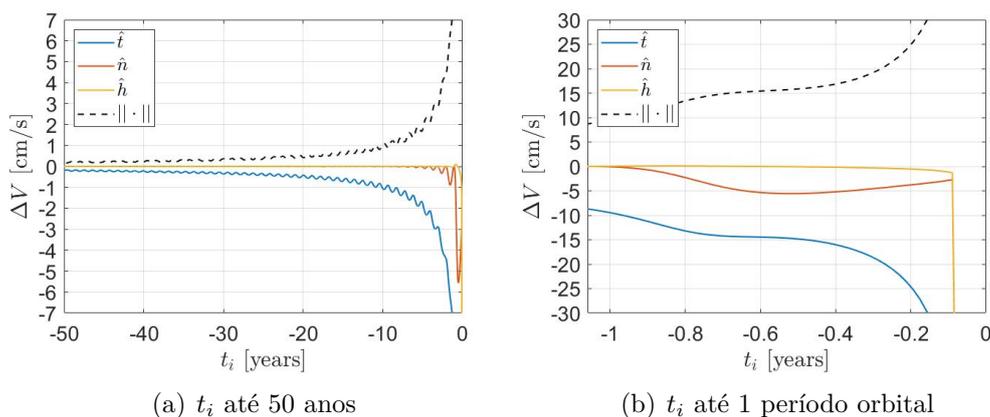
Das figuras, também se nota o comportamento periódico do impulso ótimo. Isso está intimamente relacionado ao período do asteroide. Os picos nas curvas correspondem a períodos em que o asteroide encontra-se em seu afélio. Os vales são instantes em que a deflexão ocorre quando o asteroide está em seu periélio. Portanto, com uma simples inspeção das figuras, é patente a vantagem da deflexão se dar no periélio da órbita do asteroide. Como se esperaria, esse comportamento é mais acentuado nos asteroides com uma maior excentricidade, como o 2005 ED224, 2009 JF1, 2021 EU e 3200 Phaethon, Figuras 3.12(a), 3.15(a), 3.19(a) e 3.20(a). Asteroides com

Figura 3.16 - Impulso ótimo para defletir o asteroide 2010 RF12 por um raio terrestre, com tempo de interceptação t_i até 50 anos antes do impacto com a Terra.



Fonte: Produção do autor.

Figura 3.17 - Impulso ótimo para defletir o asteroide 2015 JJ por um raio terrestre, com tempo de interceptação t_i até 50 anos antes do impacto com a Terra.

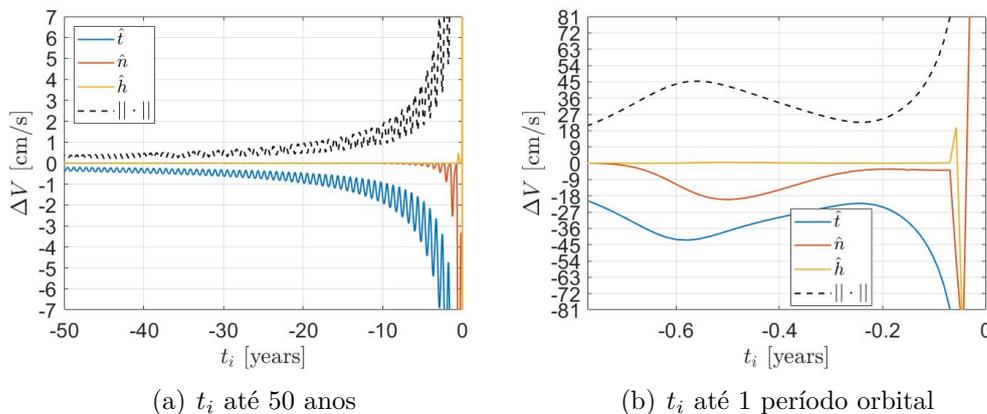


Fonte: Produção do autor.

menor excentricidade, como é o caso do 2015 JJ, Figura 3.17(a), apresentam menor discrepância entre vales e picos.

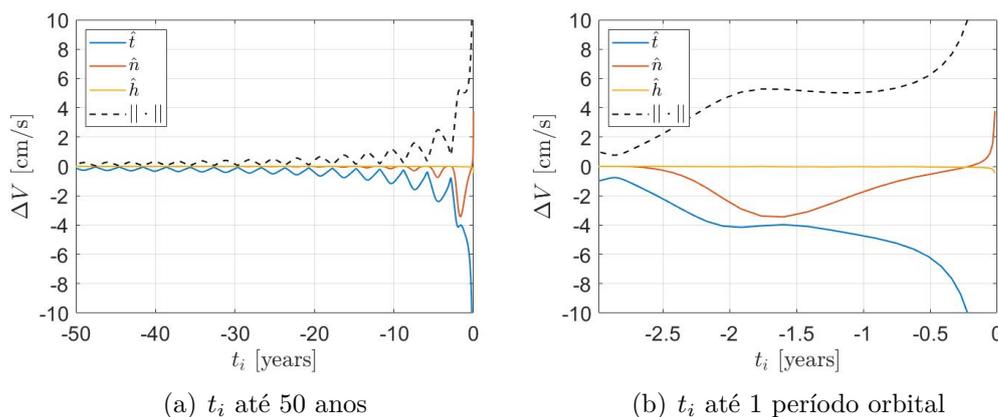
Mais um fato a se constatar é a grande vantagem de se defletir um asteroide com um longo tempo antes da colisão prevista. Nos casos aqui apresentados, considerando uma deflexão no periélio do asteroide em tempos de interceptação acima de 10 anos, pode-se dizer que uma deflexão de cerca de 1 cm/s ou menos é suficiente para defletir o asteroide por um raio terrestre. Enquanto, para deflexões próximas do impacto, inferior a cerca de 10 anos, há um grande aumento do impulso a ser aplicado. Esse aumento chega a atingir uma ordem de dezenas de cm/s, com o caso mais extremo

Figura 3.18 - Impulso ótimo para defletir o asteroide 2020 VW por um raio terrestre, com tempo de interceptação t_i até 50 anos antes do impacto com a Terra.



Fonte: Produção do autor.

Figura 3.19 - Impulso ótimo para defletir o asteroide 2021 EU por um raio terrestre, com tempo de interceptação t_i até 50 anos antes do impacto com a Terra.

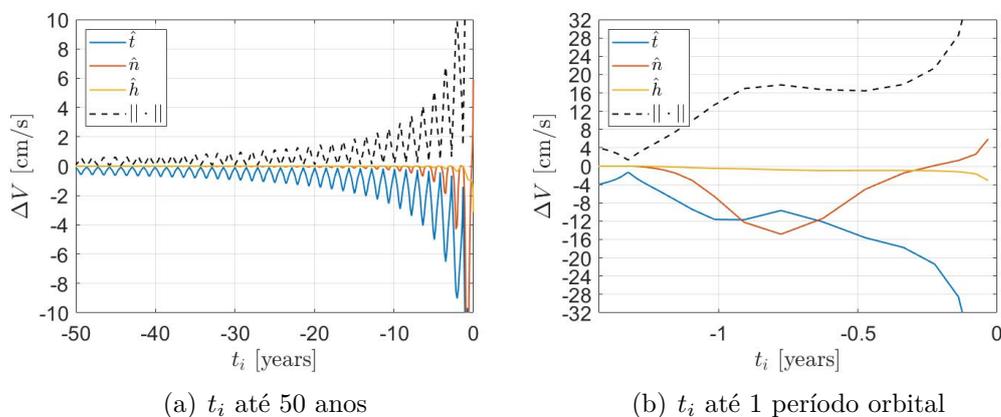


Fonte: Produção do autor.

sendo do 2020 VW, Figura 3.18(b), atingindo por volta de 40 cm/s para uma deflexão 0.6 anos antes do impacto, ou 80 cm/s para poucos dias antes do impacto.

Destaca-se também dois casos que, ainda que haja um grande aumento próximo ao impacto, é bem inferior aos dos outros asteroides. Ambos os casos são os asteroides 2005 ED224 e 2021 EU, Figuras 3.12(b) e 3.19(b), em que o impulso ótimo próximo do impacto fica na ordem de 10 cm/s. Isso é facilmente explicado por serem os dois asteroides com maior semi-eixo maior e bastante excêntricos, tendendo a produzir maiores velocidades de aproximação com a Terra. Uma maior velocidade de aproximação implica em menores efeitos da focalização gravitacional terrestre. Ademais,

Figura 3.20 - Impulso ótimo para defletir o asteroide 3200 Phaethon por um raio terrestre, com tempo de interceptação t_i até 50 anos antes do impacto com a Terra.



Fonte: Produção do autor.

utilizando a Equação 3.11, sendo analiticamente mais simples, nota-se que o desvio obtido é diretamente proporcional ao semi-eixo maior e excentricidade ⁵. Ou seja, o desvio tende a ser maior para asteroides com órbitas maiores e mais excêntricas.

Além disso, como já discutido por Park e Mazanek (2003), a relevância da componente normal é quase que completamente nula, excetuando o caso do asteroide 2005 ED224, Figura 3.12(b), destacando-se dos demais por sua alta inclinação, e ainda assim cerca de 6 ou 8 vezes inferior à magnitude das componentes tangencial e binormal. Outro aspecto que chama atenção nas figuras são as componentes do impulso ótimo serem todas negativas. Porém, como já discutido em outros estudos (PARK; ROSS, 1999; PARK; MAZANEK, 2003), existem duas soluções ótimas, sendo uma igual a outra na magnitude das componentes, porém em sentido vetorial contrário. Aqui optou-se pelas componentes majoritariamente negativas por uma questão de clareza nas figuras.

Ainda que o impulso ótimo tenha duas soluções igualmente ótimas, uma maior vantagem tende a ser obtida com um impulso em sentido contrário ao da velocidade do asteroide se a técnica de deflexão escolhida for por impacto cinético. Já que dessa forma tende a se obter uma maior velocidade da espaçonave impactante com relação ao asteroide. Considere a Equação 1.2, se vê facilmente que o impulso aplicado é diretamente proporcional a velocidade relativa da espaçonave impactante. No entanto, impõe-se ressaltar que tais casos, colisões frontais com o asteroide, são extremamente

⁵Para o caso da excentricidade, note que o denominador $\sqrt{1 - e^2}$ diminui para maiores valores de e . Portanto, $\Delta\zeta$, de fato, cresce seguindo e .

improváveis de se tornarem viáveis.

A maioria esmagadora dos NEAs descobertos até hoje possuem uma órbita prógrada. De fato, consultando a ferramenta *small-body database query* do JPL⁶, nota-se que apenas 7 NEAs possuem uma órbita retrógrada. Portanto, é bem provável que uma deflexão, caso aconteça, se dê aplicada a um asteroide que apresenta uma órbita prógrada. Logo, caso fosse efetuada uma colisão frontal, seria muito provável que a espaçonave seja o corpo em órbita heliocêntrica retrógrada. Todavia, uma espaçonave que deixa a Terra objetivando uma órbita retrógrada, teria de despende uma quantidade enorme de combustível visando cancelar os cerca de 30 km/s da órbita terrestre, além de outras queimas para obter e ajustar a trajetória desejada para a colisão.

Para intuição da magnitude de variáveis e desafios impostos em uma deflexão por impacto cinético, faz-se agora algumas aproximações. Assuma a matriz β da Equação 1.2 como um escalar. Além disso, considere que os asteroides utilizados neste trabalho são perfeitamente esféricos e podem possuir diferentes densidades de $\sigma = 1380 \text{ kg/m}^3$, $\sigma = 2710 \text{ kg/m}^3$, ou $\sigma = 5320 \text{ kg/m}^3$ ⁷, permitindo a estimativa da massa para o diâmetro de cada asteroide, Tabela 3.1. Ainda, considere que a espaçonave possui uma massa $m = 1000 \text{ kg}$ e que a velocidade relativa da espaçonave no impacto é de 10 km/s, pouco mais dos cerca de 7 km/s da missão DART (CHENG et al., 2015). Com essas considerações, a Equação 1.2 é utilizada para se obter a magnitude de ΔV esperada para os asteroides virtuais aqui considerados.

A Tabela 3.4 mostra os diferentes impulsos obtidos com essas considerações em cada um dos asteroides virtuais selecionados, assumindo diferentes valores de σ e de β . Além disso, é apresentado o valor de $0.1v_{esc}$, sendo uma regra prática simples e comumente adotada como critério para se evitar a fragmentação do asteroide. A quantidade v_{esc} indica a velocidade de escape na superfície do asteroide. Vale notar que, como alerta Cheng (2017), essa regra prática não funciona bem em alguns casos, e que as várias propriedades do asteroide devem ser consideradas para uma melhor estimativa. Por exemplo, Cheng (2017) mostra que para asteroides acima de 300 m a velocidade de impacto pode chegar próxima da velocidade de escape, sem o desmembramento do asteroide. No entanto, para fins de estimativa e noção

⁶ssd.jpl.nasa.gov/tools/

⁷Valores escolhidos segundo estimativas de densidade média de Krasinsky et al. (2002) para asteroides de tipos C, S e M, respectivamente. Os tipos C, S e M correspondem com a classificação taxonômica de Bell et al. (1989), e designam, respectivamente, asteroides carbonáceos, silicatos e metálicos.

de grandezas, considera-se que a regra de 0.1 da velocidade de escape é adequada.

Tabela 3.4 - Diferentes impulsos estimados para os diferentes asteroides virtuais, em cm/s.

As colunas $0.1v_{esc}$ indicam o limite de impulso que pode ser aplicado sem a fragmentação do asteroide, também em cm/s.

Asteroide	$\sigma = 1380 \text{ kg/m}^3$			$\sigma = 2710 \text{ kg/m}^3$			$\sigma = 5320 \text{ kg/m}^3$		
	$\beta = 1.5$	$\beta = 3$	$0.1v_{esc}$	$\beta = 1.5$	$\beta = 3$	$0.1v_{esc}$	$\beta = 1.5$	$\beta = 3$	$0.1v_{esc}$
2005 ED224	13.18	26.37	0.24	6.71	13.43	0.33	3.42	6.84	0.47
2008 EX5	10.11	20.22	0.26	5.15	10.29	0.36	2.62	5.24	0.51
2008 UB7	10.64	21.28	0.25	5.42	10.84	0.36	2.76	5.52	0.5
2009 JF1	944.3	1888.6	0.06	481.01	962.02	0.08	245.06	490.13	0.11
2010 RF12	6027.96	12055.93	0.03	3075.66	6151.31	0.04	1568.31	3136.62	0.06
2015 JJ	0.94	1.89	0.57	0.48	0.96	0.8	0.25	0.49	1.12
2020 VW	6027.96	12055.93	0.03	3075.66	6151.31	0.04	1568.31	3136.62	0.06
2021 EU	94.56	189.12	0.12	48.15	96.31	0.17	24.53	49.06	0.24
3200 Phaethon	0	0	27.45	0	0	38.47	0	0	53.9

Fonte: Produção do autor.

Como se nota na Tabela 3.4, uma deflexão por impacto cinético consegue defletir com facilidade, por dezenas, ou mais, de centímetros por segundos, vários dos asteroides virtuais. No entanto, cuidado especial deve ser tomado se não se almeja a fragmentação do corpo, como se observa pela estimativa de limite das colunas de $0.1v_{esc}$. Caso o leitor tenha interesse, é simples, por meio da tabela, calcular a deflexão para outras velocidades relativas da espaçonave impactante. Se a curiosidade pede uma estimativa para quando $v = 1 \text{ km/s}$, basta multiplicar os ΔV s por 0.1. Se $v = 20 \text{ km/s}$, multiplique por 2.

No caso de uma deflexão por explosão nuclear, o quadro tende a ser mais complexo e de difícil simulação. A começar pela variedade de métodos que podem ser empregados utilizando uma explosão nuclear. A deflexão pode se dar pelo impacto direto de uma espaçonave portando o artefato, o rendezvous da espaçonave com o asteroide e alojamento do artefato objetivando fragmentação, ou rendezvous e explosão em proximidade para que ejeção de material produza a mudança de velocidade necessária. Em cada um desses casos, uma modelagem complexa da explosão e sua interação com o asteroide é necessária.

Também para fins de informação ao leitor das grandezas esperadas, utiliza-se a Figura 3.21, obtida por Gennery (2004), para estimar a grandeza esperada de uma deflexão por explosão nuclear em proximidade do asteroide, a determinada altitude. Nessa categoria de deflexão, o objetivo é que a irradiação de nêutrons evapore material da superfície do asteroide, o qual será ejetado, e produzirá a mudança de velocidade desejada. Na Figura 3.21, é mostrada a máxima quantidade de movimento adicionada a um asteroide composto de dióxido de silício, assumindo 50% de porosidade,⁸ e a altitude correspondente da fonte de nêutrons sobre sua superfície, em função da energia de nêutrons irradiada. Todos normalizados pelo diâmetro do asteroide.

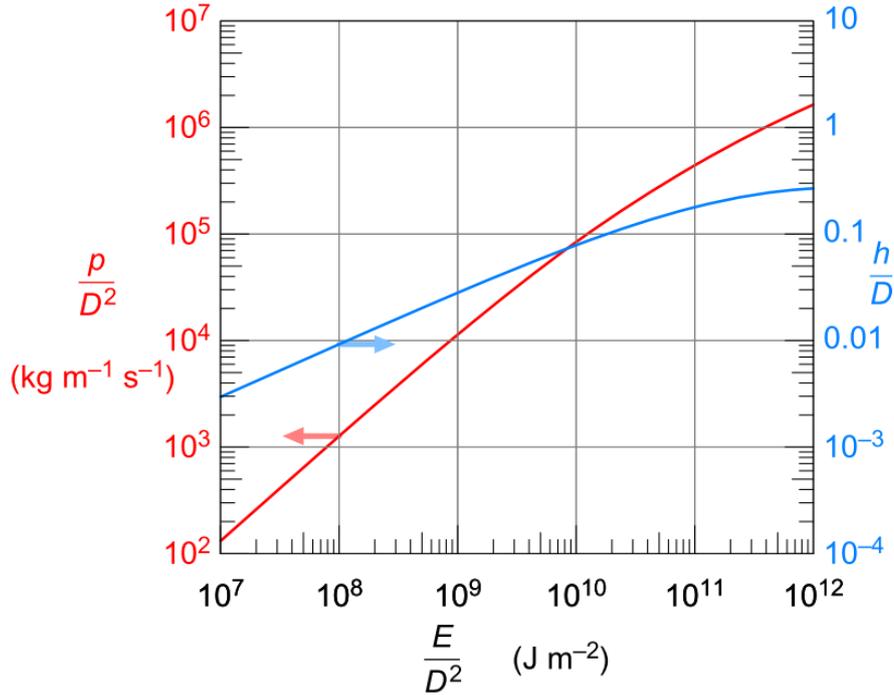
Assumindo uma energia de irradiação de nêutrons equivalente ao do artefato nuclear B53, cerca de 3.8×10^{14} J (GENNERY, 2004), o maior já produzido pelos Estados Unidos da América, a Tabela 3.5 é construída por inspeção da Figura 3.21. Note que a energia assumida na inspeção da figura também é apresentada, pois, foram necessárias aproximações. Como se nota na tabela, a detonação nuclear em proximidade consegue produzir uma maior mudança de velocidade do que o impacto cinético, da ordem de metros por segundo. Ainda assim, um corpo como o 3200 Phaethon não é defletível por essa técnica, com uma alteração da ordem de dezenas de micrômetros por segundo apenas. Uma deflexão por esse método é mais útil para corpos de algumas centenas de quilômetros de diâmetro, especialmente para tempos pequenos de interceptação. Esse fato é ilustrado considerando um asteroide de 500 m de diâmetro, o qual poderia ser impulsionado por essa técnica, com todas as considerações feitas até aqui, por 4.3 cm/s.

Frisa-se aqui, mais uma vez, que essas são apenas aproximações grosseiras para entendimento do leitor das grandezas e desafios envolvidos. Como exemplo o caso da explosão nuclear, muitos outros aspectos precisam ser considerados, como advertem IV et al. (2021) para a detonação em proximidade, ou Wie (2013) para um impactante nuclear. Além disso, como o objetivo deste trabalho é o aspecto dinâmico e operacional de uma deflexão, não convém entrar em detalhes em técnicas de deflexão em específico. Também, porque trabalhos sobre cada uma das técnicas, e comparações entre elas, já possuem uma produção vastíssima na literatura. Para detalhes em cada uma das formas de deflexão, indicam-se referências apresentadas no Capítulo 1. Para comparações entre as diferentes formas de deflexão cita-se: Sanchez et al. (2009), Cuartielles (2009), Weisbin et al. (2015), Thiry e Vasile (2017), Anthony e

⁸A densidade do dióxido de silício é de cerca de 2650 kg/m³. Assumir uma porosidade de 50%, equivale a uma densidade de 1325 kg/m³, mais compatível com um asteroide do tipo C do que S.

Emami (2018) e Sánchez-Lozano et al. (2020).

Figura 3.21 - Máxima quantidade de movimento adicionada a um asteroide composto de dióxido de silício com 50% de porosidade (escala à esquerda) e altitude correspondente da fonte de nêutrons sobre sua superfície (escala à direita) em função da energia de nêutrons irradiada. Todos normalizados pelo diâmetro do asteroide.



Fonte: Gennery (2004).

3.4 Deflexão de baixo-empuxo ótima

Para obtenção do empuxo ótimo em uma deflexão de baixo-empuxo, aqui se utilizará a Equação 3.10. Ainda seria possível utilizar o modelo de Vasile e Colombo (2008), porém isso implicaria em mais equações a serem resolvidas numericamente. Além disso, a discrepância entre os dois métodos tenderia a ser pequena para tempos de interceptação longos, sendo justamente os viáveis em deflexões de baixo-empuxo.

Será considerado que o empuxo aplicado é constante durante toda a deflexão. Ou seja:

$$\Delta\zeta = 3\sqrt{\frac{a}{\mu_S(1-e^2)}}A_tV_p\sin\theta\int_0^{t_p}(t_i-\tau)(1+2e\cos f+e^2)^{1/2}d\tau. \quad (3.24)$$

Tabela 3.5 - Dados tomados da Figura 3.21 para máximo de alteração da quantidade de movimento utilizando uma explosão nuclear em proximidade a cada um dos asteroides virtuais selecionados.

Asteroide	D [m]	E/D^2 [J/m ²]	h [m]	ΔV [m/s]
2005 ED224	54	1×10^{11}	10.8	10.7
2008 EX5	59	-	11.8	9.8
2008 UB7	58	-	11.6	9.9
2009 JF1	13	1×10^{12}	3.9	221.8
2010 RF12	7	-	2.1	411.8
2015 JJ	130	2×10^{10}	13	1.7
2020 VW	7	1×10^{12}	2.1	411.8
2021 EU	28	5×10^{11}	5.6	12.9
3200 Phaethon	6250	1×10^7	18.75	3.5×10^{-5}
Asteroide 500 m	500	1×10^9	10.0	4.3×10^{-2}

Fonte: Produção do autor.

Então, o problema de otimização consistirá em minimizar a função custo:

$$\mathcal{J}(A_t) = |A_t|, \quad (3.25)$$

sujeita a restrição não-linear:

$$\delta = 1, \quad (3.26)$$

em que, de novo, é assumido $\xi_{MOID} = \zeta_{MOID} = 0$, visando padronizar a comparação entre a deflexão dos diferentes asteroides.

Para a solução desse problema de otimização, é mais uma vez utilizada a função *fmincon()* do MATLAB. Como a Equação 3.24, mesmo com as simplificações, ainda não é solucionável analiticamente, será utilizado um método de quadratura adaptativa global para solução da integral com a função *integral()*, também do MATLAB. Além disso, para a apresentação dos resultados, como a magnitude de A_t por si é de difícil visualização física, será diretamente considerado que a técnica de baixo-

empuxo utilizada é o trator gravitacional. E então:

$$A_t = \frac{Gm}{d^2}, \quad (3.27)$$

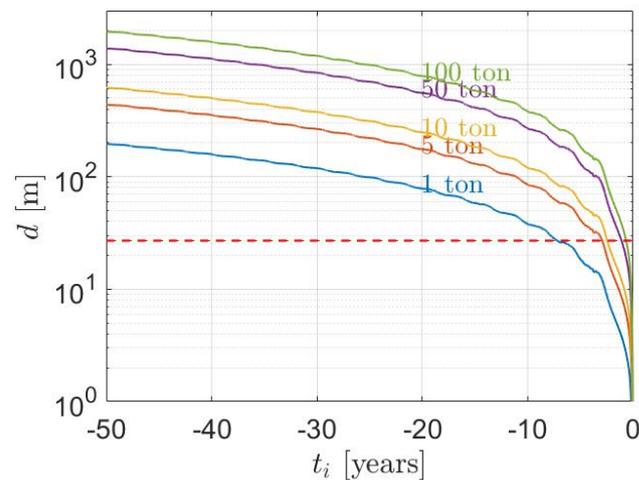
em que m é a massa da espaçonave e d sua distância até o centro de massa do asteroide. A escolha de representar os resultados pelo trator gravitacional se dá, principalmente, por ser a técnica de baixo-empuxo em estágio mais tecnologicamente viável (BOARD et al., 2010).

As Figuras 3.22 a 3.30 mostram os resultados das simulações para cada um dos asteroides virtuais. Nelas, uma linha tracejada indica o raio do asteroide, segundo o diâmetro apresentado na Tabela 3.1, enquanto as curvas coloridas com linhas sólidas indicam o ótimo encontrado, para diferentes valores de massa m da espaçonave defletora. Consideram-se massas de 1, 5, 10, 50 e 100 toneladas. O valor de 1 tonelada corresponde com uma significativa monta das espaçonaves interplanetárias já lançadas, inclusive próximo da massa seca da OSIRIS-REx, que explorou o asteroide Bennu (ANTREASIAN et al., 2016). Já a magnitude de 100 toneladas é da mesma ordem de grandeza do antigo lançador *Saturn V*. É considerado que a massa da espaçonave permanece constante durante toda a operação, o que é irrealista, já que a espaçonave fará uso constante de seus propulsores para manter sua estação de voo pairado (*hover*). No entanto, para os fins deste trabalho, é uma aproximação suficiente. Vale ressaltar que não é necessário que a espaçonave seja lançada da Terra já portando essa quantidade de massa. É possível o uso de um trator gravitacional melhorado, em que a espaçonave é equipada com dispositivos para coletar rochas do próprio asteroide a ser defletido para aumentar sua massa (MAZANEK et al., 2015). Todavia, isso envolveria um aumento considerável da complexidade operacional da espaçonave.

Nas figuras, uma linha tracejada vermelha indica o raio do asteroide, mostrando a região da solução ótima que seria inviável para um trator gravitacional. No entanto, cabe ressaltar que, mesmo que em tese uma espaçonave possa operar bem próximo do asteroide, há na prática muitas restrições requerendo limites adicionais. Primeiro, os asteroides não são perfeitamente esféricos, e provavelmente a espaçonave deveria manter uma altitude maior para evitar a colisão com um dos lobos do asteroide. Além disso, quanto mais próxima do asteroide, maior necessidade de automação das funções da espaçonave, em um ambiente altamente complexo e com difícil previsibilidade. Ainda, a ejeção de material da superfície do asteroide, como já observado pela sonda OSIRIS-REx no asteroide Bennu (LAURETTA et al., 2019),

pode exigir que o trator gravitacional mantenha uma maior distância do corpo. Por fim, a própria pluma de exaustão dos propulsores pode induzir a ejeção de material do corpo, exigindo que a espaçonave mantenha certa distância, para não apontar os propulsores para a superfície do corpo e evitando danos. Este tipo de cuidado é representado na Figura 3.31 pelo ângulo ϕ das plumas dos propulsores. Lu e Love (2005) propõem que a espaçonave deve manter uma distância para o centro de massa de 1.5 raios do asteroide. Nas figuras prefere-se adotar apenas o raio do asteroide, já que dependendo do desenvolvimento tecnológico e especificidades do asteroide a distância mínima de operação pode ser maior ou menor.

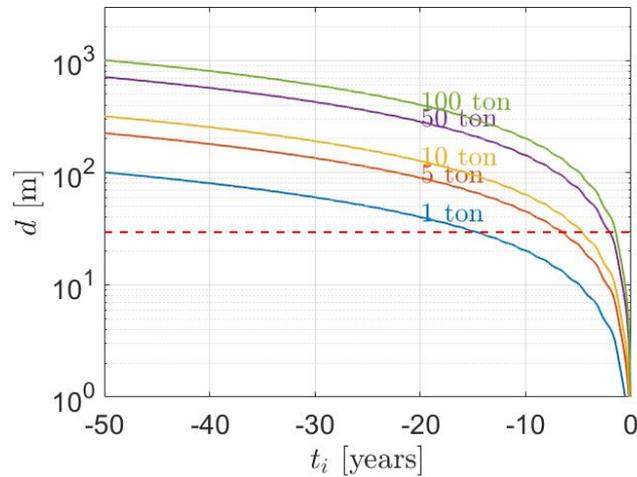
Figura 3.22 - Deflexão de baixo-empuxo ótima do asteroide 2005 ED224, considerando um trator gravitacional com diferentes valores de massas (em toneladas). A linha vermelha tracejada indica o raio do asteroide.



Fonte: Produção do autor.

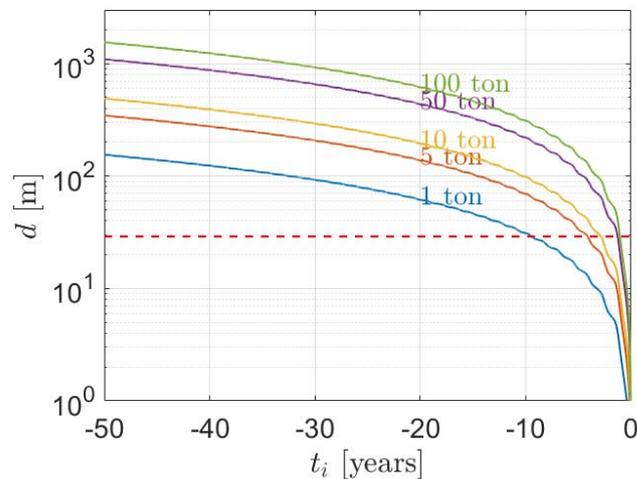
Como apresentado nas Figuras 3.22, 3.23 e 3.24, asteroides virtuais 2005 ED224, 2008 EX5 e 2008 UB7, respectivamente, percebe-se que um trator gravitacional com massa como uma espaçonave comum (1 tonelada) já conseguiria defender o planeta de um “evento Tunguska mais violento”, se houver cerca de 20 anos antes do impacto para interceptação do alvo. Para impactantes menores, como o 2009 JF1, 2010 RF12, 2020 VW e 2021 EU (respectivamente, Figuras 3.25, 3.26, 3.28, 3.29), tenderia a ser viável uma deflexão com poucos anos para interceptação. Todavia, como esses asteroides não conseguiriam produzir mais que um caso Cheliabynsk ou “Tunguska moderado”, ações de defesa civil seriam suficientes no caso de impacto (HARRIS, 2009). É muito provável que asteroides como esses sejam alvos de redirecionamento invés de uma deflexão. O trator gravitacional permitiria o redirecionamento desses asteroides para

Figura 3.23 - Deflexão de baixo-empuxo ótima do asteroide 2008 EX5, considerando um trator gravitacional com diferentes valores de massas (em toneladas). A linha vermelha tracejada indica o raio do asteroide.



Fonte: Produção do autor.

Figura 3.24 - Deflexão de baixo-empuxo ótima do asteroide 2008 UB7, considerando um trator gravitacional com diferentes valores de massas (em toneladas). A linha vermelha tracejada indica o raio do asteroide.

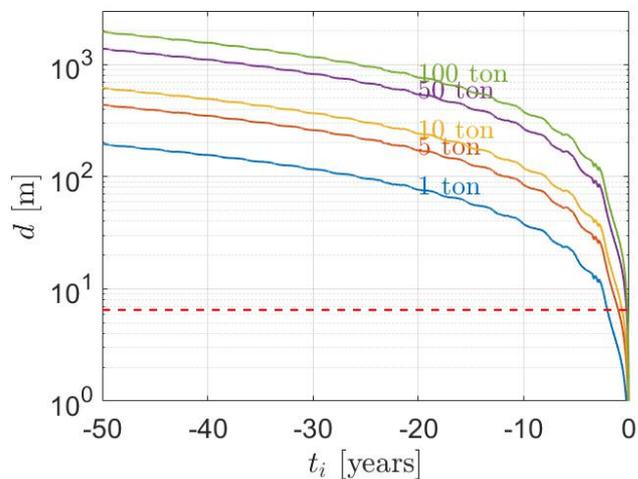


Fonte: Produção do autor.

próximo da Terra, com um bom controle da situação, em uma pequena escala de tempo, aproveitando brechas de captura em passagens próximas.

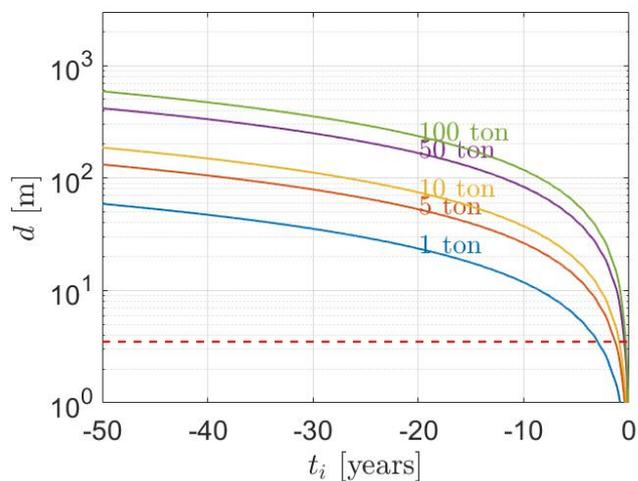
O quadro é alterado para asteroides maiores, como é o caso do 2015 JJ, 130 m de diâmetro, Figura 3.27, em que um trator de 1 tonelada necessitaria interceptar o alvo

Figura 3.25 - Deflexão de baixo-empuxo ótima do asteroide 2009 JF1, considerando um trator gravitacional com diferentes valores de massas (em toneladas). A linha vermelha tracejada indica o raio do asteroide.



Fonte: Produção do autor.

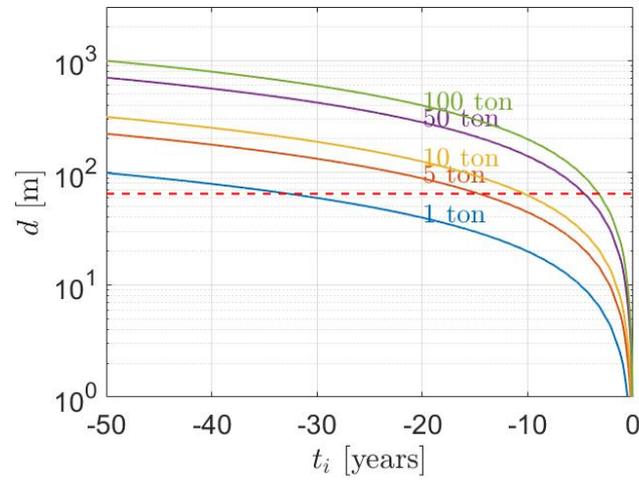
Figura 3.26 - Deflexão de baixo-empuxo ótima do asteroide 2010 RF12, considerando um trator gravitacional com diferentes valores de massas (em toneladas). A linha vermelha tracejada indica o raio do asteroide.



Fonte: Produção do autor.

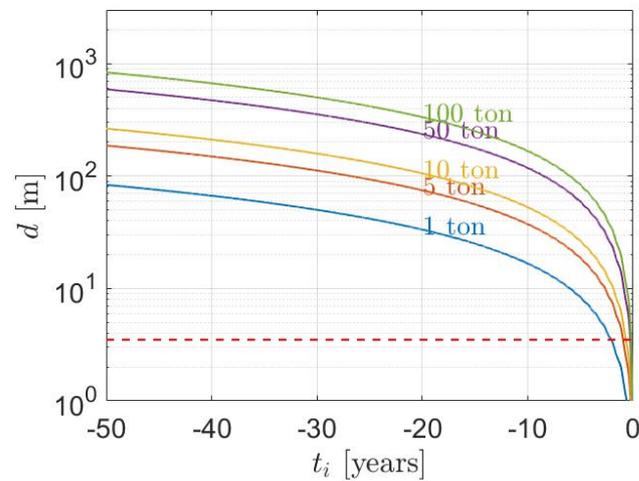
com ao menos 40 anos de antecedência. Na realidade, esse valor pode bem exceder os 50 anos considerando uma distância mínima mais realista para o centro de massa do corpo. No entanto, é seguro dizer que uma espaçonave com 5 ou 10 toneladas, comparável a massa seca de um ou dois módulos lunares Apollo, conseguiria defletir o corpo ao interceptá-lo com algumas poucas dezenas de anos. Já o corpo maior

Figura 3.27 - Deflexão de baixo-empuxo ótima do asteroide 2015 JJ, considerando um trator gravitacional com diferentes valores de massas (em toneladas). A linha vermelha tracejada indica o raio do asteroide.



Fonte: Produção do autor.

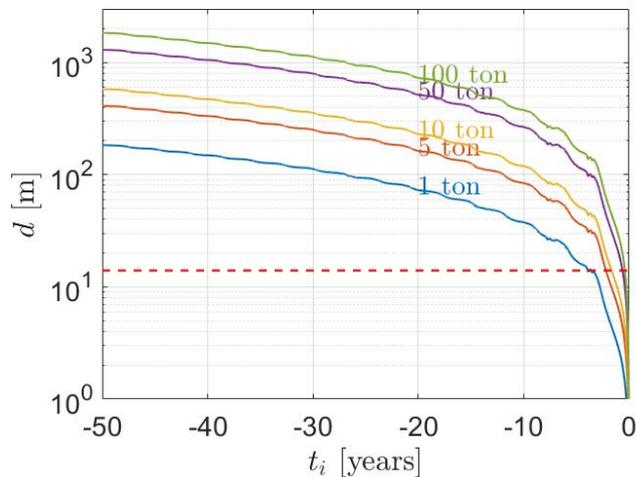
Figura 3.28 - Deflexão de baixo-empuxo ótima do asteroide 2020 VW, considerando um trator gravitacional com diferentes valores de massas (em toneladas). A linha vermelha tracejada indica o raio do asteroide.



Fonte: Produção do autor.

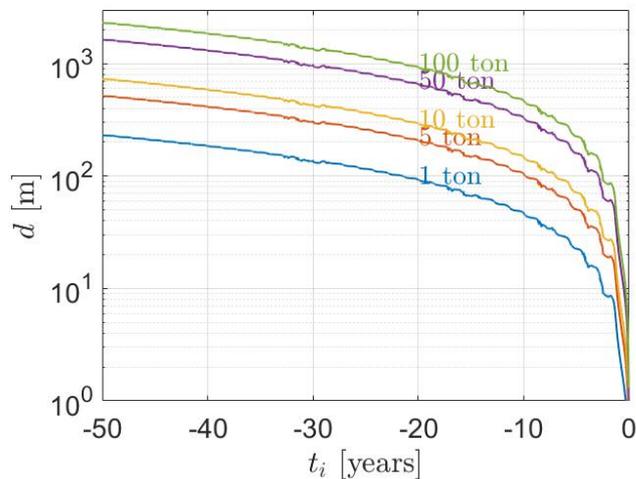
dentre os asteroides selecionados, o 3200 Phaethon, Figura 3.30, seria impossível de ser defletido por um trator gravitacional na escala de tempo considerada.

Figura 3.29 - Deflexão de baixo-empuxo ótima do asteroide 2021 EU, considerando um trator gravitacional com diferentes valores de massas (em toneladas). A linha vermelha tracejada indica o raio do asteroide.



Fonte: Produção do autor.

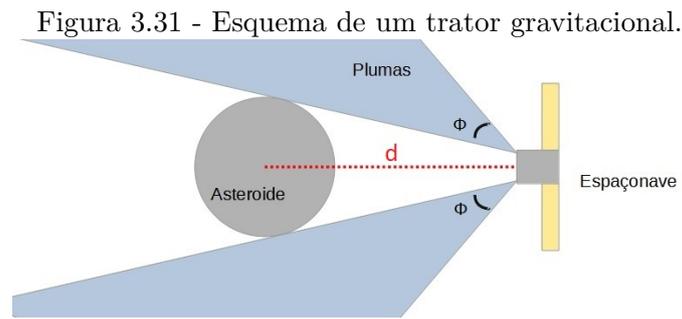
Figura 3.30 - Deflexão de baixo-empuxo ótima do asteroide 3200 Phaethon, considerando um trator gravitacional com diferentes valores de massas (em toneladas). A linha vermelha tracejada indica o raio do asteroide.



Fonte: Produção do autor.

3.5 Efeitos de outros corpos em uma deflexão

O efeito de outros corpos em uma deflexão já foi descrito na literatura, ainda que apenas em um aspecto muito particular. Carusi et al. (2002) derivaram uma estimativa analítica baseada na Teoria de Öpik (ÖPIK, 1976) para calcular a deflexão



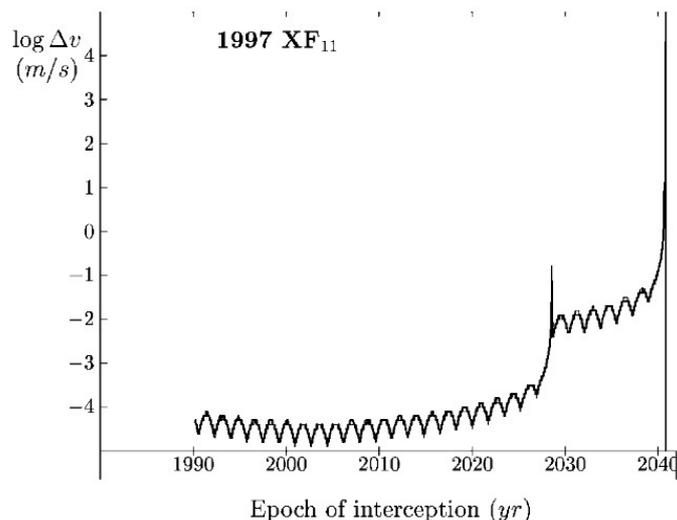
Fonte: Produção do autor.

de um asteroide por um impulso. Essa estimativa é muito similar a de Izzo, Seção 3.1.3, para uma deflexão impulsiva. Utilizando essa estimativa e comparando a um problema de n -corpos, Carusi et al. (2002) mostram que a estimativa descreve bem a deflexão. Segundo o trabalho desses autores (CARUSI et al., 2002; CARUSI, 2005; CARUSI et al., 2005; CARUSI et al., 2008), a divergência se dá quando existem encontros ressonantes com a Terra entre o tempo de interceptação e o impacto previsto. Nesses casos, é mostrado que o impulso ótimo tende a divergir bastante da estimativa analítica, por vezes necessitando de um impulso muito maior ou menor do que previsto.

Como exemplo, observe a Figura 3.32, que mostra o impulso ótimo necessário para se defletir o asteroide 1997 XF11 por um raio terrestre, porém considerando como modelo dinâmico um problema de n -corpos. Perceba que até cerca de 10 anos antes do impacto previsto a curva segue o padrão observado na Seção 3.3. Como mostrado por Carusi et al. (2002), o modelo analítico consegue prever a deflexão com uma precisão adequada quando a deflexão se dá nesse período. Porém, há um aumento brusco do impulso ótimo necessário na época de interceptação de 2028, com magnitude semelhante à necessária para se defletir o asteroide próximo à época de colisão prevista. Para épocas anteriores a 2028, o impulso ótimo decresce por volta de duas ordens de magnitude. O evento responsável por essas divergências em relação ao que se espera do modelo analítico ocorre por uma aproximação do asteroide com a Terra em 2028, a cerca de 0.005 AU de distância, ou por volta de 0.8 raios da esfera de influência terrestre. (talvez, por conta de direitos autorais, eu tenha que tirar a figura do Carusi e excluir essa parte do texto)

Carusi et al. (2002) mostram que a amplificação observada em 2028 pode ser calculada analiticamente com a Teoria de Öpik Extendida, desenvolvida por Valsecchi et al. (2003). Esta formulação analítica, além de bastante complexa, parte de apro-

Figura 3.32 - Impulso ótimo necessário para defletir o asteroide 1997 XF₁₁, utilizando um modelo de N-corpos.



Fonte: Carusi et al. (2002).

ximações de dois corpos ⁹, implicando que seja válida como aproximação a apenas passagens ressonantes dentro da esfera de influência da Terra. Além disso, como notado por Izzo et al. (2006), a posição e formato das fendas de ressonância gravitacional (*gravitational keyholes*) não são bem descritas pela formulação analítica, tendo de se recorrer a computações numéricas no caso de se desejar uma descrição fidedigna do fenômeno.

Nesta seção será mostrado que o quadro da influência de outro corpo sobre a trajetória heliocêntrica do asteroide, entre o momento da deflexão e a época do impacto previsto, é bem mais amplo e complexo que o assumido em trabalhos anteriores (CARUSI et al., 2002; CARUSI, 2005; CARUSI et al., 2005; CARUSI et al., 2008). Os indícios gerais desse comportamento foi primeiramente observado em Negri et al. (2019), quando analisando os efeitos de Júpiter sobre uma deflexão utilizando o BCR4BP. Efeitos como os observados na Figura 3.32 não se dão aplicados apenas à Terra. Ainda, e mais importante, pode ocorrer a distâncias bem superiores à esfera de influência do corpo perturbador.

Dado este objetivo, assume-se um problema de n-corpos incluindo todos os planetas do Sistema Solar, em que a aproximação da Seção 2.3.2 é novamente utilizada para se calcular a deflexão obtida, δ , caso ela se inicie em determinado tempo de

⁹É utilizada a focalização gravitacional apresentada na Seção 3.1.1, que depende da aproximação de um problema de dois corpos.

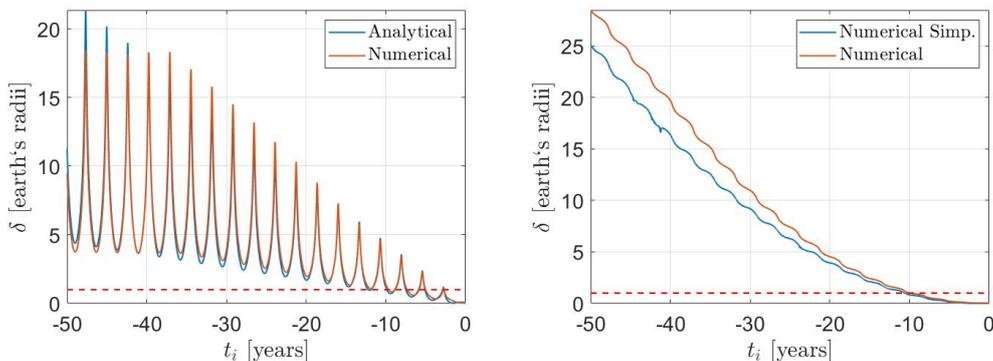
interceptação t_i . Para o modelo analítico, utiliza-se a média dos elementos orbitais osculadores do asteroide não-defletido no período considerado. Para o cálculo de δ no modelo numérico, basta-se obter a distância mínima de aproximação entre o asteroide e a Terra próximo ao momento da colisão. Já no cálculo de δ no modelo analítico, é necessário considerar ζ_{MOID} e ξ_{MOID} , como mostrado na Seções 3.1.3 e 3.1.4. Para tanto, será utilizado o ζ_{MOID} e ξ_{MOID} obtidos no modelo numérico, já que ao se calcular a MOID utilizando aproximações de dois corpos, seria notado que a MOID tenderia a estar bastante distante da órbita terrestre utilizando a média elementos orbitais osculadores. Na prática, isso é necessário apenas para facilitar a comparação dos modelos, já que o objetivo de um modelo simplificado não é o de obter um extremo grau de precisão, mas uma estimativa fidedigna para análises preliminares e qualitativas.

Como demonstrado na Seção 3.3, a deflexão ótima impulsiva tende a ser dominante na componente tangencial, e a aproximação de Izzo para a deflexão de baixo-empuxo depende apenas dessa mesma componente. Portanto, será considerada uma deflexão impulsiva e de baixo-empuxo apenas na componente tangencial, assumindo um impulso de 1 cm/s e uma aceleração de 40 pm/s² ¹⁰, respectivamente. As Figuras 3.33 a 3.41 mostram os resultados obtidos para os diferentes asteroides virtuais aqui considerados. As subfiguras “a” representam os resultados obtidos para o caso da deflexão impulsiva, enquanto o item “b” apresenta o caso de baixo-empuxo. Nestas figuras, as curvas azuis indicam o modelo simplificado utilizado, conforme descritos e aplicados em sessões anteriores, enquanto as curvas laranja indicam os resultados obtidos com a integração numérica.

Começando pela deflexão impulsiva, como se percebe nas Figuras 3.33(a) a 3.41(a), a deflexão obtida tem grandes oscilações dependendo da época de interceptação. As oscilações possuem um período igual ao período orbital do asteroide, com seus picos representando deflexões realizadas no periélio da órbita, enquanto os vales indicam uma deflexão no afélio. Nos casos aqui apresentados, há uma grande diversidade nos resultados obtidos no que concerne a validade do modelo analítico da Seção 3.1.4 em comparação a integração numérica. Em alguns casos, como Figuras 3.33(a) e 3.41(a), há uma boa concordância da previsão analítica com o resultado numérico. Nesses casos, é seguro afirmar que um modelo analítico providencia um palpite inicial seguro, com resultados qualitativos e quantitativos bastante próximos do que ocorre em um modelo mais complexo.

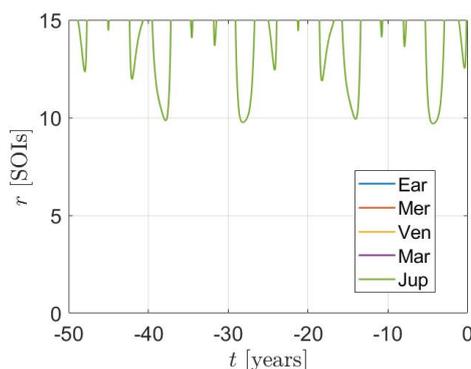
¹⁰O valor de 40 picômetros por segundo ao quadrado equivale a um trator gravitacional de 10 toneladas a cerca de 130 m de distância do centro de massa do asteroide.

Figura 3.33 - Deflexão obtida com $\Delta V = 1 \text{ cm/s}$ ou $A_t = 4 \times 10^{-11} \text{ m/s}^2$ para o asteroide 2005 ED224. Simulação no CRNBP até 50 anos antes do impacto com a Terra. Deflexão δ em raios terrestres e 1 raio terrestre representado por linha tracejada vermelha. Item “c” indica a distância com os planetas do sistema solar, na trajetória do asteroide não-defletido, normalizada pela esfera de influência (SOI) do respectivo planeta.



(a) Deflexão impulsiva

(b) Deflexão de baixo-empuxo



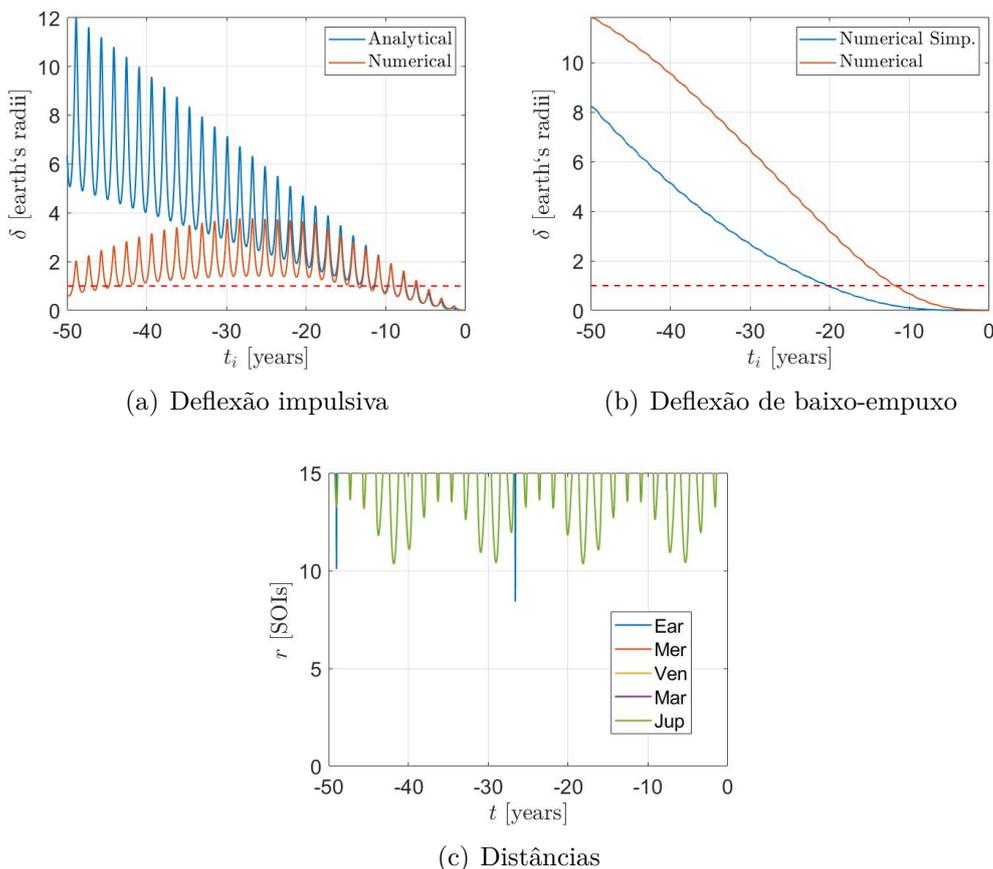
(c) Distâncias

Fonte: Produção do autor.

Em alguns casos, Figuras 3.34(a), 3.35(a), 3.38(a), o resultado obtido com a integração diverge muito dos resultados analíticos, tanto em termos qualitativos quanto quantitativos. Todavia, há concordância, ao menos, na ordem de grandeza esperada para a deflexão. Em outros, existem condições que levam a uma mudança enorme da ordem de grandeza entre ambos os métodos, como mostrados nas Figuras 3.36(a), 3.37(a), 3.39(a) e 3.40(a). Para o caso da deflexão de baixo-empuxo, os resultados seguem linhas semelhantes, como se vê nas Figuras 3.33(b) a 3.41(b).

Convém notar que alguns casos que possuem divergência já próximo ao impacto, como Figuras 3.37(a) e 3.39(a), é por conta do uso de ζ_{MOID} e ξ_{MOID} no modelo analítico. Nesses casos particulares, a geometria da órbita utilizando a média dos ele-

Figura 3.34 - Deflexão obtida com $\Delta V = 1$ cm/s ou $A_t = 4 \times 10^{-11}$ m/s² para o asteroide 2008 EX5. Simulação no CRNBP até 50 anos antes do impacto com a Terra. Deflexão δ em raios terrestres e 1 raio terrestre representado por linha tracejada vermelha. Item “c” indica a distância com os planetas do sistema solar, na trajetória do asteroide não-defletido, normalizada pela esfera de influência (SOI) do respectivo planeta.

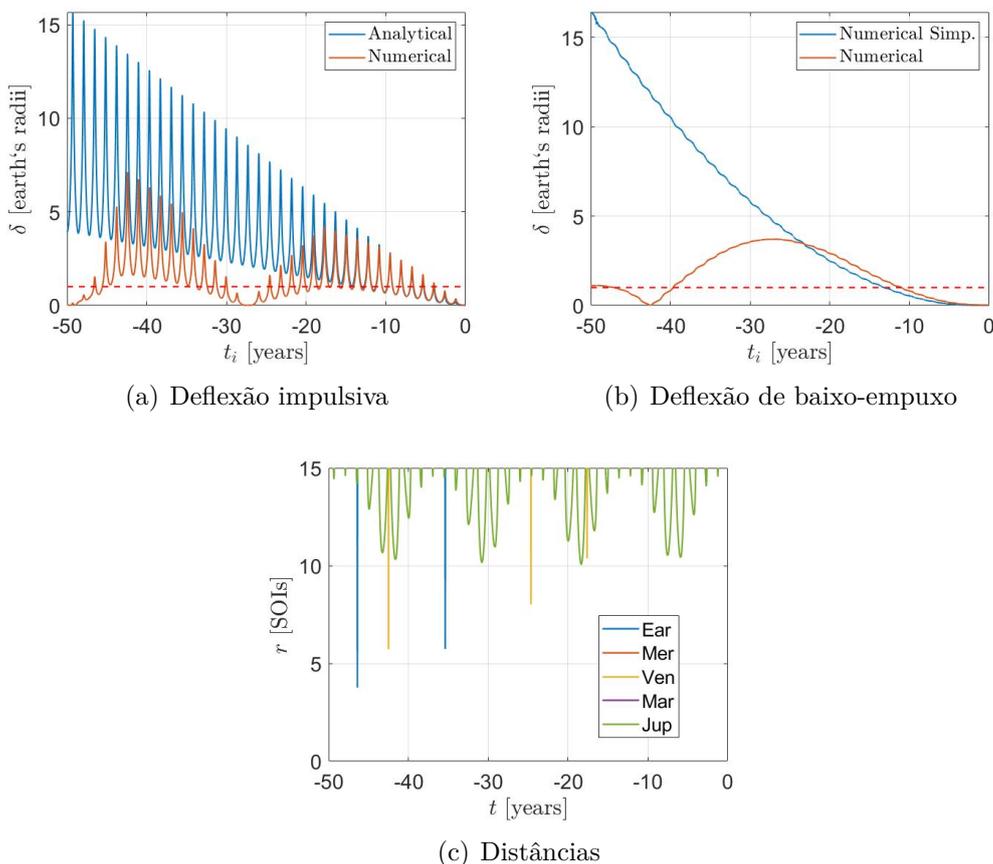


Fonte: Produção do autor.

mentos orbitais é razoavelmente distinta, se tomada em diferentes períodos da órbita do asteroide não-defletido, ao ponto de alterar de forma considerável a geometria de impacto. No entanto, como se vê nas Figuras 3.37(a) e 3.39(a), o comportamento da deflexão prevista permanece o mesmo, há apenas um deslocamento da curva, que apenas dificulta a comparação. Uma forma de contornar esse comportamento seria desconsiderar períodos anteriores a grandes aproximações com um dos planetas, sendo justamente a causa do que se observa. Uma tentativa válida também seria considerar elementos orbitais próprios ao invés de uma simples média ¹¹. Para o

¹¹Os elementos orbitais próprios são quase-integrais da órbita do asteroide. Podem ser obtidos removendo perturbações periódicas dos seus elementos orbitais osculadores (KNEZEVIC et al., 2002; NESVORNÝ et al., 2015).

Figura 3.35 - Deflexão obtida com $\Delta V = 1$ cm/s ou $A_t = 4 \times 10^{-11}$ m/s² para o asteroide 2008 UB7. Simulação no CRNBP até 50 anos antes do impacto com a Terra. Deflexão δ em raios terrestres e 1 raio terrestre representado por linha tracejada vermelha. Item “c” indica a distância com os planetas do sistema solar, na trajetória do asteroide não-defletido, normalizada pela esfera de influência (SOI) do respectivo planeta.

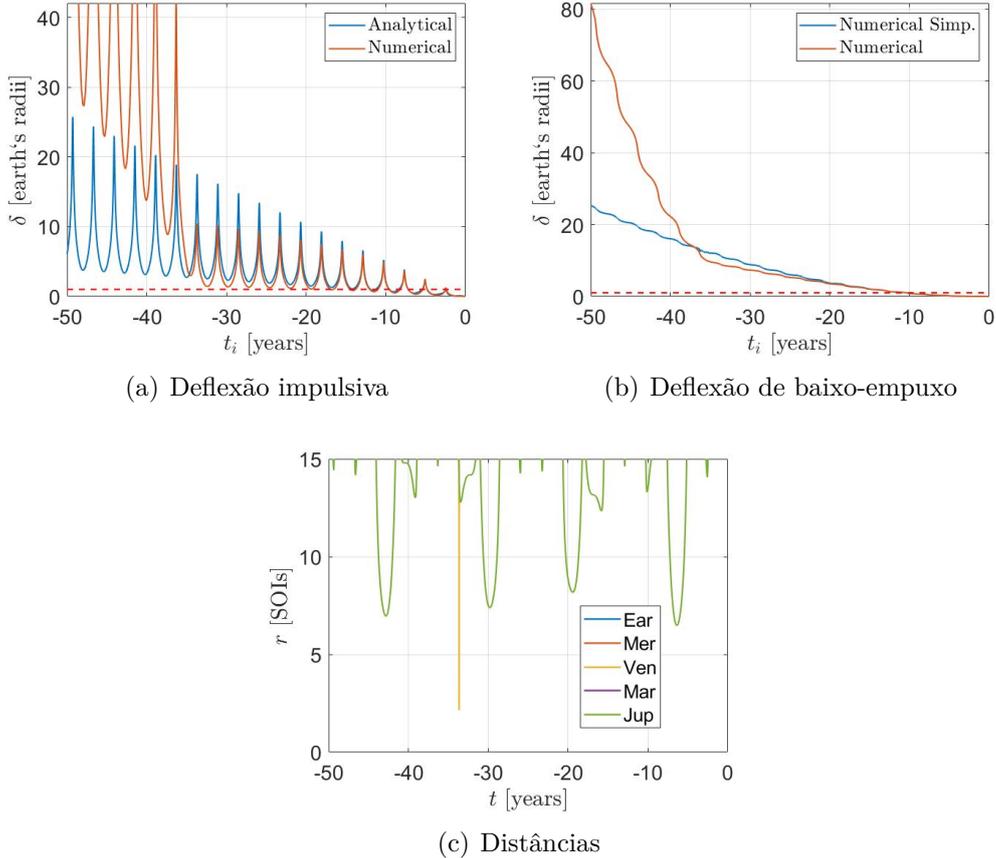


Fonte: Produção do autor.

objetivo deste trabalho, não há necessidade de adicionar esse grau de complexidade e precisão para atender esses dois casos particulares.

Uma importante descoberta desta pesquisa é a explicação das outras divergências observadas, que estas sim, acabam por invalidar os modelos analíticos em certas aplicações. Estas discrepâncias estão relacionadas a uma única razão, sendo a aproximação do asteroide com corpos perturbadores durante ou após a deflexão. Mais amplo do que observado em trabalhos anteriores, as divergências não dependem apenas de encontros ressonantes com a Terra. Qualquer planeta pode invalidar a previsão do modelo analítico, desde que o asteroide se aproxime deles a uma distância suficiente. O agravante é que a distância suficiente de aproximação que causaria

Figura 3.36 - Deflexão obtida com $\Delta V = 1 \text{ cm/s}$ ou $A_t = 4 \times 10^{-11} \text{ m/s}^2$ para o asteroide 2009 JF1. Simulação no CRNBP até 50 anos antes do impacto com a Terra. Deflexão δ em raios terrestres e 1 raio terrestre representado por linha tracejada vermelha. Item “c” indica a distância com os planetas do sistema solar, na trajetória do asteroide não-defletido, normalizada pela esfera de influência (SOI) do respectivo planeta.

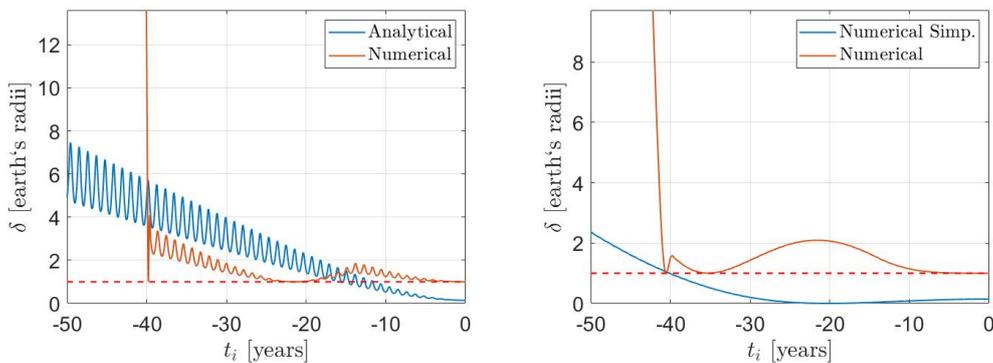


Fonte: Produção do autor.

tal divergência pode ser consideravelmente distante do corpo perturbador, da ordem de uma dezena de vezes do raio da esfera de influência do corpo, dificultando a utilização de aproximações simples se aplicarem (se é que possíveis). Esse comportamento é ilustrado pelas Figuras 3.33(c) a 3.41(c), que mostram a distância do asteroide não-defletido a cada um dos planetas, de Mercúrio a Júpiter, normalizadas pelo raio da esfera de influência (SOI), Equação 2.27, do respectivo corpo.

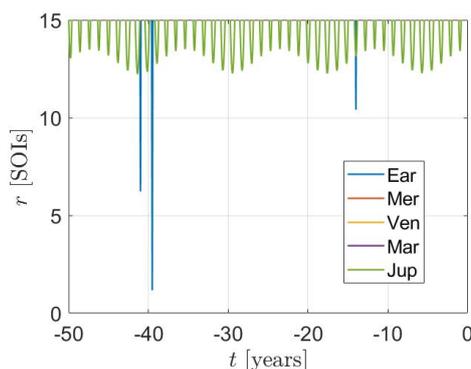
Percebe-se pela simples comparação das Figuras 3.33(c) a 3.41(c), com as respectivas subfiguras “a” e “b”, que as grandes divergências dos modelos simplificados se dão quando a deflexão ocorre em épocas anteriores, ou durante, a aproximação do asteroide com algum planeta. Tome como exemplo o asteroide 2008 UB7, Figura

Figura 3.37 - Deflexão obtida com $\Delta V = 1 \text{ cm/s}$ ou $A_t = 4 \times 10^{-11} \text{ m/s}^2$ para o asteroide 2010 RF12. Simulação no CRNBP até 50 anos antes do impacto com a Terra. Deflexão δ em raios terrestres e 1 raio terrestre representado por linha tracejada vermelha. Item “c” indica a distância com os planetas do sistema solar, na trajetória do asteroide não-defletido, normalizada pela esfera de influência (SOI) do respectivo planeta.



(a) Deflexão impulsiva

(b) Deflexão de baixo-empuxo



(c) Distâncias

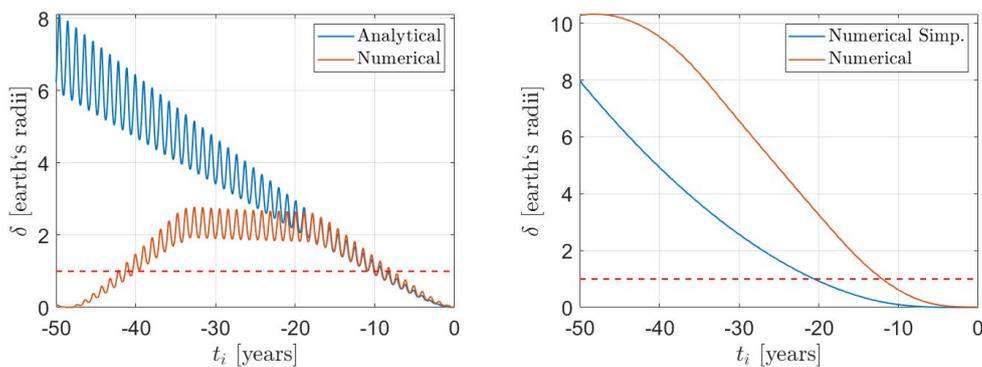
Fonte: Produção do autor.

3.35, a concordância dos modelos simplificados com o numérico são razoáveis até por volta de $t_i = -18$ anos, quando há uma aproximação com Vênus a pouco mais de 10 SOIs¹² de distância. Aproximações do 2008 UB7 com a Terra e Vênus para t_i anterior a -25 anos contribuem para tornar ainda mais discrepante e complexo o cenário. Essas interações chegam a levar a condições de colisão na deflexão impulsiva em torno de $-30 \lesssim t_i \lesssim -25$ e $t_i \lesssim -45$ anos, enquanto o modelo analítico prevê uma deflexão por alguns raios terrestres.

No caso da deflexão de baixo-empuxo, passa a existir impacto com a Terra para

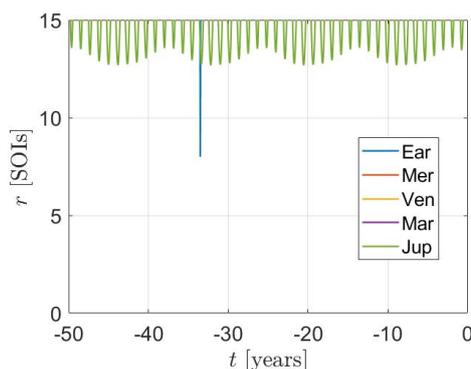
¹²Por vezes, será utilizado SOI como uma unidade de distância, significando que a distância está denominada em quantidades de raios da esfera de influência do planeta em questão.

Figura 3.38 - Deflexão obtida com $\Delta V = 1$ cm/s ou $A_t = 4 \times 10^{-11}$ m/s² para o asteroide 2015 JJ. Simulação no CRNBP até 50 anos antes do impacto com a Terra. Deflexão δ em raios terrestres e 1 raio terrestre representado por linha tracejada vermelha. Item “c” indica a distância com os planetas do sistema solar, na trajetória do asteroide não-defletido, normalizada pela esfera de influência (SOI) do respectivo planeta.



(a) Deflexão impulsiva

(b) Deflexão de baixo-empuxo

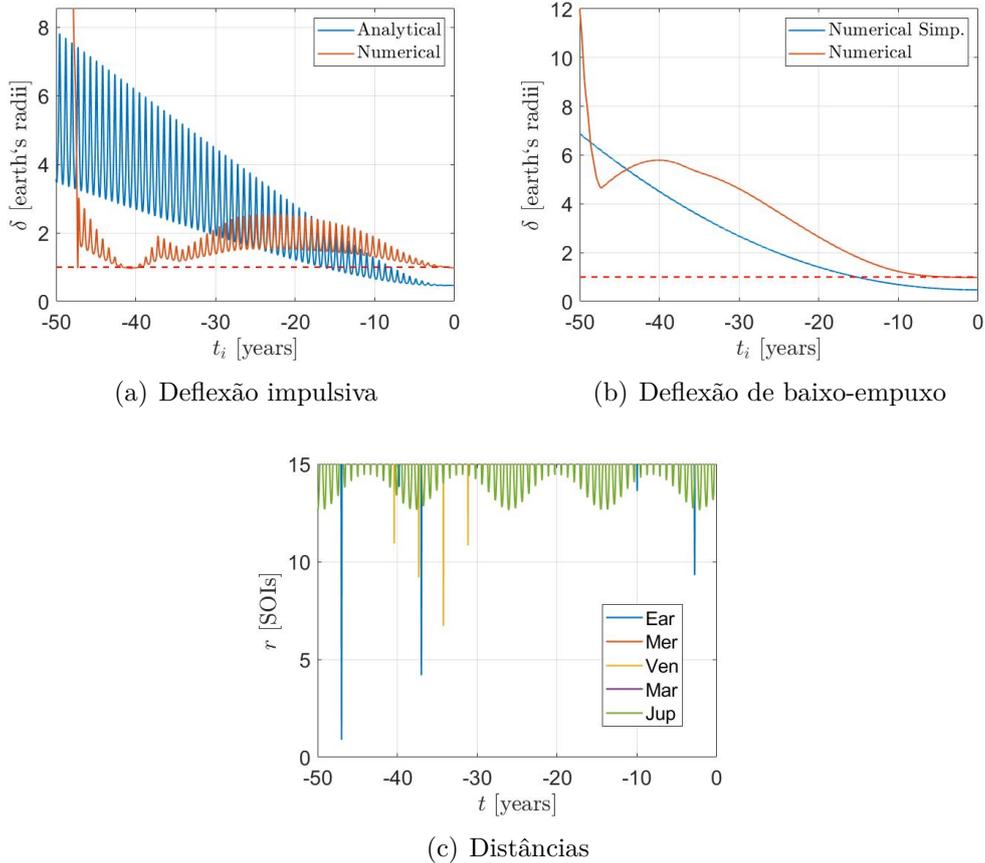


(c) Distâncias

Fonte: Produção do autor.

$t_i \lesssim -42$ anos, caso a espaçonave mantenha exercendo por todo o período o empuxo tangencial a velocidade do asteroide. Note que isso pode impactar tremendamente, em termos operacionais, uma deflexão de baixo-empuxo. Por exemplo, considere um trator gravitacional ou uma deflexão por feixe de íons, a espaçonave defletora pode ter de alterar entre diversas estações de voo pairado para cumprir sua missão, ao invés de manter continuamente a estação na direção tangencial. No caso de uma técnica de deflexão em que se tem um menor controle, como é o caso de técnicas de modificação de propriedades termo-ópticas do asteroide, indica a possibilidade de ser necessário um elevado grau de confiabilidade em todas as propriedades do corpo e de toda a dinâmica envolvida.

Figura 3.39 - Deflexão obtida com $\Delta V = 1$ cm/s ou $A_t = 4 \times 10^{-11}$ m/s² para o asteroide 2020 VW. Simulação no CRNBP até 50 anos antes do impacto com a Terra. Deflexão δ em raios terrestres e 1 raio terrestre representado por linha tracejada vermelha. Item “c” indica a distância com os planetas do sistema solar, na trajetória do asteroide não-defletido, normalizada pela esfera de influência (SOI) do respectivo planeta.

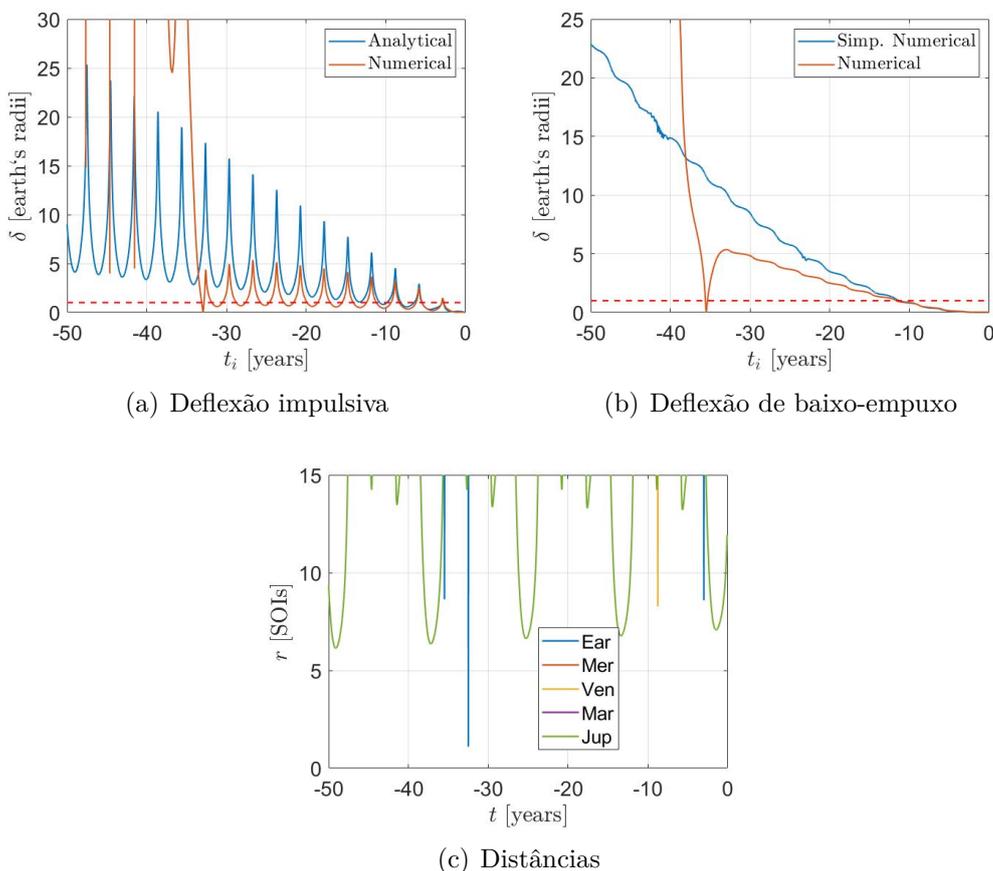


Fonte: Produção do autor.

Como já observado, existem alguns casos que a ordem de grandeza da deflexão altera consideravelmente. Esses casos normalmente se dão em distância mais próximas ao corpo perturbador. No entanto, o leitor se enganaria ao assumir que isso se dá necessariamente dentro da SOI do planeta. O caso do asteroide 2009 JF1 é bastante ilustrativo nesse ponto. Uma aproximação com Vênus a mais de 2 SOIs é suficiente para amplificar o efeito da deflexão por diversas vezes, caso ela ocorra anteriormente a aproximação, como se constata na Figura 3.35. Dentre os casos aqui apresentados, a única entrada na SOI se dá para o asteroide 2020 VW, quando passa a uma distância de 0.89 SOIs da Terra, como se observa na Figura 3.39(c).

Para os asteroide 2008 EX5, Figura 3.34, e 2015 JJ, Figura 3.38, há o surgimento

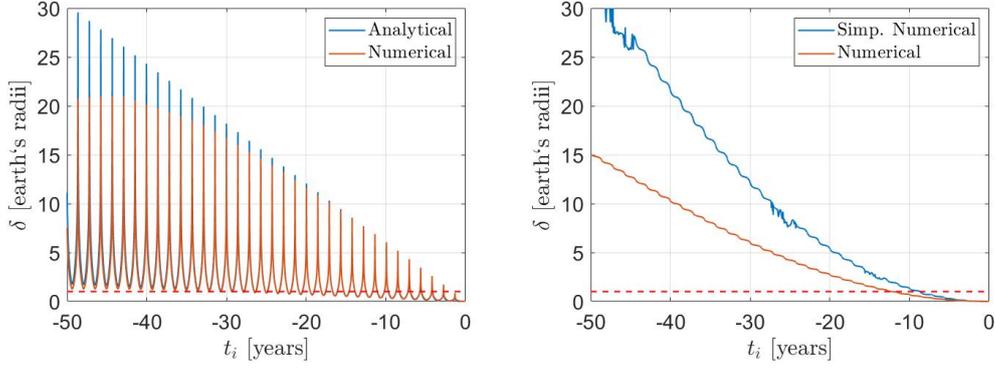
Figura 3.40 - Deflexão obtida com $\Delta V = 1$ cm/s ou $A_t = 4 \times 10^{-11}$ m/s² para o asteroide 2021 EU. Simulação no CRNBP até 50 anos antes do impacto com a Terra. Deflexão δ em raios terrestres e 1 raio terrestre representado por linha tracejada vermelha. Item “c” indica a distância com os planetas do sistema solar, na trajetória do asteroide não-defletido, normalizada pela esfera de influência (SOI) do respectivo planeta.



Fonte: Produção do autor.

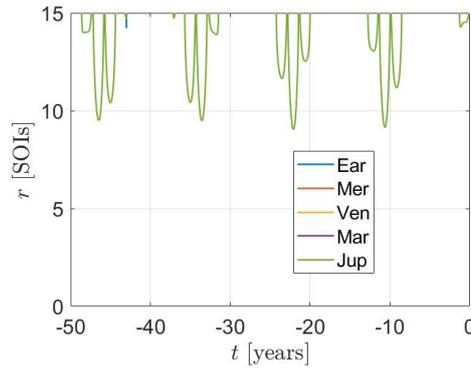
de uma discrepância entre os modelos ainda que, aparentemente, não haja uma aproximação entre o asteroide e algum corpo perturbador no início das divergências. Na verdade isso é um engano, são aproximações não apresentadas na figura, ou de difícil visualização. Há uma aproximação de 18.5 SOIs entre o 2015 JJ e a Terra em $t_i \approx -18$ anos. Para o 2008 EX5, há uma aproximação com a Terra em $t_i \approx -7.6$ anos a uma distância de ≈ 14 SOIs. A escolha de não representar aproximações superiores a 15 SOIs nas figuras é para manter a clareza delas. Existe uma quantidade razoável de aproximações entre 15 e 20 SOIs que não conseguem causar uma divergência considerável entre os modelos simplificados e o numérico. Nas exceções em que há divergência para aproximações dessa monta, que dentre os asteroides apresentados é somente o caso do 2015 JJ, são particularidades da geometria de aproximação.

Figura 3.41 - Deflexão obtida com $\Delta V = 1 \text{ cm/s}$ ou $A_t = 4 \times 10^{-11} \text{ m/s}^2$ para o asteroide 3200 Phaethon. Simulação no CRNBP até 50 anos antes do impacto com a Terra. Deflexão δ em raios terrestres e 1 raio terrestre representado por linha tracejada vermelha. Item “c” indica a distância com os planetas do sistema solar, na trajetória do asteroide não-defletido, normalizada pela esfera de influência (SOI) do respectivo planeta.



(a) Deflexão impulsiva

(b) Deflexão de baixo-empuxo



(c) Distâncias

Fonte: Produção do autor.

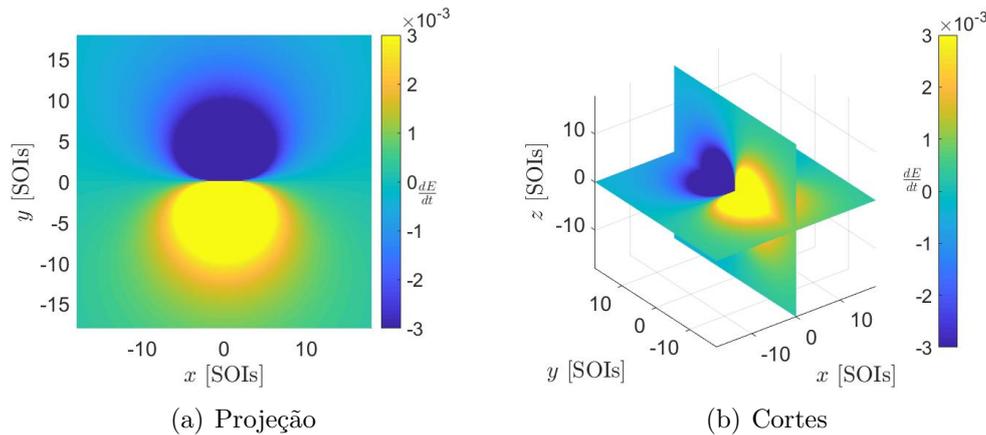
Para se compreender a influência da geometria de aproximação, é preciso recorrer ao CR3BP, Seção 2.2.2, e estudos sobre a dinâmica de uma assistência gravitacional, tal qual os desenvolvidos por Qi e Xu (2015) e Negri (2018). Conforme demonstrado por Qi e Xu (2015), é possível escrever a taxa de variação da energia próximo ao segundo primário em um CR3BP como:

$$\frac{dE}{dt} = y\mu(1 - \mu) \left(\frac{1}{r_1^3} - \frac{1}{r_2^3} \right), \quad (3.28)$$

em que y é a coordenada no eixo y do sistema sinódico desse CR3BP, r_1 é a distância para o corpo mais massivo e r_2 a distância para o segundo primário desse CR3BP.

A Figura 3.42 mostra as curvas de dE/dt , para os cortes $x = 0$ e $z = 0$, aplicando a Equação 3.28 a um CR3BP entre o Sol e Vênus. Na figura, o sistema sinódico é transposto do baricentro para o centro de Vênus, de forma que $\vec{r}_2 = [x \ y \ z]$. Como discutido por Qi e Xu (2015) e Negri (2018), a variação de energia é positiva para passagens atrás de Vênus e negativa para passagens a frente de Vênus. Aqui, se define “atrás” como a região de y negativo; ou seja, considerando que Vênus se move em sua órbita, são regiões de onde Vênus está vindo. Portanto, o termo “frente” refere-se a regiões de y positivo, no sentido em que Vênus se move em sua órbita. Ao se manter a distância r_2 constante, pode-se notar que as maiores variações de energia, se dão sobre o eixo y , quando $x = 0$ e $z = 0$ nesse sistema sinódico centrado em Vênus.

Figura 3.42 - Variação de energia próximo ao planeta Vênus.



Fonte: Produção do autor.

A deflexão aplica uma pequena perturbação na trajetória heliocêntrica do asteroide. Essa pequena perturbação é suficiente para que a trajetória de aproximação com um corpo perturbador seja levemente deslocada em relação à trajetória não-defletida. Esse pequeno deslocamento, que se plotado não é sequer perceptível, faz com que o asteroide passe por uma região ligeiramente diferente de dE/dt . Quando essa mudança na geometria de passagem faz com que a alteração líquida de energia seja da mesma ordem de grandeza, ou superior, a energia adicionada pela deflexão, há uma invalidação do modelo analítico. Ou seja, em suma, ainda que a aproximação com o planeta seja bastante distante, tende a perturbar a trajetória do asteroide na mesma ordem de grandeza, ou superior, a deflexão. Ainda que a energia seja apenas uma das integrais do movimento de um problema de dois corpos, seu comportamento pode ser estendido às outras integrais, de forma que a discussão da energia é suficiente

para exemplificar o efeito da aproximação do asteroide com um corpo após uma deflexão.

Então, voltando ao caso do asteroide 2015 JJ, a divergência entre os modelos para distâncias de aproximação superiores a 15 SOIs em apenas alguns casos particulares se dá em geometrias particulares, em regiões de maior perturbação da trajetória. Portanto, para saber com exatidão se a aproximação com o corpo perturbador será suficiente para invalidar algum dos modelos simplificados, seria necessário encontrar a geometria da trajetória relativo ao corpo, de forma que é relativamente difícil encontrar uma forma simples de checar a validade das equações se há esses encontros.

A geometria de aproximação também auxilia a explicar uma particularidade notável no que concerne o planeta Júpiter e os asteroides defletidos. Tome como exemplo as Figuras 3.33 e 3.41, os asteroides chegam a aproximar a menos de 10 SOIs de Júpiter. Ainda assim, a previsão de deflexão dos modelos simplificados permanecem razoáveis de serem aplicadas. Esse comportamento pode parecer estranho, visto que Júpiter é o corpo mais massivo do Sistema Solar. Além disso, os asteroides experimentariam uma razão maior entre a perturbação gravitacional de Júpiter e atração gravitacional do Sol, por estar a poucas SOIs de distância. Por exemplo, considere a Equação 2.25, que pode ser considerada como mostrando a razão da perturbação de terceiro corpo sobre a trajetória heliocêntrica. Ainda, assuma que $r = Nr_{SOI}$, em que N indica um fator mostrando a quantas SOIs de distância está do corpo. Trabalhando a Equação 2.25 tem-se:

$$\frac{M_2 R^2}{M_1 r^2} \approx \frac{M_2 a^2}{M_1} \frac{1}{N^2 a^2} \left(\frac{M_1}{M_2}\right)^{4/5} = \frac{1}{N^2} \left(\frac{M_2}{M_1}\right)^{1/5}, \quad (3.29)$$

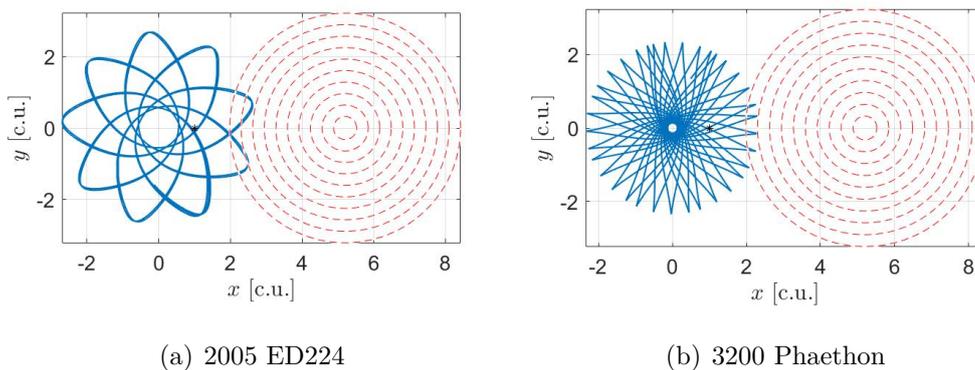
em que, de novo, é feita a aproximação $a \approx R$ ¹³. A expressão acima mostra que a perturbação na trajetória heliocêntrica é proporcional a massa de M_2 . Ou seja, para um mesmo número N , a perturbação tenderia ser muito maior em corpos de maiores massas. Como se vê, mesmo a 10 SOIs de distância de Júpiter, seu efeito na previsão da deflexão é pequeno, enquanto corpos menos massivos já influem drasticamente na previsibilidade da aproximação.

No entanto, como em uma assistência gravitacional, a quantidade de movimento adicionada pelo corpo perturbador é mais importante que uma simples relação entre acelerações. Por isso, a Equação 3.28 é tão importante para explicar o fenômeno, já que nela está embutido o efeito do planeta se mover em sua órbita (NEGRI et al., 2017; NEGRI, 2018; NEGRI et al., 2019).

¹³Desconsiderando que ela passa a ser duvidosa se N é razoavelmente maior que 1. O que importa aqui é a tendência física e não a quantidade exata.

Note na Figura 3.42 que quanto mais próximo de $y = 0$ as variações de energia são menores. De fato, pela simples inspeção da Equação 3.28, nota-se que a variação de energia é nula quando $y = 0$. Esse tipo de fenômeno é o que explica a pouca influência de Júpiter no caso da deflexão dos asteroides aqui selecionados. Como eles não cruzam a órbita de Júpiter, a tendência é que aproximem o planeta em regiões em que a mudança de energia seja próxima de zero. A Figura 3.43 ilustra esse fato ao mostrar a projeção da trajetória de ambos asteroides em um sistema sinódico em que Júpiter está fixo. Como se vê, por não cruzar a órbita de Júpiter, esses asteroides ficam limitados a geometrias de aproximação que oferecem uma pequena magnitude de dE/dt .

Figura 3.43 - Projeção da trajetória dos asteroides 2005 ED224 e 3200 Phaethon fazendo uma transformação do sistema sinódico utilizado no CRNBP para uma condição em que apenas o Sol e Júpiter sejam os corpos fixos. Linhas pontilhadas vermelhas indicam de 1 a 10 SOIs de Júpiter.

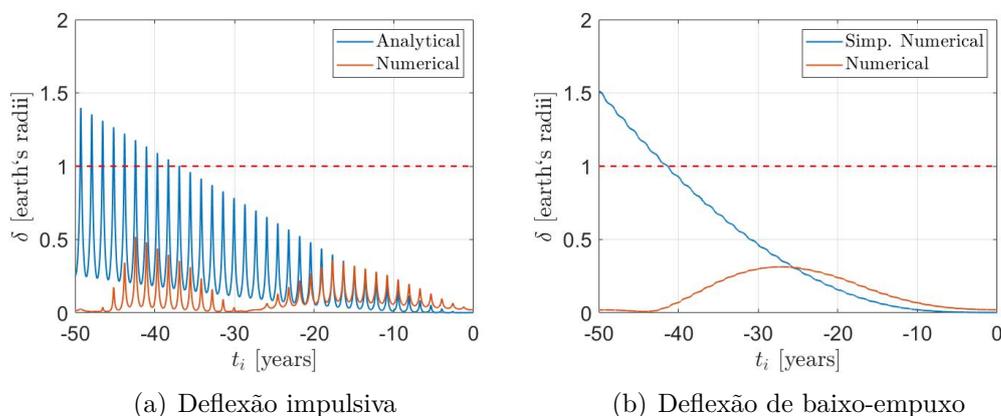


Fonte: Produção do autor.

Ao reproduzir as Figuras 3.33 a 3.41 para diferentes magnitudes de impulso e empuxo, em valores razoáveis de serem aplicados, as conclusões não se alteram. Como exemplos, reproduz-se dois casos em que os asteroides virtuais são particularmente bastante perturbados por aproximações com alguns dos planetas. A Figura 3.44 mostra as deflexões obtidas considerando um $\Delta V = 0.1$ cm/s ou $A_t = 4$ pm/s² (equivalendo um trator gravitacional de 10 toneladas a cerca de 40 m) para o asteroide 2008 UB7. Já a Figura 3.45 representa os resultados para um $\Delta V = 10$ cm/s ou $A_t = 400$ pm/s² (equivalendo um trator gravitacional de 10 toneladas a cerca de 410 m) para o asteroide 2020 VW.

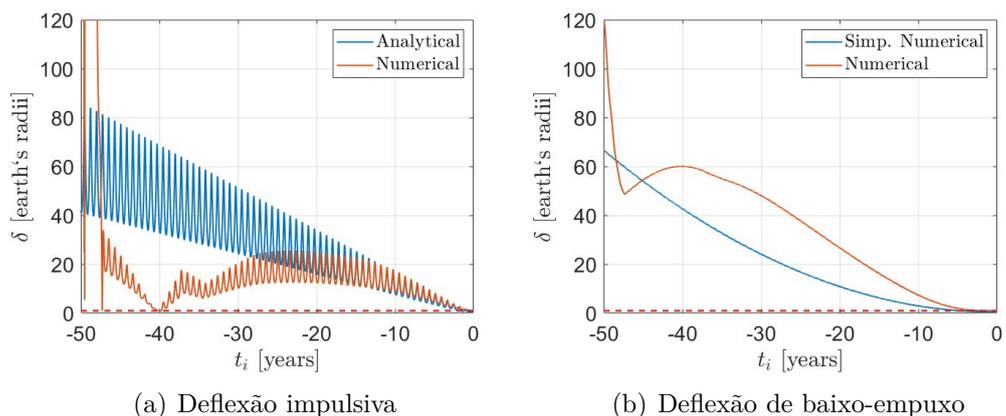
Como descrições analíticas e simples do fenômeno são difíceis de se obter. Propõe-se

Figura 3.44 - Deflexão obtida com $\Delta V = 0.1 \text{ cm/s}$ ou $A_t = 4 \times 10^{-12} \text{ m/s}^2$ para o asteroide 2008 UB7.



Fonte: Produção do autor.

Figura 3.45 - Deflexão obtida com $\Delta V = 10 \text{ cm/s}$ ou $A_t = 4 \times 10^{-10} \text{ m/s}^2$ para o asteroide 2020 VW.



Fonte: Produção do autor.

provisoriamente, para auxiliar um projeto preliminar de uma missão de deflexão, dadas as conclusões aqui expostas, a seguinte regra prática:

Regra Prática 3.5.1. *Uma aproximação analítica para uma deflexão tende a ser inválida se o asteroide cruza a órbita de um planeta e se aproxima dele a menos de 15 vezes o raio de sua esfera de influência em uma época posterior a deflexão aplicada.*

Com ela, até que desenvolvimentos posteriores venham solucionar o aparente nó górdio, é oferecido um meio ao analista de missão para avaliar o uso, ou não, dos melhores modelos simplificados hoje disponíveis na literatura. O problema é tomado

como um nó górdio, pois o autor crê que a descrição física do problema aqui apresentada tem potencial para, com astúcia, motivar uma solução satisfatória. No entanto, não é de se descartar que, talvez, não haja uma solução simples. Ou seja, não é possível ir além da regra prática aqui proposta para fornecer métodos simples e eficazes a um analista de missão preocupado com o projeto preliminar de uma deflexão.

3.6 Síntese e conclusões

Neste capítulo foram apresentadas as melhores técnicas simplificadas disponíveis na literatura para a previsão de uma deflexão. Elas permitem facilidade para que um analista de missão avalie diversos cenários na hipótese da necessidade de deflexão. Um conjunto de asteroides foram selecionados e os efeitos de uma deflexão sobre eles estudada. Confirmando resultados já encontrados na literatura, foram encontrados as deflexões ótimas para diferentes tempos em que a espaçonave defletora intercepta o asteroide, tanto para técnicas impulsivas quanto de baixo-empuxo. Pequenas discussões sobre os desafios tecnológicos da deflexão são feitos, com especial atenção a uma deflexão por impacto cinético e um trator gravitacional. Por fim, uma novidade apresentada nesta pesquisa é a explicação dos efeitos de outros corpos sobre uma deflexão. É mostrado que mesmo aproximações distantes do asteroide defletido com um planeta podem invalidar previsões de deflexão. Isso coloca um desafio tremendo a analistas de missão, pois perdem, quando isso ocorre, a valiosa ferramenta que são os modelos simplificados. Enquanto outros modelos simplificados, que considerem essas aproximações com os planetas, não são desenvolvidos, é proposta a Regra Prática 3.5.1 que permite ao projetista ter algum discernimento em seu projeto.

Ainda, os efeitos de outros corpos não só comprometem a existência de modelos simplificados que auxiliem no projeto preliminar. Eles podem comprometer a deflexão por si mesma. Para trabalhos futuros, recomenda-se uma análise particular nos seguintes quesitos:

- Estudo das incertezas em uma deflexão e suas consequências quando existem aproximações com alguns dos planetas. É possível que o nível de incertezas (parâmetro β , massa, efeméride, formato, entre outros, do asteroide) implique em mudanças consideráveis na qualidade da geometria de aproximação com o planeta. Em último grau, isso pode levar a consequências em que, considerando as incertezas e utilizando os melhores modelos dinâmicos, é impossível prever se a deflexão será bem sucedida ou não.
- Desenvolvimento de capacidades autônomas para espaçonaves defletoras.

É possível que seja necessário não só a autonomia que garante o impacto, como é o caso do sistema SMARTNAV da missão DART (CHEN et al., 2018). É bem provável que uma espaçonave defletora, especialmente por impacto cinético, tenha de solucionar também a trajetória heliocêntrica do asteroide para encontrar o melhor ponto de impacto.

- Para uma deflexão de baixo-empuxo, é possível que, havendo aproximação com algum planeta, a espaçonave necessite de mudanças de voo pairado mais frequentes. Isso também implica em uma carga excessiva de operação da espaçonave pelo solo, talvez a inviabilizando, de forma que desenvolvimentos na autonomia também são importantes.

4 A VIAGEM INTERPLANETÁRIA AO ASTEROIDE

A melhor oportunidade de deflexão, não depende somente da técnica escolhida e da obtenção das suas condições de ótimo. Está, também, intimamente imbricada com a época de lançamento da espaçonave defletora e as oportunidades de encontro com o asteroide. Por conta disso, os modelos simplificados apresentados no capítulo anterior são tão importantes. Eles permitem que os projetistas de missão explorem um grande espaço de projeto com facilidade e celeridade, encontrando as melhores oportunidades para a deflexão. Portanto, aqui são apresentadas técnicas para um projeto preliminar da trajetória interplanetária até o asteroide em conjunto com modelos e conceitos apresentados no Capítulo 3. Além disso, como asteroides são conhecidos pela grande incerteza de suas propriedades, e mesmo órbita, antes do rendezvous de uma espaçonave, e dada a sensibilidade da aplicação, é recomendável uma missão de reconhecimento antes da deflexão, a qual também será considerada neste capítulo.

4.1 Problema de Lambert

O problema de Lambert é um problema de valor de contorno em que almeja-se obter uma órbita que satisfaça uma posição inicial \vec{R}_0 , posição final \vec{R}_f e tempo de voo TOF , considerando um problema de dois corpos. Colocado matematicamente, isso é:

$$\ddot{\vec{R}}(t) = -\frac{\mu}{\|\vec{R}(t)\|^3}\vec{R}(t), \quad (4.1a)$$

$$\vec{R}(t_f) = \vec{R}_f, \quad (4.1b)$$

$$\vec{R}(t_0) = \vec{R}_0, \quad (4.1c)$$

em que $TOF = t_f - t_0$ e μ é o parâmetro gravitacional do corpo que é orbitado pelo objeto que se pretende encontrar a solução.

Esse paradigma foi primeiramente proposto por Lambert em 1761 para encontrar a órbita de corpos celestes, ganhando diversas formulações e algoritmos desde então (VALLADO; MCCLAIN, 2001). Dentre esses, destacam-se os algoritmos desenvolvidos por Gauss no século XIX e o proposto por Battin e Vaughan (1984), que atende condições mais gerais, sendo especialmente útil em leis de guiagem. Para uma revisão geral dos algoritmos já propostos, consulte Battin (1999) e Vallado e McClain (2001).

Neste trabalho será aplicado o algoritmo desenvolvido por Izzo (2015), que apresenta uma maior robustez, além da propriedade de convergência em poucas iterações se comparado a outros algoritmos. Além disso, é possível utiliza-lo para obter qualquer das várias soluções do problema. Este algoritmo oferece a possibilidade de obter a solução não só para um arco longo ou curto, mas também para múltiplas revoluções.

4.2 Aproximações de efeméride

Naturalmente, para o projeto de uma trajetória interplanetária entre dois corpos é necessário saber o estado de ambos os corpos no tempo, implicando na utilização de tabelas de efemérides. No entanto, em um projeto preliminar, onde se faz a análise de múltiplas trajetórias e configurações, torna-se dispendioso em tempo de projeto consultas frequentes a essas tabelas e possíveis integrações em modelos dinâmicos complexos. Para superar esse inconveniente, faz-se uso de aproximações analíticas.

Uma das aproximações mais comuns é considerar, para determinado elemento orbital genérico γ , uma aproximação tal que:

$$\gamma = \gamma_0 + \dot{\gamma}T, \quad (4.2)$$

em que γ_0 e $\dot{\gamma}$ são selecionados para um melhor ajuste em certo período. Neste trabalho, a Equação 4.2 é utilizada para aproximar as órbitas dos oito planetas do Sistema Solar. Os valores de γ_0 e $\dot{\gamma}$ são obtidos do ajuste feito por Standish et al. (1992), válidos para o período de 1800 EC a 2500 EC, também disponibilizado no *website* do *Jet Propulsion Lab* ¹. Para o asteroide, é feita uma regressão linear considerando o período de 1990 EC a 2100 EC para se obter γ_0 e $\dot{\gamma}$, partindo da tabela de efeméridos do sistema *Horizons* do *Jet Propulsion Lab* ².

Em uma fase mais avançada do projeto, é possível considerar uma segunda aproximação, antes de se comprometer com uma integração numérica. Aqui é proposto a utilização de um modelo de elementos finitos, em que, partindo da tabela de efemérides para o período considerado, é obtida uma melhor aproximação da trajetória real do corpo.

¹ssd.jpl.nasa.gov/planets/approx_pos.html

²ssd.jpl.nasa.gov/horizons/

Considere $\vec{X} = [\vec{R}^T \quad \vec{V}^T]^T$ e uma expansão por série de Taylor em torno de \vec{X}_k :

$$\vec{X} = \vec{X}_k + \left. \frac{d\vec{X}}{dt} \right|_{\vec{X}(t_k)} (t - t_k) + \left. \frac{d^2\vec{X}}{dt^2} \right|_{\vec{X}(t_k)} \frac{(t - t_k)^2}{2!} + \dots + \left. \frac{d^n\vec{X}}{dt^n} \right|_{\vec{X}(t_k)} \frac{(t - t_k)^n}{n!}. \quad (4.3)$$

Sendo $\vec{X}_k = \vec{X}(t_k)$ obtido de uma tabela de efemérides para a época t_k mais próxima e anterior a t , e $\vec{X}_{k+i} = \vec{X}(t_{k+1})$, $i = 1, 2, 3, \dots$, também obtidos de uma tabela de efemérides, é possível fazer as seguintes aproximações por elementos finitos:

$$\left. \frac{d\vec{X}}{dt} \right|_{\vec{X}(t_k)} \approx \frac{\Delta\vec{X}(t_k)}{\Delta t} = \frac{\vec{X}(t_{k+1}) - \vec{X}(t_k)}{t_{k+1} - t_k}, \quad (4.4a)$$

$$\left. \frac{d^2\vec{X}}{dt^2} \right|_{\vec{X}(t_k)} \approx \frac{\Delta^2\vec{X}(t_k)}{\Delta t^2} = \frac{\frac{\Delta\vec{X}(t_{k+1})}{\Delta t} - \frac{\Delta\vec{X}(t_k)}{\Delta t}}{t_{k+1} - t_k}, \quad (4.4b)$$

$$\vdots \quad (4.4c)$$

$$\left. \frac{d^n\vec{X}}{dt^n} \right|_{\vec{X}(t_k)} \approx \frac{\Delta^n\vec{X}(t_k)}{\Delta t^n} = \frac{\frac{\Delta^{n-1}\vec{X}(t_{k+1})}{\Delta t^{n-1}} - \frac{\Delta^{n-1}\vec{X}(t_k)}{\Delta t^{n-1}}}{t_{k+1} - t_k}. \quad (4.4d)$$

Logo, utilizando as Equações 4.3 e 4.4, aproxima-se a trajetória de cada corpo ao acessar continuamente uma tabela de efemérides armazenada, até determinada ordem de aproximação.

Como exemplo, assuma um truncamento na segunda ordem, e considere uma tabela de efemérides igualmente espaçada no tempo, $h = t_{k+1} - t_k = t_{k+2} - t_{k+1} = \dots$. Então, tem-se:

$$\vec{X} \approx \vec{X}_k + \frac{\vec{X}(t_{k+1}) - \vec{X}(t_k)}{h} (t - t_k) + \frac{\frac{\Delta\vec{X}(t_{k+1})}{\Delta t} - \frac{\Delta\vec{X}(t_k)}{\Delta t}}{h} \frac{(t - t_k)^2}{2!}. \quad (4.5)$$

Logo:

$$\vec{X} \approx \vec{X}_k + \frac{\vec{X}_{k+1} - \vec{X}_k}{h} (t - t_k) + \frac{\vec{X}_{k+2} - 2\vec{X}_{k+1} + \vec{X}_k}{h^2} \frac{(t - t_k)^2}{2!}. \quad (4.6)$$

4.3 *Porkchop plot* - gráfico de janelas

O *porkchop plot* é um gráfico amplamente utilizado, desde as primeiras missões interplanetárias, que mostra a energia característica estimada para uma transferência da Terra até outro corpo celeste ao considerar diferentes épocas de lançamento e de chegada ao destino. A energia característica, usualmente representada por C_3 , nada

mais é que a energia específica multiplicada por dois de uma espaçonave em órbita aberta. Essa definição permite que se relacione facilmente a energia específica da espaçonave com sua velocidade de excesso da seguinte forma:

$$C_3 = v_\infty^2, \quad (4.7)$$

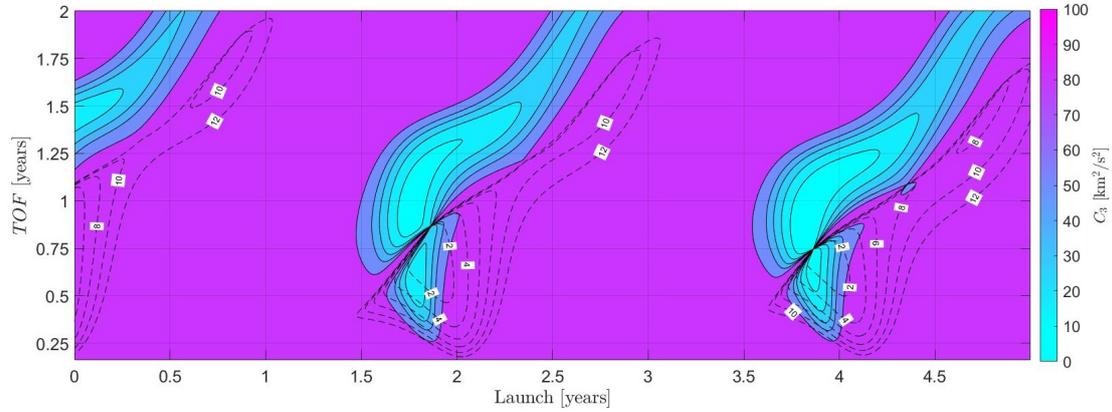
em que v_∞ é a velocidade de excesso, isto é, a velocidade com que a espaçonave se aproxima ou distancia do corpo no infinito em um problema de dois corpos.

O nome *porkchop* se deve ao fato das curvas parecerem um corte de carne da costela do porco muito popular nos Estados Unidos da América. Neste trabalho, toma-se a liberdade de renomear essas figuras para gráfico de janelas, já que mostra oportunidades de janelas de transferência entre dois corpos celestes.

A Figura 4.1 mostra um gráfico de janelas para Marte, com lançamento até cinco anos após 1 de janeiro de 2023 e tempo de voo (*TOF*) até dois anos após o lançamento. A transferência é calculada resolvendo o problema de Lambert da Sessão 4.1 para as respectivas datas, considerando aproximações de efemérides conforme a Equação 4.2. As curvas coloridas representam diferentes valores do C_3 de lançamento, para 16, 25, 36 e 49 km²/s². Curvas pontilhadas pretas representam o ΔV aplicado para inserção orbital em Marte. O ΔV é aplicado no periastro, tomando vantagem do efeito Oberth, para inserção em uma órbita de periastro igual a dois raios marcianos e excentricidade de 0.98, com etiquetas representando cada valor em km/s.

Um gráfico de janelas não é necessariamente utilizado apenas com o C_3 de lançamento, mais informações podem ser adicionadas, como o caso de ΔV para inserção orbital; ou, condensadas, como é exemplificado na Figura 4.2, que mostra apenas o gasto total de ΔV . A escolha depende do objetivo do projetista e fase do projeto. Como se percebe nas Figuras 4.1 e 4.2, melhores oportunidades de lançamento se dão próximas a uma transferência de Hohmann (próximo de um tempo de voo de 0.7 anos). Como conhecimento já tácito da área, as janelas se repetem a cerca de cada 2.1 anos, o que é fácil de ser checado. Para isso, basta lembrar que a transferência de Hohmann assume a posição de lançamento como perfeitamente oposta a de chegada. Logo, considerando n_M e n_E como os movimentos médios de Marte e da Terra, respectivamente, a repetição da configuração para a transferência se dará em um período:

Figura 4.1 - Gráfico de janelas para Marte, com época zero de lançamento em 1 de janeiro de 2023. Linhas pretas pontilhadas representam diferentes gastos de combustível para inserção em órbita com um periastro de 2 raios marcianos e excentricidade de 0.98.

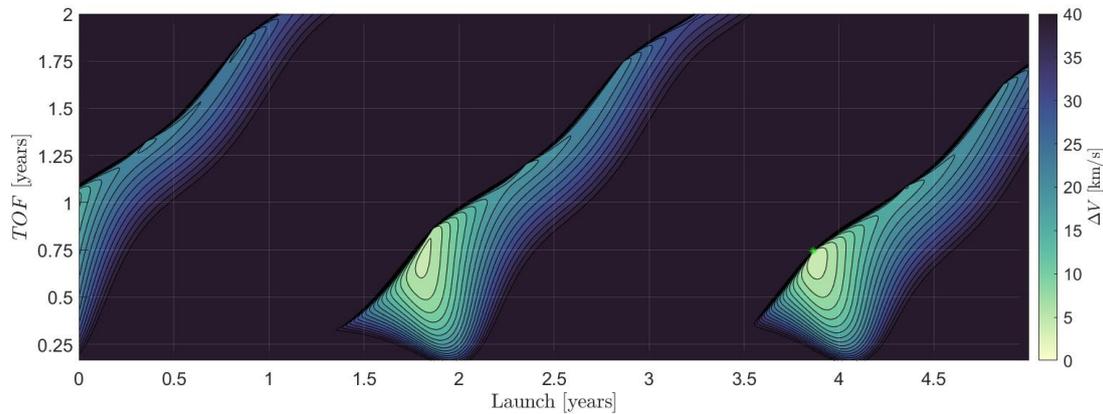


Fonte: Produção do autor.

$$\Delta T = \frac{2N\pi}{n_E - n_M}, \quad (4.8)$$

em que $N \in \mathbb{Z}$ é um número que representa a N-ésima oportunidade de lançamento.

Figura 4.2 - Gráfico de janelas para gasto total de combustível em uma transferência a Marte com inserção em órbita com um periastro de 2 raios marcianos e excentricidade de 0.98. Época zero de lançamento em 1 de janeiro de 2023. Linhas pretas destacam curvas de 6 a 40 km/s, espaçadas por 2 km/s.



Fonte: Produção do autor.

4.4 O problema de múltiplas assistências gravitacionais

Em trajetórias interplanetárias para corpos além Vênus e Marte, é comum fazer o uso de assistências gravitacionais em planetas intermediários com vistas a economia de combustível e tempo de voo. Desde os primeiros trabalhos de Tsander propondo assistências gravitacionais (TSANDER; KORNEEV, 1964), e o pioneirismo de Crocco (1956) no que pode ser considerado o primeiro projeto de um tour (NEGRI; PRADO, 2020), a aplicação de múltiplas assistências gravitacionais evoluiu amplamente, com aplicações na maioria das missões interplanetárias. Tours complexos como os projetados para a missão Europa Clipper no sistema joviano (CAMPAGNOLA et al., 2019) são cada vez mais comuns, seguindo o avanço, principalmente, nas tecnologias de navegação que permitem uma determinação orbital cada vez mais precisa. Nesta seção, serão descritos os modelos para se obter uma trajetória ótima, usando múltiplas assistências, para que uma espaçonave de reconhecimento ou defletora possa chegar ao asteroide com gasto mínimo de combustível.

4.4.1 Cônicas conjugadas de zero-SOI

O modelo de Cônicas Conjugadas apresentado aqui é o mais simples, as Cônicas Conjugadas de Zero-SOI. Nesta abordagem, assume-se que o ponto onde a espaçonave encontra o corpo em que se executa a manobra de assistência gravitacional, na sua trajetória em torno do corpo principal (no caso, o Sol), é *exatamente* a posição do corpo onde a manobra será executada. Essa é a razão da nomenclatura “Zero-SOI”, já que a magnitude da Esfera de Influência (SOI) do corpo onde a assistência é executada é considerada pequena o suficiente para manter a aproximação. A aproximação de Zero-SOI permite restringir grande parte das variáveis do problema, sendo especialmente útil para rotinas de otimização.

Define-se o tempo t_j para cada j -ésima assistência gravitacional como a época em que é realizada a manobra. A posição e a velocidade do corpo onde se executa a manobra é, respectivamente, $\vec{R}_{pj}(t_j)$ e $\vec{V}_{pj}(t_j)$, que podem ser considerados como conhecidos no tempo t_j utilizando as aproximações da Equação 4.2. Agora, é possível solucionar o problema de Lambert, permitindo a transferência de $\vec{R}_{pj-1}(t_{j-1})$ para $\vec{R}_{pj}(t_j)$, e encontrar a velocidade da espaçonave \vec{V}_{j-1}^+ , quando deixa a $(j-1)$ -ésima assistência, e a velocidade de entrada \vec{V}_j^- no j -ésimo encontro. Com todos os \vec{V}_j^+ e \vec{V}_j^- encontrados, as velocidades de excesso na entrada e saída da manobra, em relação ao corpo onde a manobra é executada, \vec{v}_∞^- e \vec{v}_∞^+ , respectivamente, podem ser

calculadas:

$$\vec{v}_\infty^+ = \vec{V}_j^+ - \vec{V}_{pj}, \quad (4.9a)$$

$$\vec{v}_\infty^- = \vec{V}_j^- - \vec{V}_{pj}. \quad (4.9b)$$

Para que a assistência gravicional produza o resultado desejado, na forma das velocidades de excesso já calculadas, é necessário conectar as duas pernas de hipérbole (entrada e saída), já que não necessariamente o módulo de \vec{v}_∞^- e \vec{v}_∞^+ são iguais. Para tanto, calcula-se o ângulo de giro α , sendo simplesmente o ângulo entre a velocidade de excesso de chegada e de saída:

$$\cos \alpha = \frac{\vec{v}_\infty^- \cdot \vec{v}_\infty^+}{\|\vec{v}_\infty^-\| \|\vec{v}_\infty^+\|}. \quad (4.10)$$

Pode-se assumir que as pernas de entrada e saída compartilham o mesmo periastro, o que é possível aplicando um impulso paralelo à velocidade bem na passagem da espaçonave pelo periastro da hipérbole. Logo, utilizando relações matemáticas de dois-corpos, chega-se a expressão (IZZO, 2010):

$$\alpha = \arcsin \left(\frac{\mu}{\mu + r_p \|\vec{v}_\infty^+\|^2} \right) + \arcsin \left(\frac{\mu}{\mu + r_p \|\vec{v}_\infty^-\|^2} \right), \quad (4.11)$$

que pode ser solucionada utilizando um método de Newton-Raphson para se obter o periastro, representado por r_p . A variável μ é o parâmetro gravitacional do corpo onde a manobra é realizada.

Então, o impulso Δv_j que deve ser adicionado na j -ésima assistência gravitacional para conectar as duas pernas de hipérbole é:

$$\Delta v_j = \sqrt{\|\vec{v}_\infty^+\|^2 + \frac{2\mu}{r_p}} - \sqrt{\|\vec{v}_\infty^-\|^2 + \frac{2\mu}{r_p}}. \quad (4.12)$$

Logo, o gasto total de combustível pode ser estimado pelo ΔV total:

$$\Delta V = \sqrt{C_3} + \sum_j |\Delta v_j| + \Delta V_a, \quad (4.13)$$

em que C_3 é a energia característica de lançamento, ΔV_a é o gasto previsto na chegada ao corpo alvo que, dependendo do objetivo da missão, pode ser uma inserção orbital ou rendezvous.

Convém alertar que a suposição de Zero-SOI funciona bem para trajetórias interplanetárias, mas para sistemas planetários ela apresenta algumas limitações (RUSSELL, 2012). Neste caso, não apenas um grande parâmetro de massa, como no caso de Terra-Lua (NEGRI et al., 2017; NEGRI et al., 2019), afeta a precisão da aproximação de Zero-SOI, mas também a suposição de uma manobra instantânea não é razoável (NEGRI; PRADO, 2017; NEGRI, 2018). Por exemplo, considere uma órbita circular para Io, a pequena lua vulcânica se move em sua órbita a uma taxa angular de $\sim 8.48^\circ/\text{h}$ em torno de Júpiter. Portanto, nas dezenas de minutos dentro da SOI de Io, a lua se move uma quantidade considerável, afetando diretamente a assistência calculada por Zero-SOI (NEGRI; PRADO, 2017; NEGRI, 2018). Felizmente, este não é o caso para a aplicação que será feita neste trabalho. Caso contrário, seria aconselhável derrubar a suposição de Zero-SOI e manobra instantânea, como feito por Negri e Prado (2021), o que infelizmente implica em mais variáveis de decisão, afetando negativamente algoritmos de otimização.

4.4.2 Gráfico de Tisserand

O gráfico de Tisserand é uma ferramenta visual desenvolvida por Strange e Longuski (2002) com o intuito de apoio na identificação de tours promissores para o problema de múltiplas assistências. Ele permite uma análise energética relacionando as hipérbolos de passagem pelos corpos com a órbita em torno do corpo principal.

Seu cálculo é bastante simples. Primeiro, assuma órbitas coplanares e um ângulo Ψ entre as velocidades heliocêntricas do planeta e da espaçonave. Dessa forma, é possível calcular a velocidade heliocêntrica da espaçonave, para diferentes hipérbolos de passagem, em função de Ψ e v_∞ , conforme:

$$\vec{V}^+ = \vec{V}_p + v_\infty (\cos \Psi \hat{t} + \sin \Psi \hat{n}), \quad (4.14)$$

em que \hat{t} e \hat{n} são, respectivamente, as coordenadas tangencial e binormal obtidas do corpo onde a manobra é executada (ou seja, são utilizados \vec{R}_p e \vec{V}_p nas Equações A.1). O caso mais comum é também aproximar a órbita de cada corpo como perfeitamente circular, o que é válido para a maioria esmagadora das aplicações. Como o gráfico de Tisserand mostra a energia, existe uma simetria para órbitas circulares, permitindo que se varie o ângulo Ψ até 180° apenas.

A Figura 4.3 apresenta um gráfico de Tisserand considerando todos os corpos do Sistema Solar Interno mais Júpiter. Na abscissa é representado o periélio da órbita resultante após a assistência gravitacional, enquanto a ordenada indica o período

desta órbita. Essas são as escolhas mais comuns para os eixos, pois o período, em especial, fornece uma boa estimativa do espaço de projeto em que se deve procurar o tempo de transferência entre dois corpos. No entanto, há outras alternativas, como o uso da energia específica para as ordenadas, permitindo também uma fácil visualização de órbitas abertas.

Cada uma das curvas representa um valor constante de energia (em relação ao corpo onde a manobra é executada) que, no caso apresentado, vai do correspondente a uma velocidade de excesso de 1 km/s até 15 km/s, com um espaçamento de 2 km/s. As curvas de 1 km/s para cada corpo são as mais curtas à direita no gráfico, enquanto as de 15 km/s são mais longas e à esquerda. Como é de se esperar, o ponto mais alto em T de cada curva constante de velocidade de excesso corresponde ao caso em que $\Psi = 0^\circ$, já que a magnitude de \vec{V}^+ é maior, e os pontos mais baixos são para $\Psi = 180^\circ$.

As marcações em asterisco em cada uma das curvas são indicações para se prever as quantidades de passagens necessárias, no mesmo planeta e para um mesmo nível energético, para se mover na curva e chegar a valores mais próximos de $\Psi = 0^\circ$. Nesse sentido, cada asterisco representa também uma órbita heliocêntrica, porém antes da passagem pelo corpo. Para calcular essas trajetórias basta obter o máximo ângulo de giro possível com a assistência, bastando utilizar a equação:

$$\sin \varphi = \frac{\mu}{\mu + r_p v_\infty^2}, \quad (4.15)$$

onde se considera o r_p mínimo permitido na passagem, que neste trabalho será sempre considerado como o correspondente a uma altitude de 3% do raio do corpo onde é executada a manobra.

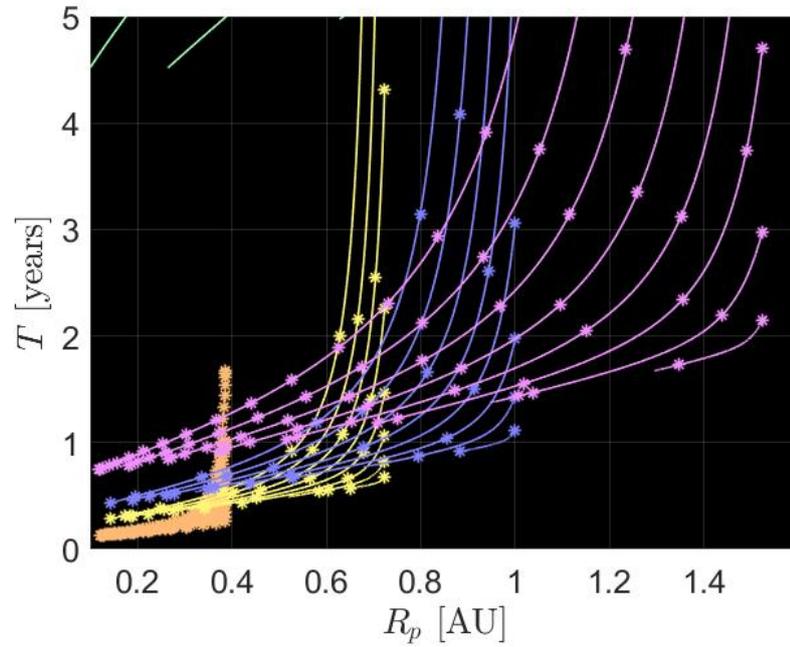
Com o ângulo de giro obtido, $\alpha = 2\varphi$, calcula-se a velocidade heliocêntrica antes da passagem:

$$\vec{V}^- = \vec{V}_p + v_\infty \left(\cos(\Psi + \alpha)\hat{t} + \sin(\Psi + \alpha)\hat{n} \right). \quad (4.16)$$

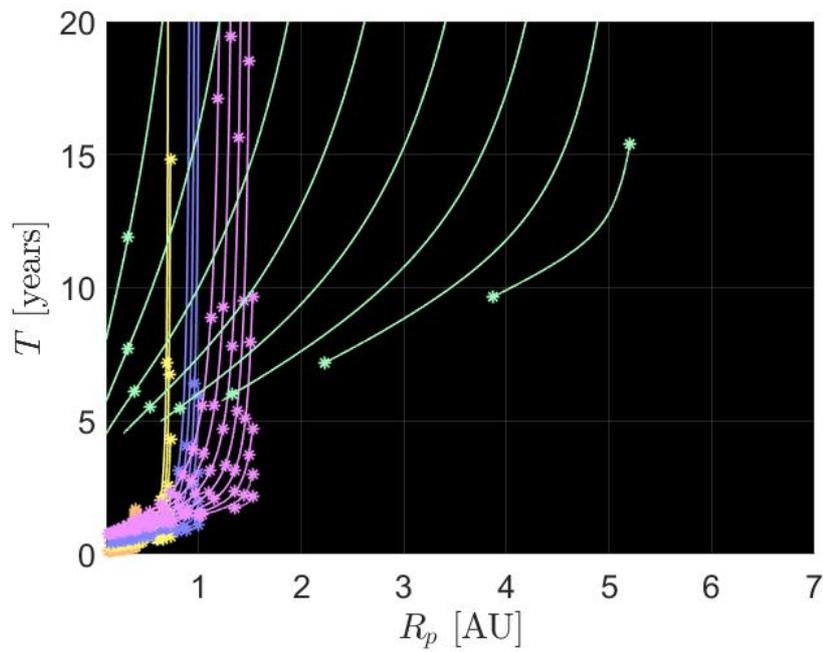
Assim, a primeira marcação é feita para $\Psi = 0^\circ$. Desta condição (ou seja, $\Psi = 0^\circ$) obtém-se o primeiro \vec{V}^- , que permite a definição de uma órbita, onde se faz a segunda marcação. Da condição da segunda marcação (seu Ψ correspondente), é obtido o segundo \vec{V}^- e, conseqüente, faz-se a terceira marcação. Isso se dá sucessivamente até que $\Psi = 180^\circ$ (no caso de órbitas circulares) seja excedido.

A esta altura, pode ainda estar nebuloso o gráfico de Tisserand, e isso é de se esperar

Figura 4.3 - Gráfico de Tisserand considerando os cinco planetas mais próximos do Sol. Linhas laranja, amarela, azul, rosa e verde representam, respectivamente, Mercúrio, Vênus, Terra, Marte e Júpiter.



(a)



(b)

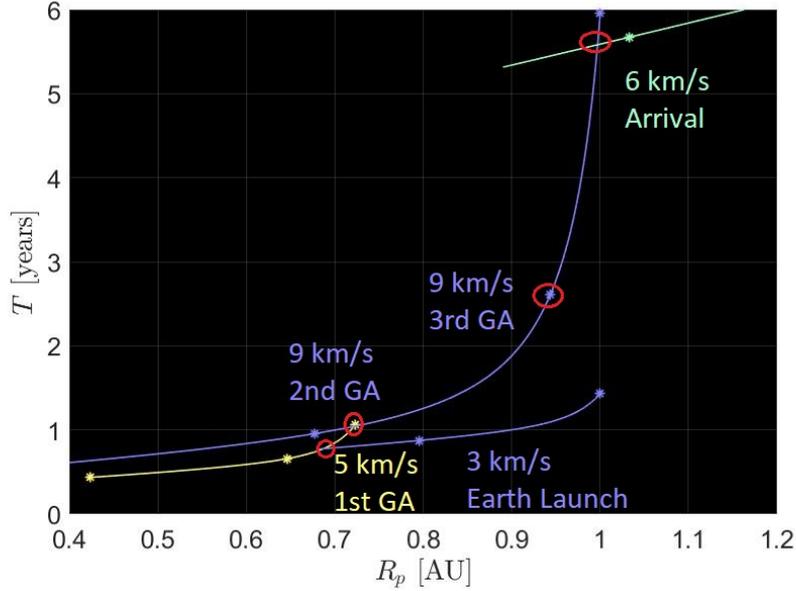
Fonte: Produção do autor.

visto o número de informações condensadas em uma única figura. Se pede ao leitor um pouco de reflexão até se habituar às representações feitas na figura e alerta-se que dificilmente encontrará uma descrição mais detalhada da ferramenta que aqui.

Para clarificar o gráfico de Tisserand, e demonstrar sua aplicação, a Figura 4.4 mostra um tour VEE, ou VEEGA (*Venus-Earth-Earth gravity-assist*, assistência gravitacional Vênus-Terra-Terra), a mesma sequência utilizada na trajetória da espaçonave Galileo para atingir Júpiter (BEYER et al., 1992; D'AMARIO et al., 1992). Se uma espaçonave é lançada da Terra com velocidade de excesso de 3 km/s ($C_3 = 9 \text{ km}^2/\text{s}^2$), é possível uma passagem por Vênus a 5 km/s, que pode ser identificada por um gráfico de Tisserand pela interceptação de ambas as curvas, como mostra a Figura 4.4 pelo círculo vermelho indicando a interceptação da curva amarela (Vênus) e azul (Terra). Deste ponto na curva de Vênus, percebe-se que é possível se mover até uma curva terrestre mais energética, sem qualquer necessidade de uma passagem adicional em Vênus devido à inexistência de asteriscos de um ponto ao outro. Assim, é identificada a oportunidade de uma assistência na Terra com uma velocidade de excesso de 9 km/s, sendo a segunda assistência para possivelmente se chegar a Júpiter. Nesta mesma curva de energia constante correspondente a 9 km/s, nota-se sua interceptação com a curva de Júpiter (verde) de 6 km/s. Portanto, essa curva terrestre de 9 km/s permite uma ida direta para Júpiter. No entanto, entre os pontos de interceptação Vênus-Terra e Terra-Júpiter nesta mesma curva, há a marcação de asterisco, que indica a necessidade de uma segunda assistência na Terra, já que uma única manobra não conseguiria fornecer todo o ângulo de giro necessário de um ponto ao outro. Dessa forma, é identificado um tour VEEGA que leva possivelmente a Júpiter, e os valores de T de cada assistência identificada, círculos vermelhos, servem como uma estimativa do tempo de voo necessário na busca dos t_j s da Seção 4.4.1.

É necessário alertar para o fato que o gráfico de Tisserand fornece uma estimativa apenas do ponto de vista energético, tendendo a ser menos útil se a inclinação dos corpos envolvidos forem bastante discrepantes. Além disso, frisa-se a aproximação de órbitas circulares e a possibilidade de que alguns tours em pontos mais marginais das curvas deixem ou passem a existir quando consideradas as efemérides. Também, o gráfico de Tisserand não considera a fase entre os corpos, o que pode ocasionar em que tours aparentemente viáveis não sejam possíveis em determinado período de análise, dado que os corpos não se encontram em uma configuração adequada para o trânsito. Como é intrínseco de todo projeto, sua aplicação requer parcimônia e um profundo conhecimento teórico e prático do engenheiro responsável.

Figura 4.4 - Exemplo de trajetória VEEGA utilizando o gráfico de Tisserand.



Fonte: Produção do autor.

4.4.3 Otimização

Um algoritmo de otimização para encontrar trajetórias ótimas em um problema de múltiplas assistências gravitacionais pode ser formulado tomando os t_j da Seção 4.4.1 como variáveis de decisão. Para evitar a imposição da restrição de que cada t_j deve ser maior que t_{j-1} , a variável de decisão pode ser definida tendo a época de lançamento t_0 e os tempos de voo de cada transferência $TOF_j = t_j - t_{j-1}$ como suas componentes. Dessa forma, tem-se a variável de decisão:

$$\vec{x} = [t_0 \quad TOF_1 \quad TOF_2 \quad \dots \quad TOF_{N+1}]^T \quad (4.17)$$

em que N indica o número de assistências gravitacionais entre os corpos de lançamento e alvo.

Dessa forma, é possível formular o problema de otimização tal que a função custo seja:

$$\mathcal{J}(\vec{x}) = \Delta V + \sum_j p_j, \quad (4.18)$$

com ΔV dado pela Equação 4.13 e p_j sendo uma penalidade adicionada sempre que a espaçonave tenha um periastro, relativo ao corpo onde uma das manobras é executada, que viole certo limite superior ou inferior. Matematicamente, a penalidade

se traduz neste trabalho como:

$$p_j = -2 \times 10^4 K_{col} \log \left(\frac{r_p}{1.03r_j} \right) - 2 \times 10^4 K_{far} \log \left(\frac{r_p}{0.995r_{SOIj}} \right), \quad (4.19)$$

onde r_j é o raio do planeta e r_{SOIj} o raio de sua SOI. As constantes K_{col} e K_{far} são:

$$K_{col} = \begin{cases} 1, & \text{se } r_p \leq 1.03r_j \\ 0, & \text{se } r_p > 1.03r_j \end{cases} \quad (4.20a)$$

$$K_{far} = \begin{cases} 1, & \text{se } r_p \geq 0.995r_{SOIj} \\ 0, & \text{se } r_p < 0.995r_{SOIj} \end{cases}. \quad (4.20b)$$

Neste trabalho, será considerado para ΔV_a , Equação 4.13, um caso de rendezvous para a missão que almeja o reconhecimento do ambiente do asteroide. Neste caso, basta considerar que:

$$\Delta V_a = \|\vec{V} - \vec{V}_a\|, \quad (4.21)$$

em que \vec{V}_a é a velocidade do asteroide no momento da chegada da espaçonave.

No caso em que o objetivo é a deflexão impulsiva, a Equação 1.2 é aplicada em conjunto com o modelo analítico de Vasile e Colombo (2008), Seção 3.1.4, para se obter:

$$\Delta V_a = K_\delta \frac{2 \times 10^4}{\delta}, \quad (4.22)$$

em que δ é a deflexão obtida e:

$$K_\delta = \begin{cases} 1, & \text{se } \delta \leq 1 \text{ raio terrestre} \\ 0, & \text{se } \delta > 1 \text{ raio terrestre} \end{cases} \quad (4.23)$$

Ainda, será feita uma pequena consideração quanto a uma missão real, aplicar um impulso de lançamento em torno da máxima capacidade do estágio superior do lançador utilizado. A razão é que, na prática, mesmo que implique em um gasto pouco maior de ΔV , é menos complexo aplicar a maior parte da energia dos propulsores próximo da Terra, visto que a espaçonave contará com a alta carga energética do estágio superior para a empreitada. Além disso, existem imperfeições quando se executa uma manobra, tanto maiores quanto é o impulso aplicado. Logo, é mais proveitoso executar boa parte da queima em proximidade da Terra, já que contará

com dados de navegação mais precisos para as manobras de limpeza (*cleanup maneuvers*) de lançamento que são usualmente agendadas para mais de 20 dias após o lançamento, na forma de manobras de correção de trajetória (*trajectory correction maneuver*, TCM).

Essa limitação prática se traduzirá na função custo ao multiplicar o termo $\sqrt{C_3}$ por 0.001 quando $C_3 < 25 \text{ km}^2/\text{s}^2$. Este valor limite de C_3 é arbitrariamente selecionado com parcimônia, próximo ao C_3 de lançamento da sonda NEAR-Shoemaker ($25.8 \text{ km}^2/\text{s}^2$) (CHENG et al., 1997), já que em um caso real dependerá muito do veículo lançador selecionado. Por exemplo, o estágio superior do lançador Atlas V enviou a sonda OSIRIS-REx com um $C_3 = 29.3 \text{ km}^2/\text{s}^2$ (LAURETTA et al., 2017) e a Juno com $C_3 = 31.1 \text{ km}^2/\text{s}^2$ (PAVLAK et al., 2014). Outras considerações, não feitas aqui, podem incluir limitações na ascensão reta ou declinação do vetor velocidade de excesso de lançamento, levando em conta o local de lançamento da Terra e a órbita de estacionamento (*parking orbit*), ou a aplicação da Equação de Tsiolkovski com restrições de massa molhada para determinados períodos.

Uma última alteração feita na função custo é descartar qualquer trajetória que apresente um C_3 inferior a $1.5 \text{ km}^2/\text{s}^2$. Isso se dá para evitar trajetórias que se mantêm muito próximas da Terra por um longo período. Nesses casos, a perturbação de terceiro corpo da Terra passa a ser importantíssima durante boa parte da trajetória heliocêntrica da espaçonave, de forma que não se faz sentido algum uma análise por cônicas conjugadas.

O algoritmo de otimização escolhido é um algoritmo genético, em que novamente se utilizará a função $ga()$ do MATLAB. No entanto, devido à sensibilidade do problema de múltiplas assistências, faz-se a recomendação de alterar um dos parâmetros padrões do algoritmo do MATLAB. É possível dizer, de forma bastante simplificada, que um mecanismo evolutivo depende do seguinte tripé: hereditariedade, variabilidade e pressão seletiva. Em um algoritmo genético, a variabilidade é garantida replicando dois mecanismos da Teoria Sintética da Evolução, o *crossover* e mutação gênicos. A função $ga()$ é definida de forma que a chance de mutação é diminuída a cada nova geração, favorecendo uma convergência mais rápida a uma solução. No entanto, em problemas bastante sensíveis e não-suaves, como é o caso do cálculo de um tour, essa escolha acaba prejudicando um dos tripés do mecanismo evolutivo, a variabilidade, a ponto de ter dificuldade em encontrar uma melhor solução. Portanto, recomenda-se a eliminação da chance de mutação tendendo a quase zero, que está definida no algoritmo do MATLAB.

4.5 Viagem ótima para reconhecimento

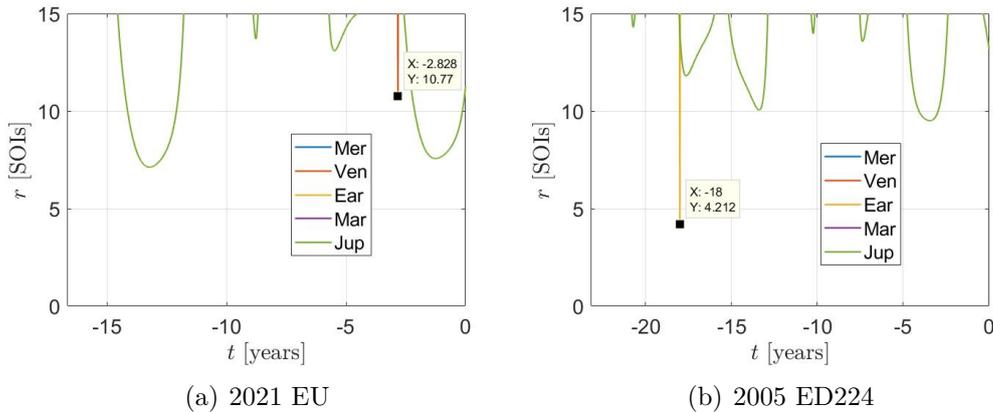
Como já discutido no Capítulo 3, a deflexão de um asteroide, principalmente ao se utilizar técnicas impulsivas, é altamente dependente de suas propriedades. No entanto, as propriedades e ambiente de um asteroide são por pouquíssimas vezes satisfatoriamente conhecidos antes da visita de uma espaçonave. Isso implica na necessidade de uma missão de reconhecimento pré-deflexão, caso haja tempo hábil para esta tarefa. Nesta seção, os conceitos aplicados a viagens interplanetárias serão aqui aplicados a uma missão de reconhecimento, que tem por objetivo o rendezvous com o asteroide para sua exploração. Nessa exemplificação, são selecionados os asteroides 2005 ED224 e 2021 EU apresentados na Tabela 3.1. Diferentemente do que foi feito no Capítulo 3, aqui será considerada a efemérides reais de ambos os corpos, sem qualquer alteração de sua trajetória para garantir um impacto. No entanto, mesmo que o impacto não seja garantido, toma-se a liberdade de referir ao impacto virtual apresentado na Tabela 3.1 apenas como “impacto”.

Antes de tudo, à luz da Regra Prática 3.5.1, é necessário checar a existência de aproximações com os planetas do Sistema Solar para checar a validade da utilização de um modelo simplificado de deflexão no projeto preliminar de trajetória. Então, utilizando uma expansão em série de Taylor, Equação 4.3, com aproximação de elementos finitos até a oitava ordem, Equação 4.4, e tabelas de efemérides com um espaçamento temporal para o estado de cada corpo de 12 horas, a Figura 4.5 é obtida para mostrar as aproximações de cada asteroide com cada planeta do Sistema Solar. Como se nota nas figuras, o asteroide 2021 EU faz uma aproximação com Vênus cerca de 2.8 anos antes do impacto virtual, enquanto o asteroide 2005 ED224 tem uma aproximação com a Terra 18 anos antes do impacto. As épocas referentes a essas aproximações com ambos os corpos serão tomadas como limitante superior da época de lançamento da missão de reconhecimento.

Primeiramente, é considerada uma transferência direta para ambos os asteroides. Para tanto, os gráficos de janelas para os períodos considerados são obtidos e apresentados na Figura 4.6 na forma da magnitude total de ΔV . Como é o caso de missões a asteroides, considera-se que na chegada ao asteroide a espaçonave deve fazer um rendezvous; ou seja, ter uma velocidade relativa igual a zero. Nos gráficos de janela apresentados doravante, um ponto verde indicará a condição para um gasto mínimo de combustível.

Para o asteroide 2021 EU é considerada uma janela de lançamento de 1 de janeiro de 2045 até 10 de novembro de 2053, quando há aproximação do asteroide com

Figura 4.5 - Aproximações de cada asteroide com os planetas do Sistema Solar.



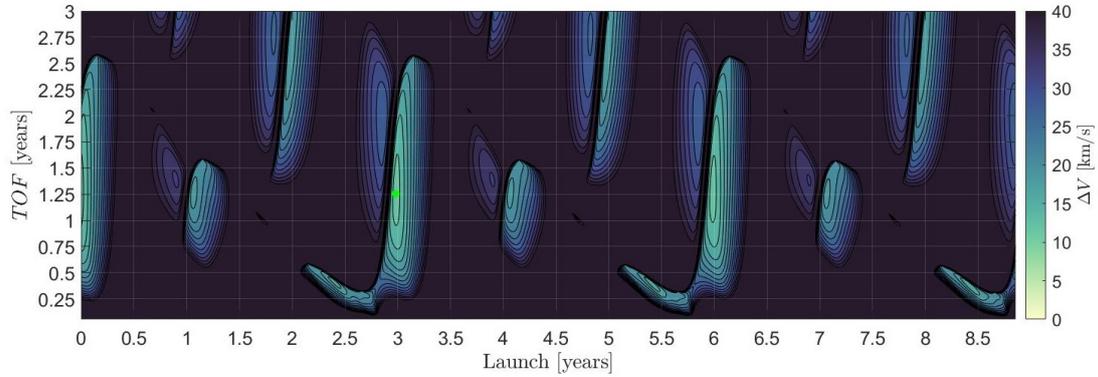
Fonte: Produção do autor.

Vênus. Como se percebe na Figura 4.6(a), as melhores oportunidades de lançamento, caracterizadas por estruturas que se estendem até um TOF de 2.5 anos, tendem a se repetir a cada três anos, um ano a mais do que seria esperado em uma transferência de Hohmann. Para a janela analisada, a trajetória ótima é encontrada em uma lançamento de 27 de dezembro de 2047 com um tempo de voo de 1.258 anos. O valor estimado no gasto de combustível é de 13.25 km/s. Como se percebe na Figura 4.7, que representa os valores de C_3 e ΔV_a separados, o parâmetro com maior impacto no ótimo é a condição de rendezvous, visto que o C_3 correspondente ao ótimo é uma ilha de magnitude intermediária, porém com $4 \leq \Delta V \leq 6$ km/s.

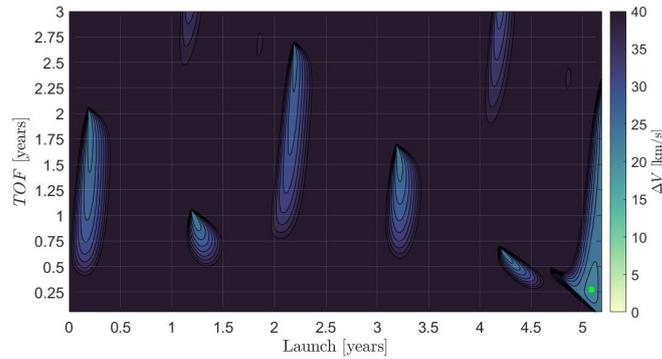
A Figura 4.8 mostra a trajetória da espaçonave, em azul, para a transferência ótima encontrada no gráfico de janelas. Um asterisco verde indica o lançamento, enquanto o vermelho a chegada ao asteroide. A trajetória dos planetas do Sistema Solar Interno são representadas em preto, do momento do lançamento até a chegada ao asteroide. O mesmo é feito para o asteroide 2021 EU, porém representado em laranja.

O caso do asteroide 2005 ED224 é ainda mais drástico, como se nota no gráfico de janelas da Figura 4.6(b), caracterizado por curvas mais escuras, indicando o maior dispêndio de combustível em uma transferência para esse corpo. Isso se dá pela alta inclinação desse asteroide, cerca de 32° , como se constata na Tabela 3.2. O lançamento para transferência ótima ocorre pouco mais de dois meses antes da aproximação do asteroide com a Terra, em 3 de fevereiro de 2005, com um tempo de voo de 101 dias, chegando em 15 de maio de 2005. O ΔV estimado é de exorbitantes 23.2 km/s, o que era esperado devido à alta inclinação e a necessidade de rendezvous. A Figura 4.9 mostra a trajetória dessa transferência.

Figura 4.6 - Gráfico de janelas representando o gasto total de ΔV para uma transferência e rendezvous com os asteroides. As épocas zeros são 1 de janeiro de 2045 e 1 de janeiro de 2000 para, respectivamente, os asteroides 2021 EU e 2005 ED224.



(a) 2021 EU



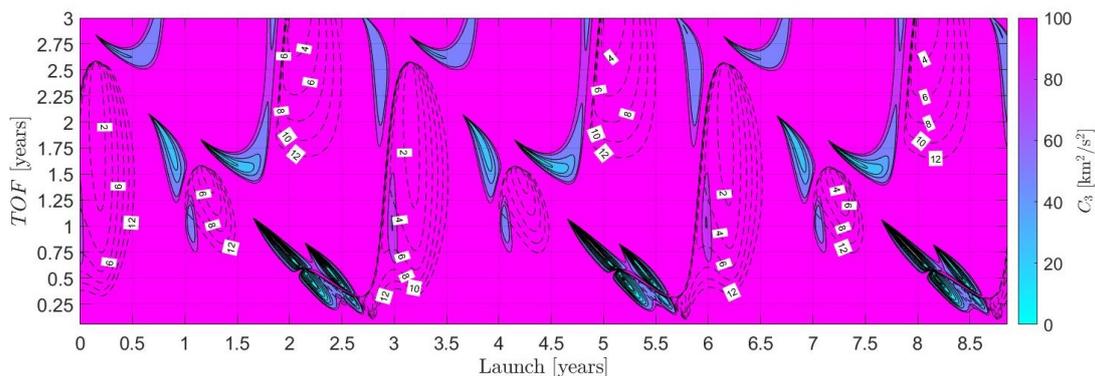
(b) 2005 ED224

Fonte: Produção do autor.

Nota-se, para ambos asteroides, que uma transferência direta da Terra implica em um consumo considerável de combustível, da mesma ordem de grandeza, ou maior, que uma transferência direta para Júpiter. Portanto, assim como aplicado em outras missões a asteroides, citando a OSIRIS-REx (ANTREASIAN et al., 2016) e a NEAR-Shoemaker (CHENG et al., 1997) como exemplos, seria interessante a utilização de assistências gravitacionais.

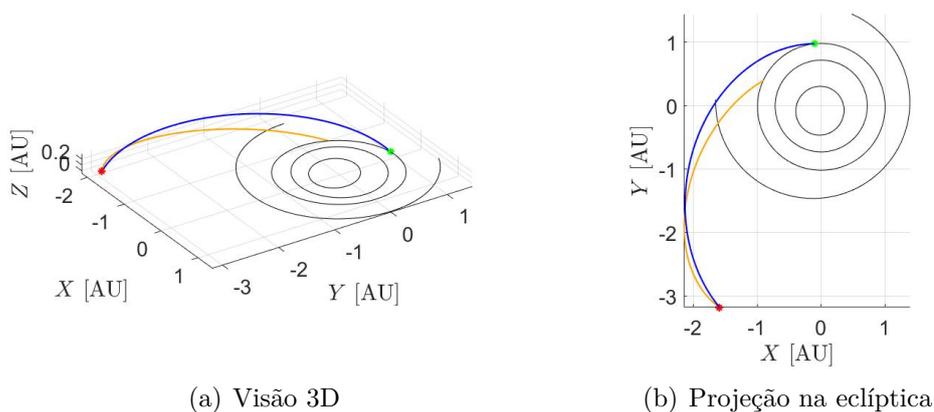
Como discutido na Seção 4.4.2, o gráfico de Tisserand é uma importante ferramenta no auxílio do projeto de um tour em múltiplos corpos. No entanto, sua aplicação a asteroides é menos decisiva, visto que grande parte dos asteroides possui uma excentricidade considerável, além de inclinações muitas vezes bastante elevadas. Ainda assim, mesmo para missões a asteroides, o gráfico de Tisserand é uma ferramenta

Figura 4.7 - Gráfico de janelas para o asteroide 2021 EU para C_3 e ΔV_a .



Fonte: Produção do autor.

Figura 4.8 - Transferência ótima da Terra para o asteroide 2021 EU.



(a) Visão 3D

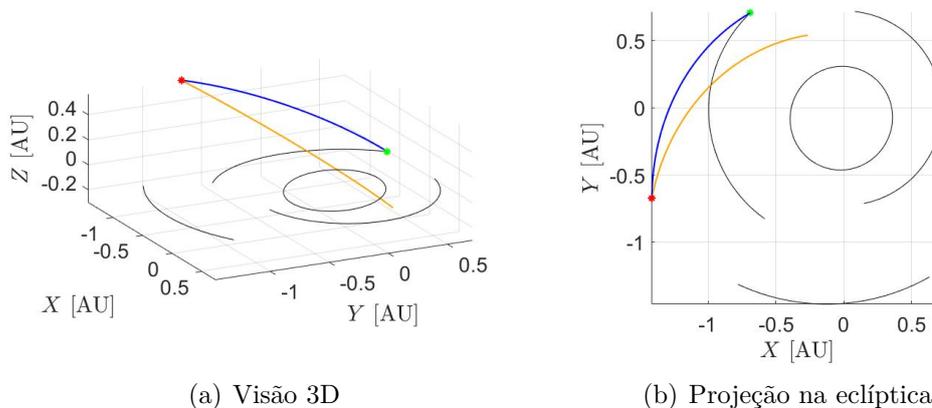
(b) Projeção na eclíptica

Fonte: Produção do autor.

que não se pode descartar, podendo oferecer informações importantes ao projetista de como tratar o projeto da trajetória.

A Figura 4.10 mostra os gráficos de Tisserand considerando apenas suas curvas de velocidade de excesso de 1 km/s, já que o objetivo da missão é um rendezvous, mas variando a anomalia verdadeira do asteroide, que apresenta curvas diferentes para o mesmo v_∞ já que sua órbita é excêntrica. Se nota que as curvas dos asteroides interceptam apenas as mais energéticas dos planetas. Além disso, essa interceptação se dá nos extremos das curvas, sendo necessária uma longa sequência de assistências para se chegar ao asteroide, ao considerar um lançamento da Terra em torno de 5 km/s (próximo ao C_3 de 25 km²/s² assumido para o lançador).

Figura 4.9 - Transferência ótima da Terra para o asteroide 2005 ED224.



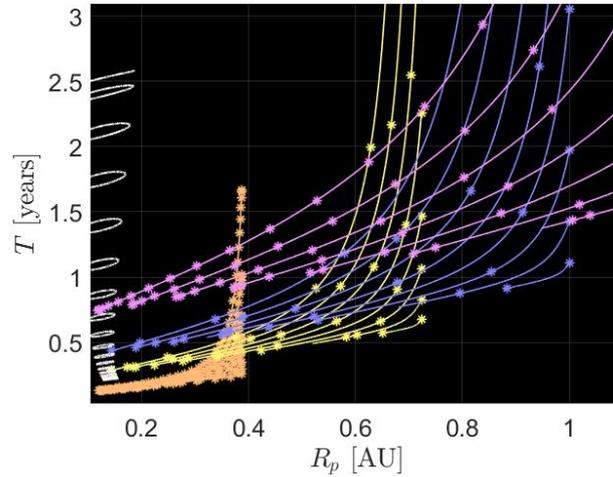
Fonte: Produção do autor.

Esse comportamento não só mostra a necessidade de uma longa sequência de assistências, mas também é um indicativo que uma missão desse tipo pode ter uma duração prolongada. Ainda, por ser uma longa sequência e o alvo em questão ser um asteroide, indica que um tour em queda livre deve ser tomado ceticamente, já que a inclinação do asteroide aliada as exigências de fase da sequência podem tornar as condições para tour extremamente raras. De fato, várias das sequências indicadas pelos gráficos de Tisserand foram minuciosamente avaliadas, no período de lançamento considerado para cada asteroide, sem que qualquer delas se mostrasse vantajosa.

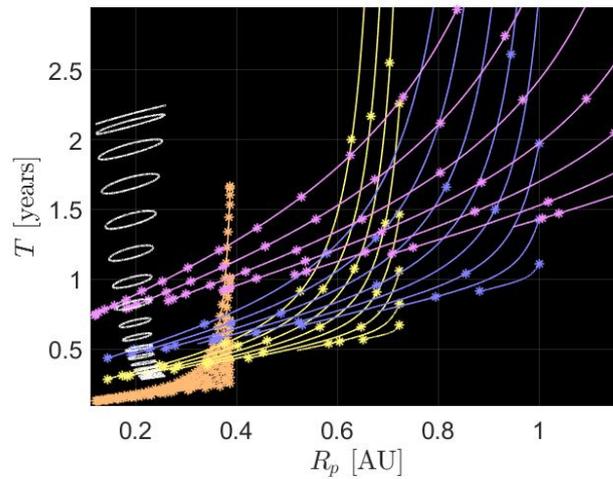
Mesmo que uma queda livre seja rara em tais condições, ainda é possível utilizar as assistências gravitacionais com o auxílio dos propulsores para se obter trajetórias interessantes. Neste estudo, isso se dará na forma de assistências propulsadas, isso implica que boa parte dos Δv_{js} , Equação 4.12, não serão zero. No entanto, alerta-se para o fato que seria bem mais vantajoso o projetista formular um problema de múltiplas assistências mais DSMs (*deep space maneuvers*, manobras em espaço profundo).

As DSMs tendem a ser tão vantajosas quanto as assistências propulsadas, visto que pequenas alterações na trajetória heliocêntrica permitem geometrias de aproximação mais interessantes para a assistência gravitacional. Além disso, são tecnicamente mais exequíveis e simples, já que raramente se contará com inconveniências de ocultações, impactando a navegação, que seria uma preocupação premente na assistência gravitacional propulsada. Ainda, as incertezas dos propulsores aliadas ao efeito Oberth podem ocasionar erros consideráveis de trajetória após a assistência

Figura 4.10 - Gráfico de Tisserand para os asteroides 2021 EU e 2005 ED224. As curvas de velocidade constante de cada asteroide são representadas em branco, com $v_\infty = 1$ km/s, para anomalias verdadeiras de 0° a 180° . Linhas laranja, amarela, azul e rosa representam, respectivamente, Mercúrio, Vênus, Terra e Marte, para v_∞ de 1 km/s a 15 km/s, espaçado por 2 km/s.



(a) 2021 EU



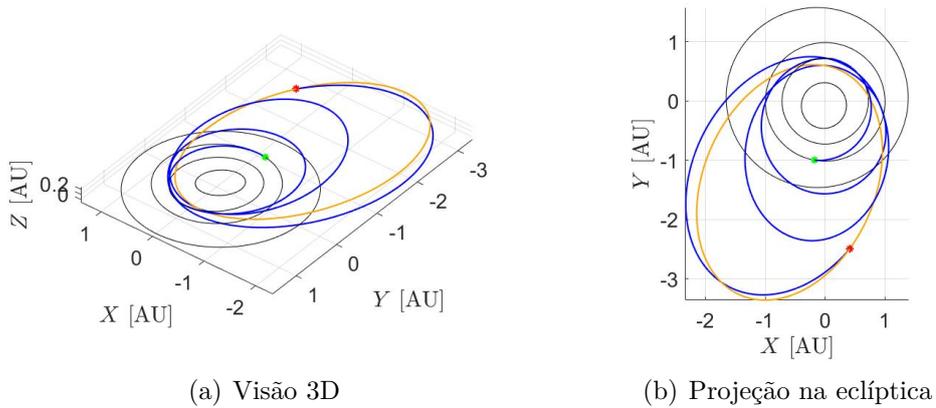
(b) 2005 ED224

Fonte: Produção do autor.

propulsada, que deverão ser corrigidos por TCMs, invalidando boa parte do ganho.

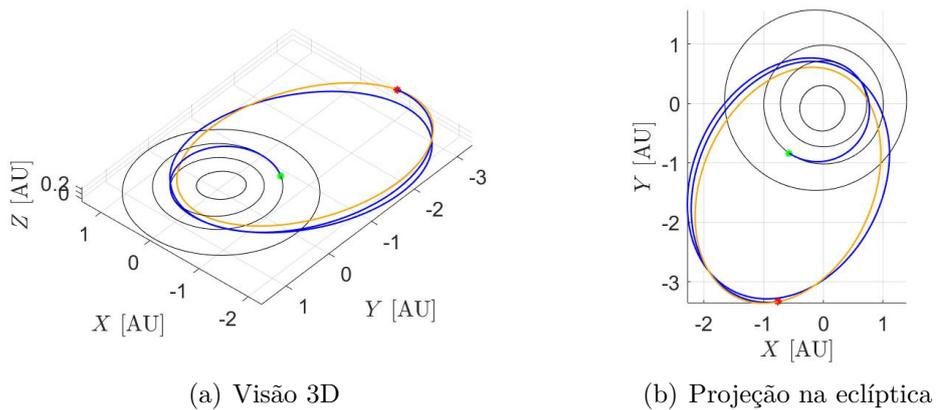
O inconveniente de considerar as DSMs é adicionar ao menos quatro variáveis de decisão para cada DSM (IZZO, 2010). Considerar a existência de apenas uma DSM entre o trânsito de um planeta ao outro implica em acrescentar $4N + 4$ variáveis de decisão, em que N é o número de assistências gravitacionais. Por conta disso, ainda

Figura 4.11 - Tour ótimo Vênus-Marte-Vênus-Terra para o asteroide 2021 EU.



Fonte: Produção do autor.

Figura 4.12 - Tour ótimo Vênus-Marte-Vênus para o asteroide 2021 EU.

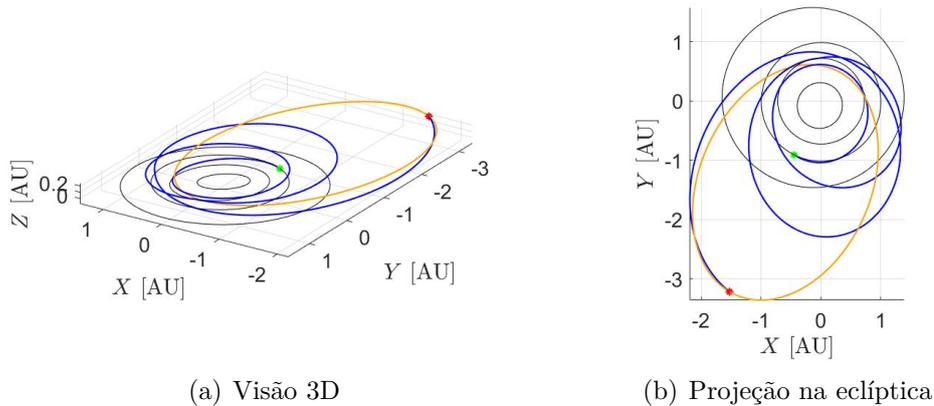


Fonte: Produção do autor.

é aconselhável, como primeira abordagem, considerar assistências propulsadas, que deverão revelar as sequências mais promissoras antes da formulação mais complexa com DSMs.

A Tabela 4.1 mostra os tours ótimos obtidos para o asteroide 2021 EU, com um limite de até cinco assistências gravitacionais. Na coluna que mostra cada tour, o planeta Vênus é representado pela letra V, já a Terra é E, Marte é M e Júpiter é J. Os tempos de encontro com cada um dos corpos é mostrado por t_i , $i = 0, 1, 2, \dots, N + 1$, em que N é o número de assistências. Logo, t_0 representa o lançamento e t_{N+1} é a chegada ao asteroide. O tempo de chegada antes do impacto previsto com a Terra é representado na coluna *ABI*, com valores negativos representando uma chegada

Figura 4.13 - Tour ótimo Vênus-Vênus-Terra-Terra para o asteroide 2021 EU.



Fonte: Produção do autor.

que seria depois do impacto (então, descartáveis).

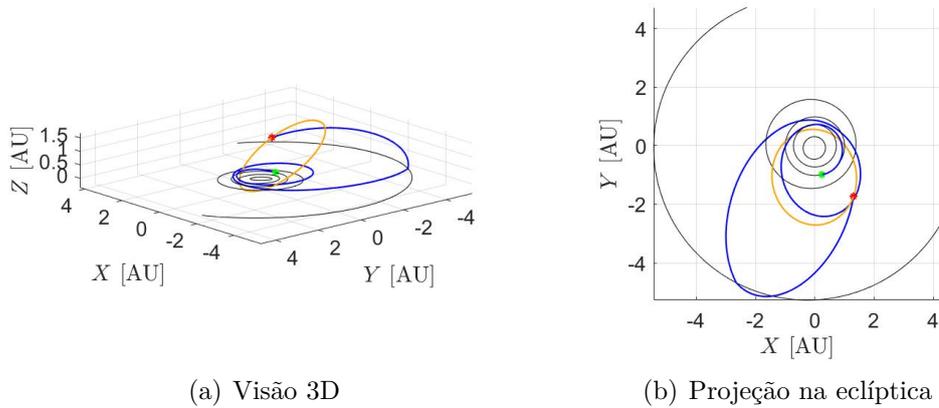
A melhor trajetória encontrada é para sequência VMVE, utilizando um ΔV de apenas metade do ótimo obtido em uma transferência direta, com um valor de 6.678 km/s. O lançamento se daria em 11 de junho de 2047 com chegada em 13 de abril de 2053, 3.38 anos antes do impacto previsto do asteroide com a Terra e um tempo de voo de 5.84 anos. A Figura 4.11 representa a trajetória interplanetária da espaçonave.

A sequência Vênus-Marte-Vênus é realmente bastante promissora para a viagem de reconhecimento até o 2021 EU, com as quatro melhores trajetórias fazendo uso dessa sequência, VMVE, VMV, VMVV e VMVEV. A segunda melhor trajetória encontrada utiliza apenas esta sequência, com um ΔV de 6.716 km/s muito próximo do tour VMVE, sendo representada na Figura 4.12. A vantagem do tour VMV sobre VMVE é um tempo de voo meio ano menor, permitindo chegar ao asteroide já em setembro de 2052. Uma possível vantagem do tour VMVE sobre VMV é o encontro com a Terra apenas poucos meses antes do rendezvous com o asteroide, o que permitiria um reajuste e recalibração dos equipamentos da espaçonave com maior facilidade.

Caso necessário, é possível investir um pouco mais de combustível para chegar ao asteroide com uma maior folga de tempo antes do impacto previsto. Por apenas 600 m/s a mais, o tour VVEE permite que se chegue ao asteroide 4.38 anos antes dele impactar a Terra. Sua trajetória é representada na Figura 4.13.

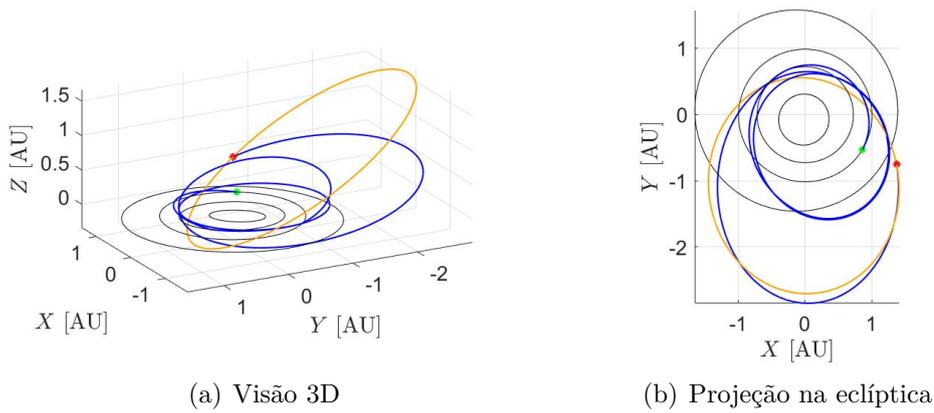
Para o caso de uma missão de reconhecimento para o asteroide 2005 ED224, o quadro

Figura 4.14 - Tour ótimo Vênus-Terra-Júpiter para o asteroide 2005 ED224.



Fonte: Produção do autor.

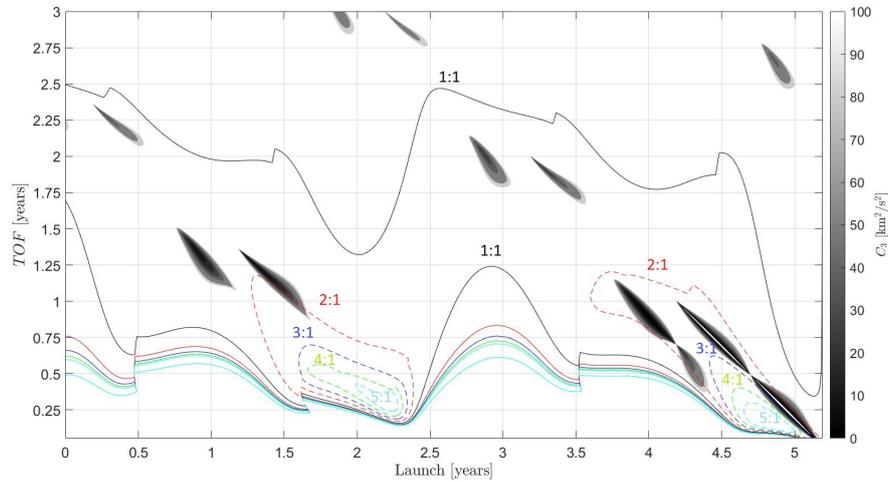
Figura 4.15 - Tour ótimo Vênus-Marte-Terra-Vênus para o asteroide 2005 ED224.



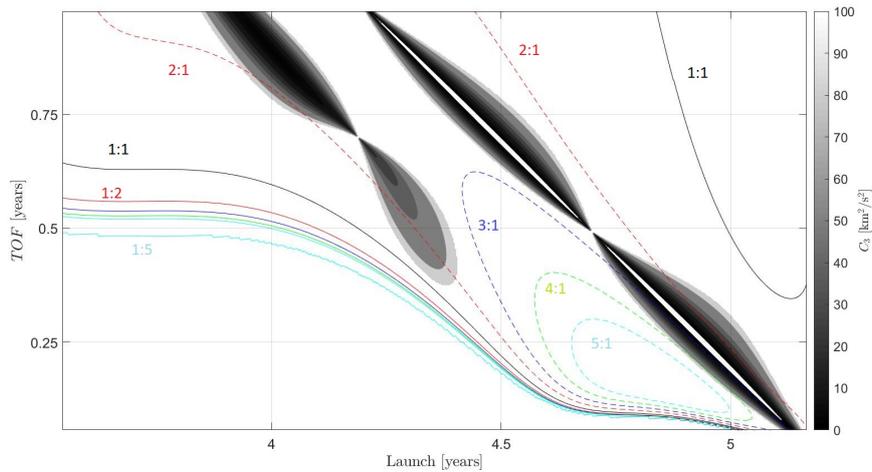
Fonte: Produção do autor.

continua sendo preocupante, em gasto de combustível, mesmo com a utilização de assistências gravitacionais. A Tabela 4.2 mostra os tours ótimos obtidos, em que o menor gasto se dá em uma sequência VEJ com $\Delta V = 14.738$ km/s. Como é de se esperar, por conta da passagem por Júpiter, o tempo de voo fica em torno de 7.38 anos, bem acima de sequências que não utilizam o gigante gasoso para uma assistência gravitacional. A assistência em Júpiter passa a ser relevante nesse caso, pois permite uma drástica mudança de inclinação, que caso contrário necessitaria de um ΔV considerável. Ainda assim, a manobra final para rendezvous, ΔV_a , é de cerca de 9 km/s, da ordem de uma transferência direta da Terra para Júpiter, o que coloca dúvidas sobre a exequibilidade dessa trajetória. A Figura 4.14, representando a trajetória da espaçonave, deixa visualmente claro os desafios de uma missão para

Figura 4.16 - Gráfico de janelas para o asteroide 2005 ED224, com data zero em 1 de janeiro de 2000. Linhas pontilhadas representam ressonâncias em que o período da espaçonave é menor que do asteroide. Linhas contínuas representam ressonâncias que o período da espaçonave é maior.



(a)



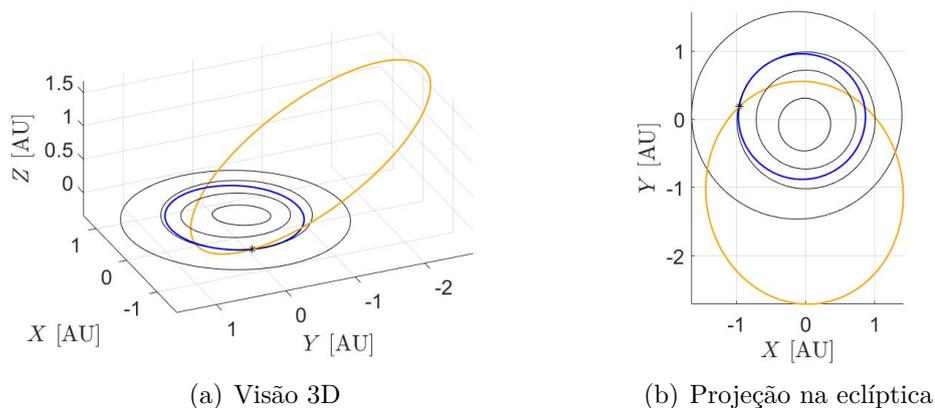
(b)

Fonte: Produção do autor.

rendezvous com o asteroide 2005 ED224.

Além disso, uma passagem por Júpiter pode impactar consideravelmente na escolha da fonte de energia da espaçonave. É possível que seja necessário a utilização de um gerador termoeletrico de radioisótopos (como a maioria das missões para os gigantes gasosos), ou de grandes painéis solares (como é o caso da sonda Juno), pelos anos de operação em órbita além-Marte. Claro, tudo dependerá do que se prevê de operação

Figura 4.17 - Ressonância 3:1 com o asteroide 2005 ED224.



Fonte: Produção do autor.

nessa parte da missão, e a hibernação da espaçonave pode atenuar a necessidade de uma fonte mais robusta de energia.

De qualquer forma, foi encontrado uma sequência de gasto semelhante de combustível, o tour VMEV, sem a utilização de assistências em Júpiter. Mais uma vantagem desse tour é seu tempo de voo 2.5 anos menor que o de VEJ. No entanto, o gasto de combustível na chegada ao asteroide, para rendezvous, ainda é próximo dos exorbitantes 9 km/s. A Figura 4.15 mostra esse tour que, assim como o VEJ, consegue uma considerável mudança de inclinação, mas também peca na capacidade de obter um rendezvous suave com o asteroide.

Uma investigação considerando DSMs ou uma enorme sequência de assistências é recomendável nesse caso. É possível que a utilização de DSMs permita uma geometria de encontro muito mais favorável para a mudança de inclinação na assistência. Uma longa sequência também pode ser uma solução, porém bem mais desafiadora, exigindo técnicas mais elaboradas de projeto, como as usadas para tours em sistemas planetários externos, exemplificada pela missão Europa Clipper (CAMPAGNOLA et al., 2019).

Outra alternativa é descartar o rendezvous com o asteroide e optar por estudá-lo fazendo algumas passagens. No caso de uma transferência direta a alternativa seria colocar a espaçonave em uma órbita ressonante com o asteroide, tendo a oportunidade de o observar por mais de uma vez. Para tanto, um gráfico de janelas é apresentado na Figura 4.16, mostrando o C_3 e diferentes ressonâncias para o lançamento da espaçonave com destino ao asteroide, com uma ressonância $n : m$, em que

n são os períodos completos da espaçonave para m períodos completos do asteroide.

Como se percebe na Figura 4.16(b), as melhores oportunidades ocorrem para as ressonâncias 2:1 e 3:1, que cruzam ilhas de baixo C_3 . O ótimo se dá em um lançamento de 17 de fevereiro de 2005, com tempo de voo de 20.98 dias, por um $C_3 = 2.77 \text{ km}^2/\text{s}^2$ (ou seja, $\Delta V = 1.665 \text{ km/s}$) na ressonância 3:1. Essa trajetória é representada na Figura 4.17, com um asterisco marcando o ponto onde a espaçonave e asteroide devem se encontrar a cada período completo do asteroide. Como se nota, é uma trajetória razoavelmente próxima da Terra, com período de cerca de 0.88 anos, necessitando de estudos adicionais para considerar a atração gravitacional da Terra com vistas a confirmar o seu caráter ótimo.

Nenhuma solução que seja melhor que a órbita ressonante 3:1 foi encontrada ao considerar assistências gravitacionais, como bem mostra a Tabela 4.3, onde a letra “a” indica uma passagem intermediária pelo asteroide. Ou seja, no caso da espaçonave de reconhecimento do asteroide 2005 ED224, parece ser mais vantajoso equipá-la com equipamentos sofisticados capazes de uma boa caracterização do asteroide a cada 2.6 anos, que é o período do asteroide.

Tabela 4.1 - Tours encontrados para o asteroide 2021 EU, com data de lançamento entre 1 de janeiro de 2045 e 10 de novembro de 2053.

Tour	ΔV [km/s]	t_0	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	TOF [anos]	ABI [anos]
V M V E	6.678	11.81-Jun-2047	23.99-Out-2047	03.33-Set-2048	11.97-Dez-2048	09.49-Set-2050	13.27-Abr-2053	-	5.84	3.38
V M V	6.716	16.90-Mai-2047	15.47-Out-2047	17.63-Ago-2050	22.81-Out-2050	19.15-Set-2052	-	-	5.34	3.94
V M V V	6.768	07.11-Mai-2047	08.86-Out-2047	25.41-Mar-2048	08.18-Fev-2049	21.38-Out-2050	17.12-Abr-2053	-	5.95	3.37
V M V E V	7.022	27.70-Jun-2047	28.13-Out-2047	01.22-Set-2048	22.93-Dez-2048	27.33-Fev-2049	26.93-Out-2050	21.85-Abr-2053	5.82	3.35
V V E E	7.298	25.13-Mai-2047	12.88-Dez-2047	24.66-Jan-2049	16.96-Mar-2049	06.10-Out-2050	13.52-Abr-2052	-	4.89	4.38
V V M E E	7.510	21.87-Abr-2047	05.74-Out-2047	08.30-Ago-2049	24.54-Jan-2050	17.75-Fev-2051	27.68-Set-2052	16.08-Mar-2056	8.90	0.45
V V E V V	7.624	05.02-Mar-2047	15.48-Out-2047	24.49-Dez-2048	14.00-Mai-2049	10.35-Out-2049	21.20-Out-2050	28.67-Jan-2053	5.90	3.58
M V V V E	7.722	10.07-Fev-2046	07.97-Jul-2046	05.69-Abr-2047	30.74-Jan-2049	18.37-Nov-2050	19.15-Set-2052	11.99-Abr-2056	10.17	0.38
M V E	7.729	02.84-Dez-2045	02.06-Jul-2046	09.02-Mar-2047	18.48-Set-2050	08.36-Jan-2052	-	-	6.10	4.64
V M V V E	7.821	09.88-Jun-2047	23.26-Out-2047	09.27-Fev-2048	04.21-Dez-2050	17.82-Abr-2053	12.28-Set-2056	06.50-Nov-2058	11.41	-2.19
M V V V V	7.846	19.50-Dez-2045	09.37-Jul-2046	11.18-Mar-2047	13.28-Jan-2049	03.73-Nov-2050	20.53-Abr-2053	18.20-Mai-2056	10.41	0.28
V V V M	8.055	13.04-Mai-2047	14.40-Out-2047	24.97-Mar-2050	21.21-Abr-2053	07.86-Ago-2053	18.58-Abr-2056	-	8.94	0.36
V V	8.094	19.36-Abr-2052	26.93-Out-2052	27.82-Nov-2053	17.16-Abr-2056	-	-	-	3.99	0.37
M V M	8.329	09.66-Fev-2046	19.34-Jul-2046	14.68-Fev-2047	13.16-Ago-2050	04.42-Fev-2052	-	-	5.98	4.57
M E E	8.340	21.38-Set-2046	15.87-Jun-2048	02.51-Dez-2048	17.17-Out-2052	10.10-Mar-2056	-	-	9.47	0.47
M V V	8.450	22.05-Out-2052	21.33-Mar-2054	15.11-Ago-2054	16.80-Mai-2056	26.97-Abr-2059	-	-	6.51	-2.66
V V E	8.530	10.28-Abr-2047	12.91-Nov-2047	02.43-Set-2049	18.37-Out-2050	24.77-Set-2052	-	-	5.46	3.93
V M E V	8.651	26.18-Jun-2047	28.12-Out-2047	11.36-Set-2048	26.13-Mar-2049	17.35-Mar-2050	30.04-Mai-2053	-	5.93	3.25
E M V E E	8.825	28.22-Out-2045	19.12-Out-2047	22.23-Jun-2048	18.64-Dez-2048	05.15-Mar-2049	12.53-Out-2050	07.84-Ago-2052	6.78	4.06
M V M E E	8.837	19.98-Nov-2045	03.75-Jul-2046	21.46-Fev-2047	06.79-Ago-2048	26.14-Dez-2048	29.23-Set-2052	08.30-Mar-2056	10.30	0.48
V E	8.857	04.82-Mai-2052	23.66-Set-2052	11.53-Set-2056	24.86-Mai-2058	-	-	-	6.05	-1.74
V M M	8.956	29.44-Mar-2047	28.40-Out-2047	07.42-Fev-2048	23.20-Ago-2050	10.41-Mai-2051	-	-	4.11	5.31
M E E E	8.958	18.37-Nov-2048	23.07-Ago-2050	10.27-Jan-2051	10.03-Jan-2054	31.15-Out-2055	16.38-Fev-2059	-	10.25	-2.47
V	8.960	24.60-Jun-2050	27.79-Out-2050	07.24-Mar-2053	-	-	-	-	2.70	3.48
M V V V	8.962	04.22-Nov-2052	19.65-Mar-2054	14.21-Ago-2054	14.81-Jan-2057	17.28-Jun-2059	14.60-Abr-2062	-	9.44	-5.62
V M E M	9.051	16.64-Mai-2047	15.17-Out-2047	29.27-Jun-2048	27.41-Jan-2049	17.01-Set-2050	24.94-Nov-2052	-	5.53	3.76
V M	9.215	09.60-Mar-2047	18.48-Out-2047	24.90-Ago-2050	15.78-Abr-2052	-	-	-	5.10	4.37
V V V E M	9.215	28.36-Fev-2052	04.62-Set-2052	22.17-Set-2055	19.67-Out-2058	24.55-Ago-2062	27.99-Jan-2063	11.11-Mai-2064	12.20	-7.70

Fonte: Produção do autor.

Tabela 4.2 - Tours encontrados para o asteroide 2005 ED224, com data de lançamento entre 1 de janeiro de 2000 e 11 de março de 2005.

Tour	ΔV [km/s]	t_0	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	TOF [anos]	ABI [anos]
V E J	14.738	06.22-Jul-2002	05.77-Dez-2002	18.61-Out-2004	03.84-Dez-2006	16.52-Out-2009	-	-	7.28	13.40
V M E V	14.811	21.16-Ago-2002	26.48-Dez-2002	07.10-Mai-2003	04.37-Mai-2004	25.67-Abr-2005	02.75-Jun-2007	-	4.78	15.77
V V J	15.050	21.46-Mar-2001	17.20-Set-2001	14.06-Out-2002	23.06-Jan-2006	13.99-Out-2009	-	-	8.57	13.41
E J	15.378	26.88-Mar-2004	10.01-Fev-2006	14.64-Jan-2010	22.27-Out-2013	-	-	-	9.57	9.38
V E	15.812	08.81-Jul-2002	05.77-Dez-2002	07.27-Out-2004	29.73-Jun-2007	-	-	-	4.97	15.70
E V E	17.819	04.22-Nov-2000	22.19-Set-2002	28.41-Nov-2002	06.68-Out-2004	28.10-Jun-2007	-	-	6.64	15.70
V V E E	17.840	10.21-Fev-2001	15.49-Jul-2001	30.77-Set-2002	09.99-Dez-2002	20.98-Out-2004	15.65-Mai-2007	-	6.26	15.82
V V E V E	18.015	23.36-Jul-2002	03.43-Jan-2003	02.75-Mar-2004	16.59-Jun-2004	23.98-Dez-2004	08.75-Out-2005	18.00-Jun-2007	4.90	15.73
V V V E	18.034	24.20-Mai-2004	16.93-Out-2004	28.96-Jul-2006	05.49-Jan-2009	22.73-Mar-2009	18.98-Fev-2010	-	5.74	13.06
J	18.610	13.35-Dez-2004	20.86-Dez-2006	20.56-Out-2009	-	-	-	-	4.85	13.39
V V	18.659	27.09-Mai-2004	20.70-Nov-2004	20.65-Dez-2005	04.91-Jul-2007	-	-	-	3.10	15.68
E E	18.721	26.40-Nov-2002	15.55-Nov-2004	04.23-Nov-2006	30.87-Dez-2009	-	-	-	7.10	13.19
E E E M	18.826	05.15-Jan-2002	01.48-Jan-2004	11.17-Dez-2005	20.32-Nov-2007	06.12-Set-2009	07.40-Mai-2010	12.32-Set-2011	9.68	11.49
E	18.829	10.76-Nov-2001	05.51-Nov-2003	12.03-Mai-2007	-	-	-	-	5.50	15.83
E E E E	18.835	30.12-Mar-2000	22.63-Mar-2002	01.16-Mar-2004	02.49-Fev-2006	29.32-Dez-2007	01.92-Nov-2009	17.61-Ago-2012	12.38	10.56
V J	18.854	16.98-Jan-2001	05.42-Ago-2001	26.65-Mai-2005	26.65-Mai-2009	-	-	-	8.36	13.79
E E M	18.927	17.69-Out-2003	06.62-Out-2005	22.43-Set-2007	07.16-Set-2009	04.98-Mai-2010	27.78-Set-2011	-	7.95	11.45
E E E	18.932	11.65-Fev-2004	07.99-Fev-2006	02.58-Fev-2008	05.66-Jan-2010	31.50-Out-2011	16.13-Abr-2015	-	11.17	7.90
E E	18.986	12.39-Fev-2002	07.81-Fev-2004	17.97-Jan-2006	03.32-Nov-2007	05.43-Jan-2010	-	-	7.90	13.18
V V E E	19.013	20.12-Abr-2004	29.29-Set-2004	22.68-Dez-2005	28.65-Abr-2006	06.99-Jan-2007	30.23-Out-2008	26.75-Ago-2012	8.35	10.54
V	19.015	09.46-Ago-2002	13.13-Nov-2002	02.45-Nov-2004	-	-	-	-	2.23	18.35
M E E	19.040	20.18-Jan-2004	28.34-Set-2005	23.43-Dez-2005	23.05-Dez-2008	22.69-Out-2010	31.08-Ago-2012	-	8.61	10.53
E E M	19.082	26.35-Nov-2004	24.21-Out-2006	06.83-Set-2009	05.87-Mai-2010	29.98-Ago-2011	-	-	6.76	11.53
M E V E	19.468	12.45-Mar-2001	10.49-Out-2001	23.15-Jun-2002	27.29-Fev-2003	17.51-Out-2003	01.50-Nov-2004	-	3.64	18.35
V V V V	19.495	16.83-Abr-2004	26.79-Set-2004	20.17-Dez-2005	12.63-Mar-2007	03.13-Jun-2008	13.41-Fev-2010	-	5.83	13.07
E M V E	19.796	23.74-Mar-2001	11.17-Mar-2003	21.24-Out-2003	25.30-Mai-2004	08.95-Nov-2004	16.37-Mai-2007	-	6.15	15.82
E M E	20.135	17.78-Fev-2002	08.65-Fev-2004	26.37-Out-2005	22.81-Mar-2006	28.31-Jun-2007	-	-	5.36	15.70
V V M E	20.338	04.31-Jun-2002	08.49-Jan-2003	12.49-Nov-2004	15.93-Mai-2005	28.37-Out-2005	14.50-Jun-2007	-	5.03	15.74

Fonte: Produção do autor.

Tabela 4.3 - Tours encontrados para passagens pelo asteroide 2005 ED224, com data de lançamento entre 1 de janeiro de 2000 e 11 de março de 2005.

Tour	ΔV [km/s]	t_0	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	TOF [anos]	ABI [anos]
V V a E	3.885	04.07-Ago-2002	07.31-Dez-2002	29.00-Fev-2004	27.62-Nov-2004	24.38-Mai-2005	02.69-Nov-2007	-	5.25	15.35
M a E	5.458	17.51-Fev-2001	01.86-Ago-2001	15.30-Jul-2002	19.47-Jan-2004	29.92-Out-2004	-	-	3.70	18.36
a E	5.471	15.73-Jun-2004	25.32-Mar-2005	07.96-Dez-2005	09.59-Jul-2007	-	-	-	3.06	15.67
E a E E	6.116	13.01-Jul-2002	06.13-Jul-2004	28.29-Mar-2005	28.00-Dez-2005	13.23-Nov-2007	04.02-Mar-2010	-	7.64	13.02
E a E E M	7.499	03.27-Jun-2002	08.44-Mai-2004	22.46-Mar-2005	26.15-Out-2005	23.42-Set-2007	16.61-Fev-2008	07.48-Mar-2010	7.76	13.01
V a M E	8.019	24.67-Fev-2004	05.35-Jul-2004	12.76-Mar-2005	18.05-Out-2005	12.29-Ago-2006	13.68-Nov-2007	-	3.72	15.32
V V V a E	8.090	29.24-Mai-2004	29.04-Out-2004	08.14-Ago-2006	31.03-Ago-2009	27.67-Out-2012	28.66-Jan-2013	06.56-Jul-2015	11.10	7.68
E M a V E	8.158	03.88-Fev-2001	24.94-Jan-2003	30.56-Nov-2003	08.38-Nov-2004	10.21-Ago-2005	18.12-Jan-2007	30.35-Jun-2007	6.40	15.70
M V E a E	8.520	09.90-Abr-2001	06.08-Ago-2001	02.59-Mai-2002	22.89-Out-2003	24.51-Out-2004	11.88-Mai-2005	16.77-Out-2007	6.52	15.40
a V	8.752	19.15-Dez-2004	28.92-Mar-2005	28.26-Dez-2005	01.08-Ago-2007	-	-	-	2.61	15.61
E a V	8.800	23.17-Dez-2002	19.44-Dez-2004	29.17-Mar-2005	28.42-Dez-2005	01.53-Ago-2007	-	-	4.61	15.61
V a E V	8.887	03.01-Abr-2004	13.57-Jul-2004	23.91-Mar-2005	23.27-Jun-2005	21.37-Dez-2005	16.90-Jul-2007	-	3.29	15.65
a M	9.360	27.44-Out-2000	05.28-Abr-2002	02.01-Out-2002	24.25-Nov-2004	-	-	-	4.08	18.29
M a E E	9.525	16.04-Jul-2003	17.34-Dez-2003	21.22-Nov-2004	13.81-Mai-2006	13.62-Mai-2010	17.57-Fev-2013	-	9.59	10.06
V a E	9.680	18.77-Ago-2002	20.17-Nov-2002	09.45-Nov-2004	05.66-Abr-2005	16.72-Out-2007	-	-	5.16	15.40
E a J	9.750	22.26-Abr-2002	21.06-Abr-2005	03.37-Nov-2007	29.26-Jun-2011	02.83-Nov-2014	-	-	12.53	8.35
V a J	9.861	02.52-Ago-2002	14.32-Nov-2002	28.44-Nov-2004	04.76-Mar-2007	26.46-Nov-2009	-	-	7.32	13.29
M a V E M	9.947	24.99-Abr-2003	19.09-Nov-2003	16.85-Nov-2004	26.31-Ago-2005	07.90-Mar-2009	22.37-Ago-2009	15.00-Jun-2010	7.14	12.74
E a E E E	10.219	09.45-Fev-2005	08.43-Jan-2007	18.07-Jul-2007	16.94-Ago-2008	12.42-Jun-2010	05.70-Jun-2014	26.49-Out-2015	10.71	7.37
E a E V	10.251	06.76-Nov-2001	22.76-Out-2003	15.58-Nov-2004	07.55-Mai-2005	08.73-Set-2006	15.73-Jul-2007	-	5.69	15.65
M V a E V	10.345	28.19-Jan-2003	08.39-Set-2003	26.80-Mar-2004	26.16-Nov-2004	03.13-Jun-2005	18.46-Dez-2005	25.15-Jul-2007	4.49	15.63
M E a E	10.464	16.92-Dez-2002	26.55-Ago-2003	10.35-Mai-2004	23.22-Fev-2005	03.26-Nov-2005	01.98-Jul-2007	-	4.54	15.69
M J a	10.590	02.74-Abr-2004	12.52-Jan-2008	13.94-Ago-2010	13.94-Ago-2014	13.94-Ago-2018	-	-	14.36	4.57
E J a	10.661	11.35-Mar-2005	03.00-Mar-2007	22.64-Ago-2010	17.13-Ago-2014	17.13-Ago-2018	-	-	13.43	4.56
J a	11.295	27.39-Ago-2000	21.92-Jun-2004	08.29-Jul-2007	13.32-Dez-2010	-	-	-	10.29	12.24
E a E E V	11.461	08.18-Nov-2001	31.72-Out-2003	22.40-Nov-2004	15.50-Jun-2005	14.55-Mar-2009	29.78-Abr-2009	14.42-Jun-2010	8.60	12.74
E a M	11.525	11.62-Dez-2003	11.12-Dez-2005	03.62-Jun-2007	08.40-Nov-2007	18.49-Jan-2010	-	-	6.11	13.14
E E a M	11.708	18.14-Fev-2002	04.04-Fev-2004	12.56-Dez-2005	04.69-Jun-2007	16.73-Nov-2007	21.34-Jan-2010	-	7.92	13.13

Fonte: Produção do autor.

4.6 Viagem ótima para deflexão

Para a deflexão, será considerado uma deflexão por impacto cinético em que a magnitude do fator β na Equação 1.2 é 1.5 e a espaçonave defletora possui uma massa de 1000 kg. Para impor um cenário mais drástico, é considerado que os diâmetros dos asteroides 2021 EU e 2005 ED224 são de 120 e 170 metros, respectivamente, considerando um volume esférico para uma densidade de um asteroide do tipo S (2710 kg/m³). Sob a luz da Regra Prática 3.5.1 e a Figura 4.5, se considerará deflexões calculadas só depois de 20 dias após as aproximações que colocam sob dúvida o modelo analítico da Seção 3.1.4. Ou seja, se considerará as deflexões que ocorrem somente após a época de 30 de novembro de 2053 e 31 de março de 2005 para, respectivamente, o 2021 EU e 2005 ED224.

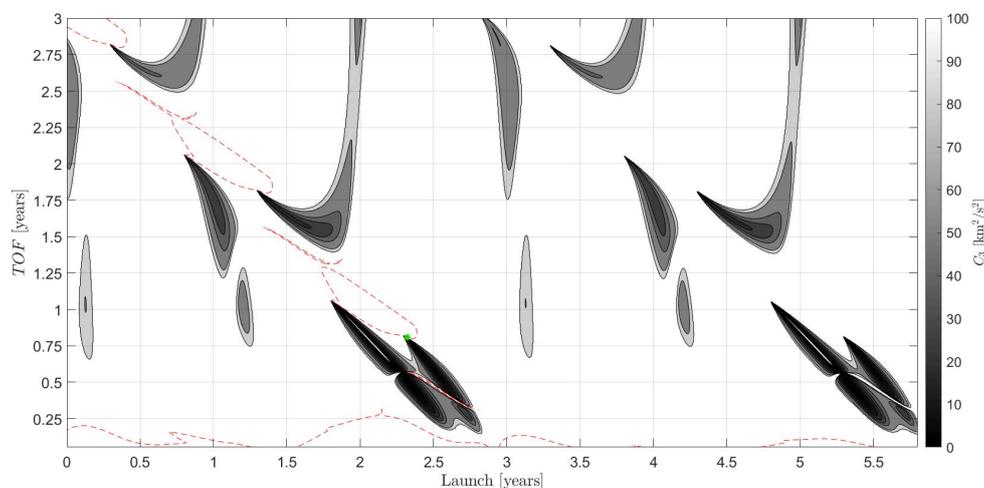
Começando pelo asteroide 2021 EU, a Figura 4.18 mostra o gráfico de janelas com os valores de C_3 e curvas de deflexão δ igual a 1 raio terrestre. É perceptível na figura que as curvas de deflexão $\delta = 1$ aparecem em tempos de voo intermediário apenas para lançamentos com alguns anos de antecedência do impacto previsto. A pequena curva de $\delta = 1$ que aparece para um pequeno TOF e próximo do impacto é um caso de órbita hiperbólica, altamente energética.

Um grande inconveniente que se nota na figura é que as curvas de $\delta = 1$ não chegam a interceptar as ilhas de baixo C_3 . De fato, o lançamento ótimo para deflexão ocorre lançando a espaçonave defletora em 6 de março de 2053 com a deflexão ocorrendo em 27 de dezembro de 2053, representado pelo ponto verde na Figura 4.18, para um $C_3 = 373.5 \text{ km}^2/\text{s}^2$, ou $\Delta V = 19.33 \text{ km/s}$. A trajetória para essa deflexão é representada na Figura 4.19.

Ainda que um C_3 da ordem de $300 \text{ km}^2/\text{s}^2$ seja potencialmente realizável para lançadores mais modernos (CREECH et al., 2020), constitui-se em grande custo e investimento. Portanto, seria ideal a possibilidade de deflexão por lançadores mais comuns, permitindo de pronto, quem sabe, lançar uma ou mais espaçonaves defletoras. Mais uma vez, as assistências gravitacionais podem auxiliar na tarefa.

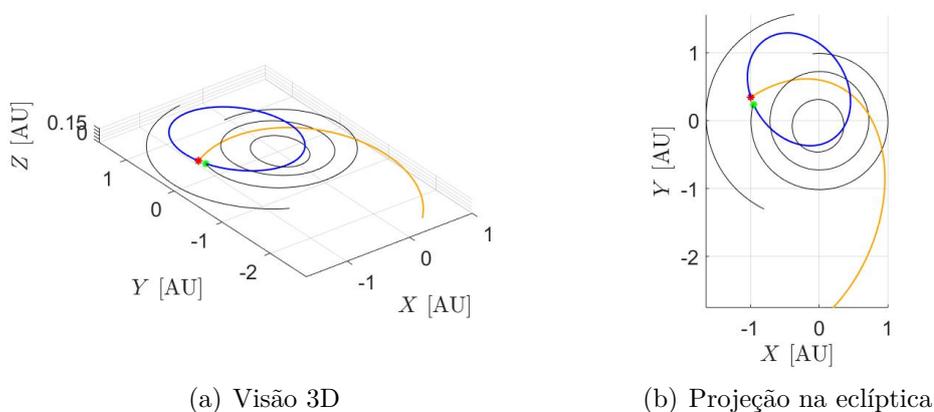
A Tabela 4.4 mostra diferentes tours ótimos obtidos para a deflexão do asteroide 2021 EU. Como se vê, boa parte deles reduz o gasto em ΔV pela metade. Um fato notável é a dominância de assistências em Júpiter para os melhores ΔV s, as quais permitem que a espaçonave defletora ganhe uma quantidade considerável de energia, chegando com uma velocidade relativa ao asteroide maior. O grande inconveniente dessas trajetórias é seu grande tempo de voo, 7 anos ou mais, e passagens perigosamente

Figura 4.18 - Gráfico de janelas para o asteroide 2021 EU para C_3 e δ . Época zero para 10 de novembro de 2050.



Fonte: Produção do autor.

Figura 4.19 - Viagem ótima para deflexão do asteroide 2021 EU.



(a) Visão 3D

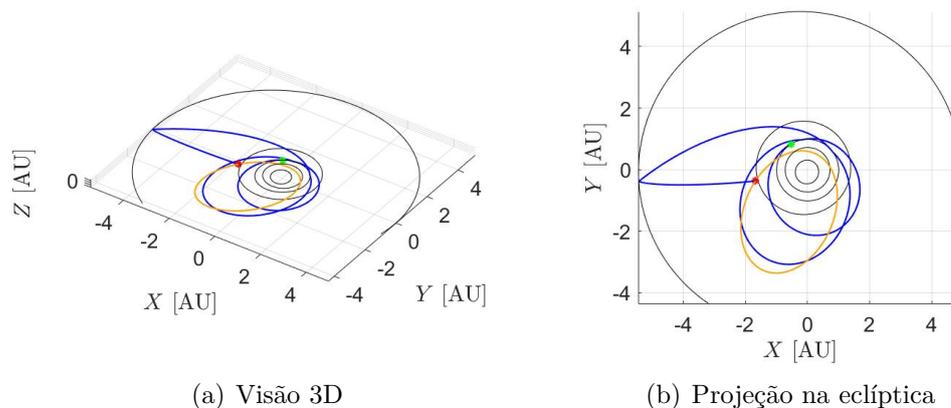
(b) Projeção na eclíptica

Fonte: Produção do autor.

próximas a Júpiter.

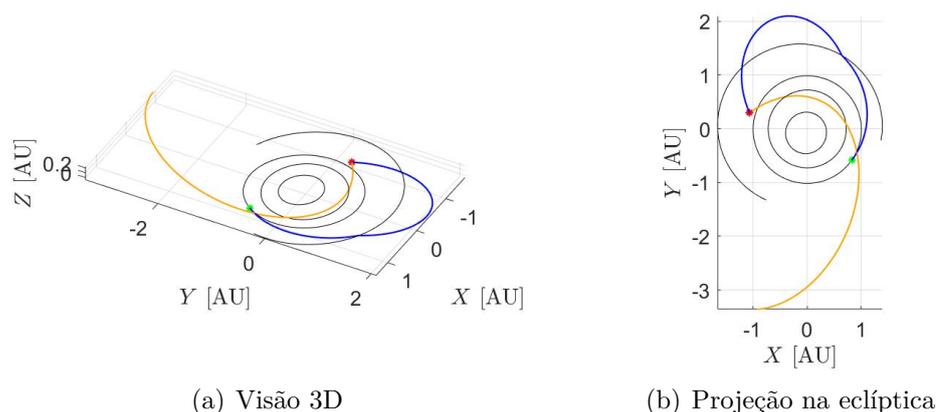
Tomando o tour Terra-Terra-Júpiter como exemplo, representado na Figura 4.20, a assistência se aproxima de Júpiter por volta de 9 raios jovianos. Ou seja, o ponto de maior aproximação entre a espaçonave e Júpiter ocorre entre a órbita de Europa e Io, com a espaçonave defletora enfrentando o poderoso campo magnético do gigante gasoso. Como essa passagem se dá em um período curto, é possível que não acarrete maiores danos ao se usar um escudo de radiação adequado. Todavia, permanece

Figura 4.20 - Tour ótimo Terra-Terra-Júpiter para deflexão do asteroide 2021 EU.



Fonte: Produção do autor.

Figura 4.21 - Assistência gravitacional em Marte para deflexão do asteroide 2021 EU.

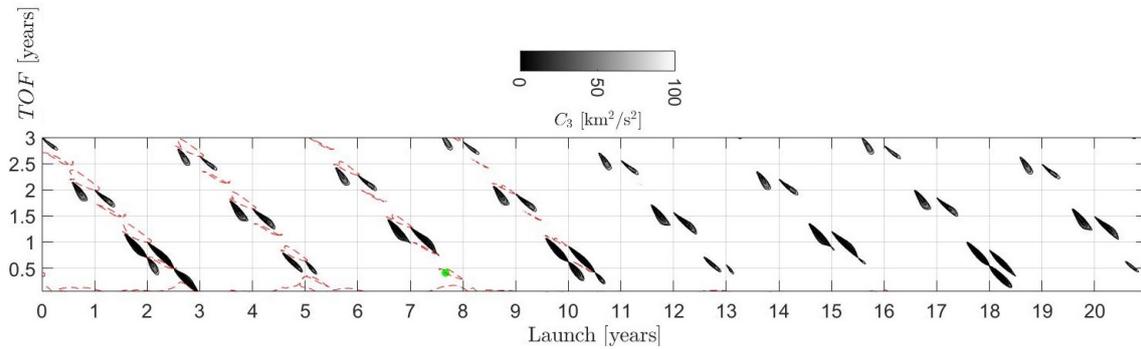


Fonte: Produção do autor.

sendo um fator que aumenta a complexidade de uma missão que já é altamente sensível. Além dos fatores já discutidos na seção anterior em relação às dúvidas sobre a fonte de energia.

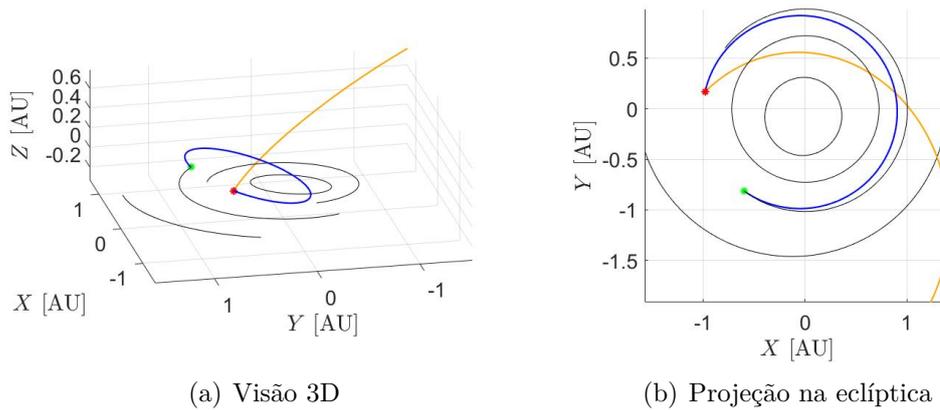
Para evitar a complexidade adicionada por uma assistência gravitacional dessa monta em Júpiter, é possível escolher trajetórias mais dispendiosas, porém com assistências apenas nos planetas do Sistema Solar Interno. As melhores oportunidades encontradas nessa linha é uma única assistência em Marte com um $\Delta V = 11.981$ km/s e um tour Terra-Marte de $\Delta V = 12.088$ km/s. Uma grande vantagem de apenas uma assistência gravitacional é a tendência a menores tempos de voo, com a assistência em Marte necessitando de apenas 1.37 anos de voo até a deflexão. Essa

Figura 4.22 - Gráfico de janelas para o asteroide 2005 ED224 para C_3 e δ . Época zero para 11 de março de 2002.



Fonte: Produção do autor.

Figura 4.23 - Viagem ótima para deflexão do asteroide 2005 ED224.



(a) Visão 3D

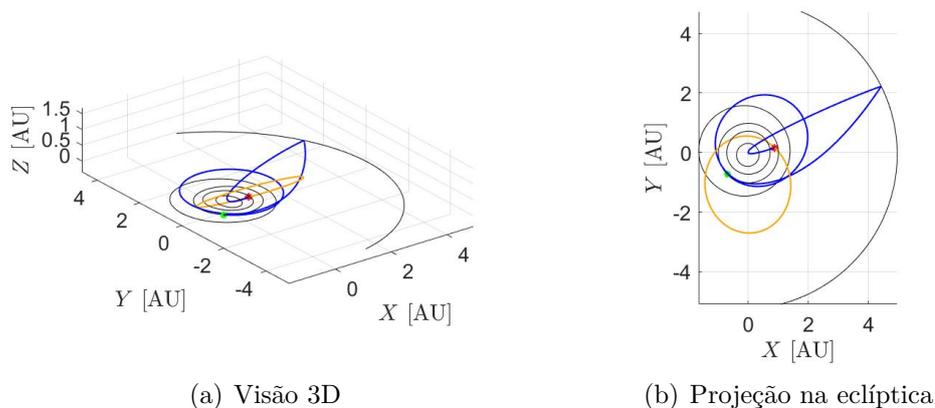
(b) Projeção na eclíptica

Fonte: Produção do autor.

trajetória é representada na Figura 4.21.

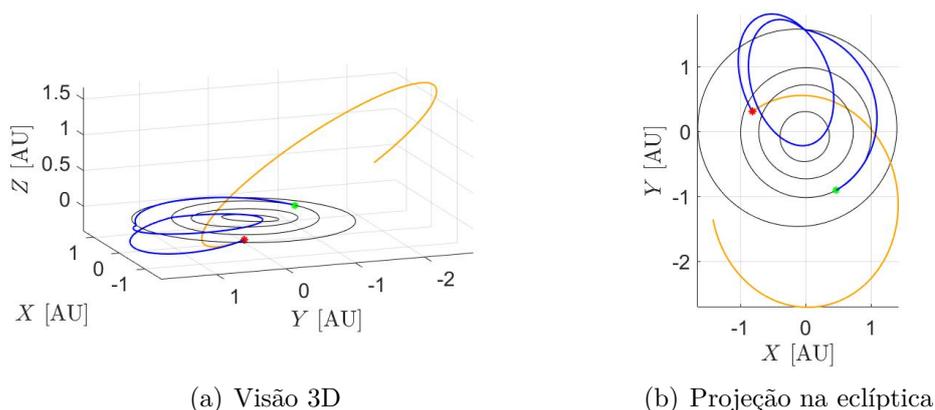
Para o caso do asteroide 2005 ED224, em que é assumido um diâmetro de 170 metros para o asteroide, o gráfico de janelas correspondente é apresentado na Figura 4.22. A possibilidade de deflexão desse asteroide por um raio terrestre ou mais só ocorre para lançamentos com mais de 10 anos antes do impacto previsto. Mais uma vez, as curvas de $\delta = 1$ não cruzam as ilhas de baixo C_3 , e a trajetória ótima para a deflexão necessita de um $C_3 = 458.2 \text{ km}^2/\text{s}^2$ (21.41 km/s). Como é indicado pelo ponto verde na Figura 4.22, o lançamento se daria em 11 de novembro de 2009 com a deflexão ocorrendo em 10 de abril de 2010. A Figura 4.23, representando essa trajetória, deixa claro que grande parte desse gasto energético é para enviar a

Figura 4.24 - Tour ótimo Marte-Terra-Júpiter para deflexão do asteroide 2005 ED224.



Fonte: Produção do autor.

Figura 4.25 - Tour ótimo Marte-Terra para deflexão do asteroide 2005 ED224.



Fonte: Produção do autor.

espaçonave defletora em uma órbita consideravelmente inclinada capaz de impactar o asteroide quase que perpendicularmente.

No caso da utilização de assistências gravitacionais, mais uma vez se constata a dominância de assistências jovianas, como deixa claro a Tabela 4.5. A economia de ΔV chega a mais da metade do previsto com uma transferência direta para deflexão; ou seja, menos de 10.5 km/s. Por exemplo, um tour Marte-Terra-Júpiter, representado na Figura 4.24(b), prevê um consumo de apenas 8.687 km/s. O inconveniente de parte razoável dessas trajetórias que preveem passagem por Júpiter, é que tendem a ser órbitas bastantes excêntricas, com um periélio bem próximo do Sol, como se percebe facilmente na Figura 4.24(b). Caso seja indesejável uma passagem por Júpi-

ter, um tour Marte-Terra, Figura 4.25, oferece a possibilidade de deflexão por 13.465 km/s, cerca de 8 km/s a menos que a transferência direta ótima.

Convém salientar que, como explicado na Seção 4.4.3, o problema de otimização é montado privilegiando o uso de um lançador capaz de enviar a espaçonave com um C_3 de até $25 \text{ km}^2/\text{s}^2$. Porém, boa parte das trajetórias encontradas que excedem um valor de $\Delta V = 5$ ou 6 km/s , possuem um gasto considerável de combustível em espaço profundo, o que é muitas vezes inviável. Portanto, nos casos que apresentam um ΔV superior, é bem provável que seja necessário um lançador capaz de colocar a espaçonave em trajetória interplanetária com um alto C_3 . Felizmente, a tecnologia atual é capaz de tal feito (CREECH et al., 2020).

Tabela 4.4 - Tours encontrados para para deflexão do asteroide 2021 EU.

Tour	ΔV [km/s]	t_0	t_1	t_2	t_3	t_4	TOF [anos]	ABI [anos]
E E J	8.227	21.53-Jan-2046	01.76-Jan-2048	28.80-Out-2050	06.66-Mai-2052	24.32-Fev-2054	8.09	2.51
V E J	8.255	28.60-Fev-2047	11.02-Out-2047	08.46-Set-2050	15.58-Mar-2052	26.09-Jan-2054	6.91	2.59
E J E	8.305	17.42-Set-2045	04.51-Ago-2047	30.54-Mai-2049	28.05-Set-2051	24.13-Dez-2053	8.27	2.68
E J	8.715	28.06-Nov-2047	10.02-Out-2049	13.92-Mai-2051	11.65-Fev-2054	-	6.21	2.54
E J V	9.432	17.09-Out-2046	05.42-Set-2048	29.88-Mar-2050	15.75-Jan-2052	25.79-Dez-2053	7.19	2.68
E J J	9.900	28.26-Set-2045	17.57-Ago-2047	04.34-Jul-2050	04.34-Jul-2050	11.42-Dez-2053	8.20	2.72
M E J	9.906	22.91-Ago-2045	17.45-Mai-2048	27.58-Ago-2048	19.37-Mar-2050	29.16-Jan-2054	8.44	2.58
M J	10.887	11.06-Nov-2046	01.63-Set-2050	21.11-Mai-2052	24.88-Fev-2054	-	7.29	2.51
V V J	11.538	04.15-Jan-2046	26.75-Jun-2046	16.05-Out-2048	20.66-Jun-2050	01.47-Fev-2054	8.08	2.57
E M J	11.626	20.01-Nov-2045	10.97-Nov-2047	23.43-Ago-2050	07.50-Mai-2052	24.35-Fev-2054	8.26	2.51
V J	11.674	26.15-Dez-2045	30.38-Mai-2046	29.64-Out-2050	05.71-Fev-2054	-	8.11	2.56
M	11.981	17.35-Ago-2052	20.74-Dez-2052	31.48-Dez-2053	-	-	1.37	2.66
E M	12.088	19.72-Jul-2050	15.27-Jul-2052	06.03-Dez-2052	29.15-Dez-2053	-	3.45	2.67
M E	13.602	28.38-Mai-2050	08.13-Abr-2051	08.58-Nov-2051	12.82-Jan-2054	-	3.63	2.63
V	14.542	04.66-Nov-2050	16.01-Abr-2051	23.11-Dez-2053	-	-	3.13	2.68
M M	15.290	02.07-Jun-2050	11.69-Dez-2050	14.92-Set-2052	13.03-Dez-2053	-	3.53	2.71
V E	16.812	02.18-Nov-2049	15.32-Jul-2050	08.94-Set-2050	25.43-Dez-2053	-	4.15	2.68
V V	17.141	01.83-Nov-2048	27.07-Abr-2049	10.63-Jun-2050	19.40-Dez-2053	-	5.13	2.69

Fonte: Produção do autor.

Tabela 4.5 - Tours encontrados para para deflexão do asteroide 2005 ED224.

Tour	ΔV [km/s]	t_0	t_1	t_2	t_3	t_4	TOF [anos]	ABI [anos]
M E J	8.687	04.49-Mai-2008	17.03-Dez-2009	06.65-Jun-2010	29.53-Jul-2011	17.67-Nov-2012	4.54	10.31
E J E	9.117	12.00-Dez-2000	22.90-Out-2002	09.39-Abr-2004	19.32-Fev-2006	02.94-Jul-2010	9.55	12.69
V J V	9.349	24.91-Dez-2000	01.80-Jul-2001	28.03-Jan-2003	11.72-Mai-2005	27.99-Out-2007	6.84	15.37
E J	9.789	03.77-Ago-2008	15.63-Jun-2010	31.57-Jul-2011	15.25-Nov-2012	-	4.28	10.32
V J J	9.997	27.40-Abr-2004	02.24-Out-2004	22.87-Nov-2006	26.95-Abr-2007	26.84-Abr-2010	6.00	12.87
E E J	10.020	10.81-Ago-2003	29.69-Jul-2006	05.81-Jun-2010	29.72-Jul-2011	15.22-Nov-2012	9.27	10.32
M V J	10.170	28.23-Jul-1999	24.52-Jan-2001	29.47-Jun-2001	10.72-Nov-2002	11.42-Nov-2007	8.29	15.33
E J J	10.805	28.86-Abr-1976	18.97-Abr-1986	09.99-Dez-2000	26.71-Nov-2014	01.09-Jan-2013	36.68	10.19
V J	10.866	28.69-Nov-2008	06.66-Mai-2009	30.29-Ago-2013	09.11-Mai-2010	-	1.44	12.84
E J M	12.293	07.47-Set-1999	03.96-Set-2009	27.97-Nov-2016	03.10-Abr-2014	27.96-Jun-2010	10.80	12.70
M J J	12.449	12.95-Fev-2003	24.99-Nov-2005	04.73-Out-2009	25.34-Out-2009	22.91-Jan-2013	9.94	10.13
M J	12.940	26.39-Jun-2004	11.97-Jun-2010	08.83-Dez-2011	29.04-Nov-2012	-	8.43	10.28
V E J	13.059	02.27-Jan-2009	04.63-Jun-2009	04.28-Abr-2010	29.36-Set-2011	16.06-Nov-2012	3.87	10.31
V V J	13.424	13.20-Ago-2006	10.90-Jul-2007	29.37-Nov-2009	28.99-Fev-2011	12.24-Nov-2012	6.25	10.32
M E	13.465	19.38-Jul-2005	03.36-Fev-2006	30.72-Nov-2006	21.45-Out-2007	-	2.26	15.39
M J V	14.964	21.38-Ago-1995	23.31-Jun-1999	28.27-Jul-2003	21.05-Ago-2006	07.39-Nov-2007	12.21	15.34
E M J	16.383	26.60-Jul-2006	01.14-Jul-2008	30.12-Abr-2010	23.19-Out-2011	22.57-Nov-2012	6.33	10.30
E J V	16.443	10.31-Dez-2000	29.26-Ago-2002	04.96-Fev-2004	22.36-Jun-2005	19.72-Jun-2010	9.52	12.72

Fonte: Produção do autor.

4.7 Síntese e conclusões

Este capítulo apresenta os conceitos fundamentais para o projeto de uma trajetória interplanetária. Foi apresentada a importância da utilização de um gráfico de janelas (*porkchop plot*) para se encontrar oportunidades de transferência até o asteroide. Também se mostrou como deve ser formulado um problema de múltiplas assistências gravitacionais, em que se aproveita de passagens por planetas intermediários para economia de combustível e tempo de missão, além de ferramentas de auxílio na empreitada, como o gráfico de Tisserand. Os conceitos aqui empregados são essenciais para o projeto de qualquer missão interplanetária.

Como exemplificado pelo asteroide 2005 ED224, percebe-se que a deflexão de um asteroide com alta inclinação implica em grandes desafios técnicos, pois limita a oportunidade do envio de uma espaçonave de reconhecimento antes da deflexão, como mostrado na Seção 4.5. Uma alternativa poderia ser a utilização de uma espaçonave que performa várias passagens pelo asteroide em uma órbita ressonante, por um mísero gasto de ΔV .

Na Seção 4.6, foi notado como uma assistência em Júpiter pode ajudar em uma deflexão por impacto cinético ao aumentar consideravelmente a energia orbital da espaçonave, para chegar ao asteroide com uma grande velocidade relativa. Todavia, a ida da espaçonave defletora até Júpiter impõe outras restrições que devem ser consideradas, incluindo preocupações na fonte de energia e no escudo de radiação. Várias trajetórias obtidas, tanto para missão de reconhecimento quanto deflexão, indicam um gasto de ΔV acima de 8 km/s. Isso é um indicativo que lançadores que possuem um estágio superior mais potente que $C_3 = 25 \text{ km}^2/\text{s}^2$ devem ser utilizados.

Desde o início de seu período no Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, o autor tem conhecimento de um suposto programa russo que forneceria o cálculo de trajetórias como as aqui apresentadas, com diversos profissionais trabalhando no programa sem sucesso em desvendá-lo. Ainda que o autor não tenha tido acesso a tal “programa russo”, espera-se que os fundamentos aqui apresentados e o *know-how* obtido pelo autor possam auxiliar no desenvolvimento brasileiro na área. Todavia, este é um trabalho de caráter científico e apenas o essencial às perguntas científicas colocadas foi apresentado. Muito do desenvolvido e aprendido não se encontra neste trabalho. Portanto, o autor coloca-se a disposição ao auxílio de um projeto detalhado, se um dia necessário, que deve considerar detalhes como:

- Após tour promissores terem sido encontrados com as rotinas aqui apre-

sentadas, é necessária uma reavaliação deles considerando DSMs (*deep space maneuvers*);

- A análise aqui se limitou a considerar um veículo lançador capaz de colocar a espaçonave em trajetória interplanetária com uma energia característica de $25 \text{ km}^2/\text{s}^2$. Outras considerações sobre o lançador selecionado devem ser feitas, como limitações na declinação, considerando a órbita de estacionamento, e alocação de massa molhada;
- Definido um conjunto de tours, é necessário reavalia-los utilizando a aproximação de elementos finitos para a efemérides. Após essa etapa, trajetórias que continuem promissoras devem ser minuciosamente avaliadas em um problema de n-corpos, considerando várias perturbações;
- O projeto da trajetória deve ser iterativo com a equipe de GN&C, principalmente a equipe responsável pela navegação. Incertezas nas medições por radiometria, além de não idealidades dos propulsores, devem ser minuciosamente analisadas, alocando as TCMs (*trajectory correction maneuvers*) necessárias para garantir o sucesso da missão;
- A utilização do b-plano, Seção 3.1.2, é fundamental na avaliação das assistências pelos planetas e alocação de TCMs. As incertezas devem ser propagadas até cada encontro e projetadas no b-plano e no tempo de encontro previsto, de forma que o conjunto de TCMs seja alocado para garantir o resultado desejado. Isso é fundamental para evitar impacto (em passagens com baixa altitude) mas também para evitar uso excessivo de manobras de limpeza após cada encontro.

5 OPERAÇÕES PRÓXIMAS AO ASTEROIDE

Com algumas das discussões já desenvolvidas até aqui, fica claro a vantagem que a autonomia de uma espaçonave pode desempenhar na operação próxima ao asteroide, seja em uma missão de reconhecimento ou de deflexão. Portanto, no caso da operação próxima ao asteroide, este trabalho se preocupou em contribuir com a automação de missões a asteroides de forma geral. Qualquer melhoria na operação de uma espaçonave próximo a um asteroide, é diretamente aplicável a um cenário de deflexão, visto que muitas técnicas de deflexão necessitam de operar em proximidade ao corpo (por exemplo, alojamento de artefatos explosivos ou qualquer deflexão de baixo-empuxo). Portanto, aqui o enfoque será mais amplo, em missões a asteroides em geral, com qualquer dos desenvolvimentos sendo úteis em um contexto de deflexão.

Missões atuais para pequenos corpos dependem, na maior parte de sua operação, de comandos recebidos da estação em solo, os quais podem levar cerca de 20 minutos para chegar a asteroides próximos da Terra (NEAs). Essa limitação operacional, aliada as várias incertezas associadas ao ambiente de um asteroide, como em sua massa e tamanho na ordem de, respectivamente, 1000% e 200% (BOARD et al., 2019) antes da chegada da espaçonave, fraco vínculo gravitacional e perturbações (SCHEERES, 2014), fazem com que missões atuais tenham um perfil bastante conservador em sua aproximação ao corpo.

Na missão OSIRIS-REx, a fase de aproximação (*approach*) e avaliação preliminar (*preliminary survey*) levam juntas quase 4 meses. Nesse período, a espaçonave aproxima-se cautelosamente do asteroide de algumas centenas de quilômetros até a alguns poucos quilômetros (WILLIAMS et al., 2018). Um fator preponderante nessa cautela é adquirir imagens do asteroide, em diferentes configurações e condições de iluminação, para se obter o formato do corpo utilizando estereofotoclinometria (*stereophotoclinometry*, SPC) (ASAD et al., 2021). Esse formato será fundamental para a navegação da espaçonave sobre o asteroide (WILLIAMS et al., 2018). Além disso, é esperado restringir a incerteza em sua massa em até 2% antes de a espaçonave ser inserida em uma órbita circular de 1.5 km (WILLIAMS et al., 2018).

É apresentado na Seção 5.1 o ambiente simulado do asteroide. Em alguns casos, será considerado a navegação autônoma da espaçonave, para a qual é apresentada a proposta de navegação na Seção 5.2. As leis de controle e guiagem aplicadas são mostradas na Seção 5.3. Especial foco é dado, na Seção 5.3.4, a apresentação de uma lei de controle para manutenção orbital autônoma que foi derivada no decorrer da pesquisa que embasa este trabalho. Ela pode ter grandes consequências na operação

de espaçonaves em proximidade a asteroides, ao permitir que se aproximem do corpo com segurança e rapidez para uma coleta de dados de maior qualidade. Essa lei de controle é validada na Seção 5.4, com cenários desafiadores em um ambiente dinâmico próximo do que se espera encontrar. Por fim, um estudo integrado de GN&C é realizado na Seção 5.5, mostrando que ao empregar uma espaçonave autônoma e leis de guiagem e controle robustas, a exploração de um pequeno corpo pode ser feita com maior rapidez que missões atuais. Isso tem um impacto direto na capacidade de deflexão de um asteroide, pois permitiria, em tese, que uma espaçonave de reconhecimento seja lançada junto a uma defletora para chegar apenas poucas semanas antes da espaçonave defletora.

5.1 Dinâmica

Aqui se dedica a apresentar o ambiente do asteroide considerado nas simulações. Os sistemas de referência utilizados e as equações do movimento escritas em cada um deles são apresentados na Seção 5.1.1. Já a Seção 5.1.2 apresenta a modelagem das forças consideradas e porquê da escolha delas.

5.1.1 Sistemas de referência e equações do movimento

Basicamente, três sistemas de referência são os mais utilizados quando se fala em operações próximas a asteroides: inercial, fixo na órbita e fixo no corpo. O mais intuitivo deles é o sistema inercial, centrado no asteroide, e normalmente conforme o ICRF. O sistema fixo no corpo é comumente definido com seu eixo z apontando para o polo norte do corpo, enquanto o eixo x está na direção do menor momento de inércia. Dada a ascensão reta e a declinação da atitude do asteroide no sistema inercial, respectivamente RA e DEC , é trivial de se obter uma sequência de rotações que leve do sistema inercial para o fixo no corpo:

$$R_I^{BF} = \begin{bmatrix} \cos(\varpi) & \sin(\varpi) & 0 \\ -\sin(\varpi) & \cos(\varpi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(90^\circ - DEC) & 0 & \sin(90^\circ - DEC) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(90^\circ - DEC) & 0 & \cos(90^\circ - DEC) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(90^\circ + RA) & \sin(90^\circ + RA) & 0 \\ -\sin(90^\circ + RA) & \cos(90^\circ + RA) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (5.1)$$

O ângulo ϖ representa uma diferença de fase no alinhamento dos eixos x e y de ambos os sistemas. Caso o asteroide apresente uma rotação uniforme sobre seu eixo

principal de inércia, o ângulo ϖ pode ser descrito como $\varpi = \varpi_0 + \dot{\varpi}\Delta t$, em que o primeiro termo é um ângulo inicial, e o segundo é a velocidade angular do asteroide multiplicada pelo tempo que se passou.

O sistema de referência restante, fixo na órbita, é centrado no asteroide e definido com seu eixo z na direção do momento angular da órbita heliocêntrica do asteroide, enquanto o eixo x está na direção de sua posição heliocêntrica. Uma transformação que leve do sistema fixo na órbita para o inercial pode ser obtida utilizando os elementos osculadores da órbita do asteroide, conforme:

$$R_{OF}^I = \begin{bmatrix} \cos(-\Omega_a) & \sin(-\Omega_a) & 0 \\ -\sin(-\Omega_a) & \cos(-\Omega_a) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(-i_a) & \sin(-i_a) \\ 0 & -\sin(-i_a) & \cos(-i_a) \end{bmatrix}, \quad (5.2)$$

$$\begin{bmatrix} \cos(-\omega_a - \nu_a) & \sin(-\omega_a - \nu_a) & 0 \\ -\sin(-\omega_a - \nu_a) & \cos(-\omega_a - \nu_a) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

em que Ω_a , i_a , ω_a e ν_a representam, respectivamente, os elementos osculadores: longitude do nodo ascendente, inclinação, argumento do periastro e anomalia verdadeira. É possível de se transformar entre qualquer dos três sistemas de referência utilizando as Equações 5.1 e 5.2. Logo: $R_{BF}^I = (R_I^{BF})^T$, $R_I^{OF} = (R_{OF}^I)^T$, $R_{OF}^{BF} = R_I^{BF} R_{OF}^I$ e $R_{BF}^{OF} = (R_{OF}^{BF})^T$.

No sistema de referência inercial, as equações do movimento podem ser escritas de forma sucinta como:

$$\dot{\vec{r}}_I = \vec{v}_I, \quad (5.3a)$$

$$\dot{\vec{v}}_I = \vec{a}_I, \quad (5.3b)$$

onde \vec{r}_I , \vec{v}_I e \vec{a}_I representam, respectivamente, a posição, velocidade e acelerações atuando sobre a espaçonave no sistema inercial.

No caso dos sistemas fixos no corpo e órbita, é necessário considerar sua não inercialidade por conta de serem girantes. O sistema fixo no corpo tem suas equações do movimento segundo:

$$\dot{\vec{r}}_{BF} = \vec{v}_{BF}, \quad (5.4a)$$

$$\dot{\vec{v}}_{BF} = -\ddot{\varpi} \times \vec{r}_{BF} - 2\dot{\varpi} \times \vec{v}_{BF} - \dot{\varpi} \times (\dot{\varpi} \times \vec{r}_{BF}) + \vec{a}_{BF}, \quad (5.4b)$$

em que $\dot{\vec{\omega}}$ representa o vetor velocidade angular do asteroide. O primeiro, segundo e terceiro termos da Equação 5.4b são, respectivamente, as acelerações de Euler, Coriolis e centrípeta. Se o asteroide possui velocidade de rotação constante sobre seu maior momento de inércia, $\dot{\vec{\omega}} = \dot{\omega}\hat{z}$, a aceleração de Euler pode ser eliminada da equação.

De forma semelhante, as equações do movimento para um sistema fixo na órbita podem ser obtidas ao se considerar a velocidade angular orbital do asteroide, $\dot{\nu}_a$. Se, como aproximação, a órbita do asteroide for considerada não perturbada, pode-se escrever:

$$\dot{\vec{r}}_{OF} = \vec{v}_{OF}, \quad (5.5a)$$

$$\dot{\vec{v}}_{OF} = -\dot{\nu}_a(\hat{z} \times \vec{r}_{OF}) - \nu_a(2\hat{z} \times \vec{v}_{OF}) - \nu_a[\hat{z} \times (\hat{z} \times \vec{r}_{OF})] + \vec{a}_{OF}, \quad (5.5b)$$

em que, do problema de dois corpos, facilmente se encontra que:

$$\dot{\nu}_a = (1 + e_a \cos \nu_a)^2 \sqrt{\frac{\mu_S}{[a_a(1 - e_a^2)]^3}}, \quad (5.6a)$$

$$\ddot{\nu}_a = -2e_a \sqrt{\frac{\mu_S}{[a_a(1 - e_a^2)]^3}} \sin \nu_a (1 + e_a \cos \nu_a) \dot{\nu}_a, \quad (5.6b)$$

para a_a representando o semi-eixo maior do asteroide, e_a sua excentricidade e μ_S o parâmetro gravitacional do Sol.

5.1.2 Principais forças atuantes

Devido à pequena gravidade de um asteroide, a espaçonave operando em sua proximidade é razoavelmente afetada por várias forças. A importância de se considerar ou não a atuação de determinada força varia de caso a caso, e deve ser pensado conforme o objetivo da análise, distância para o asteroide, massa, e outras considerações. De maneira geral, como se verifica em Antreasian et al. (2016) para a missão Osiris-REX, as principais forças atuantes quando a espaçonave identifica o asteroide em suas câmeras ópticas, a centenas de quilômetros, são a pressão de radiação solar (SRP), efeitos gravitacionais de terceiro corpo provenientes do Sol e o termo central da gravidade do asteroide. No ponto de maior aproximação com o asteroide, a espaçonave passa a experimentar efeitos gravitacionais devido a não uniformidade de seu volume e densidade, que acabam por superar ou igualar os efeitos da SRP e de terceiro corpo. Também passa a ter um efeito considerável o albedo do asteroide e a sua pressão de radiação infravermelha.

Aqui neste estudo, serão considerados todas essas principais forças, com exceção do albedo e pressão de radiação infravermelha (por conta da alta complexidade de simulação dependente do formato e composição), e a adição de acelerações provenientes dos propulsores da espaçonave executadas pelo sistema de controle. Portanto, a aceleração sobre a espaçonave no sistema de referência escolhido é:

$$\vec{a} = \vec{a}_g + \vec{a}_{SRP} + \vec{a}_{3B} + \vec{u}, \quad (5.7)$$

onde os subscritos g , SRP e $3B$ representam, respectivamente, o campo gravitacional do asteroide, a pressão de radiação solar e os efeitos de terceiro corpo devido ao Sol. O vetor \vec{u} é o comando de controle.

Para pressão de radiação solar é assumido um modelo de *cannonball*, dado por (SCHEERES, 2014):

$$\vec{a}_{SRP} = \frac{P_0(1 + \rho)U^2 A_{SC}}{M_{SC}} \frac{\vec{r} - \vec{d}}{\|\vec{r} - \vec{d}\|^3}, \quad (5.8)$$

em que \vec{r} é a posição da espaçonave no sistema de referência considerado, \vec{d} é a posição do Sol em relação ao asteroide, ρ é a refletividade da superfície, $P_0 = 4.56 \times 10^{-6}$ N/m², U é a distância de 1 UA em metros, A_{SC} a área de superfície considerada e M_{SC} a massa da espaçonave.

No caso dos efeitos gravitacionais do Sol, tem-se:

$$\vec{a}_{3B} = -\mu_S \left(\frac{\vec{d}}{\|\vec{d}\|^3} + \frac{\vec{r} - \vec{d}}{\|\vec{r} - \vec{d}\|^3} \right). \quad (5.9)$$

O campo gravitacional do asteroide será simulado, conforme a necessidade, utilizando um modelo de poliedro ou uma expansão por harmônicos esféricos. Isso se dá porque, apesar da maior precisão de um modelo de poliedro, sua simulação é computacionalmente custosa, de forma que em alguns casos é mais interessante a aplicação de um modelo mais simples.

A aceleração \vec{a}_g é obtida segundo o modelo de poliedro em um referencial fixo no corpo, de acordo com Werner e Scheeres (1996), como:

$$\vec{a}_g^{BF} = -G\sigma \left[\sum_{e \in \text{edge}} E_e \vec{r}_e L_e - \sum_{f \in \text{face}} F_f \vec{r}_f \omega_f \right] \quad (5.10)$$

onde \vec{r}_f e \vec{r}_e são as distâncias de qualquer ponto em uma face ou aresta do poliedro,

respectivamente, para a espaçonave. As matrizes E_e e F_f são:

$$E_e = \vec{n}_f \vec{n}_e^T + \vec{n}'_f \vec{n}'_e{}^T, \quad (5.11a)$$

$$F_f = \vec{n}_f \vec{n}_f^T, \quad (5.11b)$$

em que \vec{n}_f é o versor normal a face, \vec{n}_e é o versor perpendicular a aresta e \vec{n}'_f , e apontando em direção contrária ao centro da face. Os termos com sobrescrito linha indicam o mesmo, porém para uma face vizinha a da aresta em consideração. Também se tem:

$$\omega_f = 2 \arctan \left[\frac{\vec{r}_{f1} \cdot (\vec{r}_{f2} \times \vec{r}_{f3})}{r_{f1} r_{f2} r_{f3} + r_{f1} \vec{r}_{f2} \cdot \vec{r}_{f3} + r_{f2} \vec{r}_{f3} \cdot \vec{r}_{f1} + r_{f3} \vec{r}_{f1} \cdot \vec{r}_{f2}} \right] \quad (5.12)$$

onde \vec{r}_{fi} representa a distância de cada vértice da face triangular para a espaçonave (com 1, 2 e 3 tomados no sentido anti-horário sobre o versor normal a face, \vec{n}_f). Finalmente:

$$L_e = \ln \frac{r_{e1} + r_{e2} + e_e}{r_{e1} + r_{e2} - e_e} \quad (5.13)$$

onde r_{ei} é a distância de cada vértice da aresta em consideração para a espaçonave, e e_e é o tamanho da aresta.

Por fim, a expansão em harmônicos esféricos é obtida considerando o potencial gravitacional:

$$U_{sh} = \frac{\mu}{r} \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^n \left(\frac{r_0}{r} \right)^n P_{nm}(\sin \varphi) [C_{nm} \cos(m\varrho) + S_{nm} \sin(m\varrho)], \quad (5.14)$$

onde φ e ϱ são, respectivamente, a latitude e longitude da espaçonave no sistema fixo ao corpo e P_{nm} são os polinômios de Legendre associados. Fórmulas recursivas para se calcular o potencial são utilizadas, com as quais também se obtém a aceleração \vec{a}_g^{BF} (MONTEBRUCK; GILL, 2000). Quando utilizado, o modelo de harmônicos esféricos é expandido até a ordem e grau cinco. Além disso, se a espaçonave entrar na esfera de Brillouin em qualquer instante da simulação, se considerará o modelo de poliedro (já que a expansão não é definida nessa condição). Os coeficientes C_{nm} e S_{nm} na Equação 5.14 são calculados a partir do poliedro correspondente que representa o formato do asteroide (WERNER, 1997), de modo a manter a consistência com as características de formato assumido. A forma do asteroide é obtida do site PDS Small Bodies Node da NASA¹ e reduzida para 4000 facetas usando o software Autodesk Meshmixer. Por fim, é certificado de que o referencial fixo no corpo está localizado no centro

¹<https://sbn.psi.edu/pds/shape-models/>

de massa do asteroide e alinhado com os eixos principais de inércia para a massa assumida (DOBROVOLSKIS, 1996).

5.2 Navegação

Nesta seção descrevem-se as soluções de navegação aplicadas na arquitetura de GN&C proposta. Primeiro, suponha um sistema não linear de equações diferenciais, com uma saída \vec{Y} , escrita como:

$$\dot{\vec{X}} = \vec{F}(\vec{X}, t), \quad (5.15a)$$

$$\vec{Y} = \vec{G}(\vec{X}, t) + \vec{\varepsilon}, \quad (5.15b)$$

$\vec{X} \in \mathbb{R}^n$, $\vec{Y} \in \mathbb{R}^p$ e $\vec{\varepsilon} \in \mathbb{R}^p$ representando incertezas presentes em \vec{Y} . O problema é então estimar o vetor de estado \vec{X} para um conjunto de medidas \vec{Y} .

5.2.1 Dinâmica e ambiente nominais embarcados

É considerado como o vetor de estado na Equação 5.15:

$$\vec{X} = [\vec{r} \quad \vec{v} \quad \mu \quad C_{SRP}]^T, \quad (5.16)$$

em que C_{SRP} inclui todos os termos constantes na Equação 5.8. A decisão de não incluir nenhuma informação sobre o formato do asteroide (por exemplo, seu raio médio, como feito por Takahashi e Scheeres (2021)), estado rotacional, $\Delta\vec{V}$ s aplicado pelo sistema de controle ou ordens superiores do campo gravitacional é deliberada. Assume-se que em uma fase preliminar da aproximação, a espaçonave (autonomamente ou não) obteve uma estimativa precisa da atitude e do estado de rotação do asteroide. Esta é uma suposição razoável se observado o desempenho na campanha da OSIRIS-REx, quando a espaçonave estava a 162 km de Bennu, com erros na ordem de 0.2° ou menores para RA , DEC e $\dot{\omega}$ (LEONARD et al., 2019).

Na dinâmica nominal é considerado apenas o termo central do campo gravitacional, ou seja, $\vec{a}_g = -\frac{\mu}{r^3}\vec{r}$ na Equação 5.7. A escolha de desprezar termos de ordem superior para o campo gravitacional nominal, e assim não estimá-los em \vec{X} , é enfatizar a proposta de GN&C no caso de dinâmica não modelada. Essa ênfase é particularmente importante para asteroides razoavelmente oblongos. Os termos J_2 e C_{22} de seu campo gravitacional terão um enorme impacto na dinâmica da espaçonave operando em sua proximidade. Portanto, espera-se que, ao negligenciar os termos de ordem superior no cenário nominal, as estimativas forneçam uma avaliação conservadora

de outros efeitos negligenciados, como pressão de radiação infravermelha, albedo e SRP dependente de atitude.

A OSIRIS-REx, ao operar próximo a Bennu, contou com um modelo de formato obtido por estereofotoclinometria (SPC) com erro 3D de 1 m (ASAD et al., 2021). Esta precisão é equivalente a cerca de 0.4% do raio médio de Bennu. Embora confiável e precisa, esta abordagem de reconstrução de forma é demorada e computacionalmente intensa. Abordagens menos exigentes ainda são uma área de pesquisa ativa, principalmente para facilitar a reconstrução de formato a bordo (BERCOVICI; MCMAHON, 2019; BAKER; MCMAHON, 2020). Devido a essas limitações, e para não empregar um cenário bastante otimista para o formato, como foi feito em trabalhos anteriores (TAKAHASHI; SCHEERES, 2021), assume-se que, em vez de estimar continuamente a forma do asteroide, a espaçonave tem um formato grosseiro embarcado que conta com um nível de incerteza assumido. Essa suposição é bastante útil, pois também permite que este estudo seja um subsídio para outros estudos que tentem determinar a eficácia da reconstrução a bordo do formato.

Por fim, a não inclusão de $\Delta\vec{V}$ s no vetor de estado se deve à alta atividade do sistema de controle devido à rápida aproximação do asteroide aliada as altas incertezas. Se os $\Delta\vec{V}$ s forem considerados em \vec{X} , não fica claro se a espaçonave pode processar um grande \vec{X} entre suas medições. Opta-se, portanto, por uma consideração conservadora em que os comandos de controle executados são passados como parâmetros para as equações nominais. Essa abordagem assume duas formas distintas. Na primeira forma, entre os tempos de medição, as equações nominais são integradas a bordo seguindo a última melhor estimativa de \vec{X} . Essa integração é feita em tempo real em um intervalo de tempo igual ao tempo de atualização dos comandos de controle Δt_u , de modo que os comandos de controle são transmitidos como uma constante para as equações de movimento. O sistema de controle usará essa trajetória integrada em tempo real para tomar decisões. A segunda forma de processamento dos comandos de controle é no filtro, onde são reduzidos e tratados como um conjunto de $\Delta\vec{V}$ s em uma função dependente do tempo:

$$\vec{u}(t) = \sum_{j=1}^{N_{\Delta V}} \Delta\vec{V}_j \delta(t - t_j), \quad (5.17)$$

onde $\delta(t - t_j)$ é a função delta de Dirac, e $\Delta\vec{V}_j$ é um $\Delta\vec{V}$ aplicado no tempo t_j . A forma como os comandos de controle \vec{u} são reduzidos à Equação 5.17 é muito simples. O histórico de comandos de controle é armazenado entre os tempos de medição para

ser posteriormente inserido em uma rotina. Essa rotina, antes da inicialização do filtro, analisa o histórico de controle e reduz a diferentes comandos em intervalos de tempo $\Delta t_{\Delta V} = 60$ s para cada $\Delta \vec{V}_j$:

$$\Delta \vec{V}_j = \sum_{t_j \leq t < t_j + \Delta t_{\Delta V}} \Delta t_{\Delta V} \vec{u}(t). \quad (5.18)$$

5.2.2 Medições

Assume-se que a espaçonave está equipada com um LIDAR, duas câmeras ópticas de navegação e um conjunto de acelerômetros para navegação em relação ao asteroide. É considerado não haver dados radiométricos disponíveis para a espaçonave, pois uma das vantagens significativas de uma operação autônoma é aliviar a carga do solo na operação da espaçonave e na remoção de restrições de trajetória que precisariam ser colocadas para manter uma telemetria regular e periódica. As medidas do LIDAR são modeladas seguindo a relação para seu erro de precisão como:

$$\sigma_{LIDAR} = \begin{cases} 5.5 \text{ m,} & \text{se } r \geq 6 \text{ km} \\ 0.1 \text{ m,} & \text{caso contrário} \end{cases}, \quad (5.19)$$

Convém notar que essa é uma abordagem conservadora. A Advanced Scientific Concepts, empresa responsável pelo flash LIDAR 3D da OSIRIS-REx usado no GN&C, relata um erro de alcance de 5-10 cm para o modelo “GSFL-16KS Space”², em uma distância abaixo de 6 km. Mizuno et al. (2017) relata para a Hayabusa 2 um alcance operacional de 30 m a 25 km, com erros de 1 m a 5.5 m em cada limite de alcance respectivo. Embora os dois LIDARs sejam muito diferentes (por exemplo, o da Hayabusa 2 não é um flash LIDAR 3D), assume-se que ainda é razoável misturar os dois para evitar uma abordagem excessivamente conservadora. Como será mostrado em breve, supõe-se que as medições de distância sejam feitas apenas pelo LIDAR, o que não é realista. Na prática, a navegação óptica complementa os dados de alcance diminuindo a significância dos erros do LIDAR. De fato, em algumas missões, como é o caso do OSIRIS-REx, as medições do LIDAR nem são consideradas na determinação orbital (OD), são mais críticas para a detecção de falhas operacionais (WILLIAMS et al., 2018).

A espaçonave Hayabusa 2 possui três câmeras de navegação óptica, ONC-T, ONC-

²https://asc3d.com/gsf1_16Ks/

W1 e ONC-W2 (TAKEI et al., 2020). Para a navegação óptica do cenário de análise, são consideradas a ONC-T e ONC-W1. A ONC-T é uma câmera telescópica com FOV de 6.27° e tamanho de píxel de 1024×1024 , enquanto a ONC-W1 tem um amplo FOV de 69.71° e 1024×1024 píxeis.

As medições ópticas e de LIDAR são combinadas para formar o vetor de medição \vec{Y} , alimentado no filtro de navegação para estimar \vec{X} :

$$\vec{Y} = \begin{bmatrix} r & \hat{r} \end{bmatrix}^T \quad (5.20)$$

Para a medição da distância r , sua incerteza é assumida como:

$$\sigma_r^2 \sim \sigma_{LIDAR}^2 + \sigma_R^2 R^2, \quad (5.21)$$

em que R é um tamanho assumido do corpo e σ_R é devido a incertezas de formato. Como já discutido, observe que esta é uma abordagem conservadora, pois técnicas *limb-based* podem ser empregadas para complementar e restringir ainda mais os dados de distância, diminuindo a significância de σ_{LIDAR} (LIOUNIS, 2018).

Assume-se um procedimento semelhante à Scheeres e McMahon (2019) para obter \hat{r} . Assumindo dois ângulos θ_1 e θ_2 obtidos pela IMU da espaçonave, é definido:

$$\hat{r} = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 \cos \theta_2 \\ \sin \theta_1 \cos \theta_2 \\ \sin \theta_2 \end{bmatrix}. \quad (5.22)$$

Com esta definição, é possível modelar incertezas nas medidas ópticas de acordo com (SCHEERES; MCMAHON, 2019):

$$\sigma_\theta^2 \sim IFOV^2 + \sigma_\Omega^2, \quad (5.23)$$

em que $IFOV = FOV/N_p$ é o campo de visão instantâneo da câmera, sendo $N_p = 1024$ o número de píxeis. O termo σ_Ω representa a incerteza angular do asteroide, representada como:

$$\tan \sigma_\Omega = \frac{\sigma_R R}{r}, \quad (5.24)$$

onde σ_R é o erro 3D em porcentagem no modelo de formato em relação a um tamanho de referência R , onde se toma o raio médio do modelo de poliedro utilizado como o asteroide real. Como já argumentado, σ_R está dentro de 0.4% na reconstru-

ção de formato por SPC do Bennu. Scheeres e McMahon (2019) argumentam que as pesquisas atuais estão a caminho de restringir σ_R em 1%. Neste estudo, não se compromete com nenhuma delas. Em vez disso, assumem-se níveis de σ_R para avaliar como o controle autônomo poderia lidar com essa grande fonte de incerteza na navegação, servindo como subsídio para estudos posteriores na reconstrução da forma a bordo ou um indicador da possibilidade da espaçonave operar com um formato obtido a partir de observações astronômicas anteriores.

Takahashi e Scheeres (2021) assumem o uso de acelerômetros com densidade espectral de ruído de $1 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2/\sqrt{\text{Hz}}$ para medir as manobras de $\Delta\vec{V}$ aplicadas, uma ordem de grandeza mais precisa do que as unidades de medida inercial (IMU) disponíveis no mercado. Eles argumentam que os acelerômetros de última geração têm uma densidade espectral de ruído abaixo de $1 \times 10^{-8} \text{ m/s}^2/\sqrt{\text{Hz}}$, o que faria sua suposição adequada. No entanto, aqui se lembra que esses acelerômetros de última geração e ultraprecisos têm uma largura operacional de banda que não é adequada para o sistema de controle de atitude e órbita (AOCS) de uma espaçonave. Esses acelerômetros ultraprecisos são projetados para operar na frequência máxima de 0.1 Hz, como pode ser verificado na tabela de acelerômetros apresentada em Takahashi e Scheeres (2021) e referências nela contidas.

Aqui, é adotado o que se considera uma abordagem mais adequada, assumindo o uso de uma IMU pronta para uso, para a qual se escolhe o LN-200S³, o mesmo usado na missão Hayabusa 2, que tem uma densidade espectral de ruído de $3.4 \times 10^{-4} \text{ m/s}^2/\sqrt{\text{Hz}}$. Também é assumido que qualquer motor de pequeno empuxo equipado na espaçonave (produzindo um nível de empuxo na mesma ordem ou abaixo do ruído da IMU escolhida) passou por uma campanha meticulosa para obter sua função de transferência para que outras medidas, como pressão, corrente, e outros (dependendo do motor), possam ser relacionados ao nível de empuxo. Dessa forma, assume-se uma incerteza conservadora de 1σ de 1% neste nível de empuxo medido indiretamente. Esse nível de incerteza está na mesma ordem das curvas de aceleração obtidas para os propulsores SPT-140 usados na missão Psyche (SNYDER et al., 2019), e muito maior que o ruído de 0.15% dos micropropulsores utilizados na LISA Pathfinder (TAJMAR et al., 2004). Portanto, ambas as fontes de medição de empuxo, direta (IMU) e indireta, podem ser fundidas para obter o nível de empuxo transmitido. O empuxo medido é então modelado como:

³<https://www.northropgrumman.com/what-we-do/ln-200s-inertial-measurement-unit/>

$$u_{\text{meas}} = \frac{\sigma_{TF}^{-2} u_{TF} + \sigma_{IMU}^{-2} u_{IMU}}{\sigma_{TF}^{-2} + \sigma_{IMU}^{-2}}, \quad (5.25)$$

onde $\sigma_{IMU} = 3.4 \times 10^{-4}$ m/s² considerando uma frequência de medição de 1 Hz, $\sigma_{TF} = 1\% u_{TF}$, u_{TF} é o nível de empuxo obtido através da função de transferência dos propulsores e u_{IMU} é o nível de empuxo medido pela IMU.

5.2.3 Estimação

Para o processo de estimação, é empregada a mesma abordagem de filtragem adotada no AUTONAV do JPL (BHASKARAN et al., 1998; RIEDEL et al., 2000; RIEDEL et al., 2006; BHASKARAN, 2012). É uma abordagem de filtragem de mínimos quadrados sequencial em lote, onde as medições são processadas como um lote que avança sequencialmente no tempo à medida que novas medições são feitas. A escolha dessa abordagem se deve ao fato de apresentar melhor estabilidade do que a sequencial para o caso de medidas esparsas, pois utiliza uma trajetória de referência consistente (TAKAHASHI; SCHEERES, 2021). Além disso, a possibilidade de edição de dados para eliminar *outliers* dá um grau adicional de robustez ao filtro (BHASKARAN, 2012), embora isso não seja considerado neste trabalho. Sua limitação é um maior tempo requerido de processamento se comparado ao processo sequencial. No entanto, há muito tempo para processar um lote razoável de dados em uma missão a um asteroide devido as grandes constantes de tempo da dinâmica, permitindo medições esparsas. Uma indicação desse fato são os intervalos de medição da ordem de horas nas missões de asteroides. Por exemplo, a missão OSIRIS-REx faz uma nova medição a cada 2 horas (WILLIAMS et al., 2018). Aqui é definido que uma nova medição é feita em um intervalo de 1 hora.

Seja definido o erro entre a trajetória real e a trajetória de referência, considerando uma discretização para os tempos t_i , $i = 1, 2, \dots, l$, como $\bar{\vec{x}}_i = \vec{X}_i - \vec{X}_i^*$. De mesma forma: $\bar{\vec{y}}_i = \vec{Y}_i - \vec{Y}_i^*$. Expandindo as Equações 5.15 para t_i em série de Taylor para obter uma aproximação linear, encontra-se (SCHUTZ et al., 2004):

$$\dot{\bar{\vec{x}}}_i = A_i(t_i) \bar{\vec{x}}_i, \quad (5.26a)$$

$$\bar{\vec{y}}_i = C_i(t_i) \bar{\vec{x}}_i + \vec{\varepsilon}_i, \quad (5.26b)$$

em que:

$$A_i(t_i) = \left. \frac{\partial \vec{F}}{\partial \vec{X}} \right|_{\vec{X}_i = \vec{X}_i^*, t=t_i}, \quad (5.27a)$$

$$C_i(t_i) = \left. \frac{\partial \vec{G}}{\partial \vec{X}} \right|_{\vec{X}_i = \vec{X}_i^*, t=t_i}. \quad (5.27b)$$

Deseja-se estimar para uma época t_k , escolhida como a época da última medição, para obter \vec{x}_k . Portanto, agora é possível usar a solução de um sistema linear:

$$\vec{x}_i = \Phi(t_i, t_k) \vec{x}_k, \quad (5.28a)$$

$$\dot{\Phi}(t, t_k) = A(t) \Phi(t, t_k), \quad (5.28b)$$

onde $\Phi(t, t_k)$ é matriz de transição de estado, para $\Phi(t_0, t_0) = I$. Agora, a Equação 5.26 pode ser transformada em:

$$\dot{\vec{x}}_i = A_i(t_i) \Phi(t_i, t_k) \vec{x}_k, \quad (5.29a)$$

$$\vec{y}_i = C_i(t_i) \Phi(t_i, t_k) \vec{x}_k + \vec{\varepsilon}_i. \quad (5.29b)$$

Definindo $\vec{\varepsilon} = [\vec{\varepsilon}_1 \ \vec{\varepsilon}_2 \ \dots \ \vec{\varepsilon}_l]^T$ e assumindo uma distribuição normal com média zero, $E[\vec{\varepsilon}] = 0$, e covariância conhecida, $E[\vec{\varepsilon} \vec{\varepsilon}^T] = R$, é possível demonstrar que a estimativa com covariância mínima para \vec{x}_k é (SCHUTZ et al., 2004):

$$\hat{\vec{x}}_k = (C^T R^{-1} C)^{-1} C^T R^{-1} \vec{y}, \quad (5.30)$$

onde $C = [C_1(t_1) \Phi(t_1, t_k) \ C_2(t_2) \Phi(t_2, t_k) \ \dots \ C_l(t_l) \Phi(t_l, t_k)]^T$ e $\vec{y} = [\vec{y}_1 \ \vec{y}_2 \ \dots \ \vec{y}_l]^T$. A matriz de covariância do estado é $P = (C^T R^{-1} C)^{-1}$. A Equação 5.30 é resolvida iterativamente seguindo o algoritmo de Schutz et al. (2004, pág. 196), até a convergência da raiz quadrada média (RMS) dos resíduos de observação para se obter a estimativa da época: $\hat{\vec{X}}_k$. Note que a integração das Equações 5.28 é interrompida nos tempos t_j para considerar os $\Delta \vec{V}_{j,s}$, Equação 5.17, nas componentes de \vec{X} correspondentes a \vec{v} .

5.3 Guiagem e controle

Nesta seção são apresentadas as soluções de guiagem e controle propostas. Nas Seções 5.3.1 e 5.3.2 é apresentada a teoria e conceitos por trás da lei de controle

para manutenção orbital autônoma, que será derivada e explicada na Seção 5.3.4. Também se propõe o uso de uma lei de guiagem de Monte Carlo-Lambert para a espaçonave transitar entre diferentes pontos em torno do asteroide, a qual é descrita na Seção 5.3.3.

5.3.1 Controle por modos deslizantes

O controle por modos deslizantes parte de um conceito bem simples, o de que é muito mais simples e intuitivo se controlar um sistema de primeira ordem (SLOTINE; LI, 1991; UTKIN et al., 2017). Para tanto, é definida uma superfície, denominada superfície deslizante, que seja uma função dos estados do sistema. O problema passa então a ser o de levar o sistema a essa superfície e a análise da dinâmica sobre a superfície. No entanto, a escolha da superfície deslizante não é arbitrária e deve atender os requisitos de controle. A vantagem dessa abordagem é que se facilita obter uma lei de controle para qualquer sistema não-linear. Além disso, por conta de sua formulação, passa a ser teoricamente simples a eliminação de quaisquer perturbações e incertezas na modelagem do sistema, desde que limitadas em uma certa magnitude, fazendo dela uma técnica de controle robusta já que lida explicitamente com perturbações.

Considere o seguinte sistema não-linear de ordem n :

$$\vec{x}^{(n)}(t) = \vec{f}(\vec{x}^{(n-1)}, \dots, \vec{x}, t) + \vec{d}(\vec{x}^{(n-1)}, \dots, \vec{x}, t) + b(\vec{x}^{(n-1)}, \dots, \vec{x}, t)\vec{u}, \quad (5.31)$$

em que $\vec{x}^{(j)}(t) \in \mathbb{R}^N$ representa a j -ésima derivada de \vec{x} no tempo, $b \in \mathbb{R}^{N \times N}$ e $\vec{u} \in \mathbb{R}^N$ é o sinal de controle. O vetor $\vec{f} \in \mathbb{R}^N$ representa a dinâmica conhecida do sistema, enquanto $\vec{d} \in \mathbb{R}^N$ são perturbações e incertezas, porém limitadas de tal forma que suas componentes obedecem: $|d_i| \leq D_i$, $i = 1, 2, \dots, N$.

Para se controlar um sistema representado pela Equação 5.31, por modos deslizantes, a alternativa mais comum e simples é definir uma superfície deslizante que seja uma combinação linear dos estados do sistema da seguinte forma (SLOTINE; LI, 1991; UTKIN et al., 2017; KHALIL,):

$$\vec{s} = \sum_{k=0}^{n-1} \binom{n-1}{k} \Lambda^{n-1-k} \frac{d^k}{dt^k} (\tilde{\vec{x}}), \quad (5.32)$$

onde $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_N) > 0$ é uma matriz constante que indica a taxa de convergência para a referência quando o sistema está sobre a superfície deslizante, como será visto logo; e $\tilde{\vec{x}}^{(j)} = \vec{x}^{(j)} - \vec{x}_d^{(j)}$, $j = 1, 2, \dots, n-1$, em que $\vec{x}_d^{(j)}$ representa a

trajetória desejada para qual o sistema deve convergir. Nota-se que o coeficiente do binômio obedece:

$$\binom{p}{q} = \frac{q!}{q!(p-q)!}. \quad (5.33)$$

Pode-se definir a seguinte função candidata de Lyapunov (SLOTINE; LI, 1991):

$$V = \frac{1}{2} \bar{s}^T \bar{s}, \quad (5.34)$$

que possui a derivada:

$$\dot{V} = \bar{s}^T \dot{\bar{s}}. \quad (5.35)$$

Considerando as Equações 5.32, chega-se a:

$$\dot{V} = \bar{s}^T \left[\frac{d^n}{dt^n} (\tilde{x}) + \sum_{k=0}^{n-2} \binom{n-1}{k} \Lambda^{n-1-k} \frac{d^{k+1}}{dt^{k+1}} (\tilde{x}) \right] \quad (5.36)$$

Agora, da definição do sistema não-linear, Equação 5.31, tem-se:

$$\dot{V} = \bar{s}^T \left[\vec{f} + \vec{d} + b\vec{u} + \sum_{k=0}^{n-2} \binom{n-1}{k} \Lambda^{n-1-k} \frac{d^{k+1}}{dt^{k+1}} (\tilde{x}) \right] \quad (5.37)$$

Se b é não-singular, o seguinte controle assegura que $\dot{V} < 0$:

$$\vec{u} = -b^{-1} \left[\vec{f} + \sum_{k=0}^{n-2} \binom{n-1}{k} \Lambda^{n-1-k} \frac{d^{k+1}}{dt^{k+1}} (\tilde{x}) + K \text{sign}(\bar{s}) \right], \quad (5.38)$$

desde que $K \in \mathbb{R}^{3 \times 3} = \text{diag}(k_1, k_2, k_3) > 0$ seja escolhido tal que $k_i > D_i$, $i = 1, 2, 3$. É possível demonstrar que a lei de controle na Equação 5.38 apresenta convergência para a superfície deslizando em tempo finito (SLOTINE; LI, 1991; UTKIN et al., 2017; KHALIL,).

Para os casos apresentados neste trabalho, Seção 5.1, a lei de controle da Equação 5.38 se reduz a:

$$\vec{u} = -b^{-1} \left[\vec{f} + \Lambda \tilde{v} + K \text{sign}(\bar{s}) \right], \quad (5.39)$$

e a superfície deslizando da Equação 5.32 é:

$$\bar{s} = \tilde{v} + \Lambda \tilde{r}, \quad (5.40)$$

em que \vec{r} e \vec{v} representam, respectivamente, a posição e velocidade.

5.3.2 Controle por seguimento de caminho

O conceito por trás do controle por seguimento de caminho é bem simples e uma alternativa ao controle por rastreamento de trajetória. No rastreamento por trajetória almeja-se controlar a trajetória $\vec{x}^{(i)}(t)$, $i = 1, 2, \dots, n - 1$, a trazendo para uma referência $\vec{x}_d^{(i)}(t)$, $i = 1, 2, \dots, n - 1$. Na estratégia por seguimento de caminho, a parametrização da trajetória desejada se dá por um comprimento de arco virtual, tal que $\vec{x}_d^{(i)}(\theta)$, $i = 1, 2, \dots, n - 1$, $\theta = [\theta_{min}, \theta_{max}]$. Como já demonstrado na literatura, essa estratégia possui diversas vantagens a um controle por rastreamento de trajetória quando o veículo não necessita estar em um dado estado em um tempo exato (AGUIAR et al., 2004; AGUIAR et al., 2005; AGUIAR; HESPANHA, 2007; AGUIAR et al., 2008).

5.3.3 Guiagem de Monte Carlo-Lambert

Uma característica comum em uma missão a asteroide é o alto nível de incertezas nas propriedades do asteroide, ambiente e estado relativo, antes da espaçonave estar a poucos raios de distância do corpo. Por esse motivo, a missão Hayabusa 2 emprega uma guiagem estocástica para a fase de aproximação, usando o software JATOPS executado em solo (TSUDA et al., 2020), o qual minimiza o consumo de combustível considerando as incertezas nas propriedades do asteroide e navegação relativa para 2.5σ de incerteza.

No caso deste trabalho, para a operação autônoma, opta-se por aplicar uma guiagem de Lambert (HAWKINS et al., 2012), que resolve o problema de Lambert (Seção 4.1) após cada atualização de medição usando o algoritmo de Izzo (IZZO, 2015). Portanto, dado o estado atual $\vec{r}(t_0)$, a posição final desejada $\vec{r}(t_f)$, e o tempo de voo $t_{go} = t_f - t_0$, o problema de Lambert pode ser resolvido para encontrar a mudança de velocidade necessária nos estados atual e final, $\Delta\vec{V}_0$ e $\Delta\vec{V}_f$, respectivamente. No entanto, para lidar com as incertezas, aplica-se uma abordagem de Monte Carlo considerando a última estimativa \hat{X} com sua respectiva incerteza de 3σ em $\vec{r}(t_0)$ e μ . Será considerado 500 amostras.

As mudanças de velocidade comandadas serão tomadas a partir do valor médio em cada componente dos vetores $\Delta\vec{V}_0$ e $\Delta\vec{V}_f$ do processo de Monte Carlo. Após cada atualização de estimativa (ou seja, a cada nova medição), um $\Delta\vec{V}_0$ será executado, enquanto o $\Delta\vec{V}_f$ será executado uma única vez, agendado após a última atualização.

ção antes da inserção orbital. O $\Delta\vec{V}$ calculado é executado segundo o comando de controle:

$$\vec{u} = \frac{1}{\Delta t_u} \Delta\vec{V}. \quad (5.41)$$

O tempo para iniciar o $\Delta\vec{V}_f$ pode ser programado considerando um nível de empuxo máximo garantido em cada componente, u_m , para o tempo $t_{\text{exec}} = t_f - \frac{\Delta V_{\text{max}}}{u_m}$, onde ΔV_{max} é a componente com magnitude máxima de $\Delta\vec{V}_f$.

5.3.4 Controle robusto para manutenção orbital

Considere quaisquer das equações do movimento da Seção 5.1.1 escritas em forma semelhante à Equação 5.31:

$$\dot{\vec{r}} = \vec{v}, \quad (5.42a)$$

$$\dot{\vec{v}} = \vec{f} + \vec{d} + \vec{u}. \quad (5.42b)$$

As leis de controle serão derivadas no referencial radial-transversal-normal (RTN), veja Apêndice A. Um vetor cartesiano arbitrário $\vec{A} \in \mathbb{R}^3$ pode ser escrito em RTN como:

$$\vec{A}_{RTN} = \begin{bmatrix} A_R \\ A_T \\ A_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{A} \cdot \hat{r} \\ \vec{A} \cdot \hat{\theta} \\ \vec{A} \cdot \hat{h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{r}^T \\ \hat{\theta}^T \\ \hat{h}^T \end{bmatrix} \vec{A}, \quad (5.43)$$

em que os subscritos R , T e N são para as coordenadas radial, transversal e normal, respectivamente. Então, pode-se escrever as acelerações das Equações 5.42 em RTN como:

$$\vec{a}_{RTN} = \begin{bmatrix} f_R + u_R + d_R \\ f_T + u_T + d_T \\ f_N + u_N + d_N \end{bmatrix}. \quad (5.44)$$

As acelerações radial e transversal agirão conforme as seguintes equações do movimento no plano osculante:

$$\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = a_R, \quad (5.45a)$$

$$2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta} = a_T, \quad (5.45b)$$

em que θ é um comprimento de arco virtual representando a posição da partícula. Notando que o momento angular específico pode ser representado como $h = r^2\dot{\theta}$, as equações se reduzem a:

$$\ddot{r} = \frac{h^2}{r^3} + a_R, \quad (5.46a)$$

$$\dot{h} = ra_T \quad (5.46b)$$

A componente normal ausente é responsável por alterar o plano orbital osculante. Seu efeito pode ser verificado através da obtenção da variação temporal do momento angular específico:

$$\dot{\vec{h}} = \vec{r} \times \vec{a} = ra_T \hat{h} - ra_N \hat{\theta}. \quad (5.47)$$

Como $\dot{\vec{h}} = \dot{h}\hat{h} + h\dot{\hat{h}}$, e utilizando as Equações A.2 com uma simples derivação similar a que se obtém coordenadas polares, pode-se checar que o referencial RTN irá obedecer as seguintes equações do movimento:

$$\dot{\hat{r}} = \frac{h}{r^2} \hat{\theta}, \quad (5.48a)$$

$$\dot{\hat{\theta}} = \frac{ra_N}{h} \hat{h} - \frac{h}{r^2} \hat{r}, \quad (5.48b)$$

$$\dot{\hat{h}} = -\frac{ra_N}{h} \hat{\theta}. \quad (5.48c)$$

Essas equações são equivalentes às fórmulas de Frenet-Serret, mas para coordenadas RTN. Embora o RTN seja extensivamente aplicado em astrodinâmica e astronomia dinâmica, é possível que essa seja a primeira vez que as suas fórmulas equivalentes ao Frenet-Serret são apresentadas na literatura.

Definição 5.3.1. Considere um vetor arbitrário \vec{A} escrito em coordenadas cartesianas. Também, considere esse mesmo vetor no referencial RTN e representado como \vec{A}_{RTN} . Define-se aqui que a derivada de \vec{A}_{RTN} com respeito ao tempo t , tomada em cada uma de suas componentes, seja $\frac{d}{dt}(\vec{A}_{RTN})$. Enquanto $\dot{\vec{A}}$, a derivada temporal de \vec{A} , é apresentada no referencial RTN como $\dot{\vec{A}}_{RTN}$.

Assim, seguindo a Equação 5.43 e a Definição 5.3.1, tem-se:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}(\vec{A}_{RTN}) &= \frac{d}{dt}([RTN])\vec{A} + [RTN]\dot{\vec{A}} \\ &= \frac{d}{dt}([RTN])\vec{A} + \dot{\vec{A}}_{RTN}.\end{aligned}\tag{5.49}$$

Agora, considerando as Eqs. 5.48, segue que:

$$\frac{d}{dt}(\vec{A}_{RTN}) = \begin{bmatrix} \dot{A}_R \\ \dot{A}_T \\ \dot{A}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\vec{A}} \cdot \hat{r} + \frac{h}{r^2} A_T \\ \dot{\vec{A}} \cdot \hat{\theta} + \frac{ra_N}{h} A_N - \frac{h}{r^2} A_R \\ \dot{\vec{A}} \cdot \hat{h} - \frac{ra_N}{h} A_T \end{bmatrix}\tag{5.50}$$

Para que se derive a lei de controle, é necessário fazer a seguinte suposição:

Suposição 5.3.1. *O momento angular específico da partícula e os vetores de posição em relação ao ponto a ser orbitado são tais que $\vec{h} \neq 0$ e $\vec{r} \neq 0$.*

Agora é possível fazer a proposição de um novo tipo de superfície deslizante que será central para a derivação do controle.

Proposição 5.3.1. *Uma superfície deslizante $s = 0$, $s \in \mathbb{R}$, escrita como uma combinação linear das componentes radial e transversal de vetor Cartesiano arbitrário $\vec{A} \in \mathbb{R}^3$:*

$$s = A_T + \lambda A_R,\tag{5.51}$$

$\lambda > 0$, irá assintoticamente convergir para $A_T = A_R = 0$, se $\dot{\vec{A}} = 0$ (ou seja, \vec{A} é constante).

Prova. Do primeiro elemento do vetor na Equação 5.50 segue que:

$$A_T = \frac{1}{\dot{\theta}}(\dot{A}_R - \dot{\vec{A}} \cdot \hat{r})\tag{5.52}$$

Como $\dot{\vec{A}} = 0$, a superfície deslizante s na Equação 5.51 pode ser reescrita como:

$$s = \frac{1}{\dot{\theta}}\dot{A}_R + \lambda A_R = 0,\tag{5.53}$$

a qual possui as seguintes soluções para a componente radial de \vec{A} :

$$A_R(t) = A_R(t_0)e^{-\lambda(\theta(t)-\theta(t_0))} \quad (5.54)$$

Porém, notando que $\dot{\theta} = h/r^2$, pode-se encontrar que:

$$\theta(t) - \theta(t_0) = \int_{t_0}^t \frac{h(\tau)}{r^2(\tau)} d\tau, \quad (5.55)$$

a qual é uma função monótona crescente. Como h e r representam a magnitude de \vec{h} e \vec{r} , respectivamente, e Suposição 5.3.1 os previne de serem zero, então $h, r > 0$. Portanto, A_R irá assintoticamente convergir para $A_R = 0$ e $A_T = 0$ segue daí. ■
Observação 1. Alguns podem se enganar considerando que a superfície deslizando na Equação 5.51 é o que alguns autores chamam superfície deslizando “convencional” (SHTESSEL et al., 2014), apenas porque é uma combinação linear. Se nota que uma superfície deslizando “convencional” equivalente teria a forma $s = \dot{\varepsilon}(t) + \lambda\varepsilon(t)$, $s, \varepsilon \in \mathbb{R}$, onde ε é o erro de saída de um sistema arbitrário de segunda ordem (SHTESSEL et al., 2014). Completamente diferente, a Equação 5.51 é uma combinação linear de componentes de um vetor constante $\vec{A} \in \mathbb{R}^3$. Naturalmente, como no caso de qualquer abordagem de controle por modo deslizando (UTKIN et al., 2017), o aspecto importante é que a superfície deslizando produz o resultado para o qual foi projetada quando o sistema opera sobre ela, que neste caso é $A_T = A_R = 0$, como será aproveitado em breve.

A Proposição 5.3.1 é muito importante, já que permite controlar um vetor \vec{A} por uma única superfície deslizando. Será feito uso disso para controlar o plano osculante. Como o ponto a ser orbitado já está definido escrevendo as equações de movimento em um referencial centrado nele, o plano da partícula é definido pelo versor \hat{h} . Portanto, pode-se fazer uso desse fato para se escolher um versor momento angular específico desejado \hat{h}_d , definido em RTN usando a Equação 5.43:

$$\hat{h}_{d-RTN} = \begin{bmatrix} h_{dR} \\ h_{dT} \\ h_{dN} \end{bmatrix}, \quad (5.56)$$

para fazer \hat{h} convergir-lhe.

Suposição 5.3.2. *Deixe β ser um ângulo entre o versor do momento angular desejado \hat{h}_d e o versor momento angular atual \hat{h} , $\cos \beta = \hat{h} \cdot \hat{h}_d$. A magnitude desse ângulo está limitada tal que $\beta < 90^\circ$.*

Agora é possível derivar uma lei de controle para se controlar o plano osculante, dada pelo teorema que segue.

Teorema 1. *Assumindo que a perturbação normal a trajetória, d_N , está limitada tal que $|d_N| < D_N$, um controle normal ao plano osculador:*

$$u_N = \frac{h^2}{r^3 h_{dN}} (h_{dR} - \lambda_N h_{dT}) - K_N \text{sgn}(s_N) - f_N, \quad (5.57)$$

$K_N \geq D_N$, irá garantir convergência para a superfície deslizando:

$$s_N = \hat{h}_d \cdot (\lambda_N \hat{r} + \hat{\theta}) = h_{dT} + \lambda_N h_{dR} = 0, \quad (5.58)$$

e, quando alcançada, o plano osculante irá convergir assintoticamente ao plano desejado \hat{h}_d .

Prova. Tomando a derivada da Equação 5.58, segue que:

$$\dot{s}_N = \dot{h}_{dT} + \lambda_N \dot{h}_{dR} \quad (5.59)$$

Aplicando a Equação 5.50 e o fato que $\dot{\hat{h}}_d = 0$:

$$\dot{s}_N = \frac{r h_{dN}}{h} a_N + \frac{h}{r^2} (\lambda_N h_{dT} - h_{dR}). \quad (5.60)$$

Escolhendo como uma função candidata de Lyapunov:

$$V = \frac{1}{2} s_N^2, \quad (5.61)$$

chega-se a:

$$\dot{V} = s_N \dot{s}_N. \quad (5.62)$$

Como $a_N = f_N + d_N + u_N$:

$$\dot{V} = s_N \left[\frac{r h_{dN}}{h} (f_N + d_N + u_N) + \frac{h}{r^2} (\lambda_N h_{dT} - h_{dR}) \right] \quad (5.63)$$

Substituindo o controle u_N dado pela Equação 5.57 chega-se em:

$$\dot{V} = \frac{r h_{dN}}{h} s_N (d_N - K_N \text{sgn}(s_N)) \quad (5.64)$$

A Suposição 5.3.2 garante que $h_{dN} > 0$. Portanto, porque $K_N \geq D_N$, e lembrando da Suposição 5.3.1, a magnitude de \dot{V} está limitada de tal que $\dot{V} < 0$ para todo $s_N \neq 0$. Dessa forma, mostra-se pelo segundo método de Lyapunov que o sistema é assintoticamente estável em $s_N = 0$. Isso implica, aplicando Proposição 5.3.1, que o plano osculador irá convergir assintoticamente para o plano desejado definido por \hat{h}_d , já que $\dot{\hat{h}}_d = 0$. ■

Observação 2. Note que as Suposições 5.3.2 também previnem u_N de alcançar a singularidade $h_{dN} = 0$.

Observação 3. Na prática, a restrição da Suposição 5.3.2 pode ser facilmente burlada em um algoritmo que convenientemente escolha um valor intermediário de \hat{h}_d se $\beta \geq 90^\circ$.

A Proposição 5.3.1 é realmente uma forma inovadora de tratar o problema para se obter uma lei de controle como a do Teorema 1. Considere o ângulo β definido na Suposição 5.3.2. O leitor poderia ponderar que uma superfície deslizante $s_N = \tilde{\beta} = \beta - \beta_d$ seria uma melhor superfície, já que mais intuitiva, se um controle robusto pudesse ser derivado daí.

Derivando $\cos \beta = \hat{h} \cdot \hat{h}_d$, e utilizando a Equação 5.48, encontra-se que:

$$\sin \beta \dot{\beta} = 2 \frac{r a_N}{h} h_{dT}. \quad (5.65)$$

Esta equação não possui dependência de h_{dR} , fazendo com que a componente h_{dR} seja impossível de ser controlada. Isso é mais profundo do que como a equação é derivada ou o sistema de coordenadas escolhido, tem a ver com a própria definição de \vec{h} estar envolvida na definição da superfície, o que pode ser checado em um sentido mais amplo ao se escrever $\cos \beta = \frac{1}{h} \vec{h} \cdot \hat{h}_d$ e derivar, chegando a:

$$-\sin \beta \dot{\beta} = \frac{1}{h} \left[(\vec{r} \times \vec{a}) \cdot \hat{h}_d + (\vec{r} \times \vec{v}) \cdot \dot{\hat{h}}_d - \frac{\dot{h}}{h} (\vec{r} \times \vec{v}) \cdot \hat{h}_d \right], \quad (5.66)$$

em que cada termo é dependente do produto vetorial com o vetor posição. A superfície deslizante na Equação 5.58 é efetiva em evitar esse inconveniente ao remover \vec{h} de sua definição. Isso pode apenas ser obtido usando a nova superfície de deslizamento definida na Proposição 5.3.1.

Até agora, um controle para o plano foi obtido com o Teorema 1. Agora, é necessário derivar uma lei de controle para toda a geometria da órbita. Há um indicativo de como proceder a partir das constantes de movimento do problema dos dois corpos. O momento angular específico \vec{h} , vetor excentricidade \vec{e} e energia E , formam cinco constantes independentes de movimento no problema de dois corpos, as que definem a geometria da órbita (GOLDSTEIN et al., 2014; BATTIN, 1999). O controle do plano orbital restringiu duas dessas constantes ao se controlar \hat{h} , então resta h , \vec{e} e E . A melhor combinação aqui é controlar a magnitude do momento angular específico h e o vetor excentricidade (veja Seção 2.1 para mais detalhes nas integrais do movimento do problema de dois corpos). No caso geral, onde não há problema de dois corpos, μ é um parâmetro de projeto, que pode ser escolhido de diferentes maneiras, como definir um período orbital e obter μ da terceira lei de Kepler.

Pode-se mostrar que o vetor excentricidade, Equação 2.15, em coordenadas RTN é:

$$\vec{e}_{RTN} = \frac{1}{\mu} \begin{bmatrix} \frac{h^2}{r} - \mu \\ -\dot{r}h \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (5.67)$$

e sua derivada temporal, lembrando da Definição 5.3.1, também escrito em RTN:

$$\dot{\vec{e}}_{RTN} = \frac{1}{\mu} \begin{bmatrix} 2ha_T \\ -ha_R - \dot{r}ra_T - \frac{\mu h}{r^2} \\ -\dot{r}ra_N \end{bmatrix}. \quad (5.68)$$

Dessa forma, pode-se escolher uma magnitude de momento angular específico h_d e um vetor excentricidade desejado:

$$\vec{e}_d = \begin{bmatrix} e_{dR} \\ e_{dT} \\ e_{dN} \end{bmatrix}, \quad (5.69)$$

para ser derivado um controle robusto de seguimento de caminho para órbitas Keplerianas como mostrado no Teorema 2.

Teorema 2. *Considere a seguinte lei de controle:*

$$\vec{u}_{RTN} = -F^{-1}(G + K \operatorname{sgn}(\vec{s})) - \vec{f}_{RTN}, \quad (5.70)$$

em que $\vec{u}_{RTN} = [u_R \ u_T \ u_N]^T$, $K \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ é uma matriz diagonal positiva definida

tal que seus elementos são $K_{j,j} \geq \max(|\alpha_j|)$, $j = 1, 2, 3$, para $\vec{\alpha} = F\vec{d}_{RTN}$, a função $\text{sgn}(\vec{s}) \in \mathbb{R}^3$ representa a função sinal tomada em cada componente de \vec{s} , e as matrizes F e G são definidas por:

$$F = \frac{1}{h\mu} \begin{bmatrix} -h^2 & (2\lambda_R h - \dot{r}r)h & -\mu r e_{dN} \\ 0 & \mu r h & 0 \\ 0 & 0 & \mu r h_{dN} \end{bmatrix}, \quad (5.71a)$$

$$G = \frac{h}{r^2} \begin{bmatrix} \lambda_R \tilde{e}_T - \tilde{e}_R - 1 \\ 0 \\ \lambda_N h_{dT} - h_{dR} \end{bmatrix}, \quad (5.71b)$$

$\tilde{e}_R = e_R - e_{dR}$, $\tilde{e}_T = e_T - e_{dT}$, e $\lambda_N, \lambda_R > 0$ ⁴. A lei de controle na Equação 5.70 garante convergência para a superfície deslizante:

$$\vec{s} = \begin{bmatrix} \tilde{e} \cdot (\lambda_R \hat{r} + \hat{\theta}) \\ \tilde{h} \\ \hat{h}_d \cdot (\lambda_N \hat{r} + \hat{\theta}) \end{bmatrix} = 0, \quad (5.72)$$

$\tilde{h} = h - h_d$, $\tilde{e} = \vec{e} - \vec{e}_d$, e, uma vez alcançada, converge assintoticamente para a geometria da órbita desejada definida por \vec{h}_d e \vec{e}_d .

Prova. Escolhendo a função candidata de Lyapunov:

$$V = \frac{1}{2} \vec{s} \cdot \vec{s}, \quad (5.73)$$

sua derivada pode ser prontamente obtida:

$$\dot{V} = \vec{s} \cdot \dot{\vec{s}}. \quad (5.74)$$

Então, utilizando a Equação 5.48 e sabendo que \vec{e}_d e h_d são constantes:

$$\dot{V} = \vec{s} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\tilde{e}} \cdot (\lambda_R \hat{r} + \hat{\theta}) + \tilde{e} \cdot \left(\lambda_R \frac{h}{r^2} \hat{\theta} - \frac{h}{r^2} \hat{r} + \frac{r}{h} a_N \hat{h} \right) \\ \dot{\tilde{h}} \\ \frac{r h_{dN}}{h} a_N + \frac{h}{r^2} (\lambda_N h_{dT} - h_{dR}) \end{bmatrix}, \quad (5.75)$$

que com Equações 5.46b, 5.67 e 5.68, pode ser escrito em forma matricial como:

$$\dot{V} = \vec{s} \cdot \left(F \vec{f}_{RTN} + F \vec{u}_{RTN} + F \vec{d}_{RTN} + G \right). \quad (5.76)$$

⁴Note que \dot{r} é a velocidade radial, sendo simplesmente: $\dot{r} = \vec{v} \cdot \hat{r}$

Pode ser facilmente checado que F é não-singular. Como K pode ser escolhido tal que $K_{j,j} \geq \max(|\alpha_j|)$, $j = 1, 2, 3$, para $\vec{\alpha} = F\vec{d}_{RTN}$, encontra-se ao aplicar Equação 5.70 que $\dot{V} < 0$. Portanto, o sistema é assintoticamente estável em $\vec{s} = 0$.

Na superfície deslizante, o segundo elemento do vetor \vec{s} apenas admite a solução nula. O terceiro elemento converge assintoticamente como já mostrado no Teorema 1. Por último, a convergência do primeiro elemento pode ser demonstrada ao aplicar Equações 5.50 e 5.68 para se obter:

$$\dot{\tilde{e}}_R = \frac{2h}{\mu}a_T - \lambda_R\dot{\theta}\tilde{e}_R. \quad (5.77)$$

Utilizando o Método de Filippov (SLOTINE; LI, 1991; UTKIN et al., 2017), pode-se fazer $\dot{\vec{s}} = 0$ para encontrar que o \vec{a}_{RTN} equivalente é:

$$\vec{a}_{RTN-eq} = -F^{-1}G. \quad (5.78)$$

Solucionando a Equação 5.78 será encontrado que a componente transversal a_{T-eq} é igual a zero. Portanto, seguindo a Equação 5.53 na Proposição 5.3.1, as componentes radial e transversal de \vec{e} convergirão assintoticamente a zero. Enquanto isso, sua componente normal \tilde{e}_N convergirá para zero seguindo a convergência do plano orbital, dado que quando o plano orbital converge ($\hat{h} = \hat{h}_d$) os vetores \vec{e} e \vec{e}_d terão apenas componentes radial e transversal, já que são perpendiculares a \hat{h} e \hat{h}_d (BATTIN, 1999; GOLDSTEIN et al., 2014; ARNOLD et al., 2007), respectivamente. ■

Corolário 2.1. *Se as componentes da perturbação \vec{d}_{RTN} está limitada tal que $|d_R| < D_R$, $|d_T| < D_T$ e $|d_N| < D_N$, cada elemento da matriz diagonal K pode ser escolhido, enquanto garante estabilidade do Teorema 2, de acordo com:*

$$K_{1,1} \geq \frac{h}{\mu}D_R + \left| \frac{2\lambda_R h - \dot{r}r}{\mu} \right| D_T + \frac{r|e_{dN}|}{h}D_N, \quad (5.79a)$$

$$K_{2,2} \geq rD_T, \quad (5.79b)$$

$$K_{3,3} \geq r\frac{h_{dN}}{h}D_N. \quad (5.79c)$$

Prova. Seguindo a definição de $\vec{\alpha}$ no Teorema 2, $\vec{\alpha} = F\vec{d}_{RTN}$, se obtém:

$$\vec{\alpha} = \begin{bmatrix} -\frac{h}{\mu}d_R + \frac{2\lambda_R h - \dot{r}r}{\mu}d_T - \frac{1}{h}r e_{dN}d_N \\ r d_T \\ r \frac{h_{dN}}{h}d_N \end{bmatrix}, \quad (5.80)$$

como $K_{j,j} \geq \max(|\alpha_j|)$, facilmente segue que $K_{2,2} \geq rD_T$ e $K_{3,3} \geq r\frac{h_{dN}}{h}D_N$. Para a componente radial α_R , as seguintes desigualdades são verdadeiras:

$$\alpha_R \leq \frac{h}{\mu}D_R + \left| \frac{2\lambda_R h - \dot{r}r}{\mu} \right| D_T + \frac{r |e_{dN}|}{h} D_N = \alpha_R^+, \quad (5.81a)$$

$$\alpha_R \geq -\frac{h}{\mu}D_R - \left| \frac{2\lambda_R h - \dot{r}r}{\mu} \right| D_T - \frac{r |e_{dN}|}{h} D_N = \alpha_R^-. \quad (5.81b)$$

Portanto, já que $\alpha_R^+ = -\alpha_R^-$, segue que $\max(|\alpha_R|) \leq \alpha_R^+$, e $K_{1,1}$ pode ser seguramente escolhido respeitando a desigualdade: $K_{1,1} \geq \alpha_R^+$. ■

5.3.4.1 Considerações práticas

É amplamente conhecido que a principal desvantagem do controle por modos deslizantes é seu sinal de controle descontínuo, que em muitas aplicações práticas levam a trepidação (*chattering*). Isso pode ser facilmente resolvido permitindo que o sistema convirja para um limite em torno da superfície de deslizamento, com a perda de um pouco de desempenho, conforme amplamente documentado na literatura (SLOTINE; LI, 1991; UTKIN et al., 2017). A abordagem mais comum é substituir a função sinal pela função de saturação:

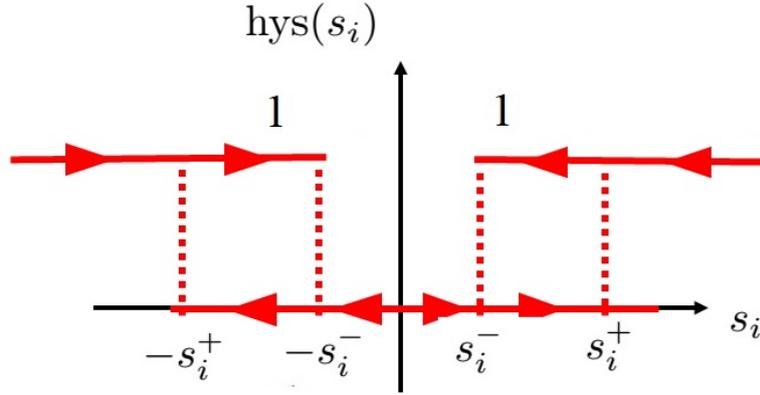
$$\text{sat}(x; x^*) = \begin{cases} 1, & x > x^* \\ \frac{x}{x^*}, & -x^* \leq x \leq x^* \\ -1, & x < -x^* \end{cases}. \quad (5.82)$$

No caso que $\vec{x}, \vec{x}^* \in \mathbb{R}^n$, define-se $\vec{g} = \text{sat}(\vec{x}; \vec{x}^*) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$, tal que $g_i = \text{sat}(x_i; x_i^*)$, $i = 1, 2, \dots, n$, para i representando cada componente do vetor. Logo, a Equação 5.70 pode ser reescrita como:

$$\vec{u}_{RTN} = -F^{-1} \left(G + K \text{sat} \left(\vec{s}; \vec{\Phi} \right) \right) - \vec{f}_{RTN}. \quad (5.83)$$

Seria desejável que uma lei de controle para manutenção orbital acomode com simplicidade períodos em que esteja desligada. Isso pode ser realizado com diferentes

Figura 5.1 - A função de histerese para cada componente de \vec{s} .



Fonte: Produção do autor.

abordagens, dependendo dos objetivos da missão e do hardware disponível. Para fins ilustrativos, opta-se por aplicar uma função de histerese inspirada no gatilho de Schmitt, definida como:

$$\text{hys}(x) = \begin{cases} 1, & |x| > x^+ \\ 0, & |x| < x^- \\ 1, & x^- \leq |x| \leq x^+ \text{ and } \text{hys}(x_p) = 1 \\ 0, & x^- \leq |x| \leq x^+ \text{ and } \text{hys}(x_p) = 0 \end{cases}, \quad (5.84)$$

em que $\text{hys}(x_p)$ indica um valor anterior da função de histerese. Para $\vec{x} \in \mathbb{R}^n$ define-se $\vec{g} = \text{hys}(\vec{x}) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$, tal que $g_i = \text{hys}(x_i)$, $i = 1, 2, \dots, n$. Portanto, uma forma prática para o controle, considerando períodos com propulsores ociosos, pode ser:

$$\vec{u}_{RTN} = - \left[F^{-1} \left(G + K_{\text{sat}} \left(\vec{s}; \vec{\Phi} \right) \right) - \vec{f}_{RTN} \right] \|\text{hys}(\vec{s})\|_{\infty}, \quad (5.85)$$

onde $\text{hys}(\vec{s})$ representa a função de histerese tomada em cada componente do vetor \vec{s} , como mostrado na Figura 5.1. O operador $\|\cdot\|_{\infty}$ é simplesmente a norma \mathcal{L}_{∞} , que é $\|\vec{x}\|_{\infty} = \max_i |x_i|$, apenas uma forma engenhosa de se dizer que o controle está desligado se todos os elementos de $\text{hys}(\vec{s})$ são zero, e ligado se qualquer componente de $\text{hys}(\vec{s})$ é 1. Nesses casos, vale a pena garantir uma aproximação mínima permitida entre o veículo e o ponto orbitado. Por esse motivo, segue uma proposição que garante que a distância r permanecerá dentro de certos limites.

Proposição 5.3.2. *Se a superfície de deslizamento da Equação 5.72 respeita os*

limites:

$$\vec{s}^- \leq \vec{s} \leq \vec{s}^+, \quad (5.86)$$

em que \vec{s}^- e \vec{s}^+ têm todas suas componentes negativas ou positivas, respectivamente.

É garantido que:

$$\frac{(s_2^- + h_d)^2}{\mu(\lambda_R s_1^+ + e_d + 1)} \leq r \leq \frac{(s_2^+ + h_d)^2}{\mu(\lambda_R s_1^- + 1)}, \quad (5.87)$$

onde os subscritos 1 e 2 representam a primeira e segunda componentes dos vetores \vec{s}^- ou \vec{s}^+ , e $e_d = \|\vec{e}_d\|$.

Prova. Se a Equação 5.70 é aplicada quando $\vec{s}^- \leq \vec{s} \leq \vec{s}^+$, a superfície de deslizamento \vec{s} é garantida a continuar nos limites, já que:

$$\dot{\vec{s}} = -F^{-1}K \text{sgn}(\vec{s}) + F\vec{d}_{RTN} = -\Gamma(t)\text{sgn}(\vec{s}), \quad (5.88)$$

em que $\Gamma(t) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ é uma matriz diagonal positiva definida.

A componente radial na Equação 5.67 pode ser isolada e escrita como:

$$r = \frac{h^2}{\mu(e_R + 1)}. \quad (5.89)$$

Aplicando a definição da primeira e segunda componente da superfície deslizante na Equação 5.72, s_1 e s_2 respectivamente, à equação acima, encontra-se que:

$$r = \frac{(s_2 + h_d)^2}{\mu(\lambda_R s_1 + \vec{e}_d \cdot \hat{r} + 1)}. \quad (5.90)$$

Finalmente, é fácil se mostrar que a distância r respeita os seguintes limites conservadores:

$$\frac{(s_2^- + h_d)^2}{\mu(\lambda_R s_1^+ + e_d + 1)} \leq r \leq \frac{(s_2^+ + h_d)^2}{\mu(\lambda_R s_1^- + 1)}. \quad (5.91)$$

■

Observação 4. Em sistemas de controle em tempo-real, qualquer melhoramento no processamento computacional é bem-vindo. Então, nota-se que a matriz F pode ser invertida analiticamente simplesmente como:

$$F^{-1} = \frac{1}{rh_{dN}h} \begin{bmatrix} -\mu r h_{dN} & h_{dN}(2\lambda_R h - \dot{r}) & -\mu r e_{dN} \\ 0 & h_{dN}h & 0 \\ 0 & 0 & h^2 \end{bmatrix}. \quad (5.92)$$

5.3.4.2 Exemplos ilustrativos em aplicações genéricas

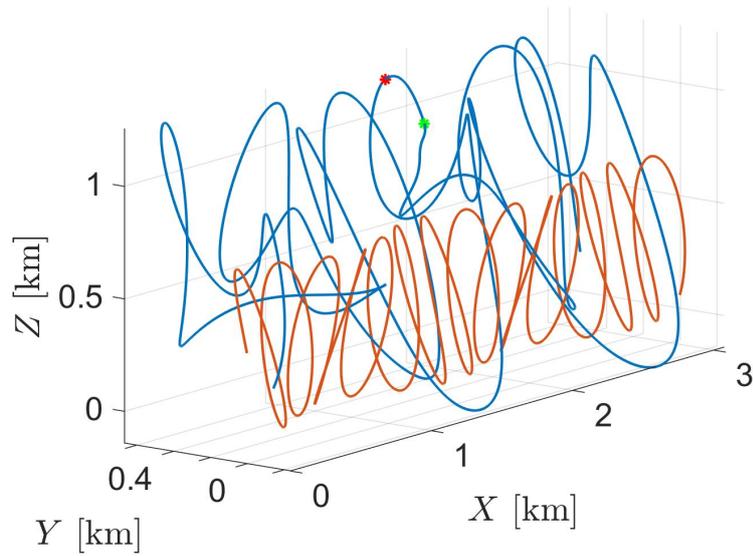
O primeiro exemplo é um problema por seguimento de caminho móvel (MPF). A partícula é solicitada a orbitar um ponto que se move em uma trajetória senoidal com velocidade $\vec{V} = \left[5 \quad \frac{5}{3} \cos\left(\frac{t}{6}\right) \quad 50 \cos\left(\frac{t}{7}\right) \right]^T$ m/s em um referencial inercial. Os vetores de momento angular específico e excentricidade desejados da partícula, em relação ao ponto móvel, são: $\vec{h}_d = \left[0 \quad -8.885,8 \quad 8.885,8 \right]^T$ m²/s e $\vec{e}_d = \left[0 \quad -0,4243 \quad -0,4243 \right]^T$. É considerado que todas as forças, exceto o controle, são perturbações, que incluem termos do ponto acelerado e uma aceleração constante de magnitude $\left[0 \quad 0 \quad -3 \right]^T$ m/s².

Além disso, para enfatizar a efetividade da lei de controle, é considerado que a partícula perde todos os seus comandos de controle por 15 segundos durante a simulação e que os componentes de controle estão saturados em 20 m/s² em cada direção sistema inercial, de modo que tem de recuperar o caminho depois disso. A matriz de ganho K é calculada seguindo a igualdade no Corolário 2.1, para $D_R = D_T = D_N = 10$ m/s², o vetor $\vec{\Phi}$ é escolhido como 5% de cada elemento da matriz K , e $\lambda_R = \lambda_N = 2$. O parâmetro μ é obtido para um período orbital de 100 segundos e resolvendo a terceira lei de Kepler.

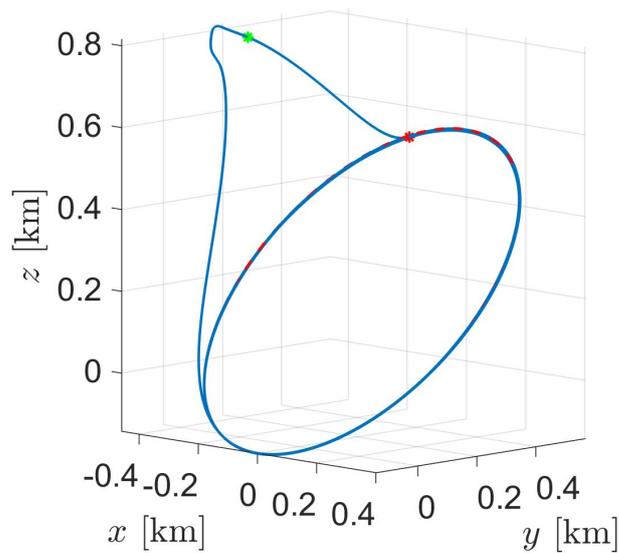
As Figuras 5.2 e 5.3 mostram os resultados obtidos para esse caso em uma simulação de 10 minutos. A trajetória do ponto móvel é representada em laranja na Figura 5.2(a), representando a trajetória no referencial inercial, enquanto a trajetória da partícula é representada em azul nas Figuras 5.2(a) e 5.2(b), com o último representando a órbita relativa ao ponto móvel. Um asterisco vermelho representa o ponto da trajetória onde a partícula perde os comandos de controle, enquanto o verde representa o ponto de volta, mostrando que a lei de controle é eficaz na recuperação do caminho. Na Figura 5.3, pode-se verificar o momento em que o comando de controle é desligado (6 minutos) e a pronta reação do controle para recuperar o caminho após religado. Ainda, a Figura 5.3 mostra que a função de saturação na Equação 5.82 é eficaz na remoção de trepidação com perda insignificante de desempenho, como mostrado na Figura 5.2(b) pela combinação perfeita da órbita da partícula com o caminho desejado (representado como uma linha tracejada vermelha, pouco perceptível devido ao alto desempenho da lei de controle).

A lei de controle pode estabilizar qualquer seção cônica. As Figuras 5.4 e 5.5 mostram um exemplo utilizando hipérbolas. Nesse exemplo, a partícula é solicitada a descrever uma hipérbole em relação a três pontos diferentes, de acordo com qual deles está

Figura 5.2 - Órbita controlada para o exemplo de seguimento de caminho móvel.



(a) Referencial inercial

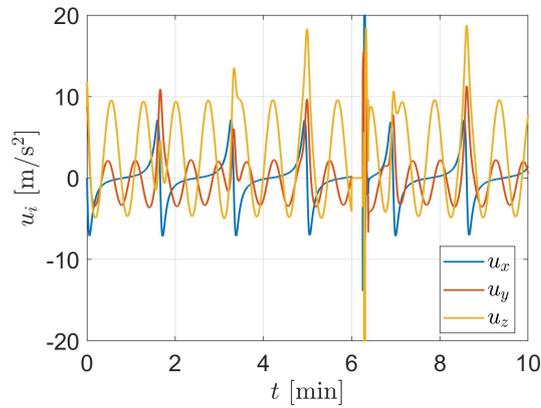


(b) Referencial centrado no ponto móvel

Fonte: Produção do autor.

mais próxima. Uma possível aplicação poderia ser para um UAV que realiza uma inspeção de linhas de transmissão. A Figura 5.4 representa a trajetória da partícula em um referencial inercial, com cada ponto de checagem e sua respectiva hipérbole representada em vermelho. Opta-se por fazer todas as hipérbolas no plano para uma melhor visualização. Aqui, também é considerado que $D_R = D_T = D_N = 10 \text{ m/s}^2$,

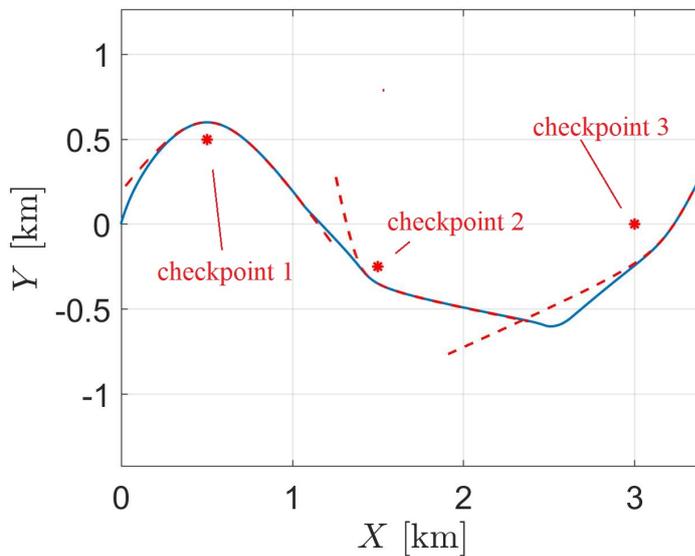
Figura 5.3 - Componentes cartesianas do comando de controle para o exemplo de seguimento de caminho móvel.



Fonte: Produção do autor.

$\vec{\Phi}$ é 5

Figura 5.4 - Exemplo de cônicas conjugadas no sistema inercial.

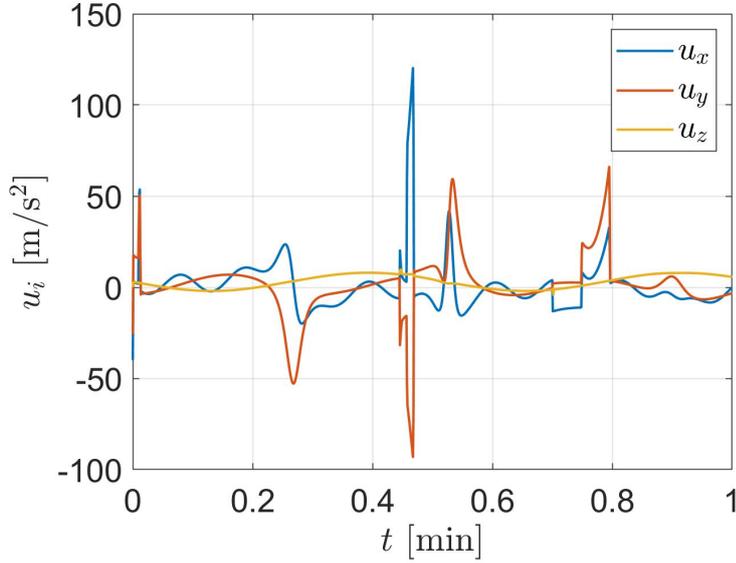


Fonte: Produção do autor.

5.4 Validação da lei de controle para manutenção orbital

Em todos os exemplos apresentados aqui, calcula-se a matriz de ganho K para as igualdades nas Equações 5.79, com um limite de perturbação assumido $D = D_R = D_T = D_N$, e as constantes $\lambda = \lambda_R = \lambda_N$. O vetor $\vec{\Phi}$ é sempre calculado como n_Φ

Figura 5.5 - Componentes cartesianas do comando de controle para o exemplo de cônicas conjugadas.



Fonte: Produção do autor.

vezes o valor correspondente da diagonal da matriz K , ou seja, $\vec{\Phi} = n_{\Phi} \text{diag}(K)$. Também define-se a taxa de atualização de controle como 0.25 Hz (ou seja, a cada 4 segundos), a menos que indicado de outra forma em casos específicos. Certamente, nota-se que esta frequência de atualização de controle é desnecessariamente baixa, pois espaçonaves atuais poderiam calcular e executar o controle em uma frequência maior. Isso se deve mais às limitações computacionais para executar as simulações, especialmente porque o modelo de poliedros é computacionalmente custoso. No entanto, isso não é prejudicial para as aplicações apresentadas, como será mostrado em breve. Na verdade, isso destaca a precisão e exatidão da lei de controle.

Como será mostrado adiante, se uma frequência de atualização de controle maior for aplicada, os resultados serão mais precisos e um limite muito menor em torno da superfície deslizante pode ser escolhido para a função de saturação definido na Equação 5.83, com um $\vec{\Phi}$ menor (SLOTINE; LI, 1991). É assumido que a única dinâmica conhecida na lei de controle é o termo central do campo gravitacional, ou seja: $\vec{f}_{RTN} = \left[-\frac{\mu}{r^2} \ 0 \ 0\right]^T$. Ainda, por simplicidade, aqui é considerado apenas os sistemas inercial e fixo no corpo, considerando que eles são coincidentes no instante inicial. Ou seja, como se $DEC = 90^\circ$ e $RA = -90^\circ$ na Equação 5.1.

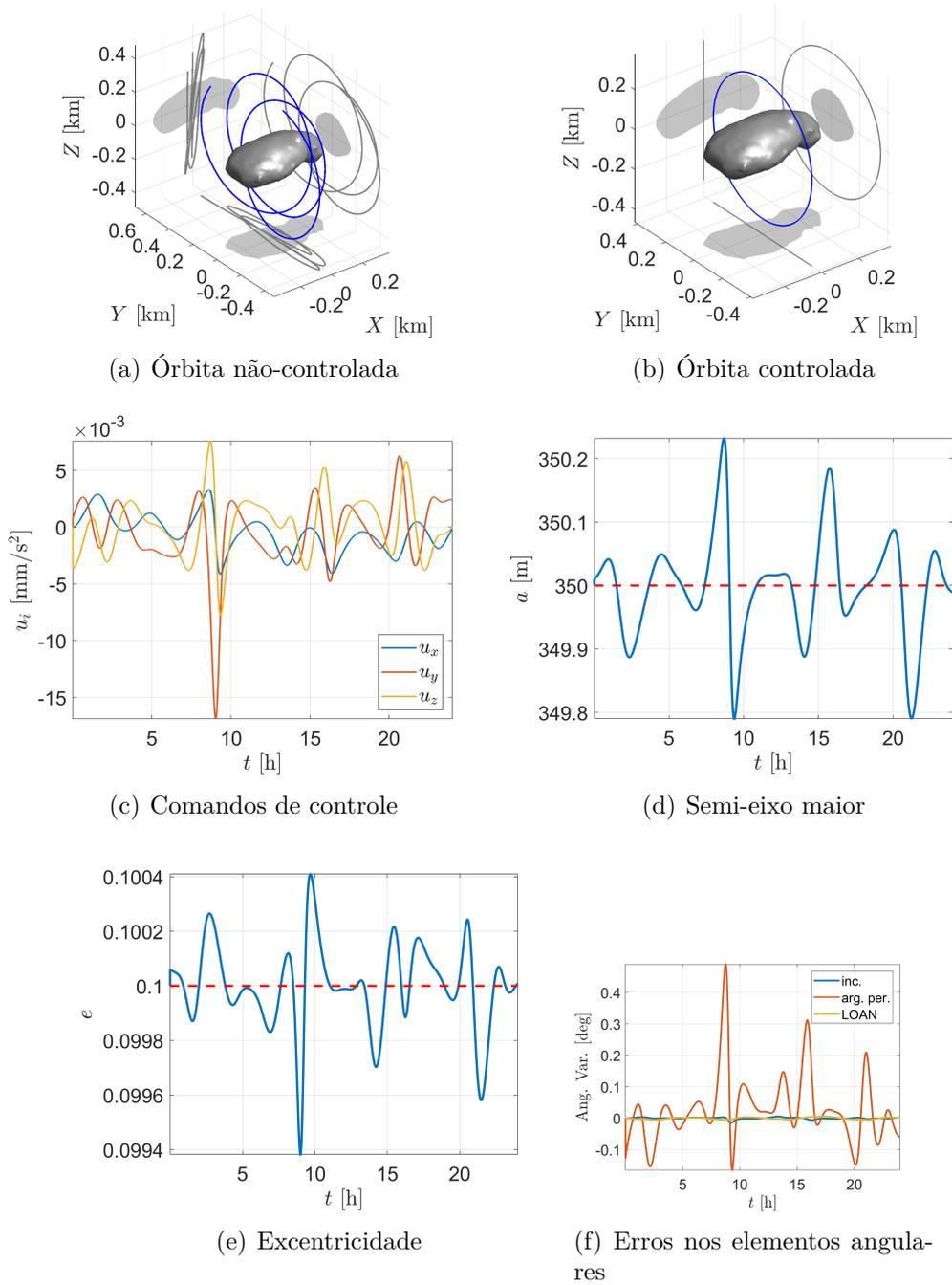
Escolhe-se como cenário do primeiro exemplo o asteroide Itokawa ($M = 3,51 \times 10^{10}$ kg, $\nu = 1,4386 \times 10^{-4}$ rad/s) aplicando a Equação 5.83 para controlar uma *sun-*

terminator orbit (ou seja, vetor de momento angular paralelo à linha asteróide-Sol) com os seguintes elementos orbitais geométricos: $a_d = 350$ m, $e_d = 0,1$, $i_d = 90^\circ$, $\omega_d = 90^\circ$ e $\Omega_d = 90^\circ$. Os parâmetros da SRP são (Equação 5.8): uma distância de 1.695 AU para o Sol, $M_{sc}/A_{sc} = 20$ kg/m² e $\rho = 1$. Os parâmetros de controle são apresentados na legenda da Figura 5.6. A Figura 5.6 mostra os resultados para uma simulação de 24 horas no referencial inercial. Como mostrado na Figura 5.6(b), a órbita é mantida com sucesso. Se nenhuma entrada de controle for aplicada, a espaçonave teria uma órbita altamente instável como mostrado na Figura 5.6(a). Pode-se notar na Figura 5.6(c), representando os comandos de controle em coordenadas cartesianas, que a função de saturação consegue evitar trepidação. Embora a função de saturação degrade o desempenho do controle, o erro para a aplicação de manutenção de órbita é muito baixo, como mostrado nas Figuras 5.6(d) a 5.6(f), que representa cada elemento orbital geométrico. Por exemplo, o erro para o semi-eixo maior está dentro de 30 cm, e os elementos angulares estão todos abaixo de $0,5^\circ$, como visto na Figura 5.6(f). O ΔV total para essa operação de 24 horas é de apenas 32.36 cm/s, o que é razoavelmente baixo considerando essa órbita extremamente próxima, com passagens ainda mais próximas aos lóbulos do Itokawa em rotação.

O próximo exemplo usa o cometa 67P/Churyumov-Gerasimenko ($M = 9,982 \times 10^{12}$ kg, $\nu = 1,4070 \times 10^{-4}$ rad/s), Figura 5.7. É escolhido controlar a espaçonave no sistema de referência fixo no corpo, o que significa impor uma órbita artificial, com os seguintes elementos orbitais geométricos: $a_d = 2100$ m, $e_d = 0,15$, $i_d = 110^\circ$, $\omega_d = 0^\circ$ e $\Omega_d = 50^\circ$. Por órbita artificial diz-se que tal órbita no sistema fixo no corpo é impossível, porque o sistema está girando. Portanto, uma solução de problema de dois corpos não se aplica, mas o controle pode criá-la com sucesso, mesmo com o nível mais alto de perturbações, que incluem o estado de rotação desconhecido, como já argumentado. Os parâmetros da SRP são: distância para o Sol de 1.243 AU, $M_{sc}/A_{sc} = 20$ kg / m² e $\rho = 1$.

A Figura 5.7(a) mostra a órbita artificial no referencial fixo no corpo. Esse tipo de abordagem pode ser útil quando um mapeamento rigoroso da superfície do corpo é necessário, o que seria inviável sem nenhum controle ativo. A Figura 5.7(b), representando os comandos de controle, mostra que a função de saturação é bem-sucedida em evitar trepidação do controle. O ΔV total para manter esta órbita artificial é de 7.0903 m/s. Para efeito de comparação, considerando apenas o termo gravitacional central, o ΔV necessário para pairar no polo norte do cometa (ou seja, não há necessidade de cancelar acelerações devido à rotação do cometa) em uma distância equivalente ao apoastro da órbita artificial (2.415 km), é de 9.8633 m/s para uma

Figura 5.6 - Exemplo para o Itokawa no sistema inercial, para $D = 1 \times 10^{-4} \text{ m/s}^2$, $n_\Phi = 5$, e $\lambda = 2$.

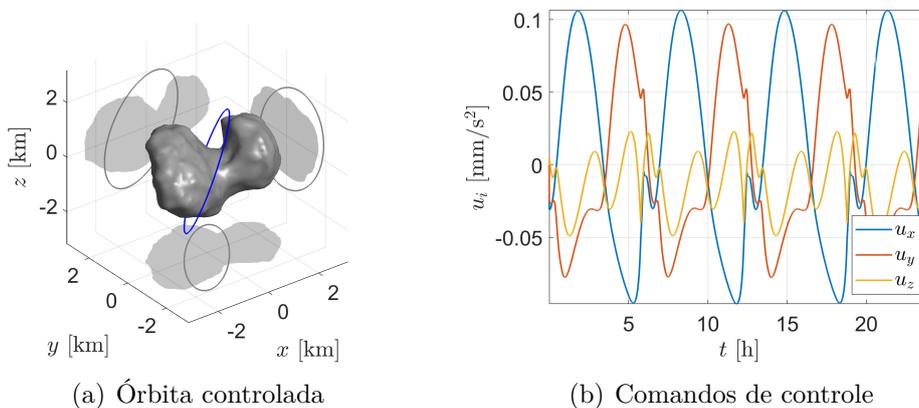


Fonte: Produção do autor.

manutenção de 24 horas. Observe que este ΔV pairando seria bem maior se fossem consideradas todas as perturbações, o estado de rotação do asteroide e as transições entre diferentes estações para fazer um mapa hipotético semelhante ao que a órbita artificial poderia fazer. Isso indica não só a vantagem que a lei de controle pode

apresentar em resultados científicos, mas também em economia de combustível.

Figura 5.7 - Exemplo do 67P/Churyumov-Gerasimenko no referencial fixo no corpo, para $D = 1 \times 10^{-2} \text{ m/s}^2$, $n_\Phi = 5$, e $\lambda = 2$.



(a) Órbita controlada

(b) Comandos de controle

Fonte: Produção do autor.

5.4.1 Análise paramétrica

O impacto de cada parâmetro em um controle por modos deslizantes está bem documentado na literatura e não difere muito para a lei de controle aqui analisada. Mesmo assim, aqui é apresentada uma breve análise paramétrica para que o leitor possa ter uma noção da magnitude dos parâmetros envolvidos e como eles impactam na aplicação específica. No caso da necessidade de uma escolha meticulosa dos parâmetros em uma aplicação de cenário real (frequência de controle, modos ressonantes estruturais, taxa de medição, etc.), recomenda-se ao leitor a leitura de Slotine e Li (1991) e Utkin et al. (2017).

A Figura 5.8 mostra os resultados ao variar os três parâmetros principais do controle, o nível de perturbação assumido $D = D_R = D_T = D_N$ (diretamente associado à matriz de ganho K), o tamanho do limite sobre a superfície deslizante, resumida aqui no parâmetro n_Φ ($\vec{\Phi} = n_\Phi \text{diag}(K)$), e a constante de superfície deslizante λ . Nessa análise, usa-se o modelo de harmônicos esféricos até ordem e grau 5 para simular o campo gravitacional do asteroide. Uma *sun-terminator orbit* em torno de Itokawa com um raio de 500 m foi escolhida para ser controlada. Assume-se que a condição inicial da espaçonave é de 600 m medido do centro de massa do asteroide em seu polo norte. Para resumir a análise paramétrica do controle orbital em uma única figura, opta-se por representar o desempenho usando a distância da espaçonave ao

baricentro do asteroide r .

A matriz K está diretamente associada à taxa de convergência para a superfície de deslizamento (NEGRI; PRADO, 2020; SLOTINE; LI, 1991). Como se a está calculando em função do nível de perturbação assumido D , pode-se notar na Figura 5.8(a), que apresenta o desempenho para diferentes valores de D , que magnitudes maiores da perturbação assumida resultam em uma convergência mais rápida, como esperado. O nível de perturbação real para esta condição operacional é da ordem de 1×10^{-7} m/s². É por isso que para $D = 1 \times 10^{-6}$ m/s² algumas saliências são notadas na curva, chegando a um erro em r da ordem de 2 metros. Esses solavancos correspondem a momentos em que a espaçonave está próxima dos lóbulos do Itokawa, significando um nível de perturbação maior, próximo em magnitude ao assumido de $D = 1 \times 10^{-6}$ m/s², o que consequentemente degrada o desempenho do controle.

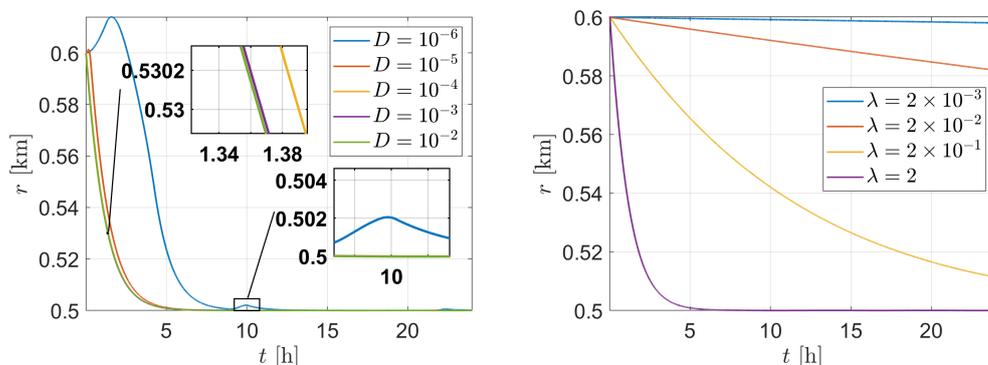
Enquanto a matriz K está relacionada à taxa de convergência para a superfície de deslizamento, o parâmetro λ está ligado à taxa de convergência para a órbita desejada dado que a superfície de deslizamento já foi alcançada (NEGRI; PRADO, 2020; SLOTINE; LI, 1991). Na verdade, como pode se verificar na Figura 5.8(b), o parâmetro λ é o mais impactante. Para $\lambda = 2$, a espaçonave converge para a órbita em 5 horas. Para valores decrescentes de λ a convergência é cada vez mais longa, com um pouco mais de um dia para $\lambda = 0.2$ e alcançando dezenas de dias para $\lambda = 2 \times 10^{-3}$ ⁵.

A Figura 5.8(c), representando o desempenho para diferentes valores de n_Φ , tem um caso típico de trepidação do controle por modos deslizantes. Os maiores erros para $n_\Phi = 1$, quando comparados aos demais casos, são resultados da incapacidade da função de saturação em atenuar o ganho da matriz K para a frequência de controle escolhida (0.25 Hz), que deve ser maior se uma camada limite ao redor da superfície deslizante para $n_\Phi = 1$ for necessária. Os outros casos de n_Φ não apresentam muita diferença no desempenho para essa aplicação em particular.

Como apontado anteriormente, foi necessário limitar a frequência de controle a 0.25 Hz para diminuir os custos computacionais das simulações. Agora, mostra-se uma pequena análise do impacto da frequência de controle no desempenho do controle orbital. A necessidade da função de saturação para atenuar o ganho de controle também está intimamente associada à frequência de controle (UTKIN et al., 2017). Portanto, na Figura 5.9, é mostrado diferentes simulações considerando diferentes

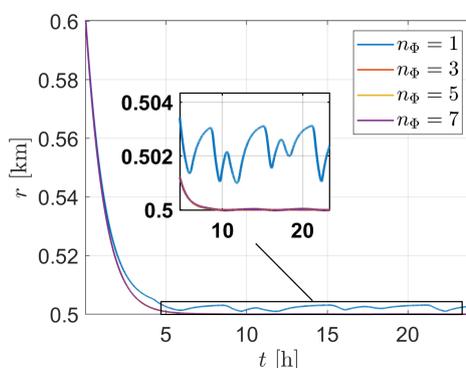
⁵O gráfico é limitado a 24 horas para visualizar melhor a tendência no comportamento dos diferentes λ .

Figura 5.8 - Distância do baricentro do asteroide para diferentes parâmetros de controle, *sun-terminator orbit* circular sobre Itokawa, no referencial inercial.



(a) $n_{\Phi} = 5$ e $\lambda = 2$

(b) $D = 1 \times 10^{-4}$ e $n_{\Phi} = 5$



(c) $D = 1 \times 10^{-4}$ e $\lambda = 2$

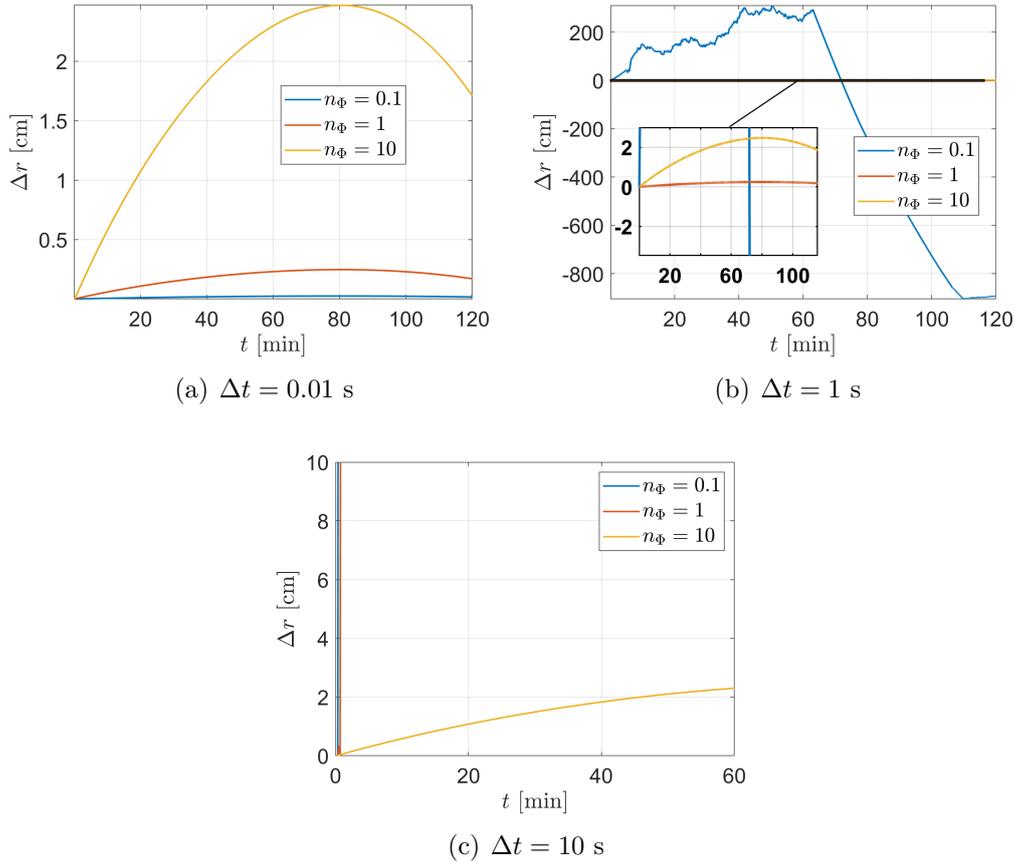
Fonte: Produção do autor.

freqüências de controle, para a mesma *sun-terminator orbit* circular de 500 m, e também considerando a aplicação de diferentes n_{Φ} .

Como se pode verificar na Figura 5.9(a), apresentando os resultados considerando uma atualização de controle em cada $\Delta t = 0.01$ s, ou seja, 100 Hz, essa escolha de freqüência de controle é boa o suficiente para acomodar diferentes magnitudes de n_{Φ} , sem indicação de trepidação. Um desempenho crescente para valores menores de n_{Φ} também pode ser observado, como é esperado. Aumentando o tempo de atualização do controle para $\Delta t = 1$ s, Figura 5.9(b), pode-se facilmente notar que um valor de $n_{\Phi} = 0.1$ é incapaz de remover a trepidação, e o sistema apresenta oscilações de alta freqüência (que podem excitar modos ressonantes estruturais) e baixo desempenho. Finalmente, configurando $\Delta t = 10$ s, apenas para $n_{\Phi} = 10$ é capaz de manter o desempenho do controle, enquanto o erro em r explode para as demais. Termina-se esta discussão de freqüência de controle chamando a atenção do leitor para que a

lei de controle proposta é muito promissora para operar em tempo real. É completamente analítica, lidando com todas as perturbações do sistema sem a necessidade de resolver um modelo dinâmico complexo.

Figura 5.9 - Erro em r para diferentes frequências de controle, *sun-terminator orbit* circular sobre Itokawa, no referencial inercial, para $D = 1 \times 10^{-3}$ e $\lambda = 2$.



Fonte: Produção do autor.

5.4.2 Análise aplicada ao Bennu

Nos exemplos a seguir, tem-se uma abordagem mais prática do problema, considerando como o controle para manutenção orbital poderia operar na prática. Agora também é considerado o ruído nas medições, então todas as análises subsequentes feitas são focadas no asteroide Bennu ($M = 7,329 \times 10^{10}$ kg, $\nu = 4.0684 \times 10^{-4}$ rad/s; parâmetros de SRP: distância para o Sol de 0.8969 AU, $M_{sc}/A_{sc} = 20$ kg/m² e $\rho = 1$), atualmente visitado pela missão OSIRIS-Rex, de modo a se aplicar um nível de ruído realista. No entanto, por simplicidade, ainda não se considera a proposta de navegação autônoma apresentada na Seção 5.2. Na verdade, é considerado

o nível de ruído no corte de dados (DCO) da Fase Orbital-B apresentada por [Williams et al. \(2018\)](#). Eles separam o nível de ruído em cada componente RTN. No entanto, aqui é considerado a maior magnitude do ruído no DCO arredondado para cima, então considera-se um ruído gaussiano branco aditivo com 1σ de dispersão em cada componente cartesiana dos vetores de posição e velocidade, respectivamente, como: $\sigma_{\vec{r}} = 0.8$ m e $\sigma_{\vec{v}} = 1 \times 10^{-4}$ m/s. Notando que um controle realista de manutenção de órbita não funcionará, geralmente, de forma ininterrupta, ou seja, com o sistema propulsivo aplicando constantemente um empuxo, também é aplicado na maioria dos exemplos a seguir o controle na Equação 5.85. Também é assumido que o sistema de propulsão tem uma limitação em entregar o comando de controle exato calculado pela lei de controle. Isso é feito considerando uma dispersão de 1σ de 3% em cada componente do comando de controle calculado.

Como restrição final adicionada ao sistema, assume-se que o comando de aceleração máxima está limitado a 1 mm/s². Nota-se que esta limitação ao comando de controle é apenas para definir um grau adicional de desafio à lei de controle, não é uma limitação intrínseca ligada à lei de controle ou a uma missão autônoma. Na verdade, essa variável está mais relacionada aos objetivos da missão e à escolha do *hardware*, o que está além do escopo deste estudo. Obviamente, se uma manutenção orbital altamente precisa for necessária, propulsores de baixo empuxo capazes de fornecer o mesmo nível de perturbações do sistema devem ser empregados. Note que isso pode ir tão longe quanto usar propulsores coloidais de micro-Newton, como os do LISA Pathfinder ([RACCA; MCNAMARA, 2010](#)). Por outro lado, se uma órbita mais grosseira for suficiente, propulsores de hidrazina da ordem de alguns Newtons são suficientes.

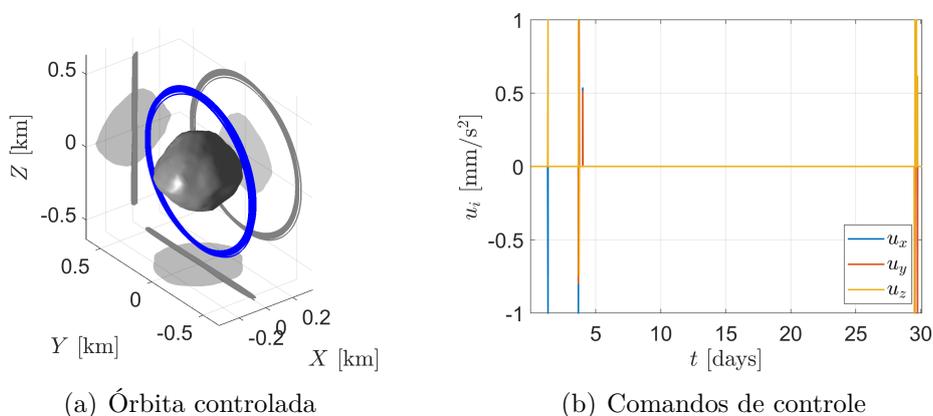
A Fase Orbital-B da OSIRIS-REx é uma *sun-terminator orbit* inicialmente circular com semieixo maior de 1 km, que se tornará pouco excêntrica e voltará a circular no período de meses ([WILLIAMS et al., 2018](#)). [Scheeres et al. \(2013\)](#) mostra que se o semi-eixo maior da órbita for reduzido para 500 m, a dinâmica da órbita se torna mais complexa e a espaçonave colide com o asteroide em menos de 100 dias. Então, como primeira simulação, controla-se essa órbita circular de 500 m considerando para a histerese do *switcher* de controle os valores: $\vec{s}^+ = [0.1 \quad 2.0 \quad 0.15]^T$ e $\vec{s}^- = \frac{1}{3}\vec{\Phi}$.

Nessa primeira aplicação, é considerada uma atualização de medição a cada 2 horas, que é compatível com a frequência de medição da missão OSIRIS-REx ([WILLIAMS et al., 2018](#); [TAKAHASHI; SCHEERES, 2021](#)), e corrompida pelo ruído definido anteriormente. Entre as atualizações de medição, é considerado como se a espaçonave tivesse

um integrador a bordo para propagar a solução de navegação até a próxima atualização. De modo a enfatizar a viabilidade da proposição, assume-se que o propagador considera apenas o termo de corpo central do campo gravitacional e o comando de controle calculado ⁶. A trajetória resolvida a bordo com o estado inicial da solução de navegação é assumida como a trajetória nominal.

A Figura 5.10 mostra a órbita controlada para esse caso, para a operação de um mês. Como o tempo de simulação é longo, é aplicado o modelo de harmônicos esféricos até a ordem e grau 5 para representar o campo gravitacional do asteroide. Como é possível verificar na Figura 5.10(a), a trajetória é controlada com sucesso com a proposição de operação. Os comandos de controle da Figura 5.10(b) mostram que o *switcher* é bem-sucedido em sua tarefa, com apenas algumas queimas de combustível em toda a operação. O total de ΔV nessa operação de 30 dias é de apenas 4.95 cm/s, cerca de 0.23% do ΔV previsto de 22 m/s para as operações próximas a Bennu de dois anos da missão OSIRIS-REx (WILLIAMS et al., 2018). Pede-se atenção ao leitor para o fato de que nenhuma análise orbital meticulosa é aplicada no projeto do *switcher* de controle, nem na escolha dos parâmetros de controle. Além disso, muitas das limitações impostas ao cenário (apenas o termo de gravidade principal é conhecido pela lei de controle e o integrador a bordo, alta dispersão nos comandos de controle executados, nível de ruído, etc.) podem ser consideradas exageradas. Isso serve para enfatizar a vantagem que esse controle orbital pode apresentar para missões a pequenos corpos.

Figura 5.10 - Exemplo de Bennu no sistema inercial, para atualização da solução de navegação de 2 horas. $D = 1 \times 10^{-2} \text{ m/s}^2$, $n_{\Phi} = 5$ e $\lambda = 2$.



Fonte: Produção do autor.

⁶Observe que, como definido antes, o controle real aplicado tem 1σ de dispersão de 3% em torno do controle calculado.

Acaba-se de mostrar que o controle proposto é viável se for aplicado em uma operação autônoma com uma taxa de medição semelhante à da OSIRIS-REx. Atualmente, o *software* de navegação autônoma das missões aplica uma abordagem de filtragem sequencial em lote para navegar a espaçonave (RIEDEL et al., 2000; RIEDEL et al., 2006; BHASKARAN, 2012). Basicamente, a formulação da Seção 5.2.3. O principal motivo é a vantagem de uma filtragem em lote, pois apresenta maior estabilidade e permite eliminar *outliers*, sem a necessidade de uma filtragem sequencial por conta das grandes constantes de tempo na maioria das aplicações (BHASKARAN, 2012). Isso é bem compatível com uma taxa de medição como a da OSIRIS-REx (TAKAHASHI; SCHEERES, 2021).

No entanto, se uma abordagem for tão ou mais desafiadora do que as exemplificadas pelos exemplos de Itokawa e 67P/Churyumov-Gerasimenko, Figuras 5.6 e 5.7, as constantes de tempo da dinâmica podem diminuir drasticamente, aumentando a necessidade de uma maior frequência de medição. Isso poderia resultar na demanda por uma abordagem de filtragem sequencial, talvez em uma operação em tempo real (OHIRA et al., 2020).

Considerando o exposto, como a filtragem sequencial é discutivelmente pior se não necessária, mas pode ser solicitada em aplicações desafiadoras específicas, nos próximos exemplos considera-se o mesmo ruído definido antes adicionado à posição e velocidade em cada atualização de controle. Ou seja, considera-se que a frequência de medição é igual à frequência de controle. Também são escolhidas condições ainda mais agressivas para que a órbita que deverá ser controlada. Começa-se considerando uma órbita circular com $a_d = 350$ m, $i_d = 45^\circ$ e $\Omega_d = 45^\circ$. Observe que esta não é uma *sun-terminator orbit*, tornando nulos os efeitos estabilizadores da SRP no plano orbital (que já é pequeno em tal proximidade). Se esta órbita evoluir sem controle no tempo, ela colidirá com Bennu em menos de 7 horas.

Usando a Equação 5.85, considera-se dois casos diferentes para controlar essa órbita. Primeiro é considerado um controle mais rígido, ajustando os parâmetros de histerese para: $\bar{s}^+ = [0.02 \ 0.7 \ 0.05]^\top$ e $\bar{s}^- = \frac{1}{3}\vec{\Phi}$. A Figura 5.11(a) mostra que a órbita é mantida com sucesso para uma simulação de 24 horas, o que é suficiente para completar mais de quatro períodos orbitais. As componentes do controle são mostrados na Figura 5.11(b). Para essa aplicação, os períodos de propulsores ociosos são da ordem de minutos, devido a histerese mais restritiva que controla o liga-desliga do controle. As Figuras 5.11(c) a 5.11(e) mostram que os erros nos elementos orbitais são pequenos mesmo com todas as considerações práticas. Nessa operação de um

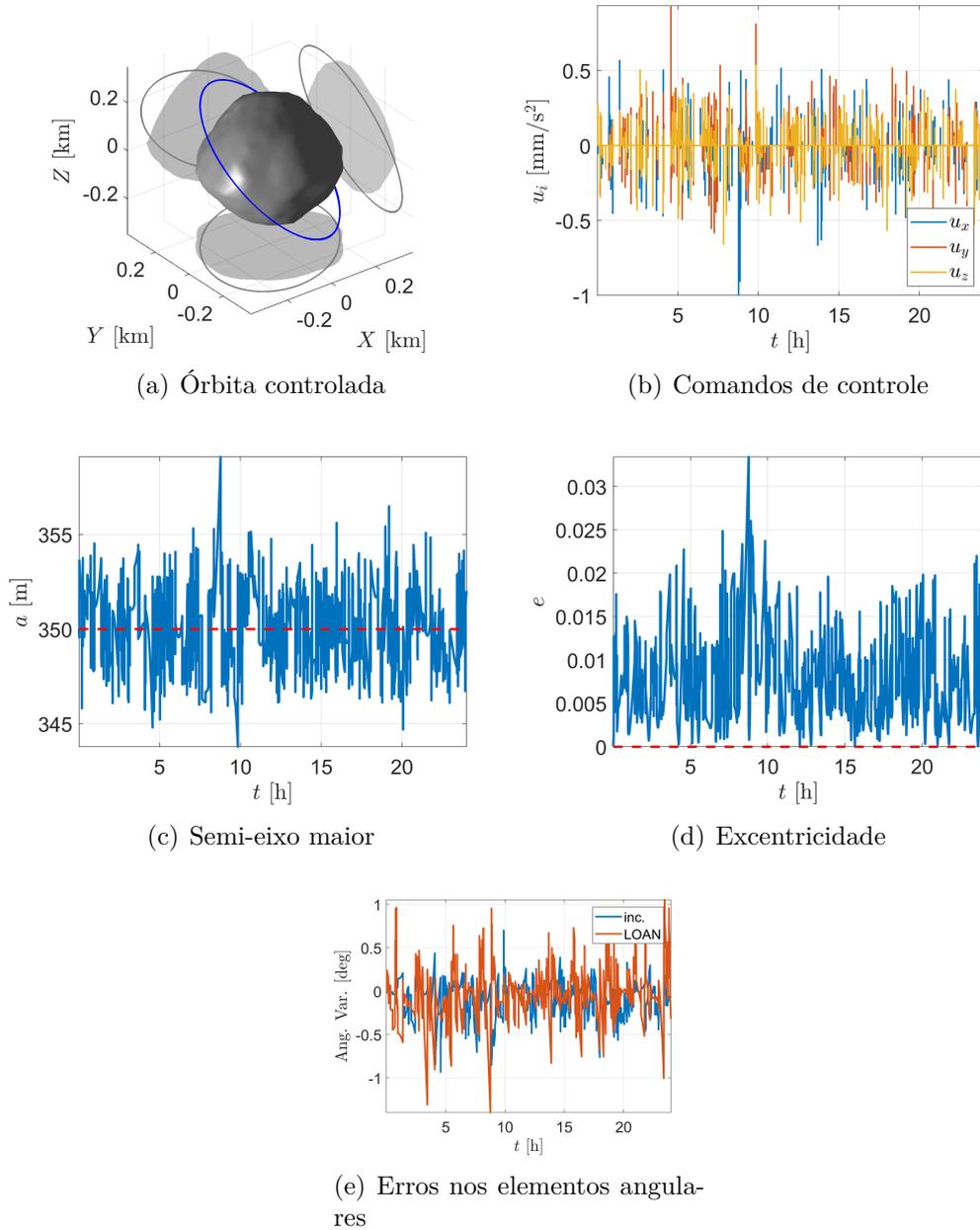
dia, o ΔV é 50.45 cm/s, cerca de 2% do ΔV estimado para as operações de proximidade da OSIRIS-REx. Portanto, se a equipe de ciência decidir ser cientificamente válida uma órbita tão estreita, naturalmente nada viável, ela poderia ser executada com segurança pelo controle proposto com pouco comprometimento do ΔV total estimado para a missão.

Em uma aplicação mais comum, esses períodos de propulsores ociosos seriam da ordem de horas ou dias. Considerando a mesma órbita apresentada, os parâmetros da histerese são afrouxados, com $\vec{s}^+ = [0.1 \ 2.0 \ 0.15]^T$ e $\vec{s}^- = \frac{1}{3}\vec{\Phi}$. A Figura 5.12(a) apresenta como a órbita evolui em 24 horas com essa histerese mais frouxa. Pode-se verificar na Figura 5.12(b) que a atividade do controle é realmente reduzida. Os períodos dos propulsores ociosos agora são da ordem de horas. Isso poderia ser ainda mais interessante para medições científicas, que seriam feitas bastante próximas e sem interferência do sistema propulsivo. Claro, com a vantagem de uma operação segura (robusta às perturbações) e autônoma, que seria altamente exigente se feita por uma equipe em solo, considerando o atraso na comunicação, propagação da órbita em um modelo dinâmico de alta fidelidade, etc.

O limite afrouxado para a histerese reduz significativamente o ΔV para 17.75 cm/s/dia, cerca de 0.8% do previsto para a OSIRIS-REx. Vale ressaltar que tais longos períodos de inatividade dos propulsores só podem ser obtidos de forma satisfatória com um controle por seguimento de caminho, como aqui apresentado. Em uma estratégia de rastreamento de trajetória, o ΔV certamente aumentaria, e o risco de colisão seria uma preocupação premente se não fosse bem administrado. Os elementos orbitais para essa operação são mostrados nas Figuras 5.12(c) a 5.12(e).

Para a mesma órbita, aplica-se agora a lei de controle na Equação 5.83 como a entrada para um modulador PWPF (WIE, 2008b). Como a maioria dos sistemas de propulsão são incapazes de fornecer uma entrada de controle contínua, um modulador PWPF transforma a entrada de controle calculada u em um sinal discreto, considerando a magnitude de empuxo efetivo u_m que o sistema pode aplicar. Para este exemplo, é considerado os seguintes parâmetros: $K_{LPF} = 1$, $\omega_c = 1$, $\delta_{on} = 2,9 \times 10^{-3}$, $\delta_{off} = 2,510^{-3}$, e $u_m = 1 \text{ mm} / \text{s}^2$ (detalhes no Apêndice B). A calibração de um modulador PWPF é um tópico exigente por si só (WIE, 2008b). Aqui, basta mostrar que funciona bem para o controle de manutenção orbital proposto. A Figura 5.13(a) representa a órbita controlada para este caso. O comando de controle calculado é apresentado na Figura 5.13(b), e na Figura 5.13(c) o controle aplicado é mostrado. Lembre-se que se está considerando a impossibilidade de executar o comando de

Figura 5.11 - Exemplo sobre Bennu de histerese mais restrita, no sistema inercial, para $D = 1 \times 10^{-2} \text{ m/s}^2$, $n_\Phi = 5$, $\lambda = 2$, $\vec{s}^+ = [0.02 \ 0.7 \ 0.05]^\top$ e $\vec{s}^- = 1/3\vec{\Phi}$.

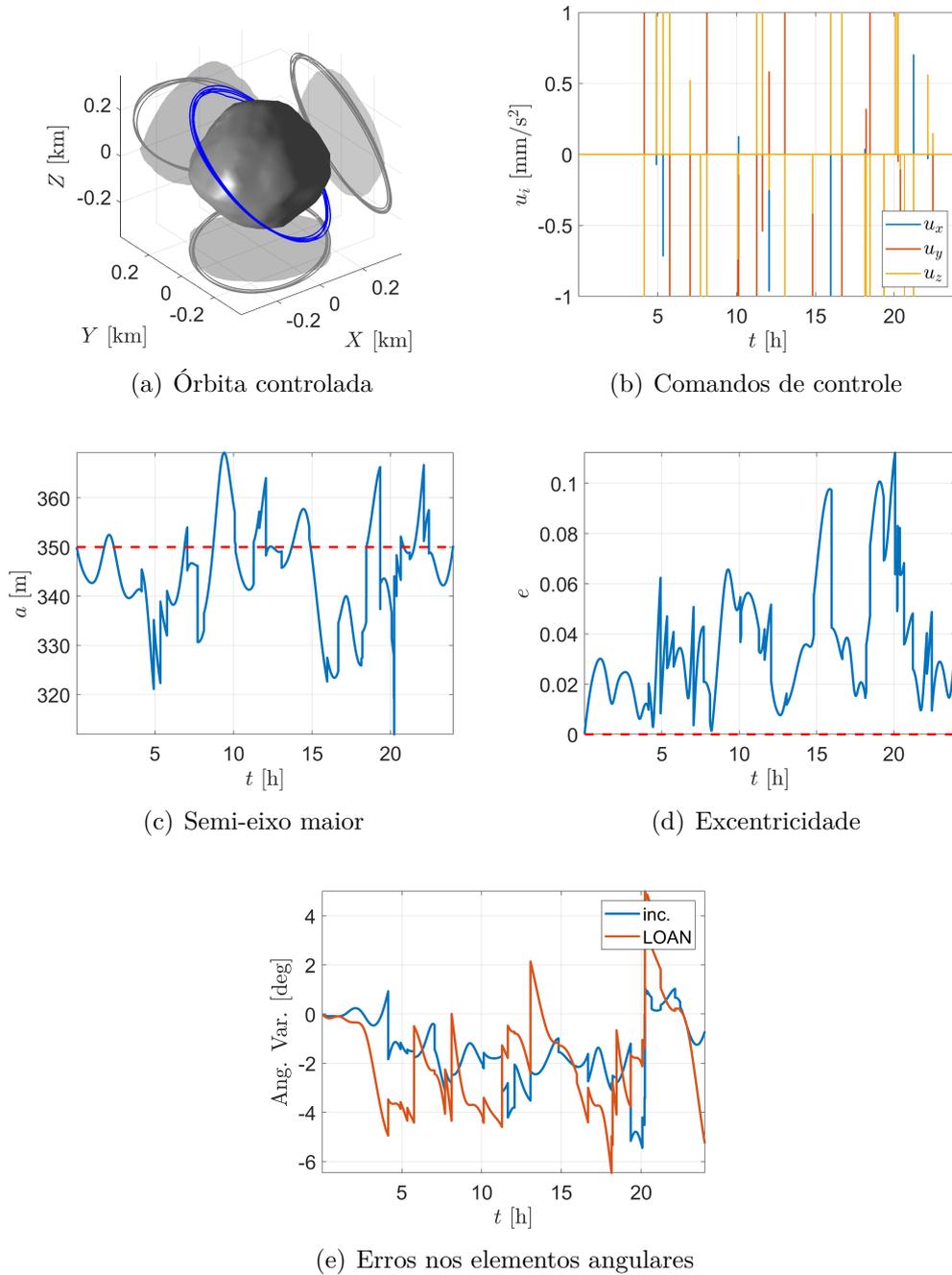


Fonte: Produção do autor.

controle exato, por isso o comando modulado nem sempre é igual ao u_m escolhido. O ΔV é 19.47 cm/s.

Na Figura 5.7, já foi mostrado como a lei de manutenção orbital poderia ser aplicada para controlar não apenas órbitas naturais em torno de pequenos corpos. Agora, dá-se mais alguns exemplos de aplicações interessantes que podem exceder a manu-

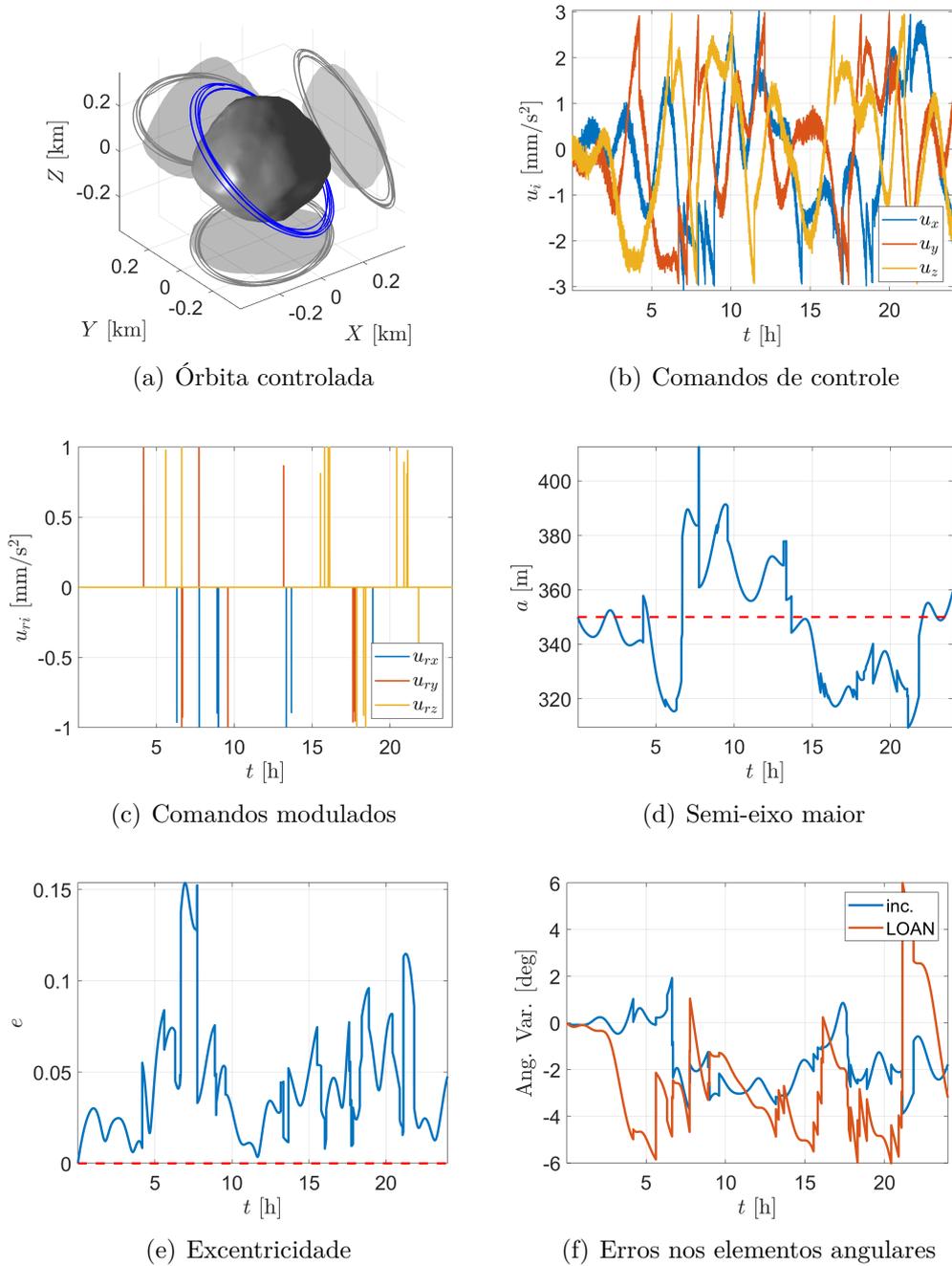
Figura 5.12 - Exemplo sobre Bennu de histerese mais frouxa, no sistema inercial, para $D = 1 \times 10^{-2} \text{ m/s}^2$, $n_\Phi = 5$, $\lambda = 2$, $\vec{s}^+ = [0.1 \ 2.0 \ 0.15]^\top$ e $\vec{s}^- = 1/3\vec{\Phi}$.



Fonte: Produção do autor.

tenção orbital. Começa por se apresentar uma transferência tipo-Hohmann próximo de Bennu. A espaçonave deve estabilizar uma órbita circular de raio de 600 m. Após 15 horas de operação, ele deve partir dessa órbita circular para uma elipse de transferência ($a = 475 \text{ m}$, $e = 0,2632$) que culminará em uma órbita circular mais

Figura 5.13 - Exemplo em Benu com modulação PWPF dos propulsores, sistema inercial, para $D = 1 \times 10^{-2} \text{ m/s}^2$, $n_\Phi = 5$, $\lambda = 2$, $\vec{s}^+ = [0.1 \ 2.0 \ 0.15]^\top$ e $\vec{s}^- = 1/3\vec{\Phi}$.



Fonte: Produção do autor.

próxima ($a = 350 \text{ m}$). O algoritmo para isso é bastante simples. Após 15 horas, os elementos orbitais desejados são trocados pelos da elipse de transferência. Quando a espaçonave estiver arbitrariamente próxima do periastro da elipse de transferência, os elementos orbitais são alterados para a órbita circular final. A Figura 5.14(a)

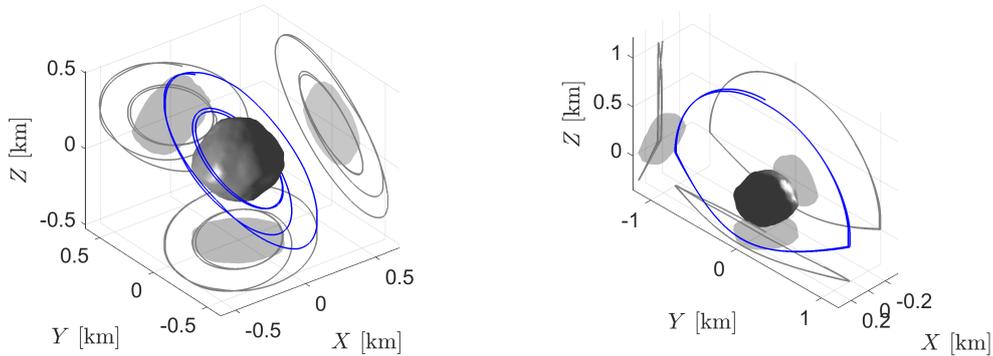
apresenta a órbita controlada simulada para esse caso, para um ΔV pequeno de apenas 16.23 cm/s.

Claro, uma transferência como essa não é a ideal. No entanto, mesmo se uma transferência ótima calculada reduza o ΔV para perto de zero, a significância de 16.23 cm/s já é pequena para ter uma operação robusta de 30 horas com uma transferência entre duas órbitas circulares próximas - que de outra forma seria instável. Além disso, em tal transferência ideal hipotética, deve ser adicionado o custo da operação de uma equipe em solo, o atraso na comunicação que colocaria problemas de segurança operacional e a modelagem complexa nesse ambiente altamente perturbado (e talvez não totalmente conhecido) para obter uma transferência ideal segura e confiável. Ao contrário, a lei de controle proposta garantiria uma resposta instantânea ao ambiente, sem a necessidade de uma modelagem dinâmica supercomplexa e garantindo que nenhum resultado catastrófico derivaria dela. Tudo isso, ao custo de alguns cm/s em ΔV .

Até agora, foram consideradas apenas órbitas fechadas. No entanto, como já mencionado, a lei de controle é baseada no problema de dois corpos, controlando o momento angular específico e o vetor excentricidade. Assim, o controle por seguimento de caminho proposto é aplicável para obter qualquer seção cônica. No próximo exemplo, Figura 5.14(b), é apresentada uma conjugação entre trajetórias circulares e hiperbólicas que se intersectam. Para valores positivos de Z , a espaçonave deve estabilizar uma *sun-terminator orbit* circular com $a = 1000$ m. Quando o valor de Z é negativo, a espaçonave é solicitada a se estabilizar em uma hipérbole de interseção com periastro de 400 m, $i_d = 40^\circ$, $\omega_d = 270^\circ$. O ΔV para essa operação hipotética, em uma simulação de 30 horas, é de 57.83 cm/s. Isso exemplifica como a lei de manutenção de órbita proposta pode ter grandes implicações na operação perto de corpos pequenos, pois aumenta a miríade de trajetórias, atendendo a requisitos operacionais como robustez, períodos de propulsores ociosos, baixo custo de ΔV e segurança.

Finalmente, considera-se a capacidade do controle em atingir a órbita desejada após uma falha de inserção orbital. Para isso, é utilizada uma simulação de Monte Carlo, para 1000 amostras, usando o modelo de harmônicos esféricos até ordem e grau 5. A órbita circular desejada tem $a_d = 450$ m, $i_d = 45^\circ$ e $\Omega = 320^\circ$. É assumida uma dispersão de 1σ de 35 m em cada componente ortogonal de um plano perpendicular ao vetor velocidade inicial esperado para a órbita desejada. Também assume-se uma dispersão de 1σ de 2 cm/s em cada componente do que deveria ser o vetor velocidade inicial para a órbita desejada. Observe que esses erros são realmente grandes,

Figura 5.14 - Aplicações interessantes sobre Bennu, no referencial inercial, para $D = 1 \times 10^{-2} \text{ m/s}^2$, $n_\Phi = 5$, $\lambda = 2$, $\vec{s}^+ = [0.1 \ 2.0 \ 0.15]^\top$ e $\vec{s}^- = 1/3\vec{\Phi}$.



(a) Transferência semelhante a Hohmann (b) Aproximações hiperbólicas

Fonte: Produção do autor.

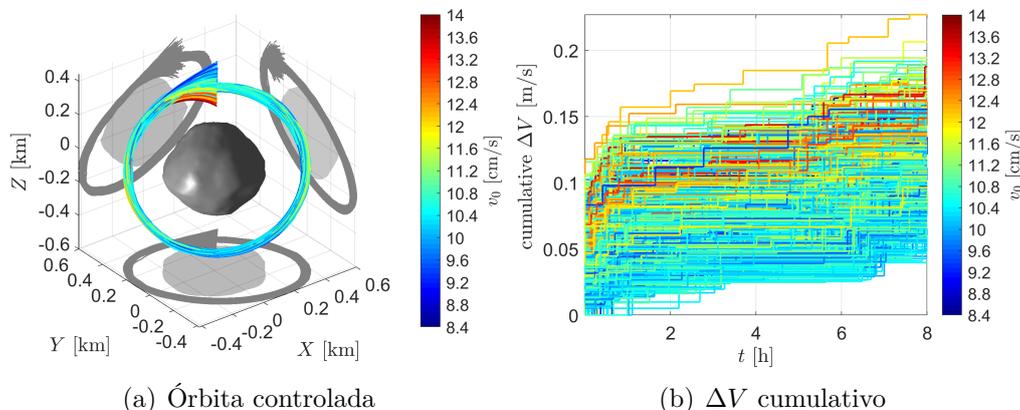
eles atingem um 3σ de 148.5 m (33% do raio orbital) e 6 cm/s em cada componente do vetor velocidade, cerca de 58% da magnitude da velocidade orbital desejada (10.42 cm/s). A Figura 5.15(a) mostra que em todas as amostras a órbita desejada é controlada com sucesso e mantida limitada, conforme o *switcher* do controle. Cada amostra de trajetória é representada em uma cor diferente, que representa a magnitude do vetor de velocidade. Como se pode verificar, é uma condição de falha de inserção muito drástica que o controle deve lidar. A Figura 5.15(b) mostra o ΔV cumulativo para cada amostra. O ΔV cumulativo tem uma média de 10.40 cm/s e 3σ de 8.60 cm/s em 8 horas de operação.

5.5 Rápida exploração autônoma do asteroide

Quase qualquer estratégia de deflexão proposta atualmente depende de um bom conhecimento das propriedades do asteroide para ter sucesso (SYAL et al., 2016; FELDHACKER et al., 2017). Considerando a miríade de propriedades (forma, composição, estado de rotação e outras) dos asteroides, e a necessidade de entender essas propriedades para uma deflexão bem-sucedida, seria conveniente ter uma espaçonave de reconhecimento antes da chegada da espaçonave defletora. Por exemplo, no caso de uma deflexão cinética, uma espaçonave exploratória poderia chegar dias ou semanas antes da deflexão, com a tarefa de adquirir o máximo possível de informações sobre o ambiente e as propriedades do asteroide. Nesse perfil de missão de reconhecimento, cada dia e hora ganhos são importantes.

As arquiteturas de missão atuais dependem do solo-na-malha para a operação da

Figura 5.15 - Simulação de Monte Carlo, erro de injeção orbital sobre Bennu, no referencial inercial, para $D = 1 \times 10^{-2} \text{ m/s}^2$, $n_\Phi = 5$, $\lambda = 2$, $\vec{s}^+ = [0.1 \ 2.0 \ 0.15]^\top$ e $\vec{s}^- = 1/3\vec{\Phi}$.



(a) Órbita controlada

(b) ΔV cumulativo

Fonte: Produção do autor.

espaçonave, em que os dados são transmitidos à Terra, meticulosamente analisados pela equipe em solo e enviados de volta para serem executados pela espaçonave. Essas viagens de ida e volta de comandos podem sofrer um atraso de até 20 minutos para NEAs, colocando uma grande limitação operacional. Portanto, é desejável que uma missão de reconhecimento seja totalmente autônoma, se aproximando e caracterizando rapidamente o NEA, de forma que a espaçonave defletora possa receber informações valiosas em tempo hábil para aumentar o sucesso de seu objetivo.

Aqui é avaliado a possibilidade de se aproximar e orbitar rapidamente um NEA com pouco conhecimento de suas propriedades. É considerado uma espaçonave identificando o asteroide em suas câmeras ópticas, a dezenas de quilômetros de distância, sem nenhuma informação prévia sobre as propriedades do asteroide. Depois disso, a espaçonave recorre à filtragem em lote-sequencial a bordo para estimar continuamente as propriedades do asteroide, enquanto se aproxima rapidamente dele. O fim da missão consiste na espaçonave orbitando o asteroide em uma órbita naturalmente instável, utilizando o controle, para fazer um mapa altamente detalhado de sua superfície.

Para cumprir esse perfil de missão, presume-se que a espaçonave esteja equipada com um LIDAR, duas câmeras ópticas e acelerômetros. Incertezas nos sensores são consideradas e modeladas. Uma parte importante para uma navegação precisa sobre um corpo pequeno é a determinação da forma do corpo. Métodos para uma reconstrução de formato a bordo ainda são uma área de pesquisa ativa, sem uma

solução clara até o momento. Dessa forma, a análise considera diferentes níveis de incertezas no modelo de forma, o que também pode servir de subsídio para futuros estudos sobre a determinação do formato do asteroide a bordo. Por fim, se ressalta que aqui o campo gravitacional do asteroide é modelado apenas com a expansão em harmônicos esféricos.

5.5.1 Considerações práticas

Em adição as considerações da Seção 5.3.4.1, aqui também é considerado a incapacidade dos propulsores da espaçonave de executarem com precisão os comandos de controle calculados. Para isso, assume-se uma dispersão de 1σ de 3% em torno de cada componente dos comandos de controle calculados. Considera-se também que a espaçonave possui um envelope operacional com comandos de controle limitados em cada componente entre as magnitudes de 0.02 m/s^2 e $1 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$. No caso de uma componente de comando de controle calculada estar abaixo de $1 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$, nenhum controle é aplicado nessa componente. Esses limites escolhidos são suposições conservadoras, 0.02 m/s^2 é o mesmo que um propulsor de 20 N em uma espaçonave de 1.000 kg, equivalente a um único propulsor dos doze propulsores do RCS (sistema de controle de reação) da Hayabusa 2 (TSUDA et al., 2013), ou os seis propulsores de 22 N para TCMs (*trajectory correction maneuvers*) da OSIRIS-REx (BIERHAUS et al., 2018). O limite inferior é equivalente a um propulsor de 10 mN para a mesma massa da espaçonave, comparável aos quatro propulsores de 10 mN equipados na Hayabusa 2. Como é considerado um limite de empuxo conservador de 0.02 m/s^2 (por exemplo, um dos doze propulsores da Hayabusa 2), é difícil que a atitude da espaçonave tenha algum impacto na entrega desse nível de empuxo.

O único caso em que uma ação dedicada no sistema de controle de atitude pode ser necessária é na inserção orbital, quando é considerado que o nível de empuxo pode ser maior que o limite de 0.02 m/s^2 para aplicação do $\Delta \vec{V}_f$ descrito na Seção 5.3.3. Nesse caso, considera-se que a espaçonave usaria seu motor principal com um nível de empuxo máximo de 0.45 m/s^2 , equivalendo a um motor de 450 N em uma espaçonave de 1000 kg. Esse nível de empuxo poderia ser entregue por três dos quatro propulsores principais de 200 N da missão OSIRIS-REx (BIERHAUS et al., 2018). Embora a inserção orbital exija uma ação de atitude dedicada para direcionar o motor principal para $\Delta \vec{V}_f$, é considerado que poderia ser executado com segurança nas dezenas de minutos entre o cálculo de $\Delta \vec{V}_f$ e seu tempo de execução programado. Portanto, ainda é dissociável a dinâmica e controle da trajetória e atitude.

Também se nota que a escolha dos propulsores é uma questão de avaliação de mis-

são, e não se faz nenhuma outra consideração específica além dos limites de nível de empuxo máximo e mínimo descritos. Caso seja necessária uma manutenção de órbita ultraprecisa, teoricamente é possível empregar propulsores coloidais de micro-Newton, como os da LISA Pathfinder (RACCA; MCNAMARA, 2010). Embora seja considerado um sinal de empuxo contínuo nas simulações, isso não limita o uso de motores químicos, pois um modulador PWPF poderia traduzir o empuxo contínuo em sinais discretos. Como mostra a Seção 5.4, o controle de manutenção orbital aplicado aqui, que pode ser considerado como o mais duvidoso na habilidade de operar discretamente, pode operar eficientemente com sinais discretos usando um modulador PWPF.

O matriz de ganho K do controle é calculada pela Igualdade nas Equações 5.79 para $[RTN]\vec{D} = [0.01 \ 0.01 \ 0.01]^T$; $\vec{\Phi} = \text{diag}(K)$. Considera-se para histerese o mesmo procedimento já mostrado anteriormente, mas agora se faz uma histerese para os elementos orbitais, com: $\vec{\chi}^+ = [0.05a_d \ 0.1 \ 7.0^\circ \ 360.0^\circ \ 7.0^\circ]$ e $\vec{\chi}^- = [0.01a_d \ 0.02 \ 0.5^\circ \ 0.5^\circ \ 0.5^\circ]$, onde $\vec{\chi} = [a \ e \ i \ \omega \ \Omega^\circ]$.

Observe que a matriz de ganho K garante estabilidade a perturbações limitadas por 0.01 m/s^2 em qualquer componente, equivalente à aceleração gravitacional de Ceres a 5.33 raios de distância de Ceres, o maior corpo do cinturão de asteroides. O limite superior em ω para a histerese é escolhido porque se escolhem órbitas circulares para a operação. O limite de 360° significa que o argumento da periastro pode variar livremente. Em um cenário de missão real, nota-se que os parâmetros de histerese podem ser ajustados à medida que a espaçonave aumenta seu conhecimento das propriedades do corpo e do ambiente. Ele pode ser integrado a uma rotina que calcula órbitas estáveis e ajusta os parâmetros de histerese para acomodar oscilações não preocupantes nos elementos orbitais. Não se faz essas considerações aqui para não fugir do escopo deste trabalho, mas pode ser facilmente executado analisando a mecânica orbital sobre asteroides (SCHEERES, 2016; KIKUCHI et al., 2021).

5.5.2 Resultados

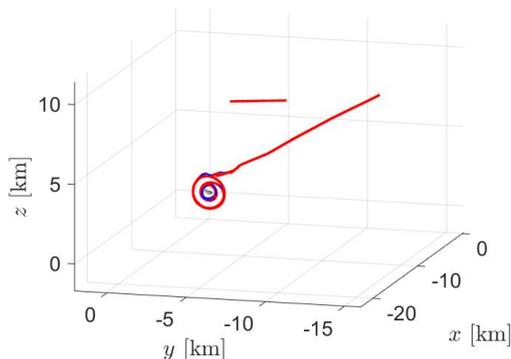
Uma arquitetura de missão pode ter perfis diferentes, dependendo dos objetivos da missão e da disponibilidade de qualquer conhecimento prévio sobre o ambiente e as propriedades do asteroide. Aqui é escolhido arbitrariamente um perfil de missão que ainda pode ser considerado audacioso, mas não excessivamente sofisticado se comparado com as abordagens atuais. Portanto, é considerado que a espaçonave parte de dezenas de quilômetros do asteroide, na posição $[-15 \ -15 \ 10]^T$ km com

velocidade inicial $[0 \ 0 \ 0]^T$ m/s. A espaçonave assume sua posição e velocidade nominais iniciais com uma dispersão de 1σ em cada um de seus componentes de 5 km e 0.1 m/s, respectivamente. Nenhuma informação anterior sobre μ e C_{SRP} é considerada disponível, e eles são arbitrariamente definidos como 0.001. A espaçonave é deixada em queda livre até acumular quatro medições, considerado como o tamanho mínimo do lote. Depois disso, o GN&C entra em operação, com o primeiro lote de medições aumentando de tamanho até atingir o tamanho de lote projetado, sendo de dez medições. Dado que o tamanho do lote projetado é alcançado, ele avança sequencialmente no tempo à medida que novas medições chegam.

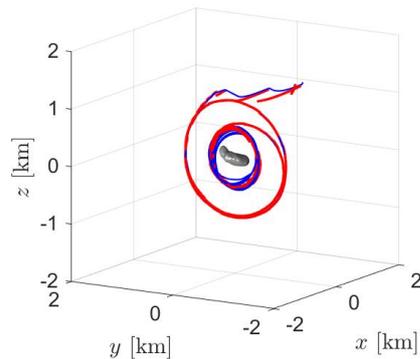
Após a primeira estimativa, a guiagem de Monte Carlo-Lambert conduz a espaçonave para a inserção orbital, definindo os valores finais nos vetores de posição e velocidade como correspondentes aos da órbita desejada sob a melhor estimativa $\hat{\mu}$ do parâmetro gravitacional. O *time-to-go* (t_{go}) é calculado para $t_f = 10.5$ horas após o início da simulação. A órbita em que a guiagem deve inserir a espaçonave é uma órbita *sun-terminator* circular 1 km. O controle de manutenção orbital mantém a espaçonave nesta órbita até 72.5 horas após o início da simulação, quando o controle altera os elementos orbitais desejados para os de uma elipse de transferência. Essa elipse de transferência é calculada da mesma maneira explicada na Seção 5.4 para uma transferência tipo-Hohmann. Os elementos orbitais desejados são alterados mais uma vez quando arbitrariamente próximos do periastro da elipse de transferência para os de uma órbita circular de 500 m. O tempo total de simulação é de sete dias.

A Figura 5.16 mostra os resultados da simulação quando essa arquitetura é aplicada ao asteroide Itokawa, considerando $1\sigma_R = 0.01$. As Figuras 5.16(a) e 5.16(b), apresentando a trajetória real em azul e a trajetória nominal em vermelho, mostram que a operação foi bem sucedida. A espaçonave é inserida com sucesso em órbita e então transita para a segunda órbita com uma transferência do tipo-Hohmann. Pode-se verificar nas Figuras 5.16(c) e 5.16(d) que a magnitude dos erros de posição e velocidade estão em dezenas de metros e milímetros por segundo, respectivamente, na órbita de 1 km ($t \approx 0.5$ a $t \approx 3$ dias). A estimativa degrada para centenas de metros e centímetros por segundo na transferência e na segunda órbita ($t \approx 3$ a $t \approx 7$ dias). A mesma degradação quando na segunda órbita é encontrada para C_{SRP} e μ . A estimativa do parâmetro gravitacional é mantida em torno de 4% do valor real na primeira órbita, conforme mostrado na Figura 5.16(e). Um viés é adicionado à sua estimativa para as órbitas de transferência e de 500 m. Essa degradação ocorre porque os termos de ordem superior do campo gravitacional (principalmente a segunda ordem) não são considerados na dinâmica nominal.

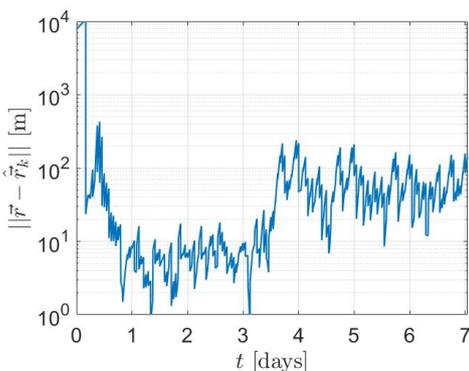
Figura 5.16 - Resultados na exploração do asteroide Itokawa, considerando $\sigma_R = 0.01$.



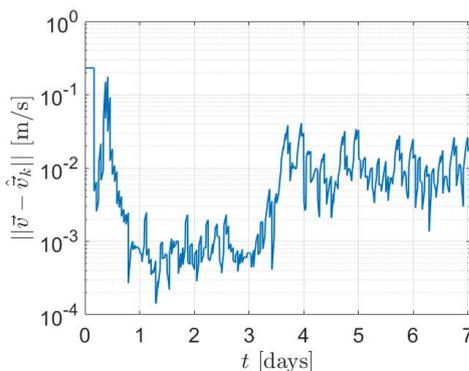
(a) Trajetórias nominal e real



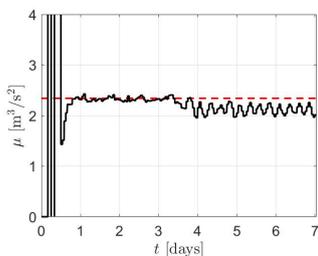
(b) Trajetórias nominal e real



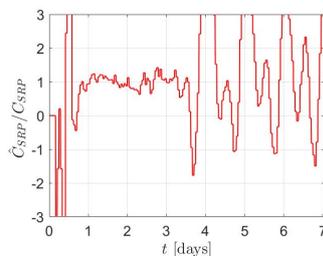
(c) Magnitude do erro de estimação de \vec{r}



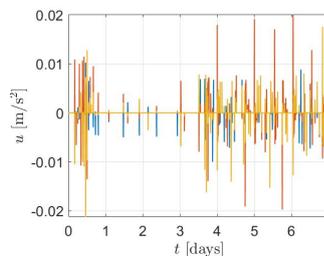
(d) Magnitude do erro de estimação de \vec{v}



(e) μ estimado e real



(f) Razão de C_{SRP} estimado e real

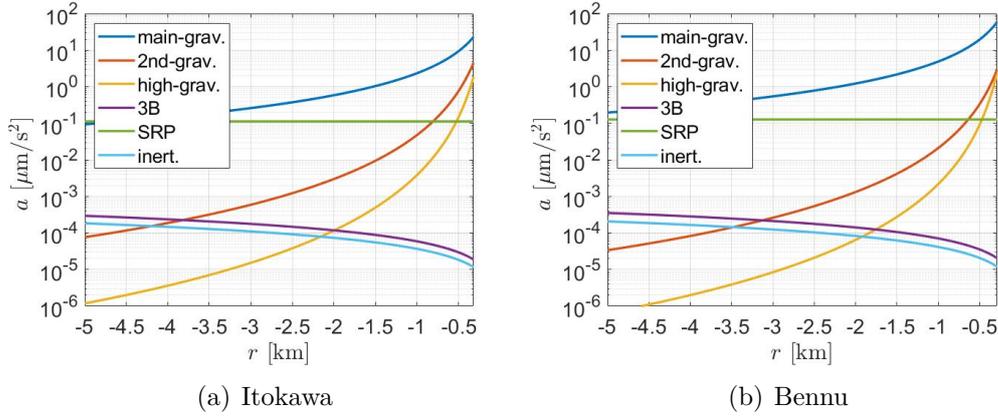


(g) Comandos de controle real

Fonte: Produção do autor.

A Figura 5.17 mostra a média da magnitude da aceleração para cada uma das forças envolvidas na dinâmica real tomada para diferentes tamanhos de esferas ao redor do asteroide: termo gravitacional principal, segunda ordem do campo gravitacional, ordens superiores do campo gravitacional, terceiro corpo, SRP e as pseudo-forças provenientes da inércia (o referencial fixo na órbita não é inercial). Como se pode verificar na Figura 5.17(a), a ordem de grandeza da aceleração devido ao segundo ordem do campo gravitacional tem uma ordem de grandeza maior que o SRP a

Figura 5.17 - Média das acelerações envolvidas com a distância.



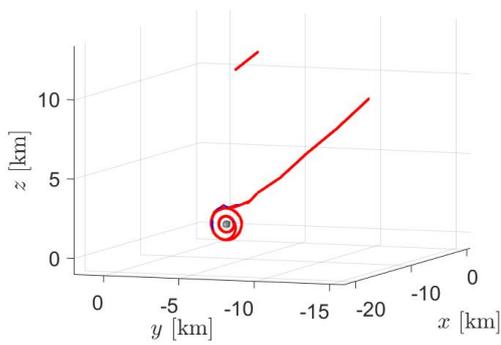
Fonte: Produção do autor.

uma distância de 500 m. Essa diferença de magnitude explica porque a estimativa se degrada na segunda órbita e comprova a robustez do filtro para dinâmicas não modeladas. Embora o controle possa compensar a falta de conhecimento na dinâmica, e nenhuma colisão com o asteroide tenha sido detectada, nota-se que nenhuma espaçonave poderia ter órbita a tão baixa altitude com um asteroide sem estimar pelo menos a segunda ordem do campo gravitacional, especialmente para asteroides alongados como Itokawa.

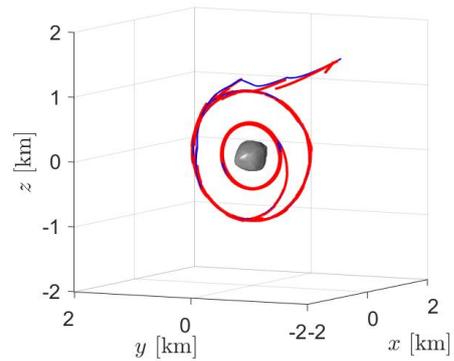
O controle por seguimento de caminho é muito conveniente para ter períodos de propulsores ociosos, permitindo fazer medições científicas sem interferência dos propulsores, conforme já discutido e abordado em detalhes em (NEGRI; PRADO, 2022a). A espaçonave pode experimentar horas de propulsores ociosos enquanto estiver na primeira órbita circular, conforme indicado pela Figura 5.16(g), em que os componentes dos comandos de controle são mostrados. Os períodos de inatividade são reduzidos a dezenas de minutos na segunda órbita devido às maiores perturbações e à descrição dinâmica menos precisa. Apesar disso, o tempo total dos propulsores ociosos ainda é significativo, cerca de 6.77 dias ociosos. O ΔV consumido nessa operação de uma semana é de 7.25 m/s.

A mesma arquitetura é agora aplicada a uma espaçonave operando em torno do asteroide Bennu, Figura 5.18. Neste caso, a degradação da estimativa só é perceptível para C_{SRP} e muito menos acentuada, como pode ser verificado nas Figuras 5.18(c) a 5.18(f), mantendo-se o mesmo nível de desempenho na primeira e segunda órbitas. Este fato se deve a efeitos comparados menores dos termos negligenciados do campo gravitacional na dinâmica nominal, como pode ser verificado na Figura 5.17(b).

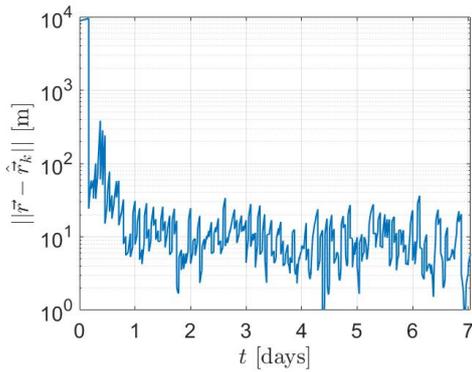
Figura 5.18 - Resultados na exploração do asteroide Bennu, considerando $\sigma_R = 0.01$.



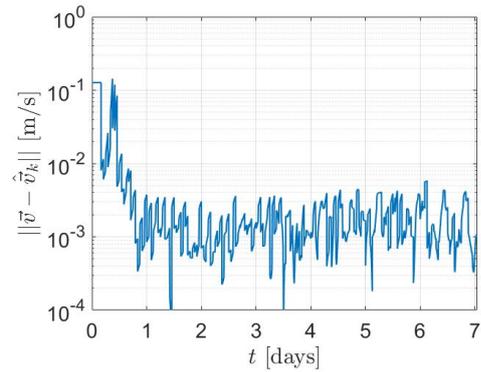
(a) Trajetórias nominal e real



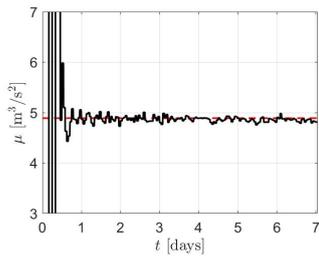
(b) Trajetórias nominal e real



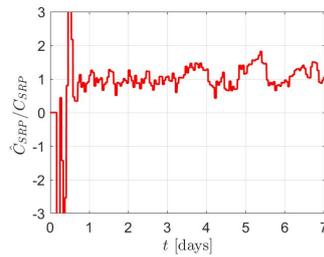
(c) Magnitude do erro de estimação de \vec{r}



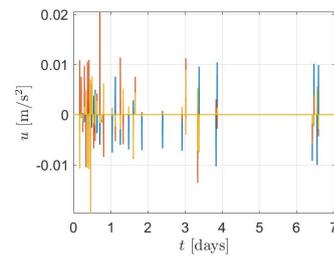
(d) Magnitude do erro de estimação de \vec{v}



(e) μ estimado e real



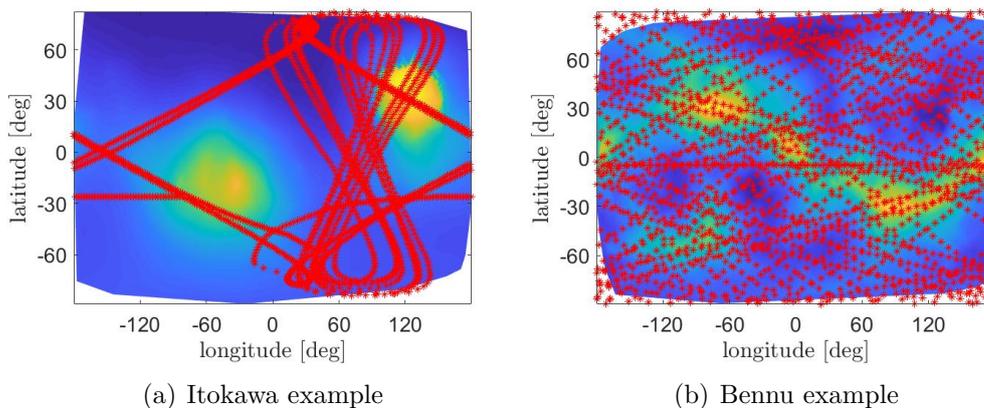
(f) Razão de C_{SRP} estimado e real



(g) Comandos de controle real

Fonte: Produção do autor.

Figura 5.19 - Rastreamento da espaçonave sobre os asteroides, $\sigma_R = 0.01$.



Fonte: Produção do autor.

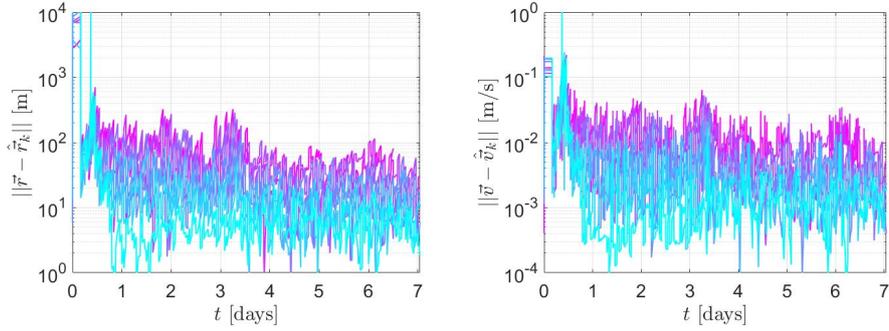
Os erros na estimativa do parâmetro gravitacional são mantidos dentro de 3% para Bennu, Figura 5.18(e). Nota-se que o exemplo de Bennu é muito mais realista no nível de dinâmica negligenciada, enquanto o exemplo de Itokawa pode ser considerado excessivamente conservador. Na prática, mesmo para um corpo não alongado como Bennu, a soma de todas as outras dinâmicas negligenciadas (albedo, infravermelho, SRP dependente de atitude e outras) não atingirá o mesmo nível da segunda ordem do campo gravitacional a essa proximidade (ANTREASIAN *et al.*, 2016).

O melhor desempenho da estimativa junto ao ambiente menos perturbado (devido ao formato esférico de Bennu) também reflete na atividade de controle, Figura 5.18(g). O controle experimental apresenta intervalos maiores de inatividade⁷, embora o tempo total de inatividade de 6.77 dias é comparável ao exemplo de Itokawa. Vale ressaltar que na segunda órbita, a altitude da espaçonave em torno de Bennu está entre 210 m a 276 m, o que é comparável às altitudes entre 225 m e 525 m na fase de reconhecimento da OSIRIS-REx, que foi planejada a passar 2.5 meses caracterizando diferentes locais de amostra através de sobrevoos consecutivos (WILLIAMS *et al.*, 2018). Antes de sua fase de reconhecimento, estimava-se que a OSIRIS-REx operasse próximo de Bennu por seis meses até restringir as incertezas e executar com segurança os sobrevoos.

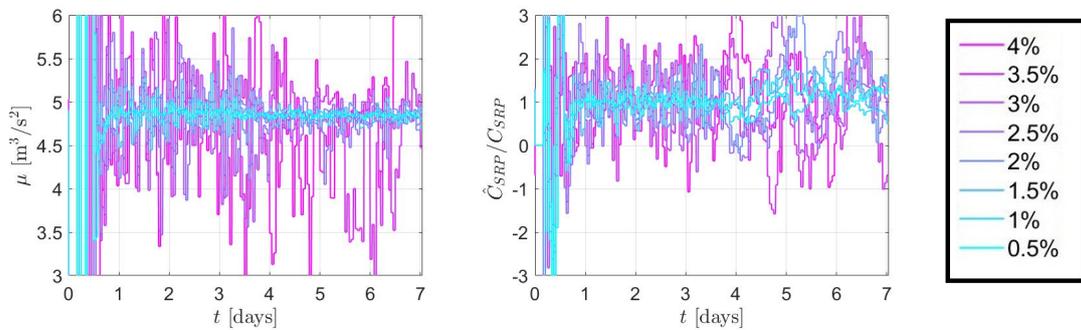
Em comparação, é mostrado que com o uso de controle ativo e navegação autônoma, a espaçonave poderia obter a mesma resolução da superfície de Bennu após alguns

⁷Observa-se que o tempo de inatividade em Itokawa e Bennu pode ser ajustado permitindo uma divergência maior da órbita desejada, conforme explicado em detalhes em Negri e Prado (2022a).

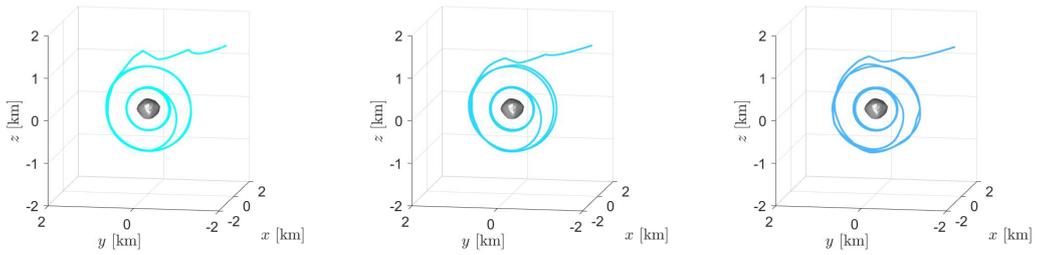
Figura 5.20 - Resultados para a exploração de Bennu considerando diferentes σ_{RS} .



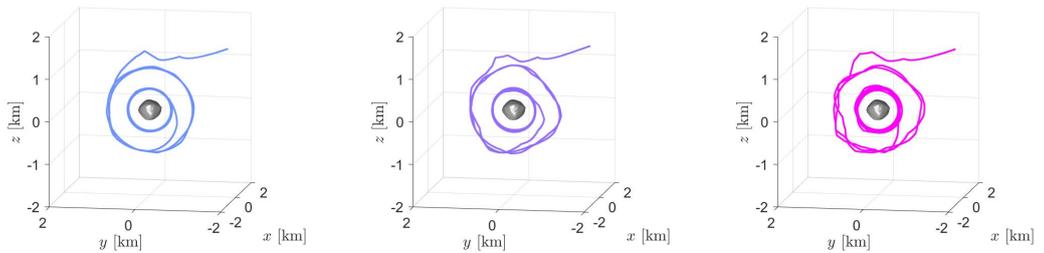
(a) Magnitude do erro de estimação de \vec{r} (b) Magnitude do erro de estimação de \vec{v}



(c) μ estimado (d) Estimated to real C_{SRP} ratio (e) Cores para cada σ_R



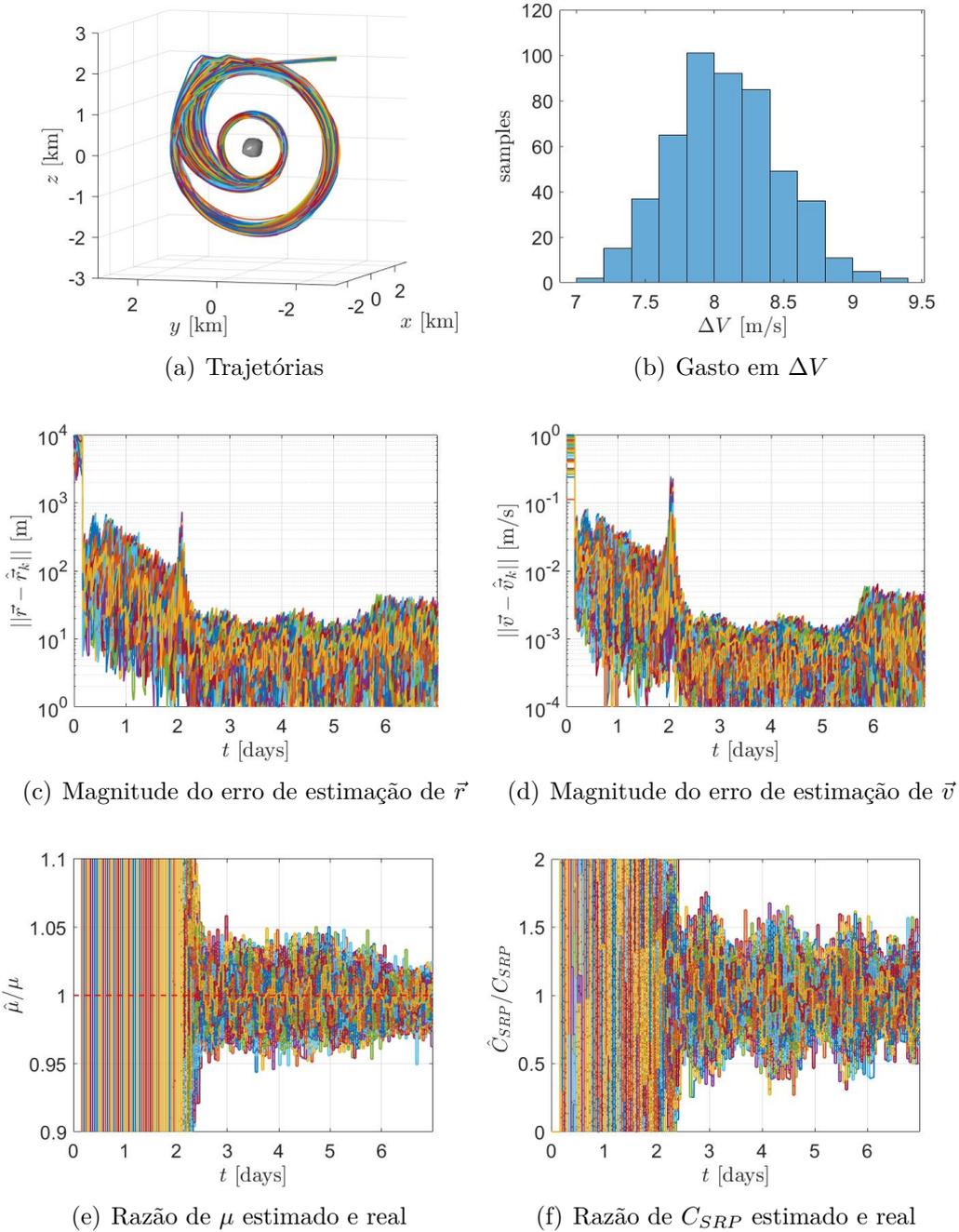
(f) Trajetória para $\sigma_R = 0.5\%$ (g) Trajetória para $\sigma_R = 1.0\%$ (h) Trajetória para $\sigma_R = 1.5\%$



(i) Trajetória para $\sigma_R = 2.0\%$ (j) Trajetória para $\sigma_R = 2.5\%$ (k) Trajetória para $\sigma_R = 3.0\%$

Fonte: Produção do autor.

Figura 5.21 - Simulação de Monte Carlo de 500 amostras para Bennu, considerando $\sigma_R = 0.01$.



Fonte: Produção do autor.

dias⁸, mas com uma cobertura global em vez de um único local. A cobertura global pode ser conferida na Figura 5.19(b), que mostra o rastreamento da espaçonave

⁸Contando o tempo incerto que levaria para estimar a atitude e a forma do asteroide, além do escopo deste trabalho.

sobre Bennu. Para completar, o exemplo de rastreamento de Itokawa é mostrado na Figura 5.19(a). Essa operação de uma semana sobre Bennu gastou um ΔV igual a 6.14 m/s, cerca de 28% do estimado para as operações de proximidade da OSIRIS-REx (WILLIAMS et al., 2018).

Na Figura 5.20 repete-se o exemplo de Bennu, mas considerando diferentes níveis de incerteza no formato do asteroide a bordo (σ_R). Um σ_R na mesma ordem de uma reconstrução de formato por SPC pode alcançar precisão na estimativa de posição e velocidade na ordem de alguns metros e milímetros por segundo, respectivamente. Para $\sigma_R = 4\%$, o filtro se torna instável em 2.25 dias e diverge. Para $\sigma_R \geq 2.5\%$, apesar de não haver divergência de filtro, os resultados são qualitativamente ruins.

Por fim, uma análise de Monte Carlo é realizada para o asteroide Bennu, considerando 500 amostras. Para tanto, será considerado um cenário mais próximo do real, que a espaçonave parte de mais de uma centena de metros de distância do corpo, $\vec{r} = [-150 \quad -150 \quad 10]^T$ km, e com velocidade inicial zero para ser inserida, com $t_{go} = 2$ dias, em uma órbita de 2000 km, pouco maior que a órbita A da missão OSIRIS-REx. Quando atinge 5 dias desde o início da simulação, a espaçonave é transferida para uma órbita de 800 m, pouco menor que a órbita B da OSIRIS-REx. Os resultados são apresentados na Figura 5.21. Como se percebe na Figura 5.21(a), a operação é bem sucedida. A Figura 5.21(a) que mostra os gastos em ΔV mostra que fica em torno de 8 m/s. De fato, a média é de 8.08 m/s com um desvio padrão de 39 cm/s. Os erros em posição permanecem dentro de algumas dezenas de metros e de velocidade não passam de alguns centímetros por segundo, como mostram Figuras 5.21(c) e 5.21(d), respectivamente. A estimação do parâmetro de massa permanece dentro de 5% logo que a espaçonave é inserida em sua primeira órbita e o C_{SRP} em 50%, veja Figuras 5.21(e) e 5.21(f).

Para uma discussão mais detalhada, e com considerações especiais na operação sobre asteroides oblongos, consulte a referência “Autonomous Rapid Exploration of an Asteroid” referida na Seção 1.6.

5.6 Síntese e conclusões

Na Seção 5.1 foi apresentada a modelagem do ambiente de um asteroide, considerando seu complexo campo gravitacional, além da influência da pressão de radiação solar e perturbação de terceiro corpo do Sol. Uma proposta de navegação autônoma para a espaçonave foi apresentada na Seção 5.2, com a espaçonave se ancorando apenas em suas câmeras ópticas e medições de LIDAR. Estudos posteriores podem

incluir a radiometria periodicamente na navegação, é provável que mesmo uma espaçonave autônoma possa fazer uso dela sempre que houver oportunidade de telemetria com a estação em solo. Para uma simulação navegacional fidedigna, é importante considerar em estudos posteriores a modelagem das câmeras, reconstrução a bordo do formato do asteroide, navegação *limb-based* e, possivelmente, técnicas de navegação relativa ao terreno.

A Seção 5.3 se concentrou em apresentar os conceitos e leis de controle utilizadas na proposta de operação autônoma. Para deslocamento da espaçonave em torno do asteroide, uma lei de guiagem de Monte Carlo-Lambert foi utilizada, em que a espaçonave soluciona um problema de Lambert considerando todas as incertezas envolvidas na operação sobre o asteroide. Além disso, é derivada uma nova lei de controle para manutenção orbital. Essa lei de controle é robusta e por seguimento de caminho, fazendo dela ideal para aplicação em ambientes de pequenos corpos, como discutido na Seção 5.3.4 e detalhado em Negri e Prado (2022a).

Por fim, os conceitos são utilizados em conjunto na Seção 5.5, em que uma proposta para uma rápida exploração autônoma de um asteroide é analisado. Sob uma análise conservadora, se mostra que uma espaçonave consegue operar autonomamente nesse ambiente complexo, e em poucos dias, por meio da utilização de leis de controle e guiagem robustas. Logo, seria tecnologicamente viável que uma espaçonave de reconhecimento chegue poucos dias antes de uma defletora, acumulando medições científicas de qualidade em pouco tempo para aumento do sucesso de deflexão. Tal procedimento também pode ser útil para múltiplos rendezvous em uma região populosa de asteroides, com incríveis ganhos científicos.

Mostra-se também que a espaçonave é capaz de operar autonomamente mesmo com um formato do asteroide não tão preciso quanto um obtido por estereofotoclinometria. Estima-se, grosseiramente, que uma incerteza 3D de 2% no formato do asteroide é suficiente para a operação, na proposta de GN&C aqui apresentada. Estudos futuros devem considerar simulações mais fidedignas para a navegação. Além disso, é importante uma investigação considerando uma espaçonave com seis graus de liberdade. A dinâmica e controle de atitude da espaçonave podem ter, ainda que pouco provável, papel limitante na inserção orbital, quando a espaçonave chega em alta velocidade para ser inserida em órbita e precisa recorrer a seus propulsores principais. Considerações sobre sistemas binários ou triplos de asteroides devem também ser exploradas no futuro.

6 CONCLUSÕES GERAIS E PERSPECTIVAS

Este trabalho teve como motivação e fio condutor missões para deflexão de asteroides, as quais foram analisadas sob diferentes prismas e com vários desenvolvimentos inovadores, além de outros potenciais, que devem ser trabalhados no futuro. Esses desenvolvimentos abrangem contribuições à mecânica celeste até para a operação específica sobre pequenos corpos.

Um dos desenvolvimentos mais básicos e abrangentes foi a generalização das equações do movimento do problema bicircular restrito de quatro corpos (BCR4BP). As antigas equações do movimento do BCR4BP foram derivadas nos anos 60 como aproximação para se aplicar ao sistema Terra-Lua-Sol. Devido sua simplicidade e enquadramento semelhante ao problema circular restrito de três corpos (CR3BP), o BCR4BP foi continuamente aplicado na literatura de astrodinâmica para estudar esse mesmo sistema.

No entanto, alguns autores passaram a aplicar indiscriminadamente o BCR4BP a sistemas em que não se enquadraria. No decorrer deste trabalho, as antigas equações do BCR4BP foram derivadas novamente, deixando claro as suposições inadequadas para aplicações em sistemas com características distintas de Terra-Lua-Sol. Então, uma proposta de generalização foi desenvolvida, a qual mantém a simplicidade do BCR4BP e se reduz as antigas equações do BCR4BP quando aplicadas a sistemas tais como Terra-Lua-Sol.

Movido por essa generalização do BCR4BP, notou-se que as equações generalizadas do BCR4BP permitiam a extensão para n -corpos. Dessa forma, foi proposto o que se chamou problema circular restrito de n -corpos (CRNBP). Assim como no BCR4BP, esse equacionamento é simples e possui semelhanças ao CR3BP, fazendo dele uma excelente ferramenta para análise de trajetórias em sistemas de múltiplos corpos. Sua grande aplicação é no projeto de trajetórias sobre os planetas do Sistema Solar Externo, sendo atualmente explorado pelo autor. Neste trabalho, essas equações foram utilizadas para o estudo do efeito de outros corpos após a deflexão do asteroide.

A utilização do CRNBP permitiu, de maneira simples, que um grupo de asteroides fossem selecionados para realizar o estudo dos efeitos da deflexão sobre cada um deles. Os resultados obtidos com o CRNBP foram comparados com os melhores modelos simplificados encontrados na literatura para descrever uma deflexão. Um fato notável foi a descoberta do efeito de aproximações, mesmo que razoavelmente distantes de um planeta, podem causar na previsão de deflexão com os modelos sim-

plificados. Esses efeitos podem se fazer sentidos até 15 raios da esfera de influência de distância, quando, em tese, os efeitos de perturbação de terceiro corpo são centenas de vezes inferiores. As descobertas aqui vão além do que foi antes documentado na literatura, em que tais efeitos eram antes atribuídos apenas a encontros ressonantes com a Terra.

Uma regra prática foi proposta para permitir uma fácil avaliação de quando os modelos simplificados podem ser utilizados ou não. Isso é importante em uma fase de projeto preliminar de trajetória, em que diversos cenários e um amplo espaço de projeto devem ser explorados para encontrar trajetórias promissoras para uma missão de deflexão. Estudos adicionais devem ser realizados para se encontrarem regras mais confiáveis que uma mera regra prática, mas que necessariamente ainda devem manter a simplicidade.

Partindo da regra prática proposta, também foi considerado o projeto preliminar de uma missão de reconhecimento e uma de deflexão. Sabendo das aproximações dos asteroides com os planetas, a regra prática permitiu encontrar o espaço de projeto em que os modelos simplificados para previsão de deflexão podem ser aplicados com maior confiabilidade. Então, o cálculo de trajetórias da Terra até o asteroide foi considerada.

A missão de reconhecimento deveria realizar rendezvous com o asteroide, já na de deflexão foi considerado um impacto cinético. Foram consideradas transferências diretas para o asteroide, em que as principais oportunidades de lançamento foram encontradas resolvendo o problema de Lambert e utilizando gráficos de janelas (*porkchop plots*). Também foi formulado um problema de múltiplas assistências gravitacionais e oportunidades de tours para cumprimento de ambas missões foram catalogadas.

A grande importância desses desenvolvimentos são principalmente na introdução de tais conceitos na literatura técnica brasileira. Outro ponto importante demonstrado é a dificuldade de se realizar uma missão de reconhecimento caso o asteroide possua uma órbita altamente inclinada. Estudos posteriores devem considerar a utilização de manobras em espaço profundo (DSMs), que podem permitir geometrias mais interessantes de encontro com os corpos em que é realizada a assistência, implicando em trajetórias com um menor gasto de ΔV .

Sabendo da importância que a autonomia de uma espaçonave pode desempenhar tanto para missões de deflexão quanto para as de reconhecimento, foi também estu-

dada a operação de espaçonaves em proximidade a asteroides. Uma lei de controle para manutenção orbital autônoma foi proposta e derivada. Por ser uma lei de controle por seguimento de caminho, ela é especialmente eficaz para manutenção orbital, pois permite que o controle seja ligado e desligado com simplicidade, deixando a espaçonave divergir da órbita nominal em certos limites.

Além disso, por ser uma lei de controle baseada em controle por modos deslizantes, é robusta a perturbações, sem a necessidade de uma modelagem complexa do ambiente altamente perturbado de um asteroide. Por conta disso, ela é bastante promissora para exploração de pequenos corpos, como é demonstrado.

Por fim, a lei de controle para manutenção orbital é empregada em conjunto com uma lei de guiagem de Monte Carlo-Lambert em uma proposta de operação autônoma que consiga explorar rapidamente um asteroide. Para tanto, é considerado também a navegação da espaçonave, que utiliza duas câmeras ópticas, um LIDAR e acelerômetros para navegar sobre o asteroide. Um filtro sequencial em lote, similar ao utilizado no sistema AUTONAV da NASA, é aplicado para a estimativa do estado da espaçonave e parâmetros do ambiente.

Com suposições conservadoras, é mostrado que uma espaçonave utilizando essa proposta de guiagem, navegação e controle (GN&C) consegue explorar rapidamente um asteroide em poucos dias. Isso é uma grande demonstração do poder da autonomia para exploração desses corpos, reduzindo a operação convencional de meses a dias, visto que a operação convencional é extremamente cautelosa por conta do ambiente desconhecido e altamente perturbado. Estudos posteriores devem considerar suposições menos conservadoras ao empregar uma simulação mais fidedigna das medições que podem ser obtidas pela espaçonave em conjunto com algoritmos de navegação *limb-based* e/ou relativa ao terreno.

Como fica demonstrado, este trabalho conseguiu oferecer contribuições em mecânica celeste (generalização do BCR4BP e proposta do CRNBP), explicações sobre limitações de modelos simplificados para previsão de deflexão, organização das principais ferramentas para projeto de missões interplanetárias (gráficos de janelas, problema de múltiplas assistências gravitacionais, gráfico de Tisserand) e desenvolvimentos de GN&C para operação próxima a asteroides. Conclusões e perspectivas mais detalhadas em cada um dos tópicos podem ser encontradas nas Seções 3.6, 4.7 e 5.6.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AGUIAR, A. P.; DAČIĆ, D. B.; HESPANHA, J. P.; KOKOTOVIĆ, P. Path-following or reference tracking?: an answer relaxing the limits to performance. **IFAC Proceedings Volumes**, v. 37, n. 8, p. 167–172, 2004. 164
- AGUIAR, A. P.; HESPANHA, J. P. Trajectory-tracking and path-following of underactuated autonomous vehicles with parametric modeling uncertainty. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 52, n. 8, p. 1362–1379, 2007. 164
- AGUIAR, A. P.; HESPANHA, J. P.; KOKOTOVIC, P. V. Path-following for nonminimum phase systems removes performance limitations. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 50, n. 2, p. 234–239, 2005. 164
- AGUIAR, A. P.; HESPANHA, J. P.; KOKOTOVIĆ, P. V. Performance limitations in reference tracking and path following for nonlinear systems. **Automatica**, v. 44, n. 3, p. 598–610, 2008. 164
- AHRENS, T. J.; HARRIS, A. W. Deflection and fragmentation of near-earth asteroids. **Nature**, v. 360, n. 6403, p. 429, 1992. 3, 4, 7
- ALVAREZ, L. W.; ALVAREZ, W.; ASARO, F.; MICHEL, H. V. Extraterrestrial cause for the cretaceous-tertiary extinction. **Science**, v. 208, n. 4448, p. 1095–1108, 1980. 1
- AN, A. Dealing with the threat of an asteroid striking the earth. 1990. 14
- ANDERSON, R. L. Tour design using resonant-orbit invariant manifolds in patched circular restricted three-body problems. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 44, n. 1, p. 106–119, 2021. 47
- ANTHONY, N.; EMAMI, M. R. Asteroid engineering: The state-of-the-art of near-earth asteroids science and technology. **Progress in Aerospace Sciences**, v. 100, p. 1–17, 2018. 2, 3, 5, 82
- ANTREASIAN, P.; MOREAU, M.; JACKMAN, C.; WILLIAMS, K.; PAGE, B.; LEONARD, J. Osiris-rex orbit determination covariance studies at bennu. In: AAS GUIDANCE, NAVIGATION, AND CONTROL CONFERENCE, 39., 2016. **Proceedings...** [S.l.], 2016. 84, 125, 152, 203
- ARNOLD, V. I.; KOZLOV, V. V.; NEISHTADT, A. I. **Mathematical aspects of classical and celestial mechanics**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2007. 19, 23, 173

ASAD, M. A. et al. Validation of stereophotoclinometric shape models of asteroid (101955) bennu during the osiris-rex mission. **The Planetary Science Journal**, v. 2, n. 2, p. 82, 2021. [149](#), [156](#)

ASSADIAN, N.; POURTAKDOUST, S. H. On the quasi-equilibria of the bielliptic four-body problem with non-coplanar motion of primaries. **Acta Astronautica**, v. 66, n. 1-2, p. 45–58, 2010. [35](#)

BAKER, D.; MCMAHON, J. Limb-based shape modeling and localization for autonomous navigation around small bodies. In: ASTRODYNAMIC SPECIALIST CONFERENCE, AAS/AIAA, 2020, Lake Tahoe. **Proceedings...** [S.l.], 2020. [156](#)

BARNES, R. Gravitational focusing. In: _____. **Encyclopedia of astrobiology**. Berlin, Heidelberg: [s.n.], 2011. p. 692–692. ISBN 978-3-642-11274-4. Disponível em: https://doi.org/10.1007/978-3-642-11274-4_670. [53](#)

BARRABÉS, E.; GÓMEZ, G.; MONDELO, J. M.; OLLÈ, M. Pseudo-heteroclinic connections between bicircular restricted four-body problems. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 462, n. 1, p. 740–750, 2016. [33](#)

BATTIN, R. H. **An introduction to the mathematics and methods of astrodynamics, revised edition**. [S.l.]: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1999. [19](#), [23](#), [109](#), [170](#), [173](#)

BATTIN, R. H.; VAUGHAN, R. M. An elegant lambert algorithm. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 7, n. 6, p. 662–670, 1984. [109](#)

BAUM, S. D. Risk–risk tradeoff analysis of nuclear explosives for asteroid deflection. **Risk analysis**, v. 39, n. 11, p. 2427–2442, 2019. [4](#)

BEAUCHAMP, P. M.; CUTTS, J. A.; QUADRELLI, M.; WOOD, L.; RIEDEL, J. E.; MCHENRY, M. C.; AUNG, M.; VOLPE, R.; CANGAHUALA, L. Guidance navigation and control technology assessment for future planetary science missions. In: AIAA SPACE CONFERENCE AND EXPOSITION, 2013. **Proceedings...** [S.l.], 2013. p. 5411. [49](#), [50](#)

BELL, J. F.; DAVIS, D. R.; HARTMANN, W. K.; GAFFEY, M. J. Asteroids: the big picture. **Unknown Journal**, p. 921–945, 1989. [79](#)

BERCOVICI, B.; MCMAHON, J. W. Robust autonomous small-body shape reconstruction and relative navigation using range images. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 42, n. 7, p. 1473–1488, 2019. [156](#)

BERRY, K.; SUTTER, B.; MAY, A.; WILLIAMS, K.; BARBEE, B. W.; BECKMAN, M.; WILLIAMS, B. Osiris-rex touch-and-go (tag) mission design and analysis. 2013. 9

BEYER, P.; OCONNOR, R.; MUDGWAY, D. Galileo early cruise, including venus, first earth, and gaspra encounters. In: POSNER, E. (Ed.). **The Telecommunications and Data Acquisition Report 42-109: January-March 1992**. Washington: NASA, 1992. 119

BHASKARAN, S. Autonomous navigation for deep space missions. In: SPACEOPS. **Proceedings...** [S.l.], 2012. 160, 189

BHASKARAN, S.; DESAI, S.; DUMONT, P.; KENNEDY, B.; NULL, G.; JR, W. O.; RIEDEL, J.; SYNNOTT, S.; WERNER, R. Orbit determination performance evaluation of the deep space 1 autonomous navigation system. In: SPACEFLIGHT MECHANICS MEETING, 1998. **Proceedings...** [S.l.], 1998. 160

BIERHAUS, E. et al. The osiris-rex spacecraft and the touch-and-go sample acquisition mechanism (tagsam). **Space Science Reviews**, v. 214, n. 7, p. 1–46, 2018. 197

BLAIR, B. R.; ECONOMICS, E. M. The role of near-earth asteroids in long-term platinum supply. **Space Resources Roundtable II**, p. 1–15, 2000. 5

BOARD, S. S. et al. **Defending planet earth: Near-Earth-Object surveys and hazard mitigation strategies**. [S.l.]: National Academies Press, 2010. 1, 84
_____. [S.l.]: National Academic Press, 2019. 6, 149

BOMBARDELLI, C.; PELÁEZ, J. Ion beam shepherd for asteroid deflection. **Journal of Guidance Control and Dynamics**, v. 34, n. 4, p. 1270, 2011. 2

BOMBARDELLI, C.; URRUTXUA, H.; MERINO, M.; PELAEZ, J.; AHEDO, E. The ion beam shepherd: a new concept for asteroid deflection. **Acta Astronautica**, v. 90, n. 1, p. 98–102, 2013. 2

BROPHY, J. R.; FRIEDMAN, L.; CULICK, F. Asteroid retrieval feasibility. In: AEROSPACE CONFERENCE, 2012 IEEE. **Proceedings...** [S.l.], 2012. p. 1–16. 5

BROSCHART, S. B.; SCHEERES, D. J. Control of hovering spacecraft near small bodies: application to asteroid 25143 itokawa. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 28, n. 2, p. 343–354, 2005. 9

_____. Boundedness of spacecraft hovering under dead-band control in time-invariant systems. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 30, n. 2, p. 601–610, 2007. 9

CAMPAGNOLA, S.; BUFFINGTON, B. B.; LAM, T.; PETROPOULOS, A. E.; PELLEGRINI, E. Tour design techniques for the europa clipper mission. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 42, n. 12, p. 2615–2626, 2019. 114, 133

CANALIAS, E.; GOMEZ, G.; MARCOTE, M.; MASDEMONT, J. Assessment of mission design including utilization of libration points and weak stability boundaries. **ESA Advanced Concept Team**, 2004. 27

CANAVAN, G. H. Cost and benefit of near-earth object detection and interception. **Hazards due to comets and asteroids**, p. 1157, 1994. 14

CARUSI, A. Early neo deflections: a viable, lower-energy option. **Earth, Moon, and Planets**, v. 96, n. 1, p. 81–94, 2005. 90, 91

CARUSI, A.; D'ABRAMO, G.; VALSECCHI, G. B. Orbital and mission planning constraints for the deflection of neos impacting on earth. **Icarus**, v. 194, n. 2, p. 450–462, 2008. 90, 91

CARUSI, A.; PEROZZI, E.; SCHOLL, H. Mitigation strategy. **Comptes Rendus Physique**, v. 6, n. 3, p. 367–374, 2005. 90, 91

CARUSI, A.; VALSECCHI, G. B.; D'ABRAMO, G.; BOATTINI, A. Deflecting neos in route of collision with the earth. **Icarus**, v. 159, n. 2, p. 417–422, 2002. 8, 73, 74, 89, 90, 91

CERIOTTI, M.; SANCHEZ, J. P. Control of asteroid retrieval trajectories to libration point orbits. **Acta Astronautica**, v. 126, p. 342–353, 2016. 5

CHEN, M. H.; ATCHISON, J. A.; CARRELLI, D. J.; ERICKSEN, P. S.; FLETCHER, Z. J.; HAQUE, M. A.; JENKINS, S. N.; JENSENIUS, M. A.; MEHTA, N. L.; MILLER, T. C.; O'SHAUGHNESSY, D.; SAWYER, C. A.; SUPERFIN, E. A.; TSCHIEGG, R. D.; REED, C. L. Small-body maneuvering autonomous real-time navigation (smart nav): Guiding a spacecraft to didymos for nasa's double asteroid redirection test (dart). In: AAS GUIDANCE AND CONTROL CONFERENCE. **Proceedings...** [S.l.], 2018. 5, 107

CHENG, A. F. Catastrophic disruption threshold and maximum deflection from kinetic impact. In: AGU FALL MEETING. **Proceedings...** [S.l.], 2017. v. 2017, p. NH13A-0105. 79

CHENG, A. F.; ATCHISON, J.; KANTSIPER, B.; RIVKIN, A. S.; STICKLE, A.; REED, C.; GALVEZ, A.; CARNELLI, I.; MICHEL, P.; ULAMEC, S. Asteroid impact and deflection assessment mission. **Acta Astronautica**, v. 115, p. 262–269, 2015. 4, 6, 79

CHENG, A. F.; SANTO, A.; HEERES, K.; LANDSHOF, J.; FARQUHAR, R.; GOLD, R.; LEE, S. Near-earth asteroid rendezvous: mission overview. **Journal of Geophysical Research: Planets**, v. 102, n. E10, p. 23695–23708, 1997. 122, 125

CHENG, A. F.; STICKLE, A. M.; FAHNESTOCK, E. G.; DOTTO, E.; CORTE, V. D.; CHABOT, N. L.; RIVKIN, A. S. Dart mission determination of momentum transfer: model of ejecta plume observations. **Icarus**, v. 352, p. 113989, 2020. 4

CHYBA, C. F.; THOMAS, P. J.; ZAHNLE, K. J. The 1908 tunguska explosion: atmospheric disruption of a stony asteroid. **Nature**, v. 361, n. 6407, p. 40–44, 1993. 1

CONWAY, B. A. Near-optimal deflection of earth-approaching asteroids. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 24, n. 5, p. 1035–1037, 2001. 7, 72

CREECH, S.; STOUGH, R. W.; HITT, D. Nasa's space launch system for high-c3 science missions. In: AIAA PROPULSION AND ENERGY 2020 FORUM. **Proceedings...** [S.l.], 2020. p. 3534. 138, 143

CROCCO, G. A. **One-year exploration-trip Earth-mars-venus-earth**. [S.l.]: Verlag nicht ermittelbar, 1956. 114

CRONIN, J.; RICHARDS, P. B.; RUSSELL, L. H. Some periodic solutions of a four-body problem. **Icarus**, v. 3, n. 5-6, p. 423–428, 1964. 29

CUARTIELLES, J. S. **Asteroid hazard mitigation: deflection models and mission analysis**. Tese (Doutorado) — University of Glasgow, Glasgow, 2009. 81

DACHWALD, B.; WIE, B. Solar sail kinetic energy impactor trajectory optimization for an asteroid-deflection mission. **Journal of Spacecraft and Rockets**, v. 44, n. 4, p. 755, 2007. 3

D'AMARIO, L. A.; BRIGHT, L. E.; WOLF, A. A. Galileo trajectory design. **Space science reviews**, v. 60, n. 1, p. 23–78, 1992. 119

- DAMIEN-IWG. **National near-earth object preparedness strategy and action plan**. [S.l.]: National Science & Technology Council, 2018. 5, 13
- DOBROVOLSKIS, A. R. Inertia of any polyhedron. **Icarus**, v. 124, n. 2, p. 698–704, 1996. 155
- DOTTO, E. et al. Liciacube-the light italian cubesat for imaging of asteroids in support of the nasa dart mission towards asteroid (65803) didymos. **Planetary and Space Science**, v. 199, p. 105185, 2021. 4
- DUNHAM, D. W.; MCADAMS, J. V.; FARQUHAR, R. W. **NEAR mission design**. [S.l.: s.n.], 2002. 18–33 p. 9
- DUNHAM, D. W. et al. Implementation of the first asteroid landing. **Icarus**, v. 159, n. 2, p. 433–438, 2002. 9
- EDITORIAL. Sustainable space mining. **Nature Astronomy**, v. 3, p. 465, 2019. 13
- ELVIS, M. Let’s mine asteroids-for science and profit. **Nature**, v. 485, n. 7400, p. 549, 2012. 5
- FAHNESTOCK, E. G.; SCHEERES, D. J. Dynamic characterization and stabilization of large gravity-tractor designs. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 31, n. 3, p. 501, 2008. 3
- FARNOCCHIA, D.; CHESLEY, S.; MILANI, A.; GRONCHI, G.; CHODAS, P. Orbits, long-term predictions, impact monitoring. **Asteroids IV**, p. 815–834, 2015. 60, 61
- FELDHACKER, J. D.; SYAL, M. B.; JONES, B. A.; DOOSTAN, A.; MCMAHON, J.; SCHEERES, D. J. Shape dependence of the kinetic deflection of asteroids. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 40, n. 10, p. 2417–2431, 2017. 3, 6, 195
- FILHO, K. d. S. O.; SARAIVA, M. d. F. O. **Astronomia e Astrofísica**. Rio de Janeiro: Livraria da Física, 2004. 19, 23
- FLÓRIO, V. Mineração de hélio-3 na lua. **Ciência e Cultura**, v. 68, n. 4, p. 16–18, 2016. 13
- FROESCHLÉ, C.; GUZZO, M.; LEGA, E. Graphical evolution of the arnold web: from order to chaos. **Science**, v. 289, n. 5487, p. 2108–2110, 2000. 45

FROESCHLÉ, C.; LEGA, E.; GONCZI, R. Fast lyapunov indicators. application to asteroidal motion. **Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy**, v. 67, n. 1, p. 41–62, 1997. 44

FU, X.; XU, M. Formation flying along low-energy lunar transfer trajectory using hamiltonian-structure-preserving control. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 42, n. 3, p. 650–661, 2018. 29

FURFARO, R. Hovering in asteroid dynamical environments using higher-order sliding control. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 38, n. 2, p. 263–279, 2014. 10

FURFARO, R.; CERSOSIMO, D.; WIBBEN, D. R. Asteroid precision landing via multiple sliding surfaces guidance techniques. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 36, n. 4, p. 1075–1092, 2013. 10

GABERN, F.; JORBA, A. A restricted four-body model for the dynamics near the lagrangian points of the sun-jupiter system. **Discrete and Continuous Dynamical Systems Series B**, v. 1, n. 2, p. 143–182, 2001. 29, 33

GENNERY, D. Deflecting asteroids by means of standoff nuclear explosions. In: PLANETARY DEFENSE CONFERENCE: PROTECTING EARTH FROM ASTEROIDS. **Proceedings...** [S.l.], 2004. p. 1439. 81, 82

GIBBINGS, A.; HOPKINS, J.-M.; BURNS, D.; VASILE, M. On testing laser ablation processes for asteroid deflection. In: IAA PLANETARY DEFENSE CONFERENCE, PROTECTING EARTH FROM ASTEROIDS: FROM THREAT TO ACTION. **Proceedings...** [S.l.], 2011. 2

GIBBINGS, A.; VASILE, M.; WATSON, I.; HOPKINS, J.-M.; BURNS, D. Experimental analysis of laser ablated plumes for asteroid deflection and exploitation. **Acta Astronautica**, v. 90, n. 1, p. 85–97, 2013. 2

GOLDSTEIN, H.; POOLE, C.; SAFKO, J. **Classical mechanics**. 3.ed.. ed. [S.l.]: Pearson Education Limited, 2014. 19, 22, 23, 170, 173

GONG, S.; LI, J.; BAOYIN, H. Formation flying solar-sail gravity tractors in displaced orbit for towing near-earth asteroids. **Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy**, v. 105, n. 1-3, p. 159, 2009. 3

GRANVIK, M.; MORBIDELLI, A.; JEDICKE, R.; BOLIN, B.; BOTTKKE, W. F.; BESHORE, E.; VOKROUHLICKÝ, D.; NESVORNÝ, D.; MICHEL, P. Debiased

orbit and absolute-magnitude distributions for near-earth objects. **Icarus**, v. 312, p. 181–207, 2018. 1

GUELMAN, M. Guidance for asteroid rendezvous. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 14, n. 5, p. 1080–1083, 1991. 9

GUELMAN, M. M. Closed-loop control for global coverage and equatorial hovering about an asteroid. **Acta Astronautica**, v. 137, p. 353–361, 2017. 9

GUZZO, M.; LEGA, E. Evolution of the tangent vectors and localization of the stable and unstable manifolds of hyperbolic orbits by fast lyapunov indicators. **SIAM Journal on Applied Mathematics**, v. 74, n. 4, p. 1058–1086, 2014. 45

HARRIS, A. The neo population, impact risk, progress of current surveys, and prospects for future surveys, presentation to the survey. In: DETECTION PANEL OF THE NRC COMMITTEE TO REVIEW NEAR-EARTH OBJECT SURVEYS AND HAZARD MITIGATION STRATEGIES. **Proceedings...** [S.l.], 2009. 85

HARRIS, A. W.; BOSLOUGH, M.; CHAPMAN, C. R.; DRUBE, L.; MICHEL, P. Asteroid impacts and modern civilization: can we prevent a catastrophe? In: MICHEL, P.; DEMEO, F. E.; BOTTKE, W. F. (Ed.). **Asteroids IV**. [S.l.]: University of Arizona Press, 2015. p. 835–854. 1, 64, 65

HAWKINS, M.; GUO, Y.; WIE, B. Spacecraft guidance algorithms for asteroid intercept and rendezvous missions. **International Journal of Aeronautical and Space Sciences**, v. 13, n. 2, p. 154–169, 2012. 164

HAWKINS, M.; PITZ, A.; WIE, B.; GIL-FERNANDEZ, J. Terminal-phase guidance and control analysis of asteroid interceptors. In: AIAA GUIDANCE, NAVIGATION, AND CONTROL CONFERENCE. **Proceedings...** [S.l.], 2010. p. 8348. 3

HEILIGERS, J.; SCHEERES, D. J. Solar-sail orbital motion about asteroids and binary asteroid systems. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 41, n. 9, p. 1947–1962, 2018. 29

HENNINGER, H. C.; BIGGS, J. D. Near time-minimal earth to l1 transfers for low-thrust spacecraft. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 40, n. 11, p. 2999–3004, 2017. 29

HILDEBRAND, A. R.; PENFIELD, G. T.; KRING, D. A.; PILKINGTON, M.; CAMARGO, A.; JACOBSEN, S. B.; BOYNTON, W. V. Chicxulub crater: a

possible cretaceous/tertiary boundary impact crater on the yucatan peninsula, mexico. **Geology**, v. 19, n. 9, p. 867–871, 1991. 1

HUANG, S.-S. **Very restricted four-body problem**. [S.l.: s.n.], 1960. 28, 29

IV, L. S. H.; HOLLAND, D. E.; SYAL, M. B.; BEVINS, J. E.; WASEM, J. V. Impact of neutron energy on asteroid deflection performance. **Acta Astronautica**, v. 183, p. 29–42, 2021. 81

IZZO, D. On the deflection of potentially hazardous objects. In: AAS/AIAA SPACE FLIGHT MECHANICS CONFERENCE, 15. **Proceedings...** [S.l.], 2005. p. 05–141. 8, 56

_____. Optimization of interplanetary trajectories for impulsive and continuous asteroid deflection. **Journal of Guidance Control and Dynamics**, v. 30, n. 2, p. 401–408, 2007. 8, 9, 10, 57, 58

_____. Global optimization and space pruning for spacecraft trajectory design. In: CONWAY, B. A. (Ed.). **Spacecraft Trajectory Optimization**. New York: University of Cambridge Press, 2010. v. 1, p. 178–200. 115, 128

_____. Revisiting lambert's problem. **Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy**, v. 121, n. 1, p. 1–15, 2015. 110, 164

IZZO, D.; BOURDOUX, A.; WALKER, R.; ONGARO, F. Optimal trajectories for the impulsive deflection of near earth objects. **Acta Astronautica**, v. 59, n. 1, p. 294–300, 2006. 8, 91

KARGEL, J. S. Metalliferous asteroids as potential sources of precious metals. **Journal of Geophysical Research: Planets**, v. 99, n. E10, p. 21129–21141, 1994. 5

KHALIL, H. K. **Nonlinear systems**. [S.l.: s.n.]. 162, 163

KIKUCHI, S.; OKI, Y.; TSUDA, Y. Frozen orbits under radiation pressure and zonal gravity perturbations. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, p. 1–23, 2021. 198

KNEZEVIC, Z.; LEMAITRE, A.; MILANI, A. The determination of asteroid proper elements. In: BOTTKER, W. F.; CELLINO, A.; PAOLICCHI, P.; BINZEL, R. P. (Ed.). **Asteroids III**. Tucson: University of Arizona, 2002. v. 603. 94

- KRASINSKY, G. A.; PITJEVA, E. V.; VASILYEV, M. V.; YAGUDINA, E. Hidden mass in the asteroid belt. **Icarus**, v. 158, n. 1, p. 98–105, 2002. 79
- KUBOTA, T.; HASHIMOTO, T.; SAWAI, S.; KAWAGUCHI, J.; NINOMIYA, K.; UO, M.; BABA, K. An autonomous navigation and guidance system for muses-c asteroid landing. **Acta Astronautica**, v. 52, n. 2-6, p. 125–131, 2003. 10
- LAURETTA, D.; et al. Episodes of particle ejection from the surface of the active asteroid (101955) bennu. **Science**, v. 366, n. 6470, 2019. 84
- LAURETTA, D. et al. Osiris-rex: sample return from asteroid (101955) bennu. **Space Science Reviews**, v. 212, n. 1, p. 925–984, 2017. 122
- LEE, D.; VUKOVICH, G. Adaptive sliding mode control for spacecraft body-fixed hovering in the proximity of an asteroid. **Aerospace Science and Technology**, v. 46, p. 471–483, 2015. 10
- LEGA, E.; GUZZO, M.; FROESCHLÉ, C. Theory and applications of the fast lyapunov indicator (fli) method. In: SKOKOS, C.; GOTTWALT, G. A.; LASKAR, J. (Ed.). **Chaos detection and predictability**. [S.l.: s.n.], 2016. p. 35–54. 45
- LEONARD, J. M.; GEERAERT, J. L.; PAGE, B. R.; FRENCH, A. S.; ANTREASIAN, P. G.; ADAM, C. D.; WIBBEN, D. R.; MOREAU, M. C.; LAURETTA, D. S. Osiris-rex orbit determination performance during the navigation campaign. In: AAS/AIAA ASTRODYNAMICS SPECIALIST CONFERENCE, 2019. **Proceedings...** [S.l.], 2019. p. 1–20. 155
- LETIZIA, F.; COLOMBO, C.; EYNDE, J. Van den; ARMELLIN, R.; JEHN, R. Snapshot: Suite for the numerical analysis of planetary protection. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ASTRODYNAMICS TOOLS AND TECHNIQUES (ICATT), 6., 2016. **Proceedings...** [S.l.], 2016. p. 14–17. 55
- LEWIS, J. S. **Mining the sky: untold riches from the asteroids, comets, and planets**. [S.l.]: Reading: Addison-Wesley, 1996. 5
- LIAN, Y.; TANG, G. Libration point orbit rendezvous using pwpf modulated terminal sliding mode control. **Advances in Space Research**, v. 52, n. 12, p. 2156–2167, 2013. 235
- LIANG, Y.; GÓMEZ, G.; MASDEMONT, J. J.; XU, M. Stable regions of motion around a binary asteroid system. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, p. 1–11, 2019. 29

- LIOUNIS, A. J. Limb based optical navigation for irregular bodies. In: **Annual RPI Workshop on Image-Based Modeling and Navigation for Space Applications**, Troy, NY. [S.l.: s.n.], 2018. 158
- LU, E. T.; LOVE, S. G. Gravitational tractor for towing asteroids. **Nature**, v. 438, n. 7065, p. 177–178, 2005. 2, 85
- LU, P. What is guidance? **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, American Institute of Aeronautics and Astronautics, v. 44, n. 7, p. 1237–1238, 2021. 49, 50
- MARCUS, M. L.; SLOANE, J. B.; ORTIZ, O. B.; BARBEE, B. W. Planetary defense mission using guided collision of near-earth objects. **Journal of Spacecraft and Rockets**, 2017. 3
- MAZANEK, D. D.; REEVES, D. M.; HOPKINS, J. B.; WADE, D. W.; TANTARDINI, M.; SHEN, H. Enhanced gravity tractor technique for planetary defense. In: IAA PLANETARY DEFENSE CONFERENCE. **Proceedings...** [S.l.], 2015. 84
- MCCARTHY, B.; HOWELL, K. Quasi-periodic orbits in the sun-earth-moon bicircular restricted four-body problem. In: AAS/AIAA SPACE FLIGHT MECHANICS MEETING, 31., 2021. **Proceedings...** [S.l.], 2021. 49
- MCINNES, C. R. Deflection of near-earth asteroids by kinetic energy impacts from retrograde orbits. **Planetary and Space Science**, v. 52, n. 7, p. 587–590, 2004. 3
- MELLOR, F. Colliding worlds: asteroid research and the legitimization of war in space. **Social Studies of Science**, v. 37, n. 4, p. 499–531, 2007. 13, 14
- MELOSH, H.; NEMCHINOV, I.; ZETZER, Y. I. Non-nuclear strategies for deflecting comets and asteroids. In: HAZARDS DUE TO COMETS AND ASTEROIDS. **Proceedings...** [S.l.], 1994. p. 1111–1132. 2, 3
- MICHEL, P.; DEMEO, F. E.; BOTTKKE, W. F. **Asteroids iv**. [S.l.]: University of Arizona Press, 2015. 1, 4
- MINGOTTI, G.; TOPPUTO, F.; BERNELLI-ZAZZERA, F. Optimal low-thrust invariant manifold trajectories via attainable sets. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 34, n. 6, p. 1644–1656, 2011. 29
- MIZUNO, T. et al. Development of the laser altimeter (lidar) for hayabusa2. **Space Science Reviews**, v. 208, n. 1, p. 33–47, 2017. 157

- MONTEBRUCK, O.; GILL, E. **Satellite orbits: models, methods and applications**. [S.l.]: Elsevier, 2000. 154
- MORBIDELLI, A.; DELBO, M.; GRANVIK, M.; BOTTKÉ, W. F.; JEDICKE, R.; BOLIN, B.; MICHEL, P.; VOKROUHLICKY, D. Debaised albedo distribution for near earth objects. **Icarus**, v. 340, p. 113631, 2020. 1
- MURRAY, C. D.; DERMOTT, S. F. **Solar system dynamics**. [S.l.]: Cambridge University Press, 1999. 27
- NEGRI, R.; PRADO, A. A novel robust 3-d path following control for keplerian orbits. **Submitted to Automatica**, arXiv:2012.01954, 2020. 184
- NEGRI, R. B. **Dinâmica do swing-by: análise das limitações pela aproximação das cônicas conjugadas**. 122 p. Dissertação (Mestrado) — Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), São José dos Campos, 2018-02-23 2018. Disponível em: <http://urlib.net/ibi/8JMKD3MGP3W34P/3QKGNL>. Acesso em: 01 fev. 2022. 101, 102, 103, 116
- NEGRI, R. B.; CUARTIELLES, J. P. S.; PRADO, A. F. B. d. A. Analysis of jupiter’s third-body perturbation effects on optimal asteroid deflection maneuvers. In: IAA PLANETARY DEFENSE CONFERENCE, 6., Washington, DC. **Proceedings...** [S.l.], 2019. 91
- NEGRI, R. B.; PRADO, A. F. A study of the errors in swing-by design by the “patched-conics” approach applied to the galilean moons. In: ABCM INTERNATIONAL CONGRESS OF MECHANICAL ENGINEERING, 24., 2017. **Proceedings...** [S.l.], 2017. 116
- _____. Generalizing the bicircular restricted four-body problem. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 43, n. 6, p. 1173–1179, 2020. 28, 29, 30, 34
- NEGRI, R. B.; PRADO, A. F. Autonomous and robust orbit-keeping for small-body missions. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, p. 1–12, 2022. 201, 203, 207
- NEGRI, R. B.; PRADO, A. F. Circular restricted n-body problem. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, 2022. 28, 49

- NEGRI, R. B.; PRADO, A. F. B. A. Study on autonomous gravity-assists with a path following control. In: AIAA/AAS SPACE FLIGHT MECHANICS MEETING, 31., 2021. **Proceedings...** [S.l.], 2021. 116
- NEGRI, R. B.; PRADO, A. F. B. d. A. A historical review of the theory of gravity-assists in the pre-spaceflight era. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, v. 42, n. 8, p. 1–10, 2020. 114
- NEGRI, R. B.; PRADO, A. F. B. de A.; SUKHANOV, A. Studying the errors in the estimation of the variation of energy by the patched-conics model in the three-dimensional swing-by. **Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy**, v. 129, n. 3, p. 269–284, 2017. 103, 116
- NEGRI, R. B.; SUKHANOV, A.; PRADO, A. F. B. de A. Lunar gravity assists using patched-conics approximation, three and four body problems. **Advances in Space Research**, v. 64, n. 1, p. 42–63, 2019. 29, 103, 116
- NESVORNÝ, D. et al. Identification and dynamical properties of asteroid families. In: MICHEL, P.; DEMEO, F. E.; BOTTKE, W. F. (Ed.). [S.l.]: University of Arizona Press, 2015. p. 297–321. 64, 94
- OHIRA, G.; KASHIOKA, S.; TAKAO, Y.; IYOTA, T.; TSUDA, Y. Autonomous image-based navigation using vector code correlation algorithm for distant small body exploration. **Acta Astronautica**, 2020. 9, 189
- O'LEARY, B. Mining the apollo and amor asteroids. **Science**, v. 197, n. 4301, p. 363–366, 1977. 5
- OLEARY, B.; GAFFEY, M. J.; ROSS, D. J.; SALKELD, R. Retrieval of asteroidal materials. In: SPACE RESOURCES AND SPACE SETTLEMENTS. **Proceedings...** [S.l.], 1979. 5
- OLYMPIO, J. T. Optimal control of gravity-tractor spacecraft for asteroid deflection. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 33, n. 3, p. 823, 2010. 3
- OPIK, E. J. Amsterdam: Elsevier, 1976. 8, 89
- OSHIMA, K.; YANAO, T. Jumping mechanisms of trojan asteroids in the planar restricted three-and four-body problems. **Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy**, v. 122, n. 1, p. 53–74, 2015. 29

PARK, S.-Y.; MAZANEK, D. D. Mission functionality for deflecting earth-crossing asteroids/comets. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 26, n. 5, p. 734–742, 2003. [8](#), [72](#), [73](#), [74](#), [78](#)

PARK, S.-Y.; ROSS, I. M. Two-body optimization for deflecting earth-crossing asteroids. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 22, n. 3, p. 415–420, 1999. [7](#), [72](#), [78](#)

PAVLAK, T. A.; FRAUENHOLZ, R. B.; HELFRICH, C. E.; KANGAS, J. A.; BORDI, J. J. Maneuver design for the juno mission: inner cruise. In: AIAA/AAS ASTRODYNAMICS SPECIALIST CONFERENCE. **Proceedings...** [S.l.], 2014. p. 4149. [122](#)

PENG, H.; BAI, X. Natural deep space satellite constellation in the earth-moon elliptic system. **Acta Astronautica**, v. 153, p. 240–258, 2018. [35](#)

PERGOLA, P.; GEURTS, K.; CASAREGOLA, C. e. a.; ANDRENUCCI, M. Earth–mars halo to halo low thrust manifold transfers. **Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy**, v. 105, n. 1-3, p. 19, 2009. [29](#), [33](#)

POPOVA, O. P. et al. Chelyabinsk airburst, damage assessment, meteorite recovery, and characterization. **Science**, v. 342, n. 6162, p. 1069–1073, 2013. [1](#), [64](#)

PRAZERES, R. F. dos. Rio de Janeiro: UFRJ, 2010. [24](#)

QI, Y.; RUITER, A. d. Study of correction maneuver for lunar flyby transfers in the real ephemeris. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 41, n. 10, p. 2112–2132, 2018. [35](#)

QI, Y.; XU, S. Mechanical analysis of lunar gravity assist in the earth–moon system. **Astrophysics and Space Science**, v. 360, n. 2, p. 1–15, 2015. [101](#), [102](#)

RACCA, G. D.; MCNAMARA, P. W. The lisa pathfinder mission. **Space Science Reviews**, v. 151, n. 1-3, p. 159–181, 2010. [187](#), [198](#)

RIEDEL, J.; BHASKARAN, S.; DESAI, S.; HAND, D.; KENNEDY, B.; MCEL RATH, T.; RYNE, M. Pasadena, CA: Jet Propulsion Lab, 2000. [160](#), [189](#)

RIEDEL, J.; ELDRED, D.; KENNEDY, B.; KUBITSCHKE, D.; VAUGHAN, A.; WERNER, R.; BHASKARAN, S.; SYNNOTT, S. Autonav mark3: engineering the next generation of autonomous onboard navigation and guidance. In: AIAA GUIDANCE, NAVIGATION, AND CONTROL CONFERENCE AND EXHIBIT. **Proceedings...** [S.l.], 2006. p. 6708. [160](#), [189](#)

ROSS, I. M.; PARK, S.-Y.; PORTER, S. D. V. Gravitational effects of earth in optimizing? v for deflecting earth-crossing asteroids. **Journal of Spacecraft and Rockets**, v. 38, n. 5, p. 759–764, 2001. 7, 72

ROSS, S. D. Near-earth asteroid mining. **Space**, 2001. 5

ROY, A. E. **Orbital motion**. [S.l.]: Institute of Physics Publishing (IOP), 2005. 19, 20, 24

RUSSELL, C.; RAYMOND, C. The dawn mission to vesta and ceres. In: RUSSELL, C.; RAYMOND, C. (Ed.). **The Dawn Mission to Minor Planets 4 Vesta and 1 Ceres**. [S.l.: s.n.], 2011. p. 3–23. 9

RUSSELL, R. Survey of spacecraft trajectory design in strongly perturbed environments. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 35, n. 3, p. 705–720, 2012. 116

SAGAN, C. Dangers of asteroid deflection. **Nature**, v. 368, p. 501, 1994. 4, 14

SANCHEZ, J.; COLOMBO, C. Impact hazard protection efficiency by a small kinetic impactor. **Journal of Spacecraft and Rockets**, v. 50, n. 2, p. 380–393, 2013. 3, 56

SANCHEZ, J.; MCINNES, C. Asteroid resource map for near-earth space. **Journal of Spacecraft and Rockets**, v. 48, n. 1, p. 153, 2011. 5

SANCHEZ, J. P.; COLOMBO, C.; VASILE, M.; RADICE, G. Multicriteria comparison among several mitigation strategies for dangerous near-earth objects. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 32, n. 1, p. 121–142, 2009. 2, 3, 81

SANCHEZ, J.-P.; MCINNES, C. R. Available asteroid resources in the earth's neighbourhood. In: **Asteroids**. [S.l.: s.n.], 2013. p. 439–458. 5

SÁNCHEZ-LOZANO, J.; FERNÁNDEZ-MARTÍNEZ, M.; SAUCEDO-FERNÁNDEZ, A.; TRIGO-RODRIGUEZ, J. M. Evaluation of near-earth deflection techniques. a fuzzy multi-criteria decision making analysis for planetary defense. **Acta Astronautica**, v. 176, p. 383–397, 2020. 2, 3, 82

SAWAI, S.; SCHEERES, D.; BROSCART, S. Control of hovering spacecraft using altimetry. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 25, n. 4, p. 786–795, 2002. 9

- SCHEERES, D.; MCMAHON, J. Autonomous architectures for small body exploration. In: ASTRODYNAMICS SPECIALIST CONFERENCE, 2019. **Proceedings...** [S.l.], 2019. 158
- SCHEERES, D.; SCHWEICKART, R. The mechanics of moving asteroids. In: PLANETARY DEFENSE CONFERENCE: PROTECTING EARTH FROM ASTEROIDS, 2004. **Proceedings...** [S.l.], 2004. p. 1446. 8
- SCHEERES, D.; SUTTER, B.; ROSENGREN, A. Design, dynamics and stability of the osiris-rex sun-terminator orbits. **Advances in the Astronautical Sciences**, v. 148, p. 3263–3282, 2013. 187
- SCHEERES, D. J. Close proximity dynamics and control about asteroids. In: AMERICAN CONTROL CONFERENCE, 2014. **Proceedings...** [S.l.], 2014. p. 1584–1598. 9, 149, 153
- _____. **Orbital motion in strongly perturbed environments: applications to asteroid, comet and planetary satellite orbiters.** [S.l.]: Springer, 2016. 198
- SCHUTZ, B.; TAPLEY, B.; BORN, G. H. **Statistical orbit determination.** [S.l.]: Elsevier, 2004. 160, 161
- SCHWEICKART, R. L.; LU, E. T.; HUT, P.; CHAPMAN, C. R. The asteroid tugboat. **Scientific American**, v. 289, n. 5, p. 54–61, 2003. 2
- SHTESSEL, Y. et al. **Sliding mode control and observation.** [S.l.]: Springer, 2014. 168
- SLOTINE, J.-J. E.; LI, W. **Applied nonlinear control.** [S.l.]: Prentice hall Englewood Cliffs, NJ, 1991. 162, 163, 173, 174, 180, 183, 184
- SNYDER, J. S.; GOEBEL, D. M.; CHAPLIN, V.; ORTEGA, A. L.; MIKELLIDES, I. G.; AGHAZADEH, F.; JOHNSON, I.; KERL, T.; LENGUITO, G. [S.l.: s.n.], 2019. 159
- SONTER, M. J. The technical and economic feasibility of mining the near-earth asteroids. **Acta Astronautica**, v. 41, n. 4-10, p. 637–647, 1997. 5
- SPITALE, J. N. Asteroid hazard mitigation using the yarkovsky effect. **Science**, v. 296, n. 5565, p. 77–77, 2002. 2
- STANDISH, E. M. et al. Orbital ephemerides of the sun, moon, and planets. In: URBAN, S. E.; SEIDELMANN, P. K. (Ed.). **Explanatory supplement to the**

astronomical almanac. Mill Valley: University Science Book, 1992. p. 279–323. 110

STICKLE, A. M. et al. Benchmarking impact hydrocodes in the strength regime: Implications for modeling deflection by a kinetic impactor. **Icarus**, v. 338, p. 113446, 2020. 4

STRANGE, N. J.; LONGUSKI, J. M. Graphical method for gravity-assist trajectory design. **Journal of Spacecraft and Rockets**, v. 39, n. 1, p. 9–16, 2002. 116

SYAL, M. B.; DEARBORN, D. S.; SCHULTZ, P. H. Limits on the use of nuclear explosives for asteroid deflection. **Acta Astronautica**, v. 90, n. 1, p. 103–111, 2013. 3

SYAL, M. B.; OWEN, J. M.; MILLER, P. L. Deflection by kinetic impact: Sensitivity to asteroid properties. **Icarus**, v. 269, p. 50–61, 2016. 6, 195

SZEBEHELY, V. **Theory of orbits: the restricted problem of three bodies**. [S.l.: s.n.], 1967. 27

TAJMAR, M.; GENOVESE, A.; STEIGER, W. Indium field emission electric propulsion microthruster experimental characterization. **Journal of Propulsion and Power**, v. 20, n. 2, p. 211–218, 2004. 159

TAKAHASHI, S.; SCHEERES, D. J. Autonomous exploration of a small near-earth asteroid. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, p. 1–19, 2021. 9, 155, 156, 159, 160, 187, 189

TAKEI, Y. et al. Hayabusa2's station-keeping operation in the proximity of the asteroid ryugu. **Astrodynamics**, v. 4, n. 4, p. 349–375, 2020. 158

THIRY, N.; VASILE, M. Statistical multi-criteria evaluation of non-nuclear asteroid deflection methods. **Acta Astronautica**, v. 140, p. 293–307, 2017. 2, 3, 81

TODOROVIĆ, N.; WU, D.; ROSENGREN, A. J. The arches of chaos in the solar system. **Science Advances**, v. 6, n. 48, p. eabd1313, 2020. 44, 45, 46

TSANDER, F. A.; KORNEEV, L. **Problems of Flight by Jet Propulsion: Interplanetary Flights: Collection of Articles**. [S.l.]: Israel Program for Scientific Translations, 1964. 114

TSUDA, Y.; TAKEUCHI, H.; OGAWA, N.; ONO, G.; KIKUCHI, S.; OKI, Y.; ISHIGURO, M.; KURODA, D.; URAKAWA, S.; OKUMURA, S.-i. Rendezvous to asteroid with highly uncertain ephemeris: Hayabusa2's ryugu-approach operation result. **Astrodynamics**, v. 4, n. 2, p. 137–147, 2020. 164

TSUDA, Y.; YOSHIKAWA, M.; ABE, M.; MINAMINO, H.; NAKAZAWA, S. System design of the hayabusa 2 asteroid sample return mission to 1999 ju3. **Acta Astronautica**, v. 91, p. 356–362, 2013. 9, 197

UTKIN, V.; GULDNER, J.; SHI, J. **Sliding mode control in electro-mechanical systems**. [S.l.]: CRC Press, 2017. 162, 163, 168, 173, 174, 183, 184

VALLADO, D. A.; MCCLAIN, W. D. **Fundamentals of astrodynamics and applications**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2001. 26, 27, 109

VALSECCHI, G.; MILANI, A.; GRONCHI, G. F.; CHESLEY, S. Resonant returns to close approaches: Analytical theory. **Astronomy & Astrophysics**, v. 408, n. 3, p. 1179–1196, 2003. 8, 90

VASILE, M.; COLOMBO, C. Optimal impact strategies for asteroid deflection. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 31, n. 4, p. 858, 2008. 8, 9, 10, 58, 73, 74, 82, 121

VASILE, M.; MADDOCK, C. A. Design of a formation of solar pumped lasers for asteroid deflection. **Advances in Space Research**, v. 50, n. 7, p. 891–905, 2012. 2

VEVERKA, J. et al. The landing of the near-shoemaker spacecraft on asteroid 433 eros. **Nature**, v. 413, n. 6854, p. 390, 2001. 9

VINCENTI, W. G. et al. **What engineers know and how they know it**. [S.l.]: Baltimore: Johns Hopkins University Press, 1990. 12

WEISBIN, C.; LINCOLN, W.; WILCOX, B.; BROPHY, J.; CHODAS, P.; MUIRHEAD, B. Comparative analysis of asteroid-deflection approaches. In: IEEE AEROSPACE CONFERENCE, 2015. **Proceedings...** [S.l.], 2015. p. 1–16. 2, 3, 81

WERNER, R. A. Spherical harmonic coefficients for the potential of a constant-density polyhedron. **Computers & Geosciences**, v. 23, n. 10, p. 1071–1077, 1997. 154

WERNER, R. A.; SCHEERES, D. J. Exterior gravitation of a polyhedron derived and compared with harmonic and mascon gravitation representations of asteroid

4769 castalia. **Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy**, v. 65, n. 3, p. 313–344, 1996. 153

WIE, B. Dynamics and control of gravity tractor spacecraft for asteroid deflection. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 31, n. 5, p. 1413–1423, 2008. 3

_____. **Space vehicle dynamics and control**. [S.l.]: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2008. 190, 235

_____. Hypervelocity nuclear interceptors for asteroid disruption. **Acta Astronautica**, v. 90, n. 1, p. 146–155, 2013. 3, 81

WIGGINS, S. **Introduction to applied nonlinear dynamical systems and chaos**. [S.l.]: Springer, 1990. 44

WILLIAMS, B. et al. Osiris-rex flight dynamics and navigation design. **Space Science Reviews**, v. 214, n. 4, p. 69, 2018. 9, 149, 157, 160, 187, 188, 203, 206

YAGASAKI, K. Sun-perturbed earth-to-moon transfers with low energy and moderate flight time. **Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy**, v. 90, n. 3-4, p. 197–212, 2004. 29

YAMASHITA, T.; UO, M.; HASHIMOTO, T. Nonlinear six-degree-of-freedom control for flexible spacecraft. **IFAC Proceedings Volumes**, v. 34, n. 15, p. 344–349, 2001. 10

YANG, H.; BAI, X.; BAOYIN, H. Finite-time control for asteroid hovering and landing via terminal sliding-mode guidance. **Acta Astronautica**, v. 132, p. 78–89, 2017. 10

YÁRNOZ, D. G.; SANCHEZ, J.; MCINNIS, C. Easily retrievable objects among the neo population. **Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy**, v. 116, n. 4, p. 367–388, 2013. 5

YOSHIKAWA, M.; KAWAGUCHI, J.; FUJIWARA, A.; TSUCHIYAMA, A. Hayabusa sample return mission. **Asteroids IV, Univ. Arizona Press, Tucson**, p. 397–418, 2015. 9

APÊNDICE A - SISTEMAS DE REFERÊNCIA DE FRENET-SERRET

Um sistema de referência de Frenet-Serret é um sistema de referência que é definido de acordo com a cinemática de uma partícula. Na astrodinâmica eles são extensivamente utilizados, pois permitem a simplificação de equacionamentos ou possibilitam uma percepção mais aguçada do fenômeno físico e como impacta cada variável.

O sistema de Frenet-Serret clássico e mais famoso é o chamado tangente-binormal-normal, ou TBN, que é dado por ¹

$$\hat{t} = \frac{\vec{v}}{||\vec{v}||}, \quad (\text{A.1a})$$

$$\hat{n} = \hat{h} \times \hat{t}, \quad (\text{A.1b})$$

$$\hat{h} = \frac{\vec{h}}{||\vec{h}||}, \quad (\text{A.1c})$$

em que \vec{v} é a velocidade da partícula e \vec{h} é seu momento angular específico. Ou seja, a componente tangencial é definida na direção da velocidade da partícula, a normal na direção do momento angular específico e a binormal completa o sistema de eixos.

Outro sistema de Frenet-Serret é o radial-transversal-normal, ou RTN. Na verdade, uma transposição entre os dois sistemas pode ser obtida por uma simples rotação no eixo normal. No RTN, a componente radial é definida na direção do vetor posição \vec{r} , a componente normal também é perpendicular ao plano osculante na direção do momento angular específico \vec{h} , e, finalmente, a componente transversal completa o referencial. Seus versores são escritos em função da cinemática da partícula como:

$$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{||\vec{r}||}, \quad (\text{A.2a})$$

$$\hat{\theta} = \hat{h} \times \hat{r}, \quad (\text{A.2b})$$

$$\hat{h} = \frac{\vec{h}}{||\vec{h}||}. \quad (\text{A.2c})$$

¹Convém ressaltar que alguns autores tomam definições diferentes, assumindo o que aqui é chamado como binormal de normal e vice-versa.

APÊNDICE B - MODULADOR PWPF

Muitos dos propulsores atualmente aplicados em sistemas de propulsão não conseguem lidar com um controle contínuo u . Eles operam de forma liga-desliga, fechando ou abrindo a válvula de combustível, e entregando, ou não, um empuxo constante u_m . A fim de converter a entrada de controle contínuo para a natureza discreta desses propulsores, uma modulação PWPF (WIE, 2008b; LIAN; TANG, 2013) é frequentemente aplicada. O PWPF consiste em um sistema de malha fechada com filtro passa-baixa de ganho K_{LPF} e frequência de corte ω_c , além de um gatilho Schmitt, que consiste em uma histerese com parâmetros a serem ajustados δ_{on} e δ_{off} , conforme mostrado na Fig. A.1. Para mais detalhes, consulte Wie (2008b) e Lian e Tang (2013).

Figura A.1 - Modulador PWPF.

